

סיכום חומר הבחינה

סדרה חשבונית

סדרה שאיבריה מקיימים: גודל קבוע (d) $a_{n+1} - a_n = (d)$ לכל n בסדרה.

הגדרה לפי נוסחת נסיגה:

סדרה המקיימת: $a_1 = k, a_{n+1} = a_n + d$

כאשר k ו- d קבועים, הנה סדרה חשבונית.

נוסחת האיבר הכללי של הסדרה: $a_n = a_1 + (n-1)d$

כאשר $d > 0$ הסדרה עולה, כאשר $d < 0$ הסדרה יורדת וכאשר $d = 0$ הסדרה קבועה.

נוסחה למציאת הסכום של n האיברים הראשונים בסדרה:

$$1) S_n = \frac{n[2a_1 + (n-1)d]}{2} \quad 2) S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$$

כיצד מוכיחים שסדרה היא סדרה חשבונית?

צריך להראות כי ההפרש $a_{n+1} - a_n$ הנו גודל קבוע, שלא תלוי ב- n .

לדוגמא: נתון: $a_n = 7n - 5$ צ"ל: הסדרה היא סדרה חשבונית.

הוכחה: $a_{n+1} - a_n = [7(n+1) - 5] - [7n - 5] = 7n + 7 - 5 - 7n + 5 = 7$

התקבל הפרש קבוע, לא תלוי ב- n , ולכן הסדרה היא סדרה חשבונית שהפרשה $d = 7$

מציאת נוסחת האיבר הכללי של הסדרה (a_n) על פי נוסחת הסכום (S_n):

$$(n \geq 2) \quad a_n = S_n - S_{n-1}$$

לדוגמא: נתון: $S_n = 3n^2 - 4n$; צריך למצוא את נוסחת האיבר הכללי של הסדרה

$$פתרון: a_n = S_n - S_{n-1} = [3n^2 - 4n] - [3(n-1)^2 - 4(n-1)] =$$

$$3n^2 - 4n - (3n^2 - 6n + 3 - 4n + 4) = 3n^2 - 4n - 3n^2 + 6n - 3 + 4n - 4 = 6n - 7$$

תשובה: $a_n = 6n - 7$

התנאי לכך ששלושה מספרים יהיו סדרה חשבונית

נתונים המספרים: x, y, z המהווים סדרה חשבונית.

אזי מתקיים: $z - y = y - x$

אלגברה של מעריכים ולוגריתמים

חוקי החזקה

$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$	$(a \neq 0) \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$	$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$
$a^0 = 1 \quad (a \neq 0)$	$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad (a \neq 0)$	$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$
$(b \neq 0) \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$	$(a \geq 0) \sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$	$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$ n טבעי, a ≥ 0
$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$ m שלם, n טבעי		

פתרון משוואות מעריכיות

1. כאשר יש רק שני איברים במשוואה, יש להגיע לאותו בסיס בשני האגפים ולהשוות את המעריכים.
2. כאשר יש יותר משני איברים, יש להגיע להצבה מהצורה: $a^x = t$.

הגדרת הלוגריתם

$$x > 0, 1 \neq a > 0, \log_a x = y \Leftrightarrow a^y = x$$

$$\log x = \log_{10} x, \quad \ln x = \log_e x \quad \text{סימון:}$$

חוקי הלוגריתמים

$\log_a x + \log_a y = \log_a (x \cdot y)$	$\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$
$\log_a x - \log_a y = \log_a \left(\frac{x}{y}\right)$	$\log_a a = 1$
$\log_a x^n = n \cdot \log_a x$	$\log_a a^n = n$

פתרון משוואות לוגריתמיות

1. משוואות פשוטות מהצורה: $\log_a x = b$
מקבלים: $x = a^b$
2. משוואות פשוטות מהצורה: $\ln x = b$
מקבלים: $x = e^b$
3. משוואות מהצורה $\ln^2 x - 3 \ln x - 4 = 0$
מציבים $\ln x = t$ ומקבלים משוואה ריבועית

חוקי נגזרת :

e^x	e^x	
a^x	$a^x \ln a$	$(2^x)' = 2^x \cdot \ln 2$
$e^{f(x)}$	$e^{f(x)} \cdot f'(x)$	$(e^{x^2 - 3x})' = e^{x^2 - 3x} (2x - 3)$
$a^{f(x)}$	$a^{f(x)} \cdot f'(x) \cdot \ln a$	$(3^{4-x})' = 3^{4-x} \cdot (-1) \cdot \ln 3$
1	1	

חוקי אינטגרל :

$\int e^x dx$	$e^x + c$	
$\int a^x dx$	$\frac{a^x}{\ln a} + c$	
$\int e^{ax+b} dx$	$\frac{e^{ax+b}}{a} + c$	$\int e^{2x+4} dx = \frac{e^{2x+4}}{2} + c$