

שאלה 4 מתוך קיץ 2019 מועד א' (שאלון 805 בגרות במתמטיקה 4 יחידות)

נתונה הפונקציה $f(x) = -3e^x(2e^x - 4)$.

- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
- מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.
- סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- נתונה הפונקציה $g(x) = -\frac{1}{2}f(x)$.

(1) כתוב מה הם שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבע את סוגה.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

פתרון: א. כל x ב. $(0, 6)$, $(\ln 2, 0)$ ג. $\max(0, 6)$ ד. סקיצה ה. $\min(0, -3)$ ה(2). סקיצה

פתרון מלא:

סעיף א'

מציאת תחום הגדרה של הפונקציה $f(x)$:

$$f(x) = -3e^x(2e^x - 4) \rightarrow \boxed{\text{לכל } x} \quad \text{תשובה סופית סעיף א'}$$

סעיף ב'

מציאת נקודות חיתוך עם הצירים:

מציאת נקודות חיתוך עם ציר ה- x (נציב $f(x)=0$)

$$\begin{aligned} \underline{f(x)=0}: \quad 0 &= -3e^x(2e^x - 4) \\ &\swarrow \quad \searrow \\ -3e^x &= 0 / : (-3) \quad 2e^x - 4 = 0 \\ \cancel{e^x} &= 0 \quad 2e^x = 4 / : 2 \\ &\text{לא יתכן} \quad e^x = 2 \\ &\text{ביטוי מעריכי} \quad x = \ln 2 \\ &\text{תמיד חיובי} \quad \boxed{(\ln 2, 0)} \end{aligned}$$

מציאת נקודות חיתוך עם ציר ה- y (נציב $x=0$)

$$\underline{x=0}: \quad f(x) = -3e^0(2e^0 - 4) = -3(2 - 4) = 6 \rightarrow \boxed{(0, 6)} \quad \text{תשובה סופית סעיף ב'}$$

סעיף ג'

מציאת נקודות קיצון

שלב 1- נגזר ונשווה את הנגזרת לאפס

$$f(x) = -3e^x(2e^x - 4)$$

$$f'(x) = \underbrace{(-3e^x)'}_{-3e^x} \cdot (2e^x - 4) + \underbrace{(-3e^x)(2e^x - 4)'}_{2e^x} = -3e^x(2e^x - 4) - 3e^x \cdot 2e^x$$

$$= -6(e^x)^2 + 12e^x - 6(e^x)^2 = \boxed{-12(e^x)^2 + 12e^x = 0} \quad \text{נשווה לאפס}$$

$$\rightarrow -12(e^x)^2 + 12e^x = 0 \rightarrow 12e^x(-e^x + 1) = 0$$

$$\begin{array}{l} \swarrow \quad \searrow \\ \cancel{12e^x} = 0 \quad -e^x + 1 = 0 \\ \text{לא יתכן} \quad e^x = 1 \\ \text{ביטוי מעריכי} \quad x = \ln 1 \\ \text{תמיד חיובי} \quad \boxed{x = 0} \end{array}$$

שלב ב' – טבלה

נציב בטבלה את נקודת ההתאפסות של הנגזרת ($x = 0$)

	$x = -1$		$x = 1$
	↓		↓
		$x = 0$	
$f'(x)$	(+)		(-)
$f(x)$	↗	max	↘

נציב בנגזרת ערכי x מהתחומים השונים בטבלה, ונבדוק את הסימן שמתקבל:

$$f'(x) = -12(e^x)^2 + 12e^x$$

$$f'(-1) = -12(e^{-1})^2 + 12e^{-1} = 2.79 > 0$$

$$f'(1) = -12(e^1)^2 + 12e^1 = -56.05 < 0$$

$$\downarrow$$

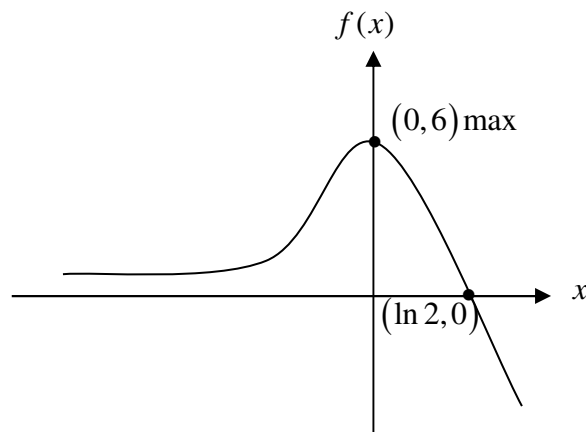
$$\boxed{x_{\max} = 0}$$

שלב ג' – נציב בפונקציה המקורית

$$x_{\max} = 0: f(0) = -3e^0(2e^0 - 4) = -3(2 - 4) = 6 \rightarrow \boxed{(0, 6) \max}$$

תשובה סופית סעיף ג'

סעיף ד'



תשובה סופית סעיף ד'

סעיף ה'(1)

מציאת נקודות קיצון

שלב 1 - נגזור ונשווה את הנגזרת לאפס

$$g(x) = -\frac{1}{2} f(x)$$

$$g(x) = -\frac{1}{2} f'(x) = -\frac{1}{2} (-12(e^x)^2 + 12e^x) = \boxed{6(e^x)^2 - 6e^x = 0} \quad \text{נשווה לאפס}$$

$$\rightarrow 6(e^x)^2 - 6e^x = 0 \rightarrow 6e^x(e^x - 1) = 0$$

$$\begin{array}{cc} \swarrow & \searrow \\ \cancel{6e^x} = 0 & e^x - 1 = 0 \\ \text{לא יתכן} & e^x = 1 \\ \text{ביטוי מעריכי} & x = \ln 1 \\ & \boxed{x = 0} \end{array}$$

שלב ב' - טבלה

נציב בטבלה את נקודת ההתאפסות של הנגזרת ($x = 0$)

	$x = -1$		$x = 1$
	↓		↓
		$x = 0$	
$g'(x)$	(-)		(+)
$g(x)$	↘	min	↗

נציב בנגזרת ערכי x מהתחומים השונים בטבלה, ונבדוק את הסימן שמתקבל:

$$g'(x) = 6(e^x)^2 - 6e^x$$

$$g'(-1) = 6(e^{-1})^2 - 6e^{-1} = -1.395 < 0$$

$$g'(1) = 6(e^1)^2 - 6e^1 = 28.02 > 0$$



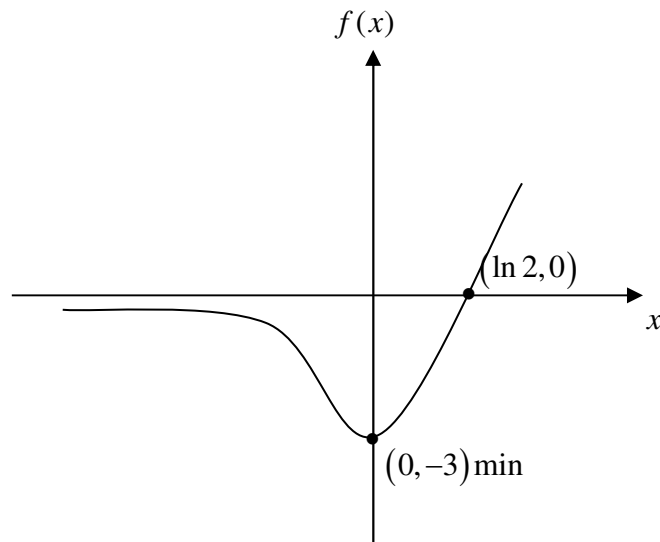
$$x_{\min} = 0$$

שלב ג' – נציב בפונקציה המקורית

$$x_{\min} = 0: g(0) = -\frac{1}{2} f(0) = -\frac{1}{2} \cdot 6 = -3 \rightarrow \boxed{(0, -3) \min}$$

תשובה סופית סעיף ה'(1)

סעיף ה'(2)



תשובה סופית סעיף ה'(2)