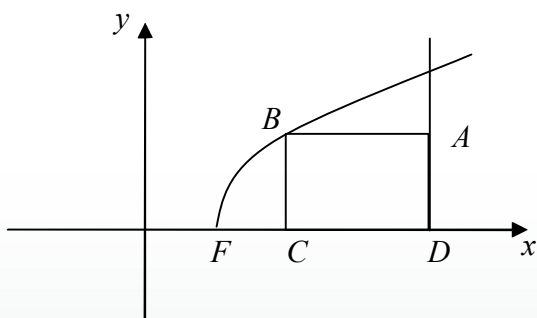


שאלה 8 מתוך בגרות קיץ 2015 מועד ב' (בגרות במתמטיקה 4 יחידות)



הקודקוד B של המלבן ABCD נמצא על

גרף הפונקציה $f(x) = \sqrt{2x-4}$.

הצלע AD מונחת על הישר $x=10$

והצלע DC מונחת על ציר ה-x

(ראה ציור).

א. מה צריכים להיות שיעורי הנקודה B

כדי ששטח המלבן יהיה מקסימלי?

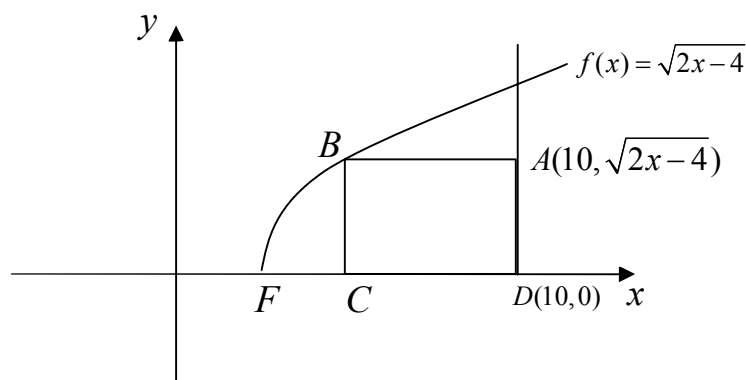
ב. גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה-x בנקודה F (ראה ציור).

מצא את שטח המשולש BFC כאשר שטח המלבן ABCD הוא מקסימלי.

הערה: תוכל להשאיר שורש בתשובותיך.

פתרון: א. $(2.31, 4.667)$ ב. 3.08 יח"ר

פתרון מלא:



נתון כי הישר AD נמצא על הישר $x=10$ והישר CD נמצא על ציר ה-x ולכן:

$$D(10,0)$$

נתון כי הנקודה B נמצאת על הפונקציה $f(x) = \sqrt{2x-4}$, ולכן:

$$B(x, \sqrt{2x-4})$$

הישר AB מקביל לציר ה-x (מלבן ABCD) ולכן:

$$y_A = y_B = \sqrt{2x-4} \rightarrow A(10, \sqrt{2x-4})$$

סעיף א'

שלב א' – נסמן x ו-y

שיעור ה-x של נקודה B $x =$

שטח מלבן ABCD $y =$

שלב ב' – $y(x)$

נמצא את שטח משולש ABO:

$$y = \text{שטח מלבן } ABCD \cdot AB \cdot AD = (10-x)\sqrt{2x-4} =$$

נמצא את אורך AD:

$$A(10, \sqrt{2x-4})$$

$$D(10, 0)$$

$$AD = y_A - y_D = \sqrt{2x-4} - 0 = \boxed{\sqrt{2x-4}}$$

נמצא את אורך AB:

$$B(x, \sqrt{2x-4}) \quad A(10, \sqrt{2x-4})$$

$$AB = x_A - x_B = \boxed{10-x}$$

שלב ג' – $y'(x)$

$$y = (10-x)\sqrt{2x-4}$$

$$y' = \overbrace{(10-x)' }^{-1} (\sqrt{2x-4}) + (10-x) \overbrace{(\sqrt{2x-4})' }^{\frac{1}{2\sqrt{2x-4}} \cdot 2} = -\sqrt{2x-4} + (10-x) \cdot \frac{1}{\sqrt{2x-4}}$$

$$= -\sqrt{2x-4} + \frac{10-x}{\sqrt{2x-4}} \quad \begin{matrix} \text{x מייצג אורך ולכן} \\ \text{גודל מאפס} \end{matrix} \quad \begin{matrix} \sqrt{2x-4} \\ - \end{matrix} \quad \frac{-(2x-4) + 10 - x}{\sqrt{2x-4}} = \frac{-2x + 4 + 10 - x}{\sqrt{2x-4}}$$

$$= \frac{-3x+14}{\sqrt{2x-4}} = 0 \quad / \cdot \sqrt{2x-4}$$

$$-3x+14=0 \rightarrow 3x=14 \rightarrow \boxed{x=4.667}$$

שלב ד' – $y''(x)$

$$y'' = \frac{-3x+14}{\sqrt{2x-4}}$$

$$y''(4.667) = -3 < 0 \rightarrow \text{max}$$

שלה ה' – נשיב על המתבקש

על מנת ששטח המלבן ABCD יהיה מקסימלי, שיעור ה-x של נקודה B צריך להיות 4.667.

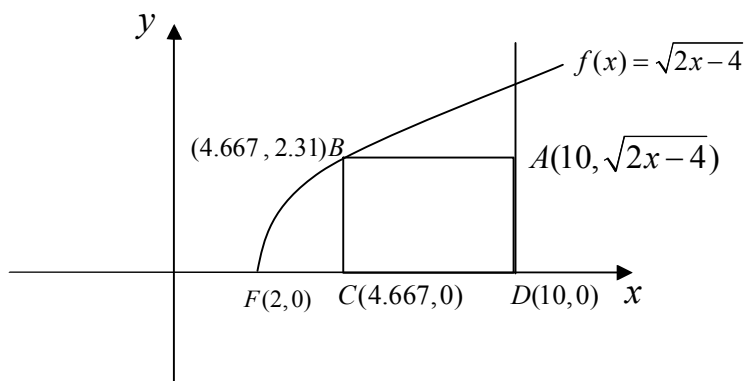
נציב את $x=4.667$ ב- $f(x) = \sqrt{2x-4}$ ונקבל:

$$f(4.667) = \sqrt{2 \cdot 4.667 - 4} = \boxed{2.31}$$

ולכן: $\boxed{B(4.667, 2.31)}$

תשובה סופית סעיף א'

סעיף ב'



נמצא את נקודה C:

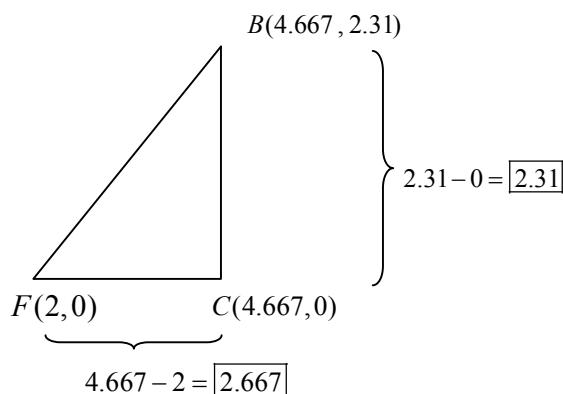
הישר BC מאונך לציר ה-x ולכן:

$$x_C = x_B = 4.667 \rightarrow \boxed{C(4.667, 0)}$$

נמצא את נקודה F (נקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה-x):

$$0 = \sqrt{2x-4} \xrightarrow{(\quad)^2} 2x-4=0 \rightarrow 2x=4 \xrightarrow{:2} x=2 \rightarrow \boxed{F(2,0)}$$

נמצא את שטח המשולש BFC:



$$S_{\Delta} = \frac{2.31 \cdot 2.667}{2} = \boxed{3.09} \text{ יח"ר}$$

תשובה סופית סעיף ב'