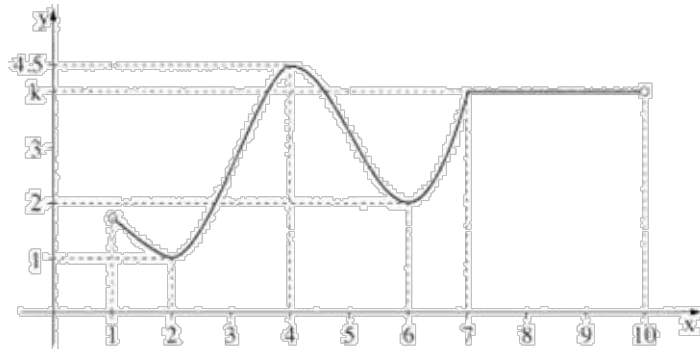


שאלה 8 מתוך קיץ 2015 (בגרות במתמטיקה 4 יחידות)

בציור שלפניך מוצג גרף של הפונקציה $f(x)$ בתחום $1 < x < 10$



הסתמך על הגרף של $f(x)$ ועל הערכים הרשומים על הצירים, וענה על הסעיפים א, ב, ג, ד.
א. מצא עבור אילו ערכים של x השונים מ-7 מתקיים:

(1) $f'(x) < 0$. נמק.

(2) $f'(x) > 0$. נמק.

(3) $f'(x) = 0$. נמק.

ב. נתון: $\int_7^9 k \, dx = 8$, k הוא הפרמטר המסומן על ציר ה- y בציור.

מצא את הערך של הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x=9$.

ג. סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ בתחום $2 \leq x \leq 6$.

ד. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי ציר ה- x , בתחום $2 \leq x \leq 4$ (ערך מספרי).

פתרון: א. $1 < x < 2$ או $4 < x < 6$. ב. $2 < x < 4$ או $6 < x < 7$. ג. סקיצה. ד. 3.5.

פתרון מלא:

סעיף א'(1)

כאשר $f'(x) < 0$, שיפוע הפונקציה הוא שלילי (הפונקציה יורדת), ולכן על פי גרף הפונקציה, נשים לב כי הפונקציה יורדת בתחומים:

$$1 < x < 2 \quad \text{או} \quad 4 < x < 6$$

תשובה סופית סעיף א'(1)

סעיף א' (2)

כאשר $f'(x) > 0$, שיפוע הפונקציה הוא חיובי (הפונקציה עולה), ולכן על פי גרף הפונקציה, נשים לב כי הפונקציה עולה בתחומים:

$$6 < x < 7 \quad \text{או} \quad 2 < x < 4$$

תשובה סופית סעיף א' (2)

סעיף א' (3)

כאשר $f'(x) > 0$, שיפוע הפונקציה הוא חיובי (הפונקציה עולה), ולכן על פי גרף הפונקציה, נשים לב כי הפונקציה עולה בתחומים:

$$6 < x < 7 \quad \text{או} \quad 2 < x < 4$$

תשובה סופית סעיף א' (3)

סעיף ב'

נתון כי $\int_7^9 k \, dx = 8$, כלומר:

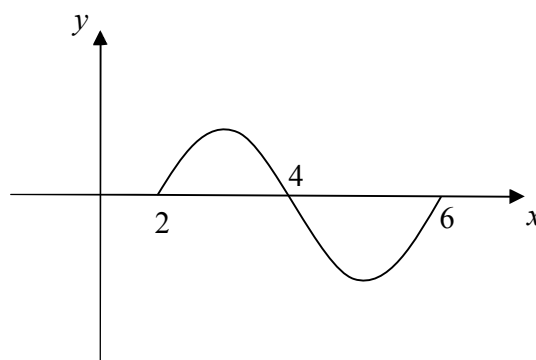
$$\int_7^9 k \, dx = [kx]_7^9 = \underbrace{[9k]}_{x=9} - \underbrace{[7k]}_{x=7} = 9k - 7k = 2k = 8 \rightarrow \boxed{k = 4}$$

ערך הפונקציה בנקודה שבה $x=9$ הוא

$$f(9) = k = \boxed{4}$$

תשובה סופית סעיף ב'

סעיף ג'



נשים לב כי בתחום $2 < x < 4$ הפונקציה עולה, ולכן $f'(x)$ חיובית.

ל- $f(x)$ יש קיצון ב- $x=4$, ולכן $f'(x)$ מתאפסת ב- $x=4$.

בתחום $4 < x < 6$ הפונקציה $f(x)$ יורדת, ולכן $f'(x)$ שלילית.

לפונקציה $f(x)$ יש קיצון ב- $x=6$, ולכן $f'(x)$ מתאפסת ב- $x=6$.

תשובה סופית סעיף ג'

חל איסור חוקי להעתיק, לשכפל, לשדר או לפרסם קובץ זה אלא ברשות מלומד. ללא אישור בכתב מאתר melumad.co.il

סעיף ד'

נמצא את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת בתחום $2 < x < 4$:

$$S = \int_2^4 f'(x) dx = [f(x)]_2^4 = \underbrace{[f(4)]}_{x=4} - \underbrace{[f(2)]}_{x=2} = 4.5 - 1 = \boxed{3.5}$$

תשובה סופית סעיף ד'

Melumad