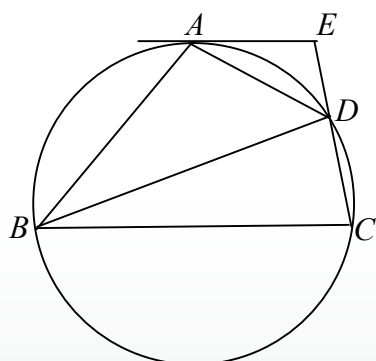


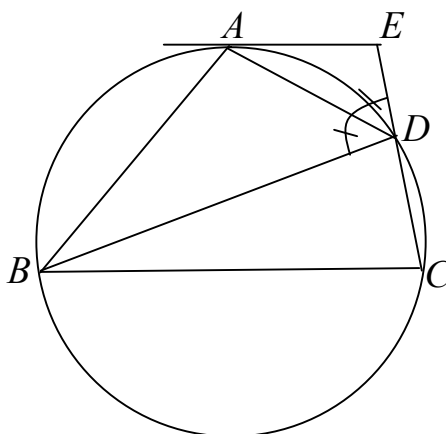
שאלה 4 מתוך בגרות חורף 2015 (בגרות במתמטיקה 4 יחידות)



- המרובע ABCD חסום במעגל.
בנקודה A העבירו משיק למעגל.
המשיק נפגש עם המשך CD בנקודה E (ראה ציור).
נתון: AD חוצה-זווית EDB.
א. הוכח כי $AED \sim BAD$.
נתון גם כי שטח המשולש BAD גדול פי 4 משטח המשולש AED.
ב. חשב פי כמה גדול היקף המשולש BAD מהיקף המשולש AED.
ג. נתון גם כי $AD = a$.
(1) הבע באמצעות a את האורך של BD.
(2) מצא את היחס $\frac{BD}{DE}$

פתרון: א. הוכחה ב. 2 ג. 1. $BD = 2a$ ג. 2. $\frac{BD}{DE} = 4$

פתרון מלא:



סעיף א'

טענה	נימוק
AE משיק למעגל	נתון
↓	
$\sphericalangle EAD = \sphericalangle ABD$	זווית בין משיק ומיתר, שווה לזווית ההיקפית הנשענת על אותו מיתר מצדו השני
$\sphericalangle ADE = \sphericalangle ADB$	נתון
↓	
$\triangle ABD \sim \triangle EAD$	לפי משפט דמיון ז.ז.
תשובה סופית סעיף א'	

סעיף ב'

נימוק	טענה
הוכחנו	$\triangle ABD \sim \triangle EAD$
	$\downarrow$
יחסי צלעות מתאימות במשולשים דומים	$\frac{AB}{AE} = \frac{AD}{ED} = \frac{BD}{AD}$
נתון	$\frac{S_{\triangle BAD}}{S_{\triangle AED}} = \frac{4}{1}$
במשולשים דומים, יחס השטחים שווה ליחס הדמיון בריבוע. חישוב	$\left(\frac{AB}{AE}\right)^2 = \left(\frac{AD}{ED}\right)^2 = \left(\frac{BD}{AD}\right)^2 = 4$ $\sqrt{\quad} \rightarrow \frac{AB}{AE} = \frac{AD}{ED} = \frac{BD}{AD} = 2$
	$\downarrow$
יחס הצלעות הוא 2	הצלעות במשולש ABD גדולות פי 2 מהצלעות במשולש AED
	$\downarrow$
	היקף המשולש ABD גדול פי 2 מהיקף המשולש AED. תשובה סופית סעיף ב'

סעיף ג'(1)

נימוק	טענה
מצאנו בסעיף קודם	$\frac{BD}{AD} = 2$
נתון	$AD = a$
	$\downarrow$
הצבה וחישוב	$\frac{BD}{a} = 2 \rightarrow \boxed{BD = 2a}$
	תשובה סופית סעיף ג'(1)

סעיף ג' (2)

טענה	נימוק
$\frac{AD}{ED} = \frac{BD}{AD}$	מצאנו
$AD = a$ $BD = 2a$	מצאנו
↓	
$\frac{a}{ED} = \frac{2a}{a} \rightarrow 2a \cdot ED = a^2$ $\xrightarrow{:2a} \boxed{ED = \frac{a}{2}}$	הצבה וחישוב
↓	
$\frac{BD}{DE} = \frac{2a}{\frac{a}{2}} = \frac{4\cancel{a}}{\cancel{a}} = \boxed{4}$ תשובה סופית סעיף ג' (2)	הצבה וחישוב