

מושג החזקה

הסברים מתמטיים לשגיאות אופייניות

א. שגיאות הקשורות להגדרת החזקה

שגיאה 1: התוצאה של -5^8 היא מספר חיובי.

הסבר: התוצאה של -5^8 היא מספר שלילי. $-5^8 = -(5^8)$

שגיאה 2: נתון הביטוי: x^3 . ערך הביטוי כאשר $x = (-1)$ הוא: $(-1)^3 = (-3)$.

הסבר: $(-1)^3 = (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) = (-1)$

שגיאה 3: נתון הביטוי: x^2 . ערך הביטוי כאשר $x = (-5)$ הוא: $(-5)^2 = (-25)$.

הסבר: $(-5)^2 = (-5) \cdot (-5) = 25$

שגיאה 4: נתון הביטוי: $-x^2$. ערך הביטוי כאשר $x = 5$ הוא: $-5^2 = (-5) \cdot (-5) = 25$

הסבר: $-5^2 = -(5^2) = -(5 \cdot 5) = -25$

שגיאה 5: נתון הביטוי: $-x^2$. ערך הביטוי כאשר $x = (-5)$ הוא: $-(-5^2) = 5^2 = 25$

הסבר: $-[(-5)^2] = -25$

שגיאה 6: נתון הביטוי: x^2 . ערך הביטוי כאשר $x = \frac{3}{5}$ הוא: $(\frac{3}{5})^2 = \frac{9}{5}$

הסבר: $(\frac{3}{5})^2 = (\frac{3}{5}) \cdot (\frac{3}{5}) = (\frac{3^2}{5^2}) = \frac{9}{25}$

שגיאה 7: $3x^{-1} = \frac{1}{3x}$

הסבר: $3x^{-1} = 3 \cdot x^{-1} = 3 \cdot \frac{1}{x^1} = \frac{3}{x}$

שגיאה 8: $x^{-3} = -x^3$

הסבר: $x^{-3} = \frac{1}{x^3}$

שגיאה 9: $(3a)^4 = 3a^4$

הסבר: $(3a)^4 = (3 \cdot a)^4 = (3 \cdot a) \cdot (3 \cdot a) \cdot (3 \cdot a) \cdot (3 \cdot a) = 3^4 \cdot a^4 = 81a^4$

שגיאה 10: $(2a)^4 = 8a^4$

הסבר: $(2a)^4 = (2 \cdot a)^4 = (2 \cdot a) \cdot (2 \cdot a) \cdot (2 \cdot a) \cdot (2 \cdot a) = 2^4 \cdot a^4 = 16a^4$

שגיאה 11: $(3c)^{-2} = \frac{c}{9}$

הסבר: $(3c)^{-2} = \frac{1}{(3c)^2} = \frac{1}{9c^2}$

ב. שגיאות הקשורות להשוואת חזקות

שגיאה 1: $55^{-5} < 77^{-5}$ כי $55 < 77$

הסבר: $\frac{1}{55^5} > \frac{1}{77^5}$

שגיאה 2: $(-13)^3 < (-13)^5$ כי $3 < 5$

הסבר: מכיוון שהבסיס (הזהה) הוא שלילי והחזקות אי זוגיות נקבל כי תוצאת החזקות היא

שלילית ולכן: $(-13)^3 > (-13)^5$

שגיאה 3: $(-15)^{12} < (-12)^{12}$ כי $(-15) < (-12)$

הסבר: מכיוון שהחזקה (הזהה) זוגית נקבל כי תוצאת החזקות היא חיובית ולכן:

$(-15)^{12} > (-12)^{12}$

שגיאה 4: $(-13)^3 > (-13)^2$ כי $3 > 2$

הסבר: מכיוון שהבסיס (הזהה) שלילי, וחזקה אחת זוגית (2) ואחת אי זוגית (3) נקבל כי תוצאת החזקה הזוגית, $(-13)^2$, היא חיובית ותוצאת החזקה האי זוגית, $(-13)^3$, היא שלילית.

לכן: $(-13)^3 < (-13)^2$

שגיאה 5: $a^2 > a$ לכל a

הסבר: הטענה אינה נכונה. למשל, אם $a = 0$ או $a = 1$ נקבל כי $0^2 = 0$ ו- $1^2 = 1$

או למשל, אם $a = \frac{1}{2}$ אזי $\left(\frac{1}{2}\right)^2 < \frac{1}{2}$ כי $\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$

שגיאה 6: אם $x > y$ אזי $a^x > a^y$

הסבר: הטענה אינה נכונה. למשל אם $a = 1$ אזי לכל x ו- y מתקיים: $1^x = 1^y$.

או למשל, אם $a = \frac{1}{2}$ ו- $x = 3$, $y = 2$ מתקיים: $\left(\frac{1}{2}\right)^3 < \left(\frac{1}{2}\right)^2$.

או למשל, אם $a = (-3)$ ו- $x = 3$, $y = 2$ מתקיים: $(-3)^3 < (-3)^2$.

שגיאה 7: $5^x > 2^x$ לכל x .

הסבר: הטענה אינה נכונה. למשל, אם $x = 0$ נקבל כי $5^0 = 2^0$.

או למשל, אם $x = (-1)$ אזי $5^{-1} = \frac{1}{5}$ ו- $2^{-1} = \frac{1}{2}$ ונקבלנו כי $5^{-1} < 2^{-1}$

שגיאה 8: $5^{3x} > 5^x$ לכל x .

הסבר: הטענה אינה נכונה. למשל, אם $x = 0$ נקבל כי $5^{3 \cdot 0} = 5^0$

או למשל, אם $x = (-1)$ אזי $5^{-3} = \frac{1}{5^3}$ ו- $5^{-1} = \frac{1}{5}$ ונקבלנו כי $5^{-3} < 5^{-1}$

שגיאה 9: אין מספר השווה לריבוע המספר. כלומר, $a \neq a^2$ לכל a .

הסבר: ישנם מספרים כאלו. המספרים הם: $a = 0$ ו- $a = 1$ כי: $0 = 0^2$, $1 = 1^2$

שגיאה 10: אין מספר שהריבוע שלו קטן פי 2 מהמספר עצמו.

הסבר: קיים מספר כזה, $\frac{1}{2}$, $\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$.

שגיאה 11: אין מספר שהשורש הריבועי שלו שווה לריבוע המספר. כלומר, $a^2 \neq \sqrt{a}$ לכל a .

הסבר: ישנם מספרים כאלו. המספרים הם: $a = 0$ ו- $a = 1$ כי: $1^2 = \sqrt{1}$, $0^2 = \sqrt{0}$.

ג. שגיאות הקשורות לחזקת אפס

שגיאה 1: $2^0 = 2$

הסבר: הגדרה לחזקת אפס היא $a^0 = 1$ עבור $a \neq 0$. לכן, $2^0 = 1$.

שגיאה 2: $3^0 = 0$

הסבר: הגדרה לחזקת אפס היא $a^0 = 1$ עבור $a \neq 0$. לכן, $3^0 = 1$.

שגיאה 3: $5^0 < 9^0$

הסבר: הגדרה לחזקת אפס היא $a^0 = 1$ עבור $a \neq 0$. לכן, $5^0 = 9^0$.

שגיאה 4: כל מספר בחזקת אפס שווה ל 1.

הסבר: הטענה אינה נכונה. כאשר $a = 0$, $a^0 \neq 1$ (0^0 אינו מוגדר).