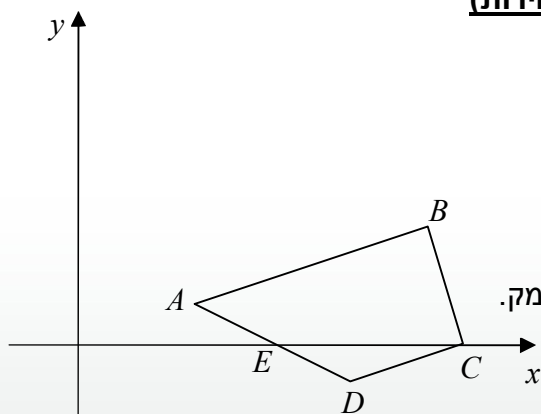


שאלה 2 מתוך בגרות חורף 2015 (בגרות במתמטיקה 4 יחידות)



במרובע ABCD, הקודקוד C נמצא על ציר ה-x (ראה ציור).

נתון: $A(4,1)$, $B(10,3)$,

$DC \parallel AB$, $\angle BCD = 90^\circ$.

א. מצא את השיעורים של הקודקוד C.

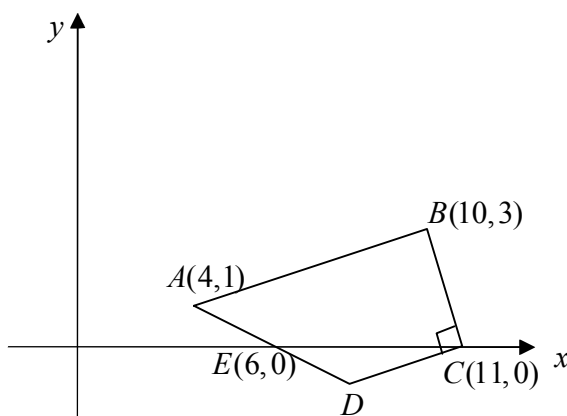
הישר AD עובר דרך הנקודה $E(6,0)$.

ב. האם הנקודה E היא אמצע הצלע AD? נמק.

ג. האם EC הוא קוטר המעגל החוסם את המשולש EDC? נמק.

פתרון: א. $C(11,0)$ ב. כן ג. לא

פתרון מלא



סעיף א'

נמצא את שיפוע AB (על פי 2 נקודות):

$$m_{AB} = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{1-3}{4-10} = \frac{-2}{-6} = \frac{1}{3}$$

נתון כי $AB \parallel CD$, כלומר:

$$m_{CD} = m_{AD} = \frac{1}{3}$$

נתון כי $\angle BCD = 90^\circ$, כלומר DC מאונך ל-BC, ולכן:

$$m_{BC} = -\frac{1}{\frac{1}{3}} = -3$$

נמצא את משוואת הישר BC (על פי שיפוע + נקודה)

$$m_{BC} = -3$$

$$B(10,3)$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y - 3 = -3(x - 10) \rightarrow y = -3x + 33$$

נמצא את נקודה C (נקודת החיתוך של הישר $y = -3x + 33$ עם ציר ה-x)

$$y = 0: 0 = -3x + 33 \rightarrow 3x = 33 \rightarrow x = 11 \rightarrow \boxed{C(11,0)}$$

תשובה סופית סעיף א'

סעיף ב'

מציאת משוואת ישר AE (שהוא גם הישר AD)

1. מציאת שיפוע (על פי 2 נקודות)

$$m_{AE} = \frac{y_A - y_E}{x_A - x_E} = \frac{1-0}{4-6} = \boxed{-\frac{1}{2}}$$

2. נקודה (x,y) :

$$A(4,1)$$

3. משוואת משיק

$$m_{AE} = -\frac{1}{2}$$

$$A(4,1)$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \quad 4 \rightarrow \quad y - 1 = -\frac{1}{2}(x - 4) \rightarrow \boxed{AD: y = -\frac{1}{2}x + 3}$$

מציאת משוואת ישר CD

1. מציאת שיפוע (על פי 2 נקודות)

$$m_{CD} = \frac{1}{3}$$

2. נקודה (x,y) :

$$C(11,0)$$

3. משוואת משיק

$$m_{CD} = \frac{1}{3}$$

$$C(11,0)$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y = \frac{1}{3}(x - 11) \rightarrow \boxed{CD: y = \frac{1}{3}x - \frac{11}{3}}$$

נמצא את נקודה D (נקודת החיתוך של CD עם AD)

$$\begin{cases} y = \frac{1}{3}x - \frac{11}{3} \\ y = -\frac{1}{2}x + 3 \end{cases} \rightarrow \frac{1}{3}x - \frac{11}{3} = -\frac{1}{2}x + 3 \rightarrow \frac{5}{6}x = 6\frac{2}{3} \rightarrow \boxed{x = 8}$$

$$\underline{\text{נציב את } x=8 \text{ ב-} y = -\frac{1}{2}x + 3}$$

$$x=8: \quad y = -\frac{1}{2} \cdot 8 + 3 = -1 \rightarrow \boxed{D(8, -1)}$$

על מנת שנקודה E תהיה אמצע AD, צריך להתקיים:

$$\begin{cases} x_E = \frac{x_A + x_D}{2} \\ y_E = \frac{y_A + y_D}{2} \end{cases}$$

נציב את הנקודות, ונראה אם מתקיים:

$$\begin{cases} x_E = \frac{x_A + x_D}{2} \\ y_E = \frac{y_A + y_D}{2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 6 = \frac{4+8}{2} \\ 0 = \frac{1-1}{2} \end{cases} \rightarrow \checkmark \text{ מתקיים}$$

כלומר, נקודה E היא אמצע AD.
תשובה סופית סעיף ב'

סעיף ג'

על מנת ש- EC יהיה קוטר במעגל החוסם את EDC, הזווית D צריכה להיות בת 90 מעלות.

הוכחנו בסעיף קודם כי:

$$m_{AE} = -\frac{1}{2}$$

$$m_{BC} = -3$$

כלומר, הישרים AB ו- BC אינם מקבילים זה לזה, ולכן:

$$\sphericalangle D \neq \sphericalangle C$$

(הישרים אינם מקבילים, ולכן הזוויות הזוויות אינן שוות), זווית D אינה בת 90 מעלות, ולכן EC אינו קוטר במעגל החוסם.

תשובה סופית סעיף ג'