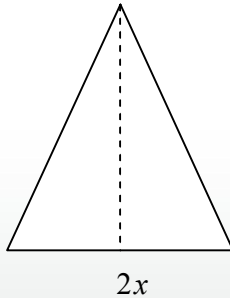


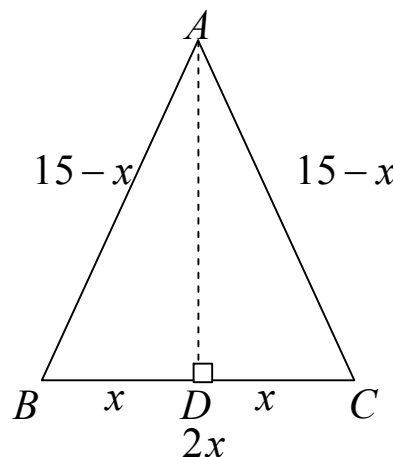
**שאלה 8 מתוך קיץ 2014 מועד ג' (בגרות במתמטיקה 4 יחידות)**



- נתון משולש שווה שוקיים שהיקפו 30 ס"מ.  
 א. סמן ב-  $2x$  את בסיס המשולש, והבע באמצעות  $x$  את גובה המשולש לבסיס.  
 ב. מה צריך להיות  $x$  כדי ששטח המשולש יהיה מקסימלי?  
 ג. הראה כי המשולש שיש לו שטח מקסימלי הוא משולש שווה צלעות.

**פתרון:** א.  $y(x) = \sqrt{225 - 30x}$  ב.  $x = 5$  ג. הוכחה

**פתרון מלא:**



**סעיף א'**

נתון כי היקף משולש שווה- השוקיים הוא 30 ס"מ, כלומר:

$$AB + BC + AC = 30 \xrightarrow{AB=AC} 2 \cdot AB + 2x = 30 \rightarrow AB = \frac{30 - 2x}{2} = \boxed{15 - x}$$

$$\rightarrow \boxed{AC = 15 - x}$$

גובה במשולש שווה שוקיים הוא גם תיכון לבסיס, כלומר:

$$BD = CD = \frac{BC}{2} = \frac{2x}{2} = x$$

נשתמש במשפט פיתגורס במשולש ADC, ונמצא את גובה המשולש AD

$$AC^2 = AD^2 + CD^2 \rightarrow (15 - x)^2 = AD^2 + x^2 \rightarrow 225 - 30x + \cancel{x^2} = AD^2 + \cancel{x^2}$$

$$\rightarrow 225 - 30x = AD^2 \rightarrow \boxed{AD = \sqrt{225 - 30x}}$$

**תשובה סופית סעיף א'**

## סעיף ב'

זוהי בעיית קיצון:

שלב א': נסמן  $x$  ו-  $y$

$$x = BD = DC$$

$$y = S_{\triangle ABC}$$

שלב ב': נמצא את  $y(x)$

$$y = S_{\triangle ABC} = \frac{BC \cdot AD}{2} = \frac{2x \cdot \sqrt{225 - 30x}}{2} = \boxed{x \cdot \sqrt{225 - 30x}}$$

שלב ג':  $y'(x)=0$

$$y = x \cdot \sqrt{225 - 30x}$$

$$y' = (x)' \cdot (\sqrt{225 - 30x}) + (x) \cdot (\sqrt{225 - 30x})' = \sqrt{225 - 30x} + (x) \cdot \frac{-30}{2\sqrt{225 - 30x}}$$

$$= \sqrt{225 - 30x} + \frac{-15x}{\sqrt{225 - 30x}} = \frac{225 - 30x - 15x}{\sqrt{225 - 30x}} = \boxed{\frac{225 - 45x}{\sqrt{225 - 30x}}} = 0 \quad / \cdot \sqrt{225 - 30x}$$

$$225 - 45x = 0 \rightarrow 45x = 225 \rightarrow \boxed{x = 5}$$

שלב ד':  $y''(x)=0$

$$y' = \frac{225 - 45x}{\sqrt{225 - 30x}}$$

$$\text{מונה } y'' = -45 < 0 \rightarrow \max$$

שלב ה': נשיב על המתבקש

על מנת ששטח המשולש ABC יהיה מקסימלי, ערכו של  $x$  צריך להיות:  $\boxed{x = 5}$

תשובה סופית סעיף ב'



**סעיף ג'**

נציב את  $x=5$  ונמצא את אורכי הצלעות

$$AB = AC = 15 - x = 15 - 5 = 10$$

$$BC = 2x = 2 \cdot 5 = 10$$

כלומר, במשולש ABC כל הצלעות שוות ל-10, ולכן זהו משולש שווה צלעות

**מ.ש.ל סעיף ג'**

Melumad