

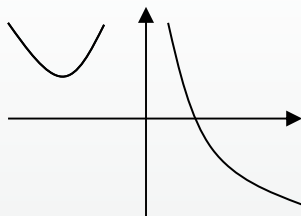
שאלה 6 מתוך חורף 2020 (שאלון 481 בגרות במתמטיקה 4 יחידות)

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{3}{x^2} - 6x$.

- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 (2) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.
 (3) מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .
 בתשובתך השאר שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.
 (4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

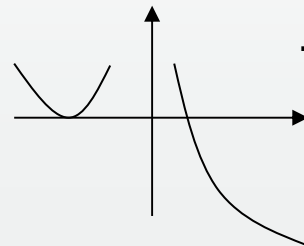
נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) + c$. c הוא פרמטר.
 נתון כי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$ נמצאת על ציר ה- x .
 ב. (1) מצא את c .

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.
 ג. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, על ידי הישר $x = -3$ ועל ידי ציר ה- x .



פתרון: א. $x \neq 0$. ב. $\min(-1, 9)$. ג. $(0.79, 0)$. ד. 8 יח'.

ג. 8 יח'



ב. 1. -9. ב. 2.

פתרון מלא:

סעיף א'(1)

נמצא את תחום ההגדרה של הפונקציה:

$$x \neq 0 \rightarrow x^2 \neq 0 \rightarrow \boxed{x \neq 0}$$

תשובה סופית סעיף א'(1)

סעיף א'(2)

מציאת נקודות קיצון

שלב 1- נגזור ונשווה את הנגזרת לאפס:

$$f(x) = \frac{3}{x^2} - 6x$$

$$f'(x) = \frac{(3)' \cdot x^2 - 3 \cdot (x^2)'}{(x^2)^2} - 6 = \frac{0 \cdot x^2 - 3 \cdot (x^2)'}{(x^2)^2} - 6 = \frac{-3 \cdot 2x}{x^4} - 6 = \frac{-6}{x^3} - 6 = 0$$

$$\frac{-6}{x^3} = 6 \rightarrow -6 = 6x^3 \rightarrow x^3 = -1 \rightarrow \boxed{x = -1}$$

שלב 2- טבלה

נציב את נקודת התאפסות הנגזרת $x = -1$.

	$x = -2$		$x = -0.5$		$x = 1$
x	$\downarrow$	$x = -1$	$\downarrow$	$x = 0$	$\downarrow$
$f'(x)$	(-)		(+)		(-)
$f(x)$	$\searrow$	min	$\nearrow$		$\searrow$

נציב בנגזרת:

$$f'(x) = \frac{-6}{x^3} - 6$$

$$f'(-2) = \frac{-6}{(-2)^3} - 6 = \frac{-6}{-8} - 6 < 0$$

$$f'(-0.5) = \frac{-6}{(-0.5)^3} - 6 = \frac{-6}{-0.125} - 6 = 48 - 6 > 0$$

$$f'(2) = \frac{-6}{2^3} - 6 = \frac{-6}{8} < 0$$

$$\boxed{x_{\min} = -1}$$

שלב ג'- נציב בפונקציה המקורית

$$f(x) = \frac{3}{x^2} - 6x$$

$$x = -1: y = \frac{3}{(-1)^2} - 6 \cdot (-1) = \frac{3}{1} + 6 = 9 \rightarrow \boxed{(-1, 9) \min}$$

תשובה סופית סעיף א'(2)

סעיף א' (3)

נמצא את נקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- x (נציב $y=0$)

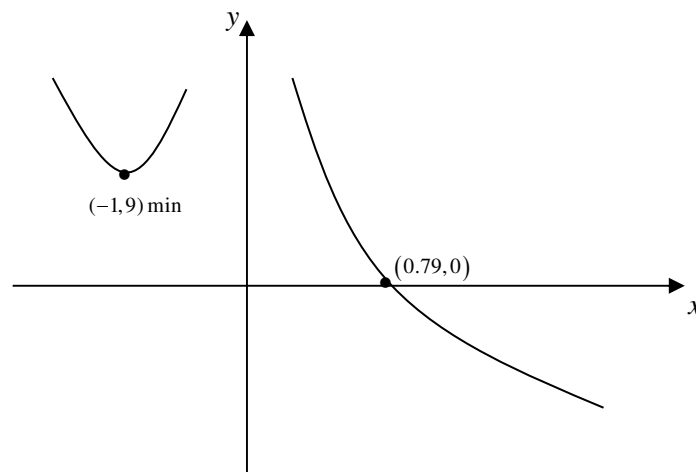
$$y=0: 0 = \frac{3}{x^2} - 6x \rightarrow 6x = \frac{3}{x^2} \rightarrow 6x^3 = 3 \rightarrow x^3 = \frac{1}{2} \rightarrow x^3 = \frac{1}{2} \rightarrow x = 0.79$$

$$\rightarrow \boxed{(0.79, 0)}$$

תשובה סופית סעיף א' (3)

סעיף א' (4)

נשרטט סקיצה

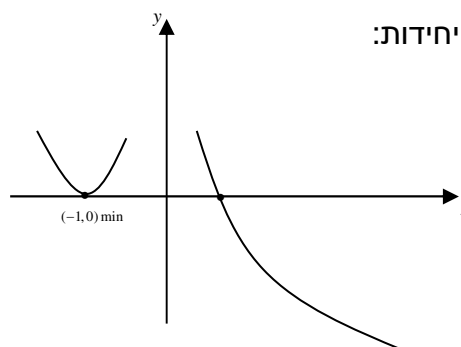


תשובה סופית סעיף א' (4)

סעיף ב' (1)

נתון כי $g(x) = f(x) + c$.
בנוסף נתון כי נקודת הקיצון נמצאת על ציר ה- x , כלומר:

"הורידו" את הפונקציה ב-9 יחידות:

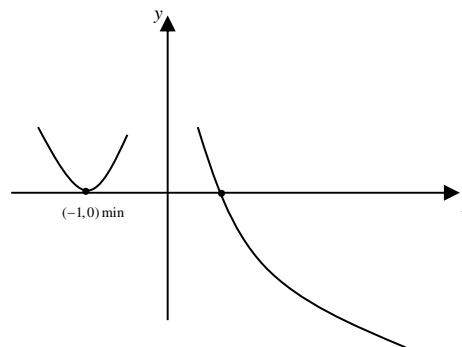


כלומר, הפרמטר C הוא -9 ופונקציית $g(x)$ היא $\boxed{g(x) = f(x) - 9}$

תשובה סופית סעיף ב' (1)

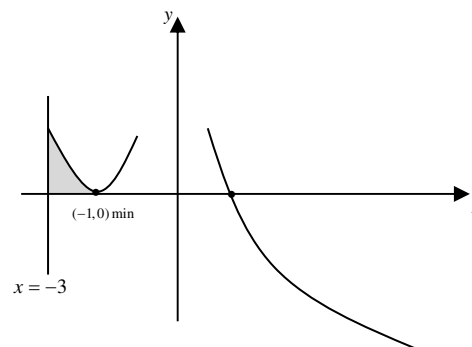
סעיף ב' (2)

נשרטט את $g(x)$



סעיף ג'

נחשב את השטח האפור:



$$S = \int_{-3}^{-1} [g(x)] dx = \int_{-3}^{-1} [f(x) - 9] dx = \int_{-3}^{-1} \left[\frac{3}{x^2} - 6x - 9 \right] dx = \int_{-3}^{-1} [3x^{-2} - 6x - 9] dx$$

$$= \left[\frac{3x^{-1}}{-1} - \frac{6x^2}{2} - 9x \right]_{-3}^{-1} = \underbrace{\left[\frac{3 \cdot (-1)^{-1}}{-1} - \frac{6 \cdot (-1)^2}{2} - 9 \cdot (-1) \right]}_{x=-1} - \underbrace{\left[\frac{3 \cdot (-3)^{-1}}{-1} - \frac{6 \cdot (-3)^2}{2} - 9 \cdot (-3) \right]}_{x=-3}$$

$$= \left[\frac{3}{-1 \cdot (-1)} - \frac{6}{2} + 9 \right] - \left[\frac{3}{-1 \cdot (-3)} - \frac{6 \cdot 9}{2} + 27 \right] = [3 - 3 + 9] - [1 - 27 + 27] = 9 - 1 = \boxed{8}$$

תשובה סופית סעיף ג'