

שאלה 4 מתוך חורף 2019 (שאלון 805 בגרות במתמטיקה 4 יחידות)

נתונה הפונקציה $f(x) = (x+2)e^{x+3}$.

- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- מצא את התחום שבו הפונקציה $f(x)$ חיובית.
- מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.
- סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) + a$. a הוא פרמטר. נתון כי גרף הפונקציה $g(x)$ משיק לישר $y = \frac{1}{2}$.
ה. מצא את a . נמק.

פתרון: א. כל x ב. $x > -2$ ג. $\min(-3, -1)$ ד. סקיצה ה. 1.5

פתרון מלא:

סעיף א'

מציאת תחום הגדרה של הפונקציה $f(x)$:

לכל $x \rightarrow f(x) = (x+2)e^{x+3}$
תשובה סופית סעיף א'

סעיף ב'

נמצא את תחום החיוביות של הפונקציה $f(x)$

1. נסדר

$$(x+2)e^{x+3} > 0$$

2. נקודות התאפסות

$$(x+2)e^{x+3} = 0$$

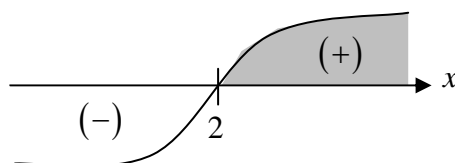
$$\swarrow \quad \searrow$$

$$x+2 = 0 \quad \quad \quad \cancel{e^{x+3} = 0}$$

$$x = -2$$

אין פתרון
ביטוי מעריכי הוא
תמיד חיובי

3. ציור נחש



כלומר הפונקציה $f(x)$ חיובית בתחום $x > -2$

תשובה סופית סעיף ב'

סעיף ג'

מציאת נקודות קיצון

שלב 1- נגזור ונשווה את הנגזרת לאפס

$$f(x) = (x+2)e^{x+3}$$

$$f'(x) = \underbrace{(x+2)'}_{1} \cdot e^{x+3} + (x+2) \underbrace{(e^{x+3})'}_{e^{x+3}} = e^{x+3} + (x+2)e^{x+3} = e^{x+3}(1+x+2)$$

$$= \boxed{e^{x+3}(x+3)=0} \quad \text{נשווה לאפס}$$

$$\rightarrow e^{x+3}(x+3)=0$$

$$\swarrow \quad \searrow$$

$$\cancel{e^{x+3}=0} \quad x+3=0$$

לא יתכן
ביטוי מעריכי
תמיד חיובי

$$\boxed{x=-3}$$

שלב ב' – טבלה

נציב בטבלה את נקודת ההתאפסות של הנגזרת ($x=-3$)

	$x=-4$		$x=0$
	↓		↓
		$x=-3$	
$f'(x)$	(-)		(+)
$f(x)$	↘	min	↗

נציב בנגזרת ערכי x מהתחומים השונים בטבלה, ונבדוק את הסימן שמתקבל:

$$f'(x) = e^{x+3}(x+3)$$

$$f'(-4) = e^{-4+3}(-4+3) = \underbrace{e^{-1}}_{(+)} \cdot \underbrace{(-1)}_{(-)} < 0$$

$$f'(0) = e^{0+3}(0+3) = \underbrace{e^3}_{(+)} \cdot \underbrace{3}_{(+)} > 0$$

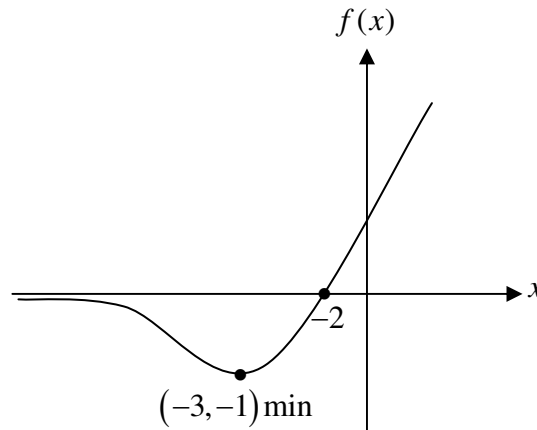
$$\boxed{x_{\min} = -3}$$

שלב ג' – נציב בפונקציה המקורית

$$x_{\min} = -3: f(x) = (-3+2)e^{-3+3} = (-1) \cdot \underbrace{e^0}_1 = -1 \rightarrow \boxed{(-3, -1) \min}$$

תשובה סופית סעיף ג'

סעיף ד'



תשובה סופית סעיף ד'

סעיף ה'

נתון: $g(x) = f(x) + a$, ולכן $g(x)$ היא הזזה אנכית של הפונקציה $f(x)$ ב- a יחידות

נתון כי גרף הפונקציה $g(x)$ משיק לישר $y = \frac{1}{2}$

נוסיף את $g(x)$ לסקיצה:

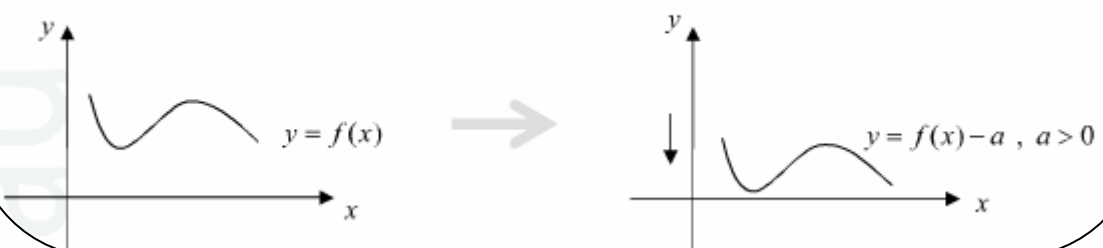
ניעזר בציור ובעיקרון של הזזה אנכית למטה / למעלה

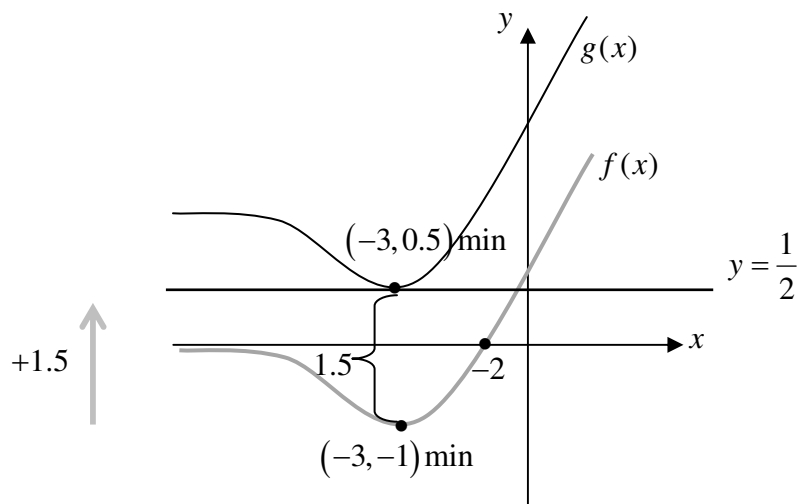
תזכורת:

כלל 1: אם נוסיף לפונקציה קבוע a חיובי אז גרף הפונקציה יעלה ב- a יחידות (שיעורי ה- x לא ישתנו)



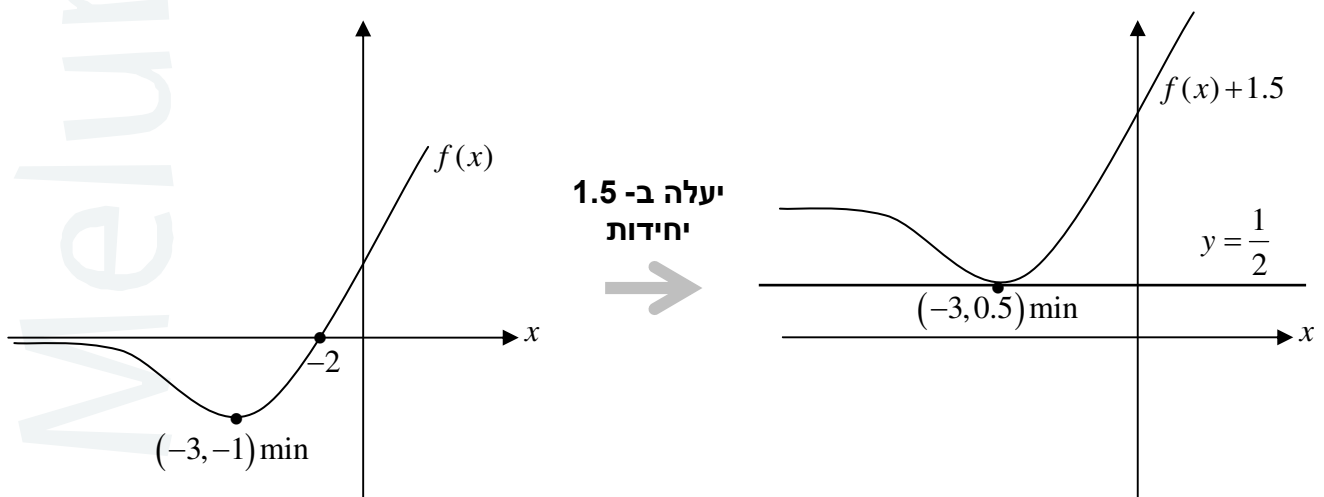
כלל 2: אם נוריד מהפונקציה קבוע a חיובי אז גרף הפונקציה ירד ב- a יחידות (שיעורי ה- x לא ישתנו)





תחילה נשים לב שכדי שתהיה נקודת השקה עם $y = \frac{1}{2}$, $g(x)$ חייבת להיות מעל הפונקציה $f(x)$,
(אם "נזיז" את הפונקציה כלפי מטה אז יהיה חיתוך עם $y = \frac{1}{2}$ אך לא נקודת השקה).
מכאן נוכל להסיק שההזזה היא כלפי מעלה ולכן a חיובי.

נשים לב כי נקודת ההשקה צריכה להיות נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ - $(-3, -1)_{\min}$,
ולכן עלינו "להזיז" את הפונקציה $f(x)$ ב-1.5 יחידות כלפי מעלה על מנת שתהיה נקודת השקה עם
הישר $y = \frac{1}{2}$



ולכן $a = 1.5$

תשובה סופית סעיף ה'