

שאלה 1 מתוך בגרות קיץ 2014 מועד ג' (בגרות במתמטיקה 4 יחידות)

נתונה סדרה חשבונית שיש בה n איברים.

נתון: $d = 6, a_1 = -74$.

האיבר האחרון בסדרה קטן ב- 190 מסכום כל האיברים שלפניו.

א. מצא כמה איברים יש בסדרה.

ב. מצא כמה איברים חיוביים יש בסדרה.

פתרון: א. 30 איברים ב. 17 איברים

פתרון מלא:

סעיף א'

נסדר את הנתונים, ונמצא את האיבר האחרון (האיבר ה- n):

$$\begin{cases} a_1 = -74 \\ d = 6 \\ n = n \\ a_n = ? \end{cases}$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d \rightarrow a_n = -74 + (n-1) \cdot 6 \rightarrow a_n = -74 + 6n - 6 \rightarrow \boxed{a_n = 6n - 80}$$

נמצא את סכום האיברים שלפני האיבר האחרון (סכום $n-1$ איברים ראשונים):

$$\begin{cases} a_1 = -74 \\ d = 6 \\ n = n-1 \\ S_{n-1} = ? \end{cases}$$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d] \rightarrow S_{n-1} = \frac{n-1}{2} [-148 + (n-1-1)6] \rightarrow S_{n-1} = \frac{n-1}{2} [-148 + (n-2)6]$$

$$S_{n-1} = \frac{n-1}{2} [-148 + 6n - 12] \rightarrow \boxed{S_{n-1} = \frac{(n-1)(6n-160)}{2}}$$

נתון כי "האיבר האחרון בסדרה קטן ב- 190 מסכום כל האיברים שלפניו", כלומר:

$$6n - 80 + 190 = \frac{(n-1)(6n-160)}{2} \rightarrow 6n + 110 = \frac{6n^2 - 160n - 6n + 160}{2}$$

$$\boxed{n_1 = 30}$$

$$\rightarrow 12n + 220 = 6n^2 - 166n + 160 \rightarrow 6n^2 - 178n - 60 = 0 \rightarrow n_{1,2} = \frac{178 \pm 182}{12}$$

$$n_2 = -\frac{1}{3}$$

n צריך להיות שלם וחיובי

כלומר, בסדרה יש 30 איברים.
תשובה סופית סעיף א'

סעיף ב'

נמצא את מספר האיברים השליליים בסדרה:

$$\begin{cases} a_1 = -74 \\ d = 6 \\ a_n < 0 \\ n = ? \end{cases}$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d \rightarrow -74 + (n-1)6 < 0 \rightarrow -74 + 6n - 6 < 0 \rightarrow 6n < 80 \rightarrow n < 13.33$$

ח צריך להיות מספר שלם, כלומר $n = 13$.
כלומר, בסדרה ישנם 13 איברים שליליים.

מצאנו כי בסדרה ישנם 30 איברים, ולכן מספר האיברים החיוביים הוא:

$$30 - 13 = 17$$

תשובה סופית סעיף ב'