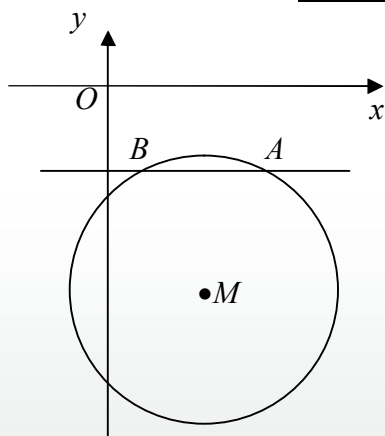


שאלה 2 מתוך בגרות קיץ 2014 מועד ב' (בגרות במתמטיקה 4 יחידות)



הישר $y = -3$ חותך מעגל בנקודות A ו-B (ראה ציור).

הנקודה A נמצאת גם על הישר $y = -\frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$.

א. מצא את השיעורים של הנקודה A.

ב. נתון כי מרכז המעגל הוא $M(3, -6)$.

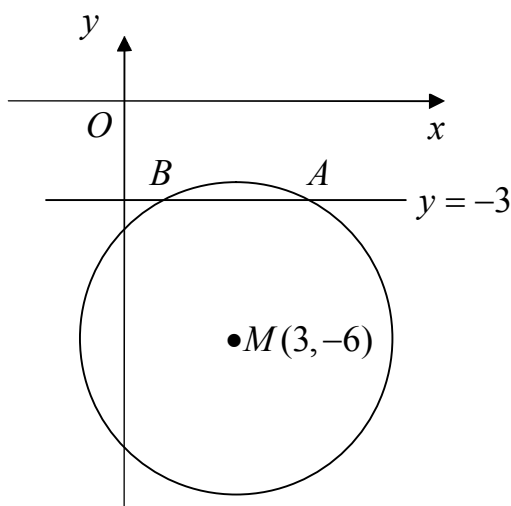
מצא את משוואת המעגל.

ג. מצא את שטח המרובע OAMB.

(O ראשית הצירים)

פתרון: א. $(5, -3)$ ב. $(x-3)^2 + (y+6)^2 = 13$ ג. 12 יח"ר

פתרון מלא:



סעיף א'

נמצא את נקודה A (נקודת החיתוך של הישר $y = -\frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$ והישר $y = -3$)

$$\begin{cases} y = -\frac{2}{3}x + \frac{1}{3} \\ y = -3 \end{cases} \rightarrow -\frac{2}{3}x + \frac{1}{3} = -3 \xrightarrow{\cdot 3} -2x + 1 = -9 \rightarrow -2x = -10 \xrightarrow{:(-2)} \boxed{x = 5}$$

ולכן:

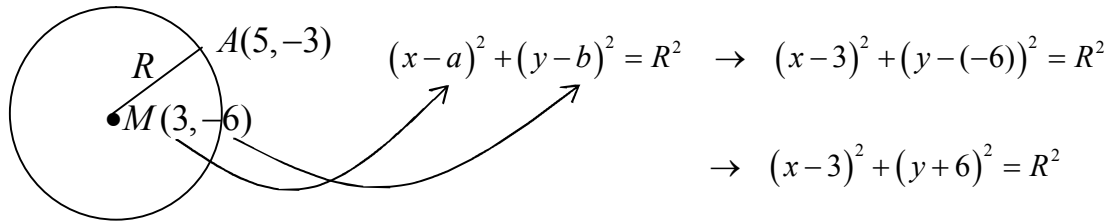
$$\boxed{A(5, -3)}$$

תשובה סופית סעיף א'



סעיף ב'

נמצא את משוואת המעגל



נמצא את רדיוס המעגל (על פי נוסחה למרחק בין 2 נקודות)

$$R = d_{AM} = \sqrt{(x_A - x_M)^2 + (y_A - y_M)^2} = \sqrt{(5-3)^2 + (-3-(-6))^2} = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{4+9} = \sqrt{13}$$

נציב את $R = \sqrt{13}$ ב- $(x-3)^2 + (y+6)^2 = R^2$

$$R = \sqrt{13}: (x-3)^2 + (y+6)^2 = (\sqrt{13})^2 \rightarrow (x-3)^2 + (y+6)^2 = 13$$

תשובה סופית סעיף ב'

סעיף ג'

נמצא את נקודה B (נקודת החיתוך של המעגל עם הישר $y = -3$)

$$\begin{cases} (x-3)^2 + (y+6)^2 = 13 \\ y = -3 \end{cases}$$

נציב את $y = -3$ ב- $(x-3)^2 + (y+6)^2 = 13$

$$y = -3: (x-3)^2 + \underset{-3}{(y+6)^2} = 13 \rightarrow (x-3)^2 + (-3+6)^2 = 13 \rightarrow (x-3)^2 + 3^2 = 13$$

$$\rightarrow (x-3)^2 - 4 = 0 \rightarrow x^2 - 6x + 9 - 4 = 0 \rightarrow x^2 - 6x + 5 = 0 \rightarrow x_{1,2} = \frac{6 \pm 4}{2} \begin{matrix} \nearrow \\ \searrow \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} x_1 = 5 \\ x_2 = 1 \end{matrix}$$

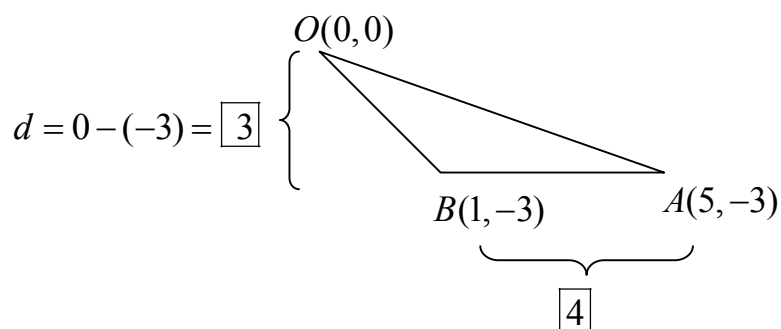
אנו מחפש את הנקודה השמאלית B ולכן $x_B = 1$. ולכן:

$B(1, -3)$

נחשב את שטח המרובע OAMB

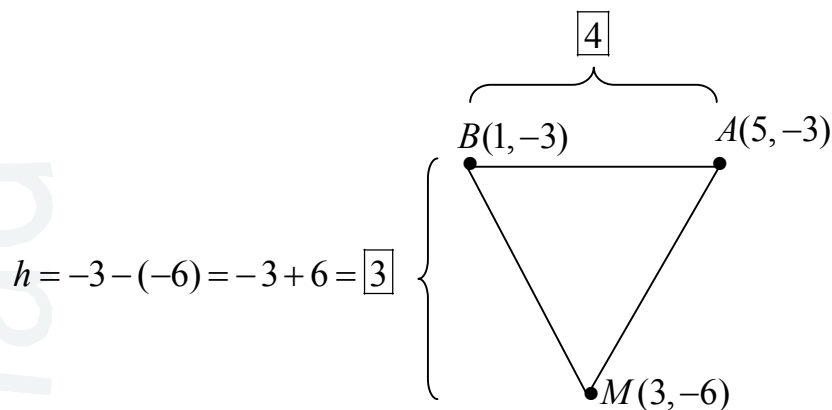
נחלק את השטח OAMB לשני חלקים – שטח משולש AOB ושטח משולש AMB:

נחשב את שטח משולש AOB:



$$S_{\triangle AOB} = \frac{3 \cdot 4}{2} = 6$$

נחשב את שטח משולש AMB:



$$S_{\triangle AMB} = \frac{4 \cdot 3}{2} = 6$$

ולכן שטח מרובע OAMB הוא:

$$S_{AOMB} = S_{\triangle AOB} + S_{\triangle AMB} = 6 + 6 = 12$$

תשובה סופית סעיף ג'