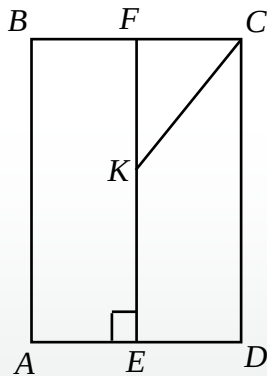


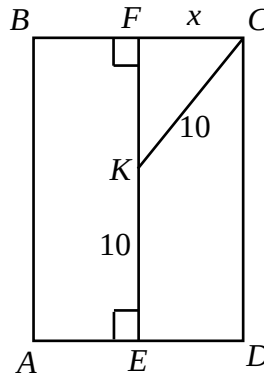
שאלה 8 מתוך חורף 2017 (שאלון 804 בגרות במתמטיקה 4 יחידות)



- נתון מלבן ABCD .
 הנקודה F היא אמצע הצלע BC .
 E היא נקודה על הצלע AD , כך ש- EF מאונך ל- AD .
 הנקודה K נמצאת על EF כך ש- $EK = KC = 10$ ס"מ .
 (ראה ציור) . $FC = x$.
 א. הבע את FK באמצעות x .
 ב. חשב את אורך צלע המלבן BC שעבורו היקף המלבן ABCD יהיה מקסימלי (תוכל להשאיר שורש בתשובתך) .

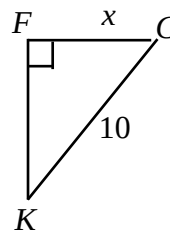
פתרון: א. $\sqrt{100 - x^2}$. ב. 17.9 ס"מ

פתרון מלא:



סעיף א'

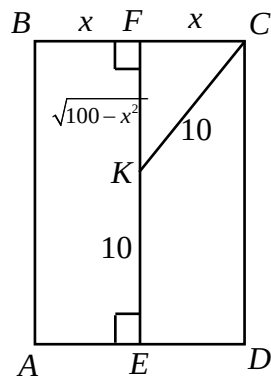
נשתמש במשפט פיתגורס במשולש KFC
 ונמצא את אורך הצלע KF



$$KF^2 + FC^2 = KC^2 \quad \rightarrow \quad KF^2 + x^2 = 10^2 \quad \rightarrow \quad KF^2 = 100 - x^2 \quad \xrightarrow{\sqrt{\quad}} \quad \boxed{KF = \sqrt{100 - x^2}}$$

תשובה סופית סעיף א'

סעיף ב'



זוהי בעיית קיצון:

שלב א' – נסמן x ו- y

$x =$ אורך צלע FC
 $y =$ היקף המלבן $ABCD$

שלב ב' – נמצא את $y(x)$

$$y = \text{היקף המלבן } ABCD = 2BC + 2AB = 2 \cdot 2x + 2(10 + \sqrt{100 - x^2}) = \boxed{4x + 20 + 2\sqrt{100 - x^2}}$$

נמצא את אורך BC

נתון: "הנקודה F היא אמצע הצלע BC , $FC = x$ ולכן:

$$BF = CF = x$$

$$BC = BF + CF = \boxed{2x}$$

נמצא את אורך AB

$$AB = EF = EK + KF = \boxed{10 + \sqrt{100 - x^2}}$$

שלב ג' – $y'(x) = 0$

$$y = 4x + 20 + 2\sqrt{100 - x^2}$$

$$y' = 4 + 2 \cdot \frac{(-2x)}{2 \cdot \sqrt{100 - x^2}} = 4 - \frac{2x}{\sqrt{100 - x^2}} = \frac{4\sqrt{100 - x^2} - 2x}{\sqrt{100 - x^2}}$$

$$= \frac{4\sqrt{100 - x^2} - 2x}{\sqrt{100 - x^2}} = 0$$

$$\frac{4\sqrt{100-x^2}-2x}{\sqrt{100-x^2}}=0 \xrightarrow{(\sqrt{100-x^2})} 4\sqrt{100-x^2}-2x=0 \rightarrow 4\sqrt{100-x^2}=2x$$

$$\xrightarrow{(\cdot)^2} 4^2 \cdot (100-x^2) = (2x)^2 \rightarrow 16 \cdot (100-x^2) = 4x^2 \xrightarrow{:4} 4(100-x^2) = x^2$$

$$\rightarrow 400 - 4x^2 = x^2 \rightarrow 400 = 5x^2 \xrightarrow{:5} x^2 = 80 \xrightarrow{\sqrt{\cdot}} x = \pm\sqrt{80} \xrightarrow{x>0} \boxed{x = \sqrt{80}}$$

שלב ד' - $y''(x) = 0$

$$y' = \frac{4\sqrt{100-x^2}-2x}{\sqrt{100-x^2}}$$

$$y'' = 4 \cdot \frac{(-2x)}{\sqrt{100-x^2}} - 2 = \frac{-4x}{\sqrt{100-x^2}} - 2 < 0 \rightarrow \max$$

שלה ה' - נשיב על המתבקש

על מנת שהיקף המלבן ABCD יהיה מקסימלי, ערכו של x צריך להיות $x = \sqrt{80}$
כלומר, על מנת שהיקף המלבן ABCD יהיה מקסימלי, ערכו של BC צריך להיות:

$$BC = 2x = \boxed{2\sqrt{80} = 17.9}$$

תשובה סופית סעיף ב'