

**שאלה 6 מתוך קיץ 2015 מועד ב' (בגרות במתמטיקה 4 יחידות)**

- נתונה הפונקציה  $f(x) = 8(2x-1)^3$  המוגדרת לכל  $x$ .
- א. (1) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.  
 (2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאלה).  
 ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .  
 ג. הגרף של הפונקציה  $g(x)$  הוא קו ישר.  
 ישר זה עובר דרך נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.  
 (1) מצא את משוואת הישר.  
 (2) מצא את הערך של  $g(\frac{1}{4})$  ואת הערך של  $f(\frac{1}{4})$ .  
 (3) מצא את השטח ברביע הרביעי, המוגבל על ידי הישר ועל ידי גרף הפונקציה  $f(x)$ .

**פתרון:** א1.  $(0, -8), (0.5, 0)$  א2. עלייה:  $x > 0.5$  או  $x < 0.5$ , ירידה: אין.  
 ב. סקיצה ג1.  $y = 16x - 8$  ג2.  $f(0.25) = -1, g(0.25) = -4$   
 ג3. 1 יח"ר

**פתרון מלא:**

**סעיף א'(1)**

מציאת נקודות חיתוך עם הצירים

מציאת נקודות חיתוך עם ציר  $x$  (נציב  $y=0$ )

$$y=0: \quad 8(2x-1)^3 = 0 \xrightarrow{:8} (2x-1)^3 = 0 \xrightarrow{\sqrt[3]{\phantom{x}}} 2x-1=0 \rightarrow 2x=1$$

$$\xrightarrow{:2} x=0.5 \rightarrow \boxed{(0.5, 0)}$$

חלק מתשובה סופית סעיף א'(1)

מציאת נקודות חיתוך עם ציר  $y$  (נציב  $x=0$ )

$$x=0: \quad y = 8(2 \cdot 0 - 1)^3 = 8(-1)^3 = 8 \cdot (-1) = -8 \rightarrow \boxed{(0, -8)}$$

חלק מתשובה סופית סעיף א'(1)

**סעיף א'(2)**

מציאת תחומי עלייה וירידה

שלב א' – נמצא את  $f'(x)$

$$f(x) = 8(2x-1)^3$$

$$f'(x) = 8 \cdot 3(2x-1)^2 \cdot (2x-1)' = 8 \cdot 3(2x-1)^2 \cdot 2 = \boxed{48(2x-1)^2 = 0} \quad / : 48$$

$$(2x-1)^2 = 0 \xrightarrow{\sqrt{\quad}} 2x-1=0 \rightarrow 2x=1 \rightarrow \boxed{x=0.5}$$

שלב ב' - טבלה

|         |       |     |       |
|---------|-------|-----|-------|
|         | $x=0$ |     | $x=1$ |
|         | ↓     |     | ↓     |
| $x$     |       | 0.5 |       |
| $f'(x)$ | (+)   |     | (+)   |
| $f(x)$  | ↗     |     | ↗     |

$$f'(x) = 48(2x-1)^2$$

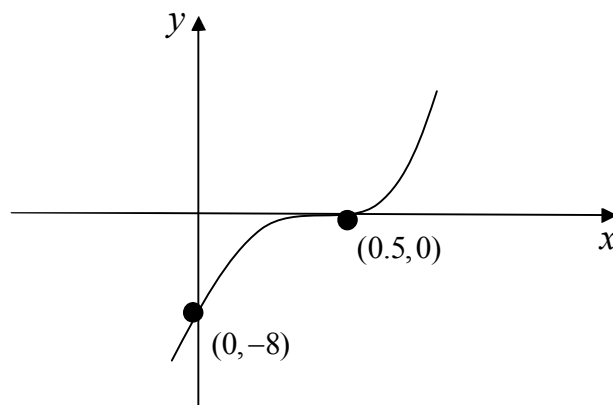
$$f'(0) = 48(0-1)^2 = 48 > 0$$

$$f'(1) = 48(2-1)^2 = 48 > 0$$

כלומר: תחומי עלייה –  $x < 0.5$  או  $x > 0.5$   
תחומי ירידה – אין

תשובה סופית סעיף א'(2)

סעיף ב'

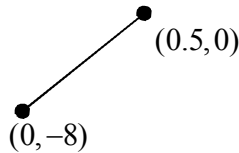


תשובה סופית סעיף ב'

### סעיף ג' (1)

נמצא את משוואת הישר  $g(x)$ :

1. מציאת שיפוע (על פי 2 נקודות)



$$m = \frac{0 - (-8)}{0.5 - 0} = \frac{8}{0.5} = \boxed{16}$$

2. נקודה  $(x, y)$ :

$$\boxed{(0, -8)}$$

3. מציאת משוואת ישר

$$m = 16$$

$$(0, -8)$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y + 8 = 16(x - 0) \rightarrow \boxed{y = 16x - 8}$$

תשובה סופית סעיף ג' (1)

### סעיף ג' (2)

נמצא את הערך של  $g\left(\frac{1}{4}\right)$ :

$$g(x) = 16x - 8$$

$$g\left(\frac{1}{4}\right) = 16 \cdot \frac{1}{4} - 8 = 4 - 8 = \boxed{-4}$$

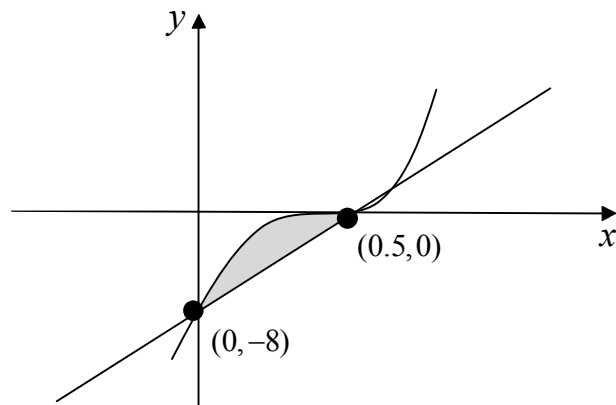
נמצא את הערך של  $f\left(\frac{1}{4}\right)$ :

$$f(x) = 8(2x - 1)^3$$

$$f\left(\frac{1}{4}\right) = 8\left(2 \cdot \frac{1}{4} - 1\right)^3 = 8\left(\frac{1}{2} - 1\right)^3 = 8\left(-\frac{1}{2}\right)^3 = 8\left(-\frac{1}{8}\right) = \boxed{-1}$$

תשובה סופית סעיף ג' (2)

**סעיף ג' (3)**



נמצא את השטח המבוקש (השטח האפור בציר):

$$S = \int_0^{0.5} [8(2x-1)^3 - (16x-8)] dx = \int_0^{0.5} [8(2x-1)^3 - 16x + 8] dx$$

$$= \left[ 8 \cdot \frac{(2x-1)^4}{4 \cdot 2} - 16 \cdot \frac{x^2}{2} + 8x \right]_0^{0.5} = \left[ (2x-1)^4 - 8x^2 + 8x \right]_0^{0.5}$$

$$= \underbrace{\left[ (1-1)^4 - 8 \cdot 0.5^2 + 8 \cdot 0.5 \right]}_{x=0.5} - \underbrace{\left[ (0-1)^4 - 0 + 0 \right]}_{x=0} = 2 - 1 = \boxed{1}$$

תשובה סופית סעיף ד'