



# אנליזה – תכונות הפונקציה

שיעור א5: כפל של פונקציה בקבוע

## בשיעור זה נלמד על כפל של פונקציה במספר קבוע

(1) כפל של  $x^2$  במספר קבוע

(2) כפל של פונקציה זוגית במספר קבוע

(3) כפל של פונקציה אי זוגית במספר קבוע

(4) סיכום



## גרף הפונקציה $y = ax^2$

- בכיתה ט למדנו על גרף הפונקציה  $y = ax^2$  וראינו שזוהי מתיחה או כיווץ אנכיים של הפרבולה  $y = x^2$ .

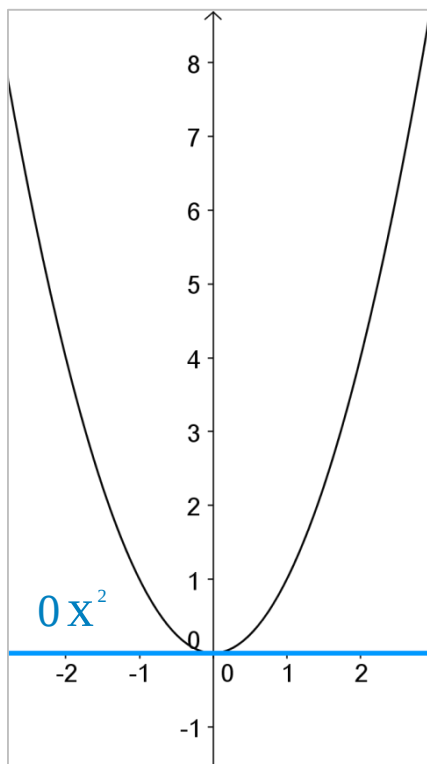
- נעבור לגאוגברה "כפל פרבולה בקבוע חיובי"



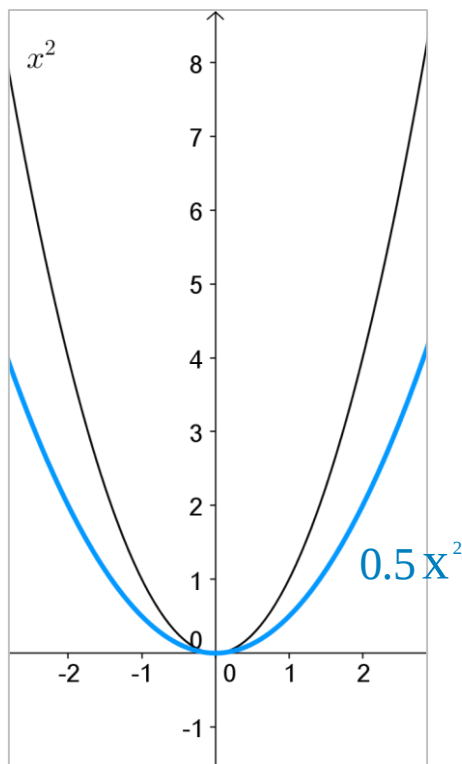
# גרף הפונקציה $y = ax^2$

- בכיתה ט למדנו על גרף הפונקציה  $y = ax^2$  וראינו שזוהי מתיחה או כיווץ אנכיים של הפרבולה  $y = x^2$ .

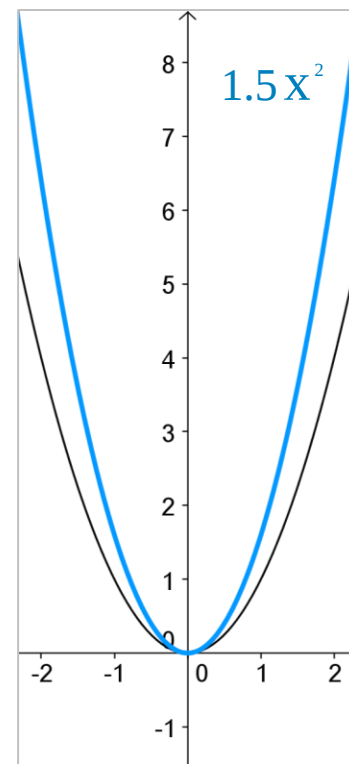
כאשר  $a=0$  מתלכדת הפרבולה עם ציר  $x$ .



כאשר  $0 < a < 1$  מתכווצת הפרבולה כלפי ציר  $x$  בהתאם ל- $a$ .



כאשר  $a > 1$  נמתחת הפרבולה כלפי מעלה פי  $a$ .



## גרף הפונקציה $y = ax^2$

- בכיתה ט למדנו על גרף הפונקציה  $y = ax^2$  וראינו שזוהי מתיחה או כיווץ אנכיים של הפרבולה  $y = x^2$ .

- מה קורה כאשר  $a < 0$ ?

- נעבור לגאוגברה "כפל פרבולה בקבוע שלילי"

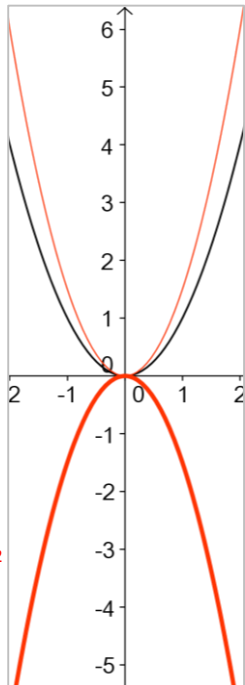


# גרף הפונקציה $y = ax^2$

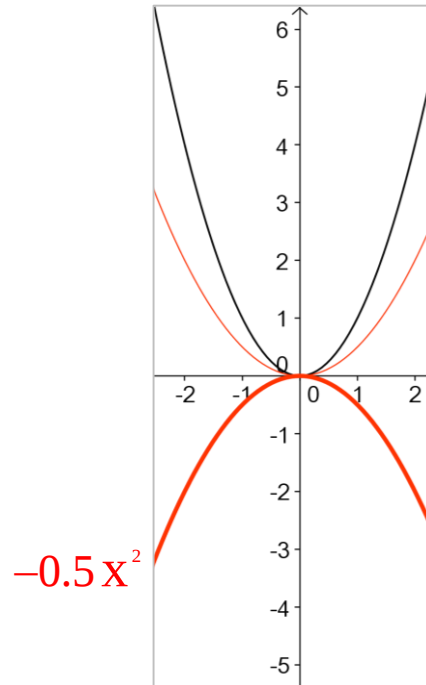
• בכיתה ט למדנו על גרף הפונקציה  $y = ax^2$  וראינו שזוהי מתיחה או כיווץ אנכיים של הפרבולה  $y = x^2$ .

• כאשר  $a < 0$  מתקבל גרף סימטרי ביחס לציר  $x$  של  $y = |a|x^2$ .

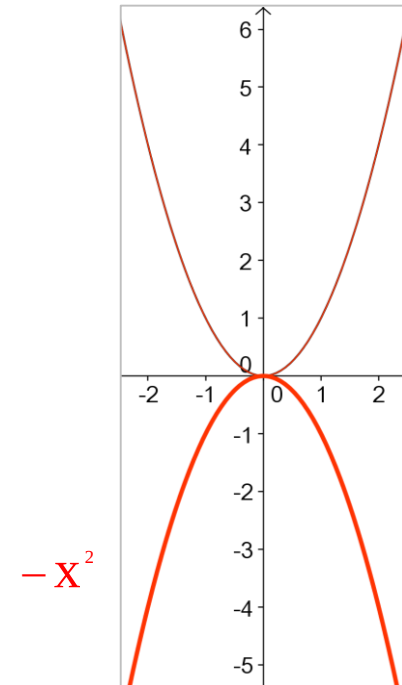
כאשר  $a < -1$  מתקבלת פרבולה  
שהיא **שיקוף בציר  $x$**  של  
**הפרבולה המתוחה** בהתאם ל- $a$ .



כאשר  $-1 < a < 0$  מתקבלת פרבולה  
שהיא **שיקוף בציר  $x$**  של  
**הפרבולה המכווצת** בהתאם ל- $a$ .



כאשר  $a = -1$  מתקבלת פרבולה  
שהיא **שיקוף בציר  $x$**  של  
**הפרבולה המקורית**.



# נכליל לפונקציות זוגיות

בשיעור זה נלמד על כפל של פונקציה במספר קבוע

✓ כפל של  $x^2$  במספר קבוע

(2) כפל של פונקציה זוגית במספר קבוע

(3) כפל של פונקציה אי זוגית במספר קבוע

(4) סיכום



# המשמעות הגרפית של כפל פונקציה זוגית במספר קבוע

- המתיחה והכיווץ של הגרף נכונים **לכל פונקציה** ולא רק לפרבולה.
  - נתחיל במקרה בו הפונקציה המקורית היא **פונקציה זוגית**.
-

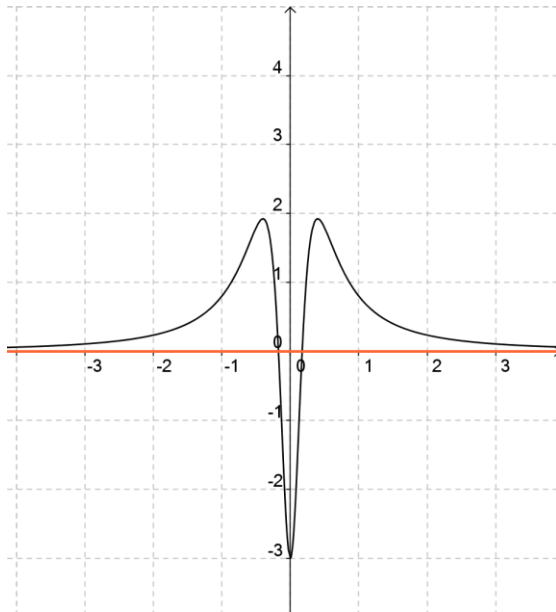
# המשמעות הגרפית של כפל פונקציה זוגית במספר קבוע

- המתיחה והכיווץ של הגרף נכונים לכל פונקציה זוגית ולא רק לפרבולה.

כאשר  $a=0$ :

$0 \cdot f(x)$  תתלכד עם ציר  $x$

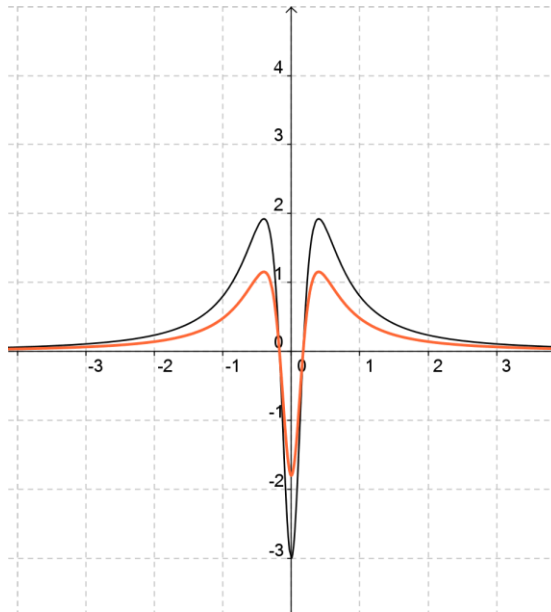
לכל פונקציה שמוגדרת עבור  $x$ .



כאשר  $0 < a < 1$ :

$a \cdot f(x)$  יהיה תמיד מכווץ אנכית

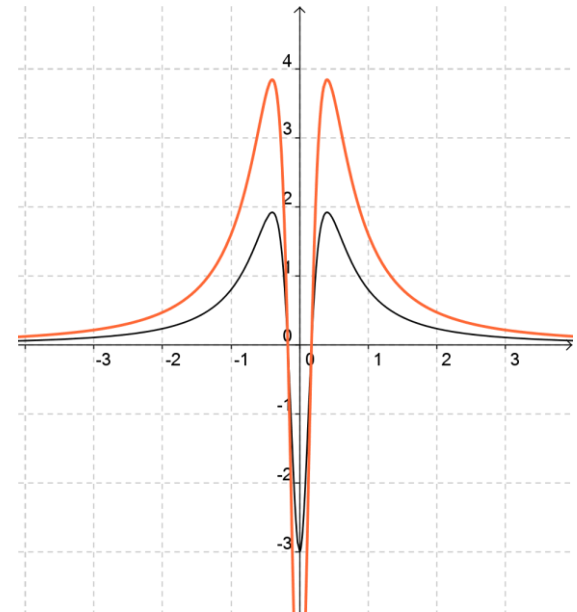
בהתאם ל- $a$  מ- $f(x)$ .



כאשר  $a > 1$ :

$a \cdot f(x)$  יהיה תמיד מתוח אנכית

פי  $a$  מ- $f(x)$ .



## כפל פונקציה זוגית במספר קבוע | דוגמה

• נבחר כדוגמה את הפונקציה  $f(x) = \frac{x^2 - 0.03}{(x^2 + 0.1)^2}$

• תחילה נוכיח כי הפונקציה זוגית.

### תזכורת

כדי להוכיח שפונקציה היא **זוגית** יש להראות כי  $g(-x) = g(x)$  לכל  $x$ .

$$f(-x) =$$

# כפל פונקציה זוגית במספר קבוע | דוגמה

• נבחר כדוגמה את הפונקציה  $f(x) = \frac{x^2 - 0.03}{(x^2 + 0.1)^2}$

## תזכורת

כדי להוכיח שפונקציה היא **זוגית** יש להראות כי  $g(-x) = g(x)$  לכל  $x$ .

• תחילה נוכיח כי הפונקציה זוגית.

$$f(-x) = \frac{(-x)^2 - 0.03}{((-x)^2 + 0.1)^2} =$$

# כפל פונקציה זוגית במספר קבוע | דוגמה

• נבחר כדוגמה את הפונקציה  $f(x) = \frac{x^2 - 0.03}{(x^2 + 0.1)^2}$

## תזכורת

כדי להוכיח שפונקציה היא **זוגית**  
יש להראות כי  $g(-x) = g(x)$  לכל  $x$ .

• תחילה נוכיח כי הפונקציה זוגית.

$$f(-x) = \frac{(-x)^2 - 0.03}{((-x)^2 + 0.1)^2} = \frac{x^2 - 0.03}{(x^2 + 0.1)^2} = f(x)$$

$\uparrow$   
 $(-x)^2 = x^2$

## כפל פונקציה זוגית במספר קבוע | המחשה

• נבחר כדוגמה את הפונקציה  $f(x) = \frac{x^2 - 0.03}{(x^2 + 0.1)^2}$

• **תרגיל:** פיתחו את קובץ הגאוגברה "כפל פרבולה בקבוע" והציבו במקום הביטוי  $x^2$  של הפרבולה



המקורית את הפונקציה הבאה:  $f(x) = \frac{x^2 - 0.03}{(x^2 + 0.1)^2}$

• בידקו כיצד משתנה גרף הפונקציה  $a \cdot f(x)$  כאשר:

✓  $a$  גדול מ-1

✓  $a$  קטן מ-1

✓  $a$  שווה אפס

✓  $a$  שלילי

• הציבו במקום הביטוי של הפונקציה כל ביטוי אחר, וחזרו על הבדיקה.

## כפל פונקציה זוגית במספר קבוע | הכללה

- ידוע ש-  $g(x)$  הינה פונקציה זוגית. מה תוכלו לאמר על הפונקציה  $a \cdot g(x)$  ?
- 

- האם היא זוגית?

- האם היא אי-זוגית?

- האם היא משהו אחר?

# כפל פונקציה זוגית במספר קבוע | הכללה

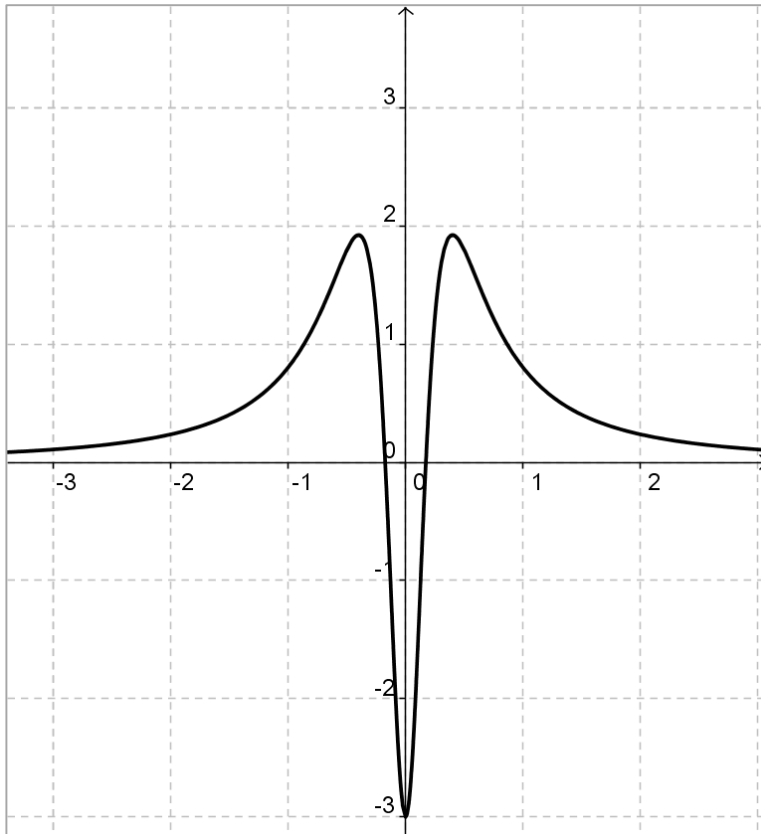
- ידוע ש-  $g(x)$  הינה פונקציה זוגית. מה תוכלו לאמר על הפונקציה  $a \cdot g(x)$  ?

## פתרון

- בשביל לקבל תחושה על אופי הפונקציה נוכל להיעזר

בפונקציה מהתרגיל הקודם:

$$f(x) = \frac{x^2 - 0.03}{(x^2 + 0.1)^2}$$



# כפל פונקציה זוגית במספר קבוע | הכללה

- ידוע ש-  $g(x)$  הינה פונקציה זוגית. מה תוכלו לאמר על הפונקציה  $a \cdot g(x)$  ?

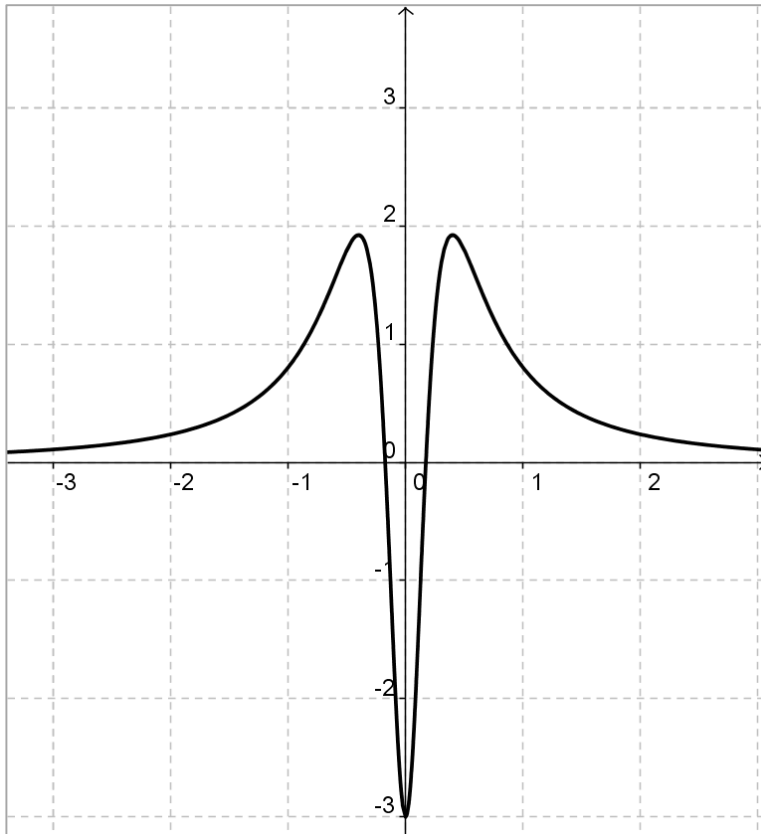
## פתרון

- בשביל לקבל תחושה על אופי הפונקציה נוכל להיעזר

בפונקציה מהתרגיל הקודם:

$$f(x) = \frac{x^2 - 0.03}{(x^2 + 0.1)^2}$$

- הפונקציה  $f(x)$  היא זוגית, ואמנם רואים שהגרף שלה סימטרי ביחס לציר  $y$ .



# כפל פונקציה זוגית במספר קבוע | הכללה

- ידוע ש-  $g(x)$  הינה פונקציה זוגית. מה תוכלו לאמר על הפונקציה  $a \cdot g(x)$  ?

## פתרון

- בשביל לקבל תחושה על אופי הפונקציה נוכל להיעזר

בפונקציה מהתרגיל הקודם:

$$f(x) = \frac{x^2 - 0.03}{(x^2 + 0.1)^2}$$

- הפונקציה  $f(x)$  היא זוגית, ואמנם רואים

שהגרף שלה סימטרי ביחס לציר  $y$ .

- ראינו שגם גרף הפונקציה של  $a \cdot f(x)$  סימטרי

ביחס לציר  $y$  לכן נשער שגם באופן כללי,

הפונקציה  $a \cdot g(x)$  זוגית.



## כפל פונקציה זוגית במספר קבוע | הכללה

- ידוע ש-  $g(x)$  הינה פונקציה זוגית. מה תוכלו לאמר על הפונקציה  $a \cdot g(x)$  ?

השערה: הפונקציה  $a \cdot g(x)$  זוגית

הוכחה:

- $g$  זוגית ולכן מתקיים  $g(-x) = g(x)$  לכל  $x$
- נכפול את שני האגפים ב- $a$  ונקבל:  $a \cdot g(-x) = a \cdot g(x)$
- לכן גם הפונקציה  $a \cdot g(x)$  זוגית.
- מ.ש.ל

# ומה במקרה של פונקציות אי זוגיות?

בשיעור זה נלמד על כפל של פונקציה במספר קבוע

✓ כפל של  $x^2$  במספר קבוע

✓ כפל של פונקציה זוגית במספר קבוע

(3) כפל של פונקציה אי זוגית במספר קבוע

(4) סיכום



# כפל פונקציה אי זוגית במספר קבוע

- ידוע ש-  $g(x)$  הינה פונקציה אי זוגית. מה תוכלו לאמר על הפונקציה  $a \cdot g(x)$  ?

האם היא זוגית? ☒

האם היא אי-זוגית? ☒

• האם היא משהו אחר?

אם  $a > 1$  אזי

פונקציה  $0 < a < 1$

# כפל פונקציה אי זוגית במספר קבוע | דוגמה

- ידוע ש-  $g(x)$  הינה פונקציה אי זוגית. מה תוכלו לאמר על הפונקציה  $a \cdot g(x)$  ?

## תזכורת

כדי להראות שהפונקציה **אי זוגית**  
יש להראות כי  $g(-x) = -g(x)$  לכל  $x$ .

## פתרון

- בשביל לקבל תחושה על אופי הפונקציה ניעזר בפונקציה

$$f(x) = -0.05x^5 + x^3 - 3.5x$$

- תחילה נוכיח כי הפונקציה אי זוגית:

$$f(-x) =$$

# כפל פונקציה אי זוגית במספר קבוע | דוגמה

- ידוע ש-  $g(x)$  הינה פונקציה אי זוגית. מה תוכלו לאמר על הפונקציה  $a \cdot g(x)$  ?

## תזכורת

כדי להראות שהפונקציה **אי זוגית**  
יש להראות כי  $g(-x) = -g(x)$  לכל  $x$ .

## פתרון

- בשביל לקבל תחושה על אופי הפונקציה ניעזר בפונקציה

$$f(x) = -0.05x^5 + x^3 - 3.5x$$

- תחילה נוכיח כי הפונקציה אי זוגית:

$$f(-x) = -0.05(-x)^5 + (-x)^3 - 3.5(-x)$$

- נשים לב כי  $(-x)^3 = -x^3$ ,  $(-x)^5 = -x^5$  ולכן:

$$= -0.05 \cdot -x^5 + -x^3 - 3.5 \cdot -x$$

# כפל פונקציה אי זוגית במספר קבוע | דוגמה

- ידוע ש-  $g(x)$  הינה פונקציה אי זוגית. מה תוכלו לאמר על הפונקציה  $a \cdot g(x)$  ?

## תזכורת

כדי להראות שהפונקציה **אי זוגית**  
יש להראות כי  $g(-x) = -g(x)$  לכל  $x$ .

## פתרון

- בשביל לקבל תחושה על אופי הפונקציה ניעזר בפונקציה

$$f(x) = -0.05x^5 + x^3 - 3.5x$$

- תחילה נוכיח כי הפונקציה אי זוגית:

$$f(-x) = -0.05(-x)^5 + (-x)^3 - 3.5(-x)$$

- נשים לב כי  $(-x)^3 = -x^3$ ,  $(-x)^5 = -x^5$  ולכן:

$$= -0.05 \cdot -x^5 + -x^3 - 3.5 \cdot -x$$

$$= -(-0.05x^5 + x^3 - 3.5x)$$

$$= -f(x)$$

# כפל פונקציה אי זוגית במספר קבוע | דוגמה

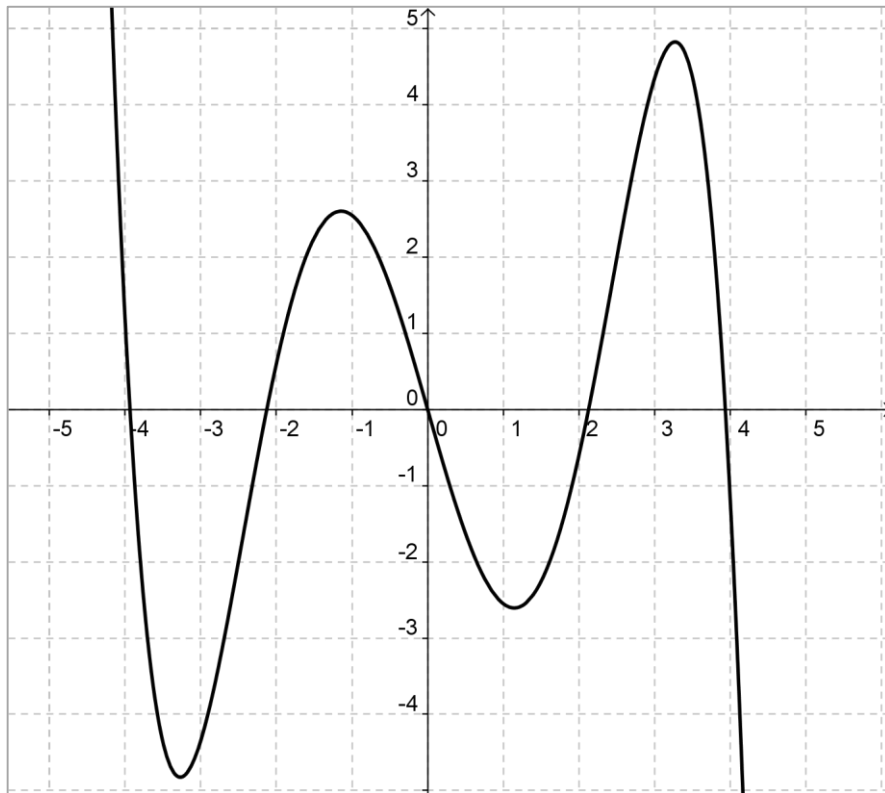
- ידוע ש-  $g(x)$  הינה פונקציה אי זוגית. מה תוכלו לאמר על הפונקציה  $a \cdot g(x)$  ?

## פתרון

- בשביל לקבל תחושה על אופי הפונקציה ניעזר בפונקציה

$$f(x) = -0.05x^5 + x^3 - 3.5x$$

- הפונקציה  $f(x)$  היא אי-זוגית, ואמנם רואים שהגרף שלה סימטרי ביחס לראשית הצירים באמצעות סיבוב.



# כפל פונקציה אי זוגית במספר קבוע | דוגמה

- ידוע ש-  $g(x)$  הינה פונקציה אי זוגית. מה תוכלו לאמר על הפונקציה  $a \cdot g(x)$  ?

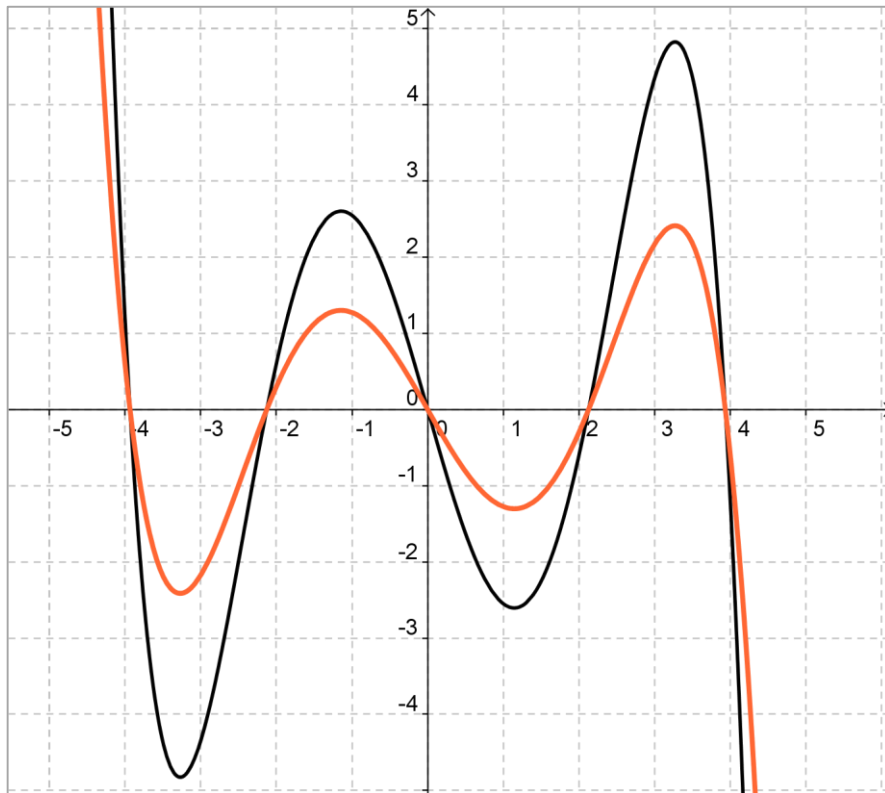
## פתרון

- בשביל לקבל תחושה על אופי הפונקציה ניעזר בפונקציה

$$g(x) = -0.05x^5 + x^3 - 3.5x$$

- גרף הפונקציה של  $f$  סימטרי ביחס לראשית הצירים ולכן  $f$  היא פונקציה אי זוגית.

- גם גרף הפונקציה של  $0.5 \cdot f(x)$  סימטרי ביחס לציר  $y$  לכן אנחנו משערים שגם באופן כללי הפונקציה  $a \cdot g(x)$  אי זוגית לכל  $a$ .



## כפל פונקציה אי זוגית במספר קבוע | הכללה

- ידוע ש-  $g(x)$  הינה פונקציה אי זוגית. מה תוכלו לאמר על הפונקציה  $a \cdot g(x)$  ?

השערה: הפונקציה  $a \cdot g(-x)$  אי זוגית

הוכחה:

- $g$  אי זוגית ולכן מתקיים  $g(-x) = -g(x)$  לכל  $x$
- נפתח את הביטוי  $a \cdot g(-x)$ :

$$a \cdot g(-x) = a \cdot [-g(x)] = -a \cdot g(x)$$

- לכן גם הפונקציה  $a \cdot g(x)$  אי זוגית.
- מ.ש.ל

## בשיעור זה נלמד על כפל של פונקציה במספר קבוע

✓ כפל של  $x^2$  במספר קבוע

✓ כפל של פונקציה זוגית במספר קבוע

✓ כפל של פונקציה אי זוגית במספר קבוע

**(4) סיכום**

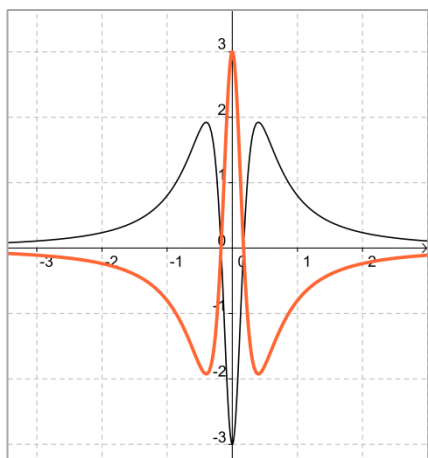


# כפל פונקציה במספר קבוע

✓ ראינו מה המשמעות הגרפית של כפל פונקציה זוגית ואי זוגית במספר קבוע:

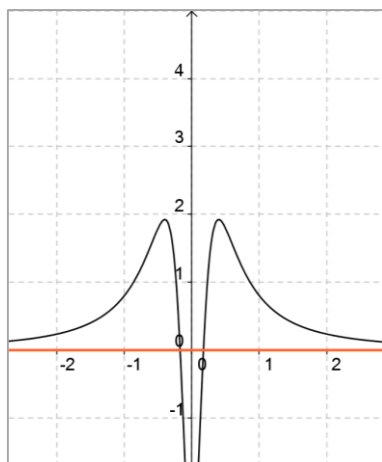
כאשר  $a < 0$ :

מתקבל גרף סימטרי ביחס לציר  $x$  של  $y = |a|x^2$



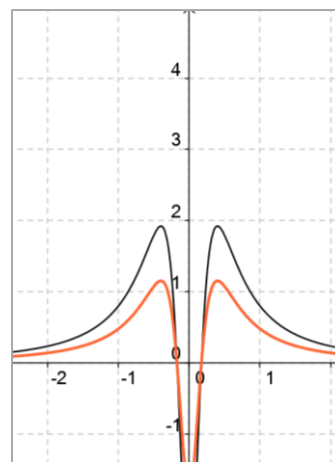
כאשר  $a = 0$ :

$0 \cdot f(x)$  תתלכד עם ציר  $x$   
לכל פונקציה שמוגדרת עבור  $x$ .



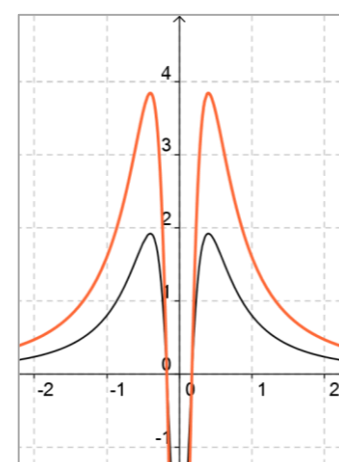
כאשר  $0 < a < 1$ :

$a \cdot f(x)$  יהיה תמיד קטן בהתאם ל- $a$  מ- $f(x)$ .



כאשר  $a > 1$ :

$a \cdot f(x)$  יהיה תמיד גדול פי  $a$  מ- $f(x)$ .



✓ ראינו שכפל של פונקציה זוגית ב- $a$  נותן פונקציה זוגית לכל מספר קבוע  $a$ .

✓ ראינו שכפל של פונקציה אי זוגית ב- $a$  נותן פונקציה אי זוגית לכל מספר קבוע  $a$ .

פתרו את שאלה 1 + 2 ✓

<https://lo.cet.ac.il/player/?document=7cb4fd7e-21d5-4365-be66-07bb1e9d5508&language=he&sitekey=ebagcourses> ✓

רשמו את התשובות במחברת עוד מעט נעשה דיון ✓