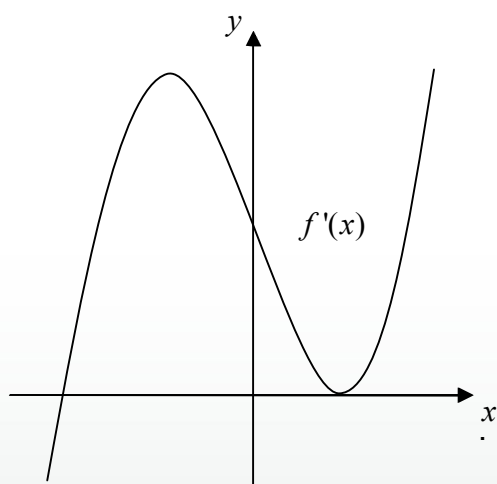


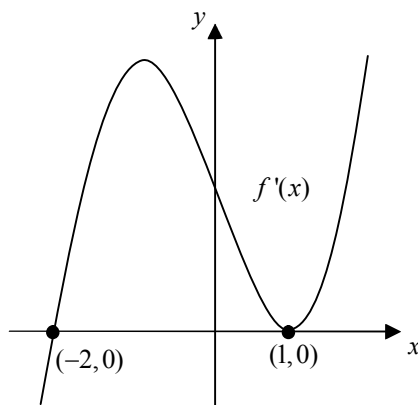
שאלה 7 מתוך בגרות קיץ 2014 (בגרות במתמטיקה 4 יחידות)



- א. $f(x)$ היא פונקציה שמוגדרת לכל x .
בציור שלפניך מוצא הגרף של $f'(x)$.
הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ עובר דרך הנקודות $(-2, 0)$, $(1, 0)$.
- א. (1) על פי הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
(2) מהו שיעור ה- x של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, ומהו סוג הקיצון? נמק.
(3) נתון כי פונקציית הנגזרת היא $f'(x) = 4x^3 - 12x + 8$.
שיעור ה- y של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ הוא -10 .
מצא את הפונקציה $f(x)$.
- ב. מצא את השיעורים של הנקודות שבהן שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ הוא 0 .

פתרון: 1א. עלייה: $x > 1$ או $-2 < x < 1$, ירידה: $x < -2$. 2א. $x = -2$
3א. $f(x) = x^4 - 6x^2 + 8x + 14$. ב. $(-2, -10)$, $(1, 17)$

פתרון מלא:



סעיף א' (1)

על פי הסקיצה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$, נשים לב כי:

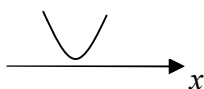
פונקציית הנגזרת $f'(x)$ חיובית בתחום $x > 1$ או $-2 < x < 1$ ולכן:
הפונקציה $f(x)$ עולה בתחום $x > 1$ או $-2 < x < 1$.

פונקציית הנגזרת $f'(x)$ שלילית בתחום $x < -2$, ולכן:
הפונקציה $f(x)$ יורדת בתחום $x < -2$.

תשובה סופית סעיף א' (1)

סעיף א' (2)

נשים לב כי בנקודה $x = -2$ פונקציית הנגזרת $f'(x)$ עוברת משלילית לחיובית, כלומר שיפוע הפונקציה $f(x)$ עובר מירידה לעלייה, ולכן זוהי נקודת קיצון – נקודת מינימום.



תשובה סופית סעיף א' (2)

סעיף א' (3)

מצאנו כי שיעור ה- x של נקודת המינימום של הפונקציה הוא $x = -2$.
נתון כי שיעור ה- y של נקודת המינימום הוא $y = -10$, ולכן נקודת המינימום:

$$(-2, -10)_{\min}$$

נמצא את הפונקציה $f(x)$:

$$f(x) = \int f'(x) dx = \int (4x^3 - 12x + 8) dx = \frac{4x^4}{4} - \frac{12x^2}{2} + 8x + C = x^4 - 6x^2 + 8x + C$$

נציב את נקודת המינימום בפונקציה, ונמצא את C :

$$(-2, -10): \quad \underset{\substack{\uparrow \\ -10}}{y} = \underset{\substack{\uparrow \\ -2}}{x^4} - 6 \underset{\substack{\uparrow \\ -2}}{x^2} + 8 \underset{\substack{\uparrow \\ -2}}{x} + C \rightarrow -10 = (-2)^4 - 6(-2)^2 + 8 \cdot (-2) + C$$

$$\rightarrow -10 = 16 - 24 - 16 + C \rightarrow 14 = C$$

ולכן הפונקציה $f(x)$ היא:

$$f(x) = x^4 - 6x^2 + 8x + 14$$

תשובה סופית סעיף א' (3)

סעיף ב'

שיפוע המשיק לגרף הפונקציה ששיפועו 0, הוא השיפוע שעובר בנקודות שפונקציית הנגזרת שווה ל-0 (שהנגזרת מתאפסת), ולכן:

$$x = -2, x = 1$$

נציב את $x = -2, x = 1$ בפונקציה $f(x)$ ונמצא את שיעורי ה- y :

$$x = -2: \quad y = (-2)^4 - 6 \cdot (-2)^2 + 8 \cdot (-2) + 14 = 16 - 24 - 16 + 14 = -10 \rightarrow (-2, -10)$$

$$x = 1: \quad y = 1 - 6 + 8 + 14 = 17 \rightarrow (1, 17)$$

תשובה סופית סעיף ב'