

מתקף ותנע

צורך במושג חדש

דוגמה 1

כדור מחליק ללא חיכוך במורד של מישור משופע שגובהו h . מהי מהירותו של הכדור בתחתית של מישור המשופע.

משיקולי האנרגיה נקבל

$$E_p = mgh$$



$$mgh = \frac{mv^2}{2}$$

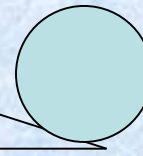
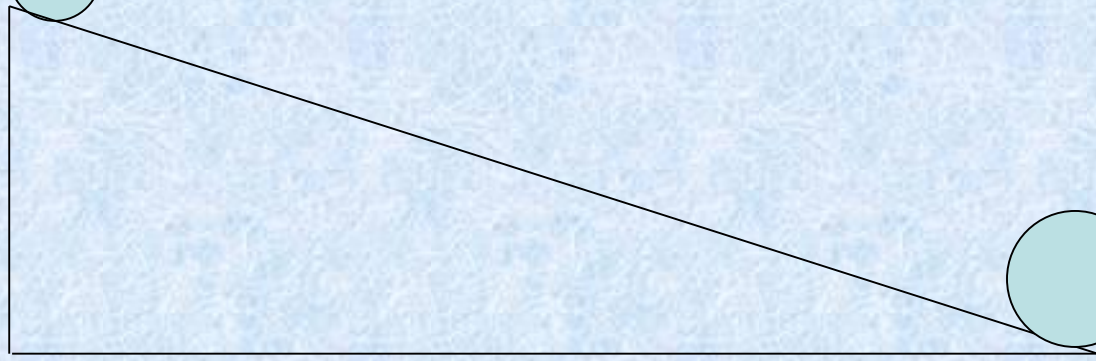
$$v = \sqrt{2gh}$$

$$E_k = \frac{mv^2}{2}$$

דוגמה 2

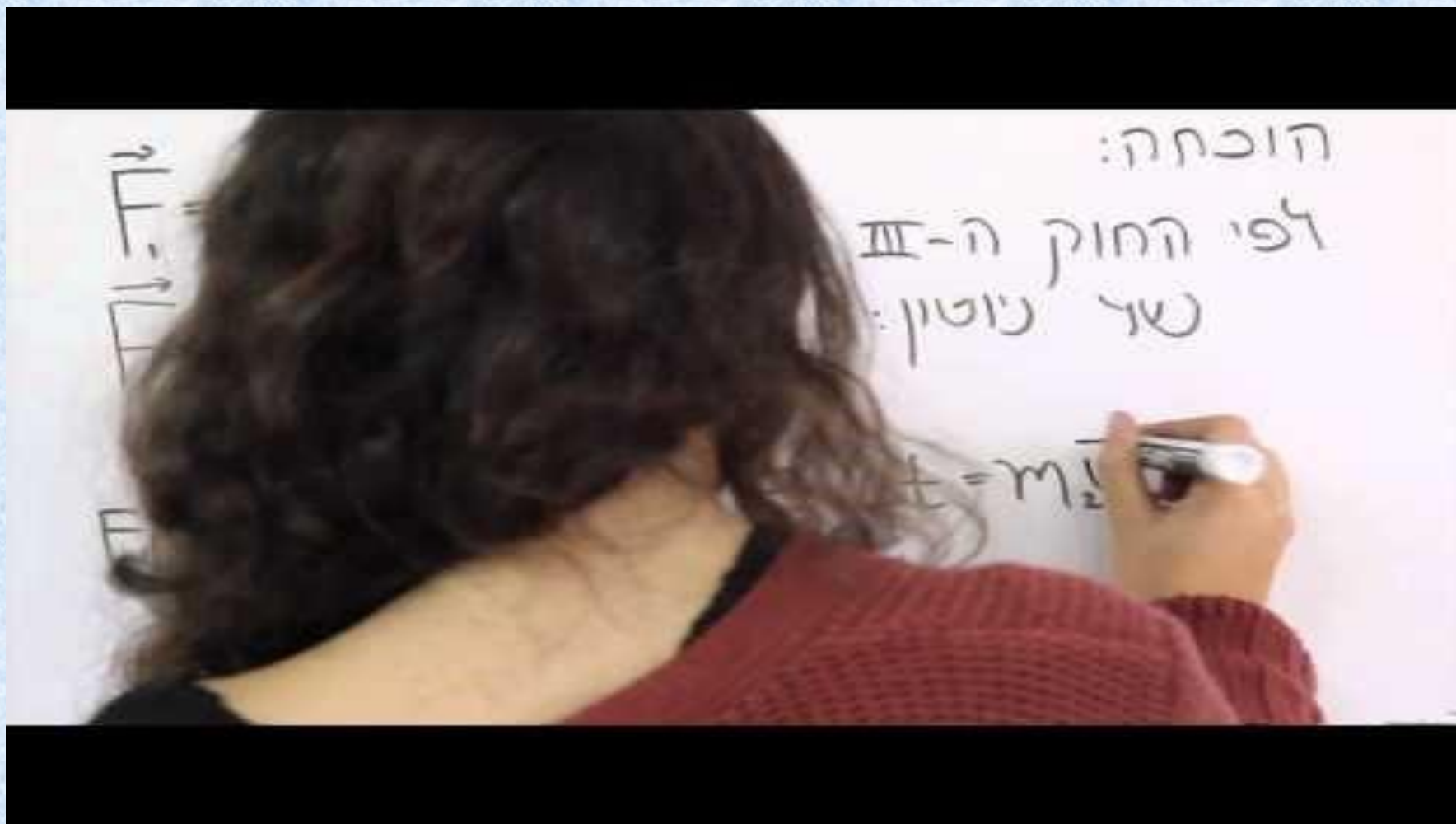
כדור מחליק ללא חיכוך במרוד של מישור משופע שגובהו h ומתנגש
בכדור אחר. מהי המהירות של הכדור השני לאחר ההתנגשות.

$$E_p = mgh$$



$$E_k = \frac{mv^2}{2}$$

שיקולי אנרגיה לא מספקים כלים לפתרון.



https://youtu.be/Ehkxl2Qi_e4

מתקף ותנע בחלל



<https://www.youtube.com/watch?v=4IYDb6K5UF8>

קשר בין מתקף ותנע

מתקף ותנע

$$\Sigma \vec{F} = m \vec{a}$$

חוק שני של ניוטון

$$\vec{a} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t}$$

הגדרת תאוצה

$$\Sigma \vec{F} = m \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t} \Rightarrow \Sigma \vec{F} \cdot t = m \vec{v} - m \vec{v}_0$$

$$\vec{J} = \Sigma \vec{F} \cdot t \quad \underline{\text{מתקף}}$$

$$\vec{P} = m \vec{v} \quad \underline{\text{תנע}}$$

$$[J] = N \cdot \text{sec} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{sec}^2} \cdot \text{sec} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{sec}} = [P]$$

	נכון	לא נכון
1		מתקף מסמנים באות J
2		כיוון של מתקף בכיוון של מהירות
3		תנע שווה לשינוי במתקף
4		מתקף נמדד ביחידות ניוטון כפול שנייה
5		תנע נמדד ביחידות קילוגרם כפול מטר חלקי שנייה בריבוע
6		תנע מסמנים באות P
7		תנע הוא ווקטור
		מתקף שווה לשינוי בתנע
7		תנע שווה למכפלת כוח בזמן

	לא נכון	נכון	
1		V	מתקף מסמנים באות J
2	V		כיוון של מתקף בכיוון של מהירות
3			תנע שווה לשינוי במתקף
4		V	מתקף נמדד ביחידות ניוטון כפול שנייה
5	V		תנע נמדד ביחידות קילוגרם כפול מטר חלקי שנייה בריבוע
6		V	תנע מסמנים באות P
7		V	תנע הוא ווקטור
		V	מתקף שווה לשינוי בתנע
7	V		תנע שווה למכפלת כוח בזמן

דוגמה



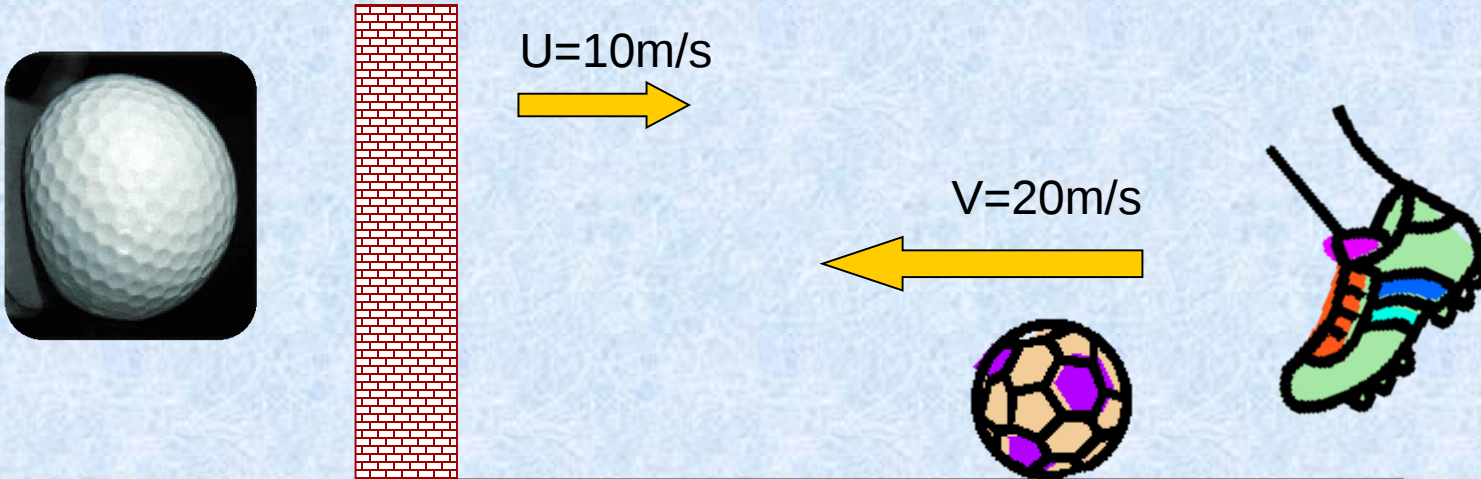
אם ידוע שלילד ולסלע יש
את אותו התנע, האם
הסלע ישיג את הילד?

תשובה: לא,

אם יש להם אותו תנע, ומסת האבן גדולה יותר, אז
שמהירות הילד גדולה יותר.

דוגמה 1:

כדור שמסתו 0.2kg נבעט אופקי על משטח חלק, במהירות 20 מטר לשנייה אל עבר קיר. פרק זמן המגע שלו עם הקיר שווה ל 0.1s מהו הכוח הממוצע שפעל עליו אם ידוע שהכדור רתע מהקיר חזרה במהירות של 10 מטר לשנייה.



פתרון:

נקבע כיוון חיובי בכיוון תנועת הכדור בהתחלה.

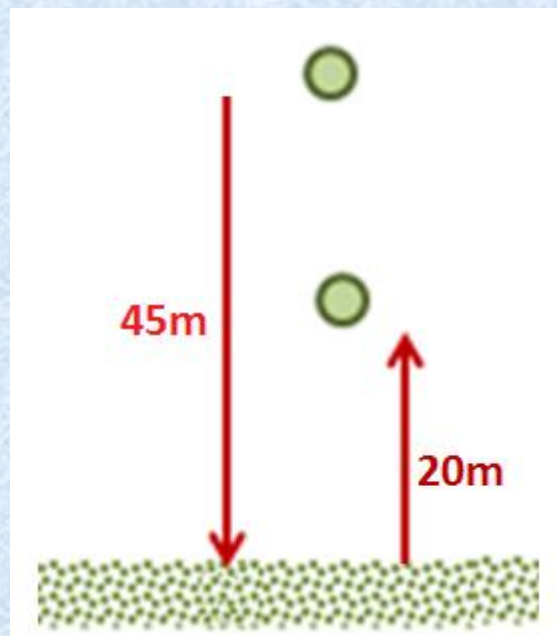
$$\Sigma \vec{F} \cdot \Delta t = m\vec{U} - m\vec{V}$$

$$\bar{F} \cdot 0.1 = 0.2(-10) - 0.2 \cdot 20$$

$$\bar{F} = -60 N$$

הסימן השלילי מראה שכיוון הכוח הפוך לכיוון הציר שנבחר
כחיובי

כדור נופל ממנוחה מגובה של 45m מעל לרצפה ומנתר חזרה עד לגובה של 20m.
מהו גודל וכיוון המתקף שהפעילה הרצפה על הכדור במהלך ההתנגשות ביניהם?



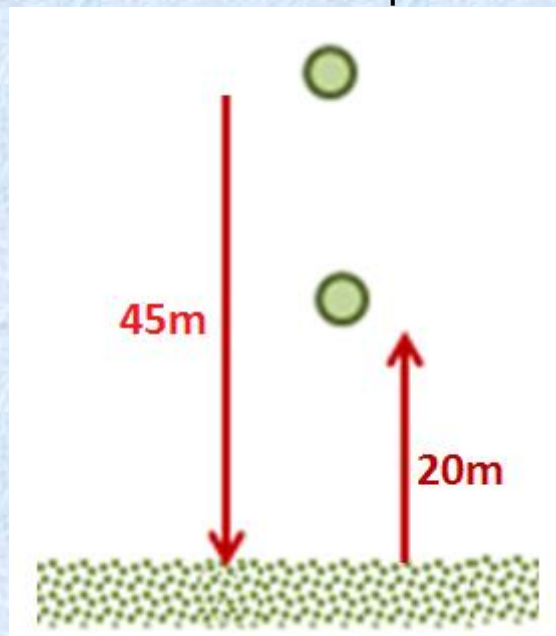
בעזרת שימור אנרגיה נמצא את מהירות הגוף בהגיעו לרצפה ובעוזבו את הרצפה:

$$U_G = \Delta E_k$$

$$mgh = \frac{m \cdot v_1^2}{2}$$

$$2 \cdot 10 \cdot 45 = \frac{2 \cdot v_1^2}{2}$$

$$v_1 = 30 \frac{m}{sec}$$



$$U_G = \Delta E_k$$

$$mgh' = \frac{m \cdot v_2^2}{2}$$

$$2 \cdot 10 \cdot 20 = \frac{2 \cdot v_2^2}{2}$$

$$v_2 = 20 \frac{m}{sec}$$

נבחר כיוון מעלה חיובי, מכאן:

$$J = \Delta P$$

$$J = m \cdot v_2 - m \cdot v_1$$

$$J = 0.2 \cdot 20 - 0.2 \cdot (-30) = 10 N \cdot sec$$

התקבלה תוצאה חיובית מכאן שכיוון המתקף הוא כלפי מעלה.

כדור טניס פוגע במחבט במהירות של 30 מטר לשנייה. מסת הכדור היא 0.2 ק"ג

1. מהו השינוי בתנע של הכדור אם הוא נהדף לכיוון השני במהירות של 50 מטר לשנייה?

2. מהו המתקף הפועל על הכדור?

3. אם משך המגע בין הכדור למחבט הוא 0.002 שניות, מהו הכוח הממוצע שפעל על הכדור?



1. מהו השינוי בתנע של הכדור אם הוא נהדף לכיוון השני במהירות של 50 מטר לשנייה?
◀ ניקח את הכיוון המקורי של התנועה כחיובי

$$\Delta \vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$$

$$\Delta p = m(\vec{v}_2 - \vec{v}_1)$$

$$\Delta p = 0.2(-50 - 30) = -16 N \cdot s$$

◀ השינוי בתנע הוא שלילי משום שהכדור נהדף בכיוון ההפוך לתנועתו המקורית.

2. מהו המתקף הפועל על הכדור?

◀ המתקף שווה לשינוי בתנע, ולכן נעזר בתוצאה של הסעיף הקודם:

$$\vec{J} = \Delta \vec{p}$$

$$J = -16 N \cdot s$$

3. אם משך המגע בין הכדור למחבט הוא 0.002 שניות, מהו הכוח הממוצע שפעל על הכדור?
◀ נעזר בתוצאה של הסעיף הקודם:

$$\vec{J} = F \Delta t$$

$$J = -16 N \cdot s$$

$$\bar{F} = \frac{-16}{0.002} = 8000 N$$

◀ כוח של 8000 ניוטון שקול ל- 800 ק"ג. הסיבה שהחובט מצליח להפיק כוח עצום כזה היא העובדה שמשך פעולתו הוא קצר מאוד.

מכונית שמסתה 1,000 ק"ג מאיצה ממנוחה
למהירות של 100 קמ"ש תוך 8 שניות.

1. מהו המתקף שפועל על המכונית?

2. מהו הכוח הממוצע שמפעיל המנוע?

3. כוח הבלימה המקסימלי של מכונית זו הוא 5000
ניוטון. תוך כמה זמן תיעצר המכונית ממהירות זו?

1. מהו המתקף שפועל על המכונית?
 ◀ המתקף שווה לשינוי בתנע. במכונית מתחילה לנוע ממנוחה, ולכן:

$$\vec{J} = \Delta \vec{p}$$

$$J = p_2 - p_1$$

$$J = p_2 - 0$$

$$J = p_2 = mv_2$$

$$J = 1000 \cdot 27.77 = 27,777 \text{ N} \cdot \text{s}$$

2. מהו הכוח הממוצע שמפעיל המנוע?

◀ נעזר בתוצאה של הסעיף הקודם:

$$\vec{J} = F \Delta t$$

$$F \Delta t = 27,777.77$$

$$\bar{F} = \frac{27,777.77}{8} = 3471.25N$$

3. כוח הבלימה המקסימלי של המכונית הוא 5000 ניוטון. תוך כמה זמן תיעצר המכונית ממהירות זו? ◀
 ניעצר שוב בשוויון בין המתקף לשינוי בתנע, ונזכור כי המהירות הסופית היא 0, ולכן כוח הבלימה שלילי:

$$\vec{J} = \Delta \vec{p}$$

$$F \Delta t = p_2 - p_1$$

$$p_2 = 0$$

$$F \Delta t = -p_1$$

$$\Delta t = \frac{-27,777.77}{-5000} = 5.55 \text{sec}$$

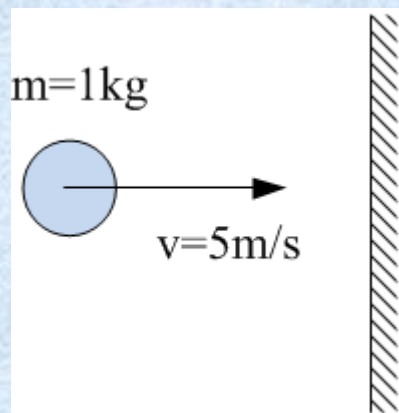
◀ כדור שמסתו 1 ק"ג נע ימינה (כיוון חיובי) במהירות של 5 מ/ש ופוגע בקיר. הקיר אינו נרתע כתוצאה מההתנגשות. חשבו את המתקף שמפעיל הקיר על הכדור, בכל אחד מהמקרים הבאים.

1. הכדור מוחזר שמאלה במהירות של 5 מ/ש.

2. הכדור מוחזר שמאלה במהירות של 2 מ/ש.

3. מה משמעות ההבדל בין התשובות של סעיפים 1+2?

4. הכדור נדבק לקיר. השוו את התנע הסופי לתנע ההתחלתי והסבירו את התוצאה.



1. הכדור מוחזר שמאלה במהירות של 5 מ/ש.

◀ נעזר בשוויון בין השינוי בתנע למתקף:

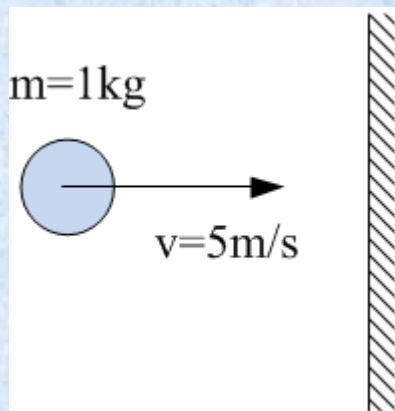
$$\Delta \vec{p} = \vec{J}$$

$$p_2 - p_1 = \vec{J}$$

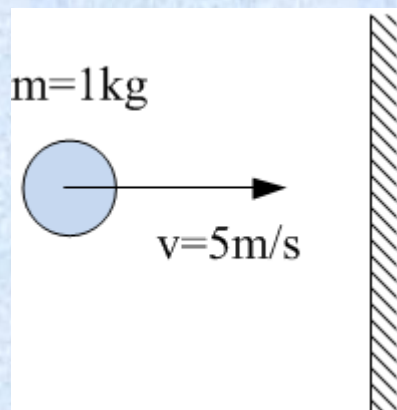
$$m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1 = \vec{J}$$

$$10 \cdot (-5) - 10 \cdot (5) = J$$

$$J = -100 \text{ N} \cdot \text{s}$$



2. הכדור מוחזר שמאלה במהירות של 2 מ/ש.



$$\Delta \vec{p} = \vec{J}$$

$$p_2 - p_1 = \vec{J}$$

$$m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1 = \vec{J}$$

$$10 \cdot (-2) - 10 \cdot (5) = J$$

$$J = -70\text{N} \cdot \text{s}$$

3. מה משמעות ההבדל בין התשובות של סעיפים 1+2?
- ◀ שני המתקפים פעלו על הגוף בכיוון שמאלה, אולם המתקף בסעיף 1 היה גדול יותר משום שהוא החזיר את הכדור שמאלה במהירות גדולה יותר מאשר המתקף שבסעיף 2.

4. הכדור נדבק לקיר. השוו את התנע הסופי לתנע ההתחלתי והסבירו את התוצאה.

$$\Delta \vec{p} = \vec{J}$$

$$p_2 - p_1 = \vec{J}$$

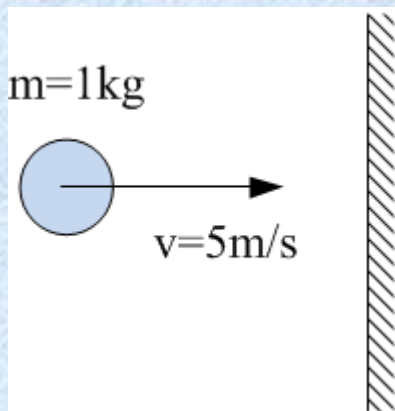
$$0 - m\vec{v}_1 = \vec{J}$$

$$-10 \cdot (5) = J$$

$$J = -50 N \cdot s$$

◀ המתקף שמפעיל הקיר שווה בגודלו לתנע ההתחלתי של הגוף רק בסימן הפוך.

◀ התוצאה – השינוי הכולל בתנע הוא 0, ולכן הכדור נבלם.



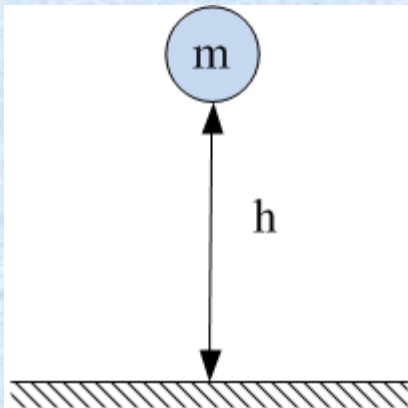
מסה m נופלת מגובה h .

1. מהו המתקף שפועל על המסה מתחילת הנפילה ועד למחצית גובה הנפילה?

2. מהו גודלו של תנע המסה במחצית גובה הנפילה?

1. הראו כי השוויון בין המתקף לשינוי בתנע מתקיים במחצית הגובה.

2. הראו כי השוויון בין המתקף לשינוי בתנע מתקיים בכל רגע במהלך הנפילה.



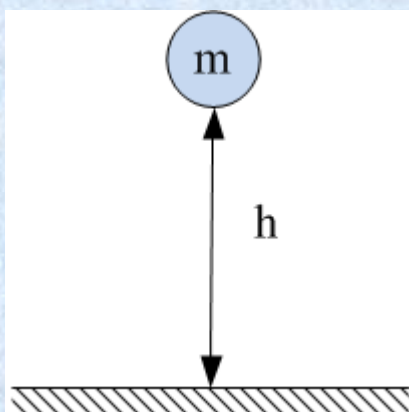
1. מהו המתקף שפועל על המסה מתחילת הנפילה ועד למחצית גובה הנפילה?

◀ המתקף הוא:

$$\vec{J} = \vec{F} \cdot \Delta t$$

◀ הכוח היחידי שפועל על הגוף במהלך הנפילה הוא mg .

◀ את משך הנפילה נחשב על פי ידיעת התאוצה g (הכיוון מעלה נלקח חיובי).



$$y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$\frac{1}{2} h = h - \frac{1}{2} g t^2$$

$$\frac{1}{2} g t^2 = \frac{1}{2} h$$

$$t = \sqrt{\frac{h}{g}}$$

◀ לכן, גודלו של המתקף הוא:

$$J = F \Delta t = mg \cdot \sqrt{\frac{h}{g}} = m\sqrt{gh}$$

◀ וכיוונו מטה.

2. מהו גודלו של תנע המסה במחצית גובה הנפילה?

◀ התנע הוא

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$$

◀ נחשב את מהירות הגוף m במחצית גובה הנפילה:

$$v_t^2 = v_0^2 + 2ay$$

$$v_t^2 = 0 + 2g \frac{h}{2}$$

$$v_t = \sqrt{gh}$$

◀ ולכן גודלו של התנע הוא:

$$p = m \cdot v = m\sqrt{gh}$$

3. הראו כי השוויון בין המתקף לשינוי בתנע מתקיים במחצית הגובה.

◀ במקרה שלנו $v_1=0$, ולכן השינוי בתנע הוא

$$\Delta \vec{p} = p_2 - p_1$$

$$v_1 = 0 \Rightarrow p_1 = 0$$

$$\Delta \vec{p} = p_2$$

◀ לכן, בהתאם לתשובות בסעיפים 1+2 :

$$J = \Delta P = p_2 = m\sqrt{gh}$$

4. הראו כי השוויון בין המתקף לשינוי בתנע מתקיים בכל רגע במהלך הנפילה.

◀ בכל נקודת זמן t לאורך מסלול הנפילה מתקיים $F=mg$. לכן, המתקף בכל רגע הוא:

$$J = F \Delta t$$

$$J = mg \cdot t$$

◀ מהירות הגוף משתנה, ולכן ברגע t מסוים מתקיים:

$$v_t = v_0 + at$$

$$v_t = 0 + gt$$

$$v_t = gt$$

◀ ולכן, מבחינת השינוי בתנע כעבור זמן t:

$$\Delta p = m \Delta v = m(v_t - v_0)$$

$$v_0 = 0$$

$$\Delta p = mv_t$$

$$\Delta p = mvt$$

◀ כלומר $J = \Delta p$

קרונית שמסתה 2kg נעה על מסילה ישרה, אופקית וחסרת חיכוך.

מרגע מסוים $t=0$ ועד רגע $t=6\text{sec}$ הופעל על הקרונית כוח שגודלו 8N וכיוונו

ימינה. ידוע שברגע $t=0$ מהירות הקרונית הייתה ימינה וגודלה היה 4m/sec .

א. חשבו את התנע של הקרונית ברגע $t=0$.

ב. חשבו את מתקף הכוח מרגע $t=0$, עד רגע $t=6\text{sec}$.

ג. חשבו את מהירות הקרונית ברגע $t=6\text{sec}$ בשתי דרכים:

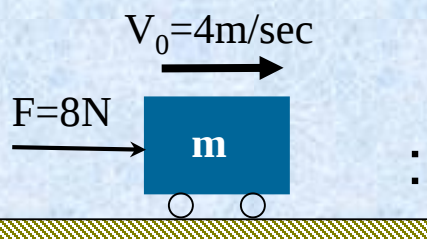
(1) בעזרת חוקי ניוטון ונוסחאות הקינמטיקה.

(2) בעזרת הקשר בין המתקף לתנע.

ד. הכוח שגודלו 8N הפסיק לפעול ברגע $t=6\text{sec}$, ומרגע זה עד רגע

$t=10\text{sec}$ פעל על הקרונית כוח שגודלו 5N וכיוונו שמאלה. חשבו בעזרת

הקשר מתקף-תנע את מהירות הקרונית ברגע $t=10\text{sec}$.



$$P_0 = m \cdot v_0 = 2 \cdot 4 = 8 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

$$J = F \cdot \Delta t = 8 \cdot 6 = 48 \text{ N} \cdot \text{sec}$$

$$\sum F = m \cdot a \Rightarrow 8 = 2 \cdot a \Rightarrow a = 4 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$$

$$v_t = v_0 + a \cdot t = 4 + 4 \cdot 6 = 28 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

$$J = \Delta P$$

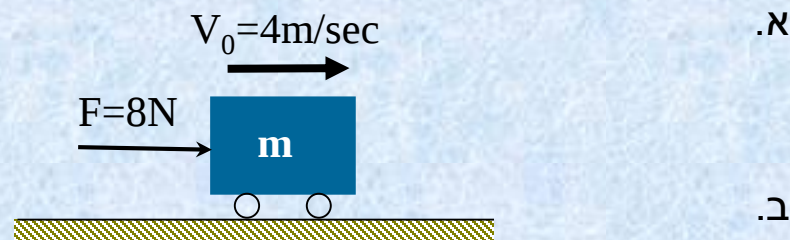
$$J = m \cdot v_t - m \cdot v_0$$

$$8 \cdot 6 = 2 \cdot v_t - 2 \cdot 4 \Rightarrow v_t = 28 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

$$J = \Delta P$$

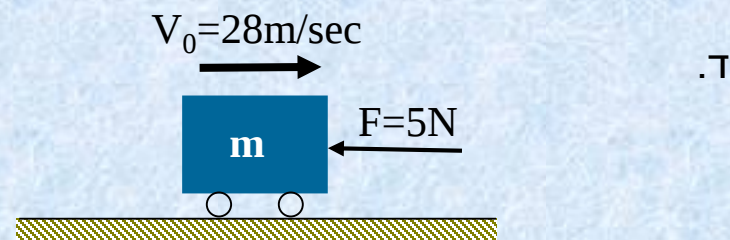
$$J = m \cdot v_t - m \cdot v_0$$

$$(-5) \cdot 4 = 2 \cdot v_t - 2 \cdot 28 \Rightarrow v_t = 18 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

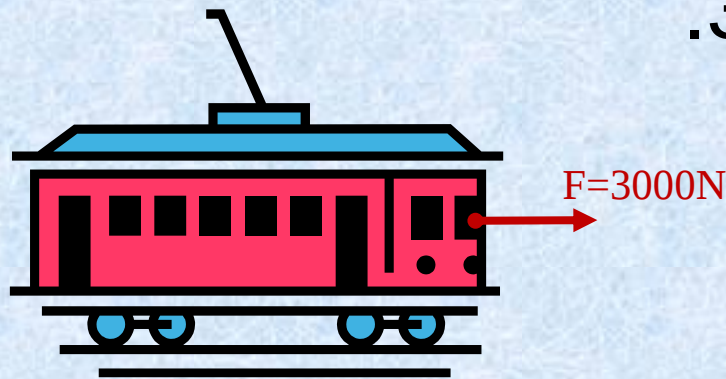


ג. 1

2



כוח קבוע השווה ל- 3000 ניוטון מאיץ קרון הנמצא
במנוחה למהירות של 36km/h .



מסת הקרון היא 10 טון.

א. מהו המתקף שפעל על ידי הכוח הקבוע?

ב. כמה זמן פעל הכוח עד שהקרון הגיע למהירות

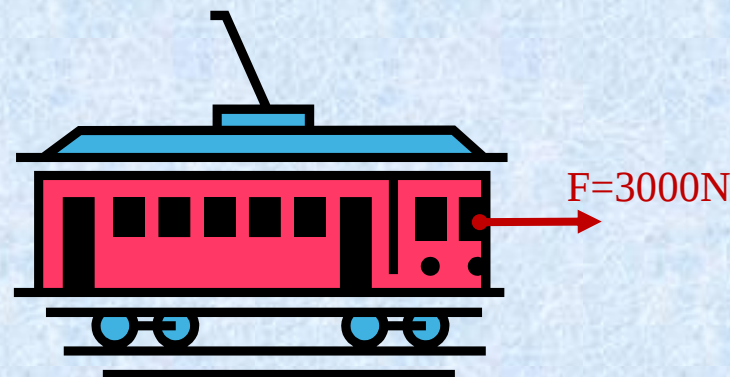
זו?

א. המתקף שפעל על ידי הכוח הקבוע שווה לשינוי בתנע של הקרון:

$$J_T = \Delta P$$

$$J_T = m \cdot v_2 - m \cdot v_1$$

$$J_T = 10000 \cdot 10 - 10000 \cdot 0 = 100000 N \cdot \text{sec}$$



ב.

$$J = F \cdot \Delta t$$

$$100000 = 3000 \cdot \Delta t$$

$$\Delta t = \frac{100000}{3000} = 33.33 \text{ sec}$$

אם פועלים על הגוף כמה כוחות, המתקף השקול שווה לסכום הוקטורי של המתקפים, שנעשו על ידי כל אחד מהכוחות.

$$\vec{J}_T = \sum \vec{F} \cdot \Delta t = \Delta \vec{P} = m \cdot \Delta \vec{v}$$



לדוגמא: כאשר פועלים על גוף שני כוחות אופקיים בכיוונים מנוגדים (גרירה וחיכוך למשל), יהיה המתקף של

$$\vec{J}_T = (\vec{F} - \vec{f}) \cdot \Delta t = \vec{F} \cdot \Delta t - \vec{f} \cdot \Delta t$$

שניהם יחד נתון ע"י הביטוי:

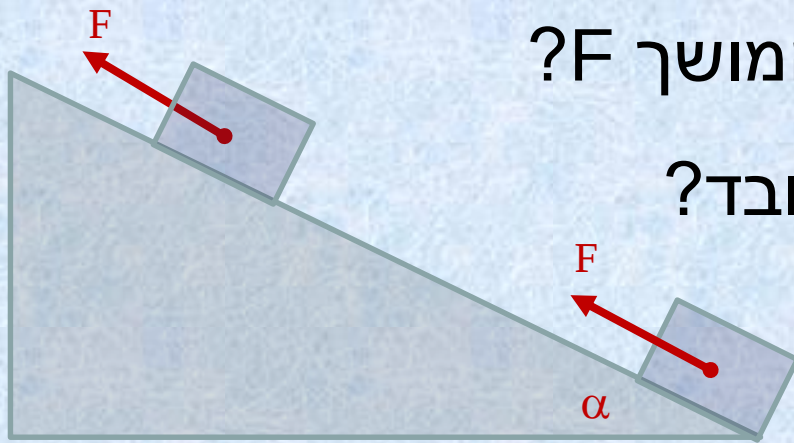
$$\vec{J}_T = \sum \vec{F} \cdot \Delta t$$

וגם:

$$\vec{J}_T = \vec{J}_F + \vec{J}_f$$

ובהתאם:

כוח קבוע $F=30\text{N}$ גורר גוף שמסתו 2kg במעלה מישור משופע חלק שזוויתו 30° במשך 4 שניות. הכוח פעול במקביל למישור המשופע. ברגע התחלת הפעלת הכוח הגוף נמצא במנוחה.



א. מהי המתקף שהפעיל הכוח המושך F ?

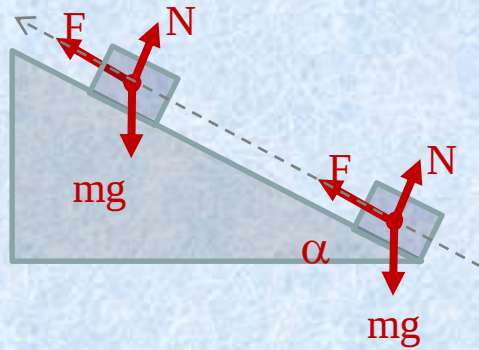
ב. מהו המתקף שהפעיל כוח הכובד?

ג. מהו מתקף הכוח הנורמלי?

ד. מהו המתקף השקול?

ה. מהו השינוי בתנע?

ו. מהי מהירות הגוף לאחר 4 השניות?



$$J_F = F \cdot \Delta t = 30 \cdot 4 = 120 N \cdot \text{sec} \quad \text{א.}$$

$$J_{mg_x} = mg \cdot \sin \alpha \cdot \Delta t = 20 \cdot 0.5 \cdot 4 = -40 N \cdot \text{sec} \quad \text{ב.}$$

$$J_{mg_y} = mg \cdot \cos \alpha \cdot \Delta t = 20 \cdot 0.866 \cdot 4 = -69.28 N \cdot \text{sec}$$

$$J_N = N \cdot \Delta t = mg \cdot \cos \alpha \cdot \Delta t = 20 \cdot 0.866 \cdot 4 = 69.28 N \cdot \text{sec} \quad \text{ג.}$$

$$J_x = J_F - J_{mg_x} = 120 - 40 = 80 N \cdot \text{sec} \quad \text{ד.}$$

$$J_y = J_N - J_{mg_y} = 0$$

$$J_{\Sigma F} = J_x = 80 N \cdot \text{sec}$$

$$J_{\Sigma F} = \Delta P = 80 [N \cdot \text{sec}] \quad \text{ה.ו.}$$

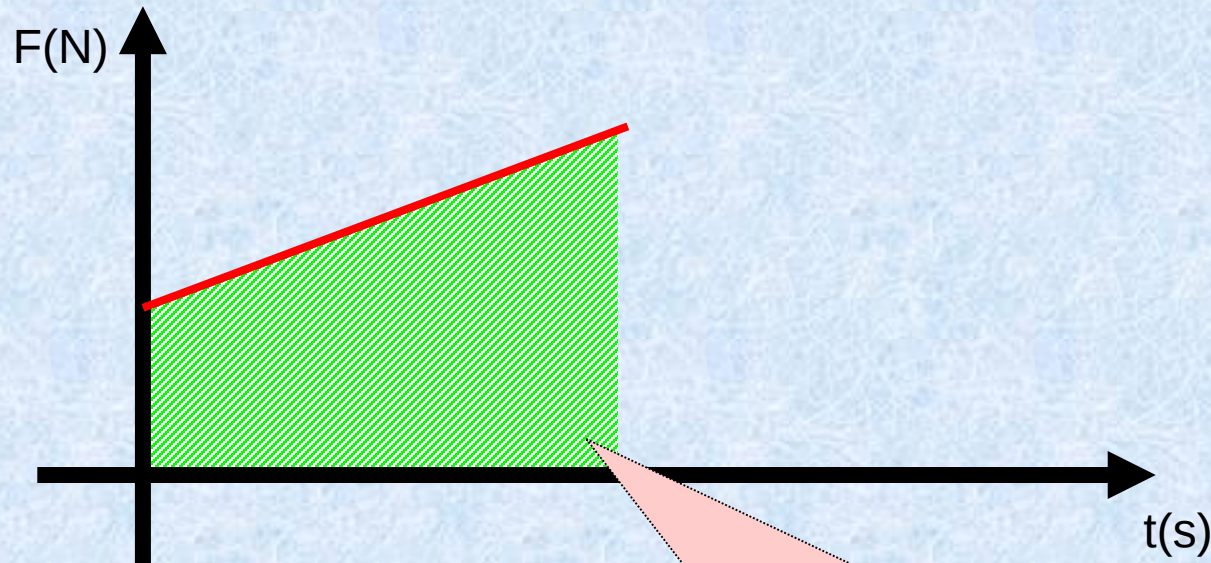
$$J_{\Sigma F} = m \cdot v_t - m \cdot v_0$$

$$80 = 2 \cdot v_t - 2 \cdot 0$$

$$v_t = 40 \frac{m}{\text{sec}}$$

יצוג גרפי של מתקן

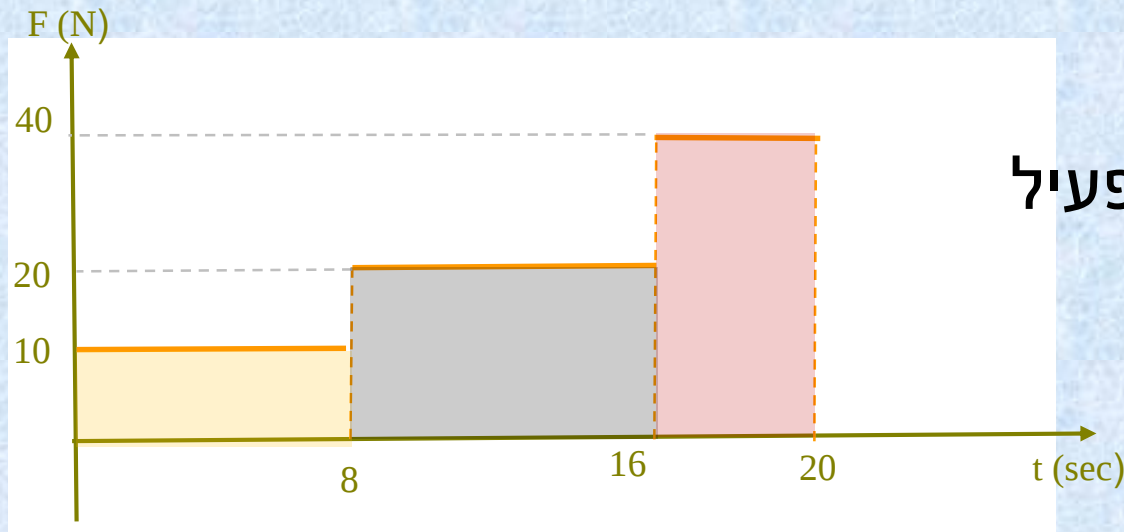
שטח מתחת לגרף כוח –זמן שווה למתקף



השטח הכלוא בגרף
כוח כתלות בזמן מייצג
את המתקף הכולל

לפניכם גרף המתאר את הכוח הפועל על גוף שמסתו 10kg כפונקציה של הזמן.

ברגע $t=0$ הגוף היה במנוחה. הכוח פועל בכיוון ההתקדמות של הגוף.

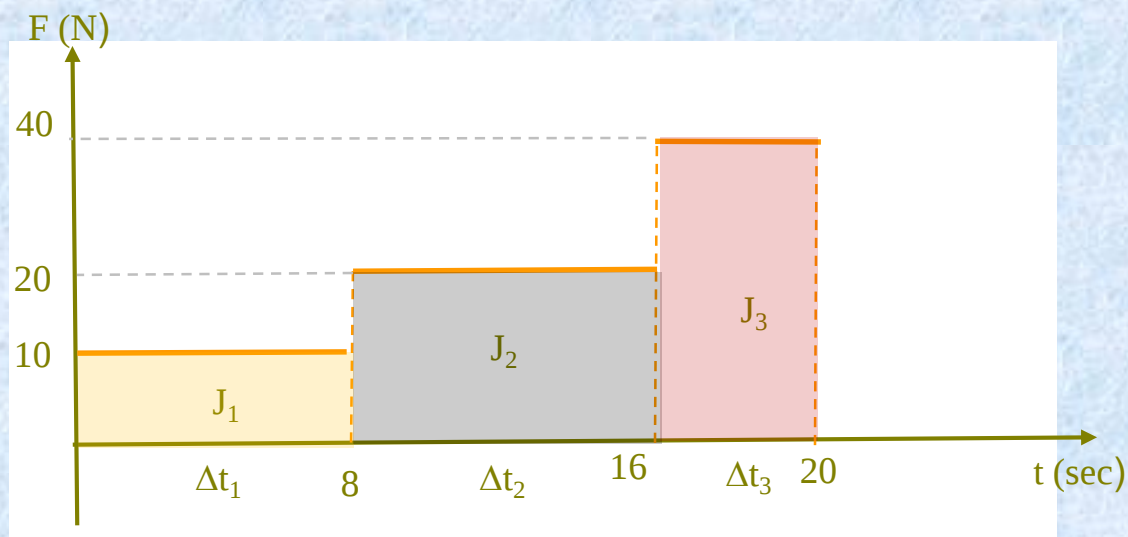


א. חשבו את המתקף שמפעיל

הכוח על הגוף בפרק הזמן

מ- $t=0$ ל- $t=20\text{sec}$.

ב. חשבו את התנע ואת המהירות שהייתה לגוף ברגע $t=20\text{sec}$.



ב. $J_{\Sigma F} = \Delta P = 400 N \cdot \text{sec}$

$$J_{\Sigma F} = m \cdot v_t - m \cdot v_0$$

$$400 = 10 \cdot v_t - 10 \cdot 0$$

$$v_t = 40 \frac{m}{\text{sec}}$$

א. $J_{\Sigma F} = J_1 + J_2 + J_3$

$$J_{\Sigma F} = F_1 \cdot \Delta t_1 + F_2 \cdot \Delta t_2 + F_3 \cdot \Delta t_3$$

$$J_{\Sigma F} = 10 \cdot 8 + 20 \cdot 8 + 40 \cdot 4$$

$$J_{\Sigma F} = 400 N \cdot \text{sec}$$

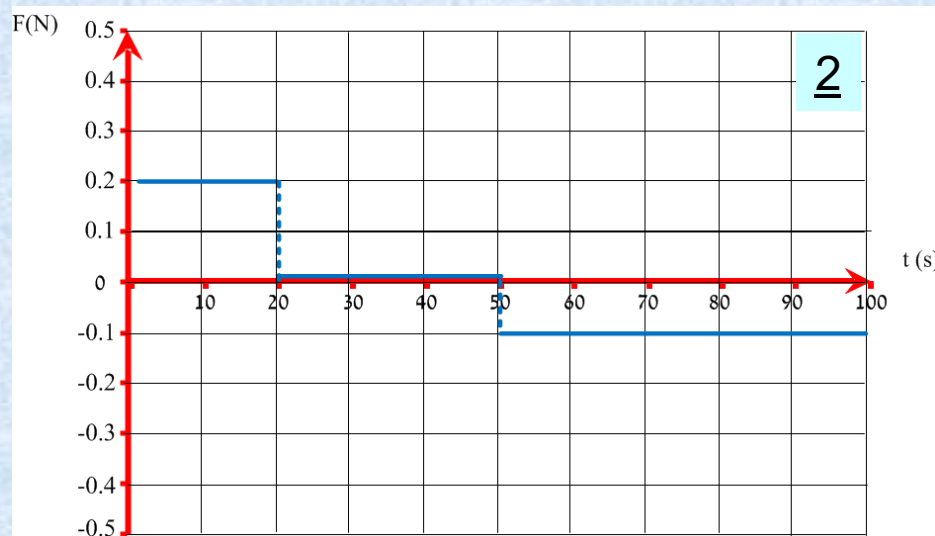
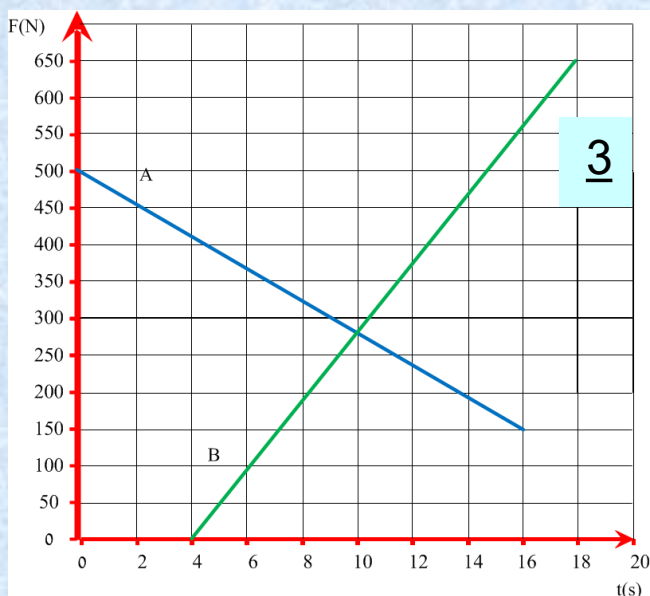
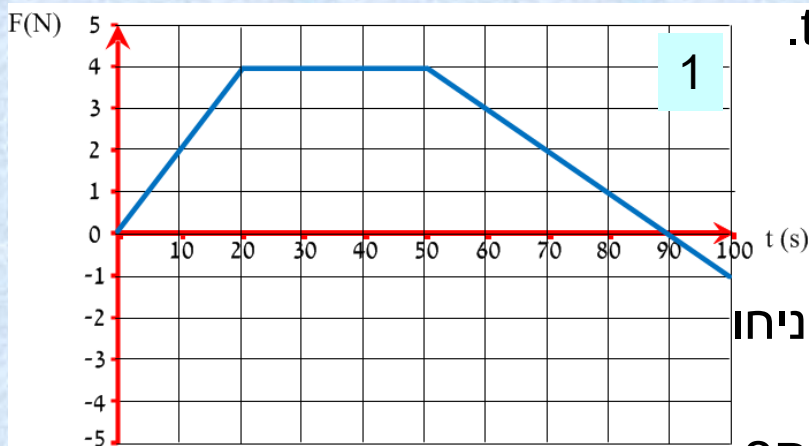
הגרפים הבאים מתארים פעולה של כוח F במשך זמן t . הכוח פועל בכיוון ימין.

1. חשבו את גודל המתקף ואת כיוונו במקרה 1.

2. חשבו את גודל המתקף ואת כיוונו במקרה 2.

3. בגרף 3, איזה כוח גורם לשינוי גדול יותר בתנע? הניחו כי מסות הגופים שוות.

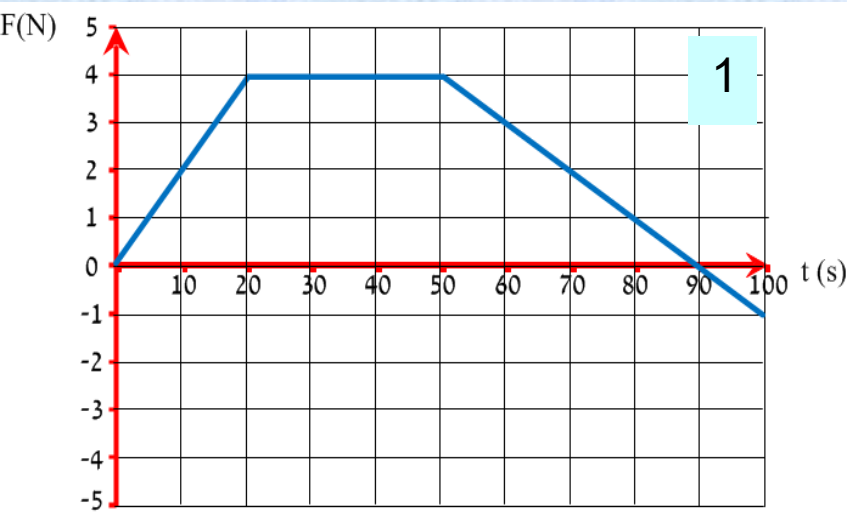
4. בגרף 3 מה ההבדל בין פעולת כוח A לפעולת כוח B?



1. חשבו את גודל המתקף ואת כיוונו – מקרה 1

◀ גודל המתקף שווה לשטח שמתחת לגרף, וכיוונו תלוי בכיוון הכוח.

◀ עד לשנייה ה-90 גודלו של הכוח חיובי, ולכן מתקיים:



$$J = F \Delta t$$

$$J = \frac{(30 + 90)4}{2} = 240 N \cdot s$$

◀ בין השנייה ה-90 לשנייה ה-100 כיוון הכוח שלילי:

$$J = \frac{10(-1)}{2} = -5 N \cdot s$$

◀ ולכן, המתקף הכללי של הכוח הוא: $240 - 5 = 235 Ns$ וכיוונו ימינה .

2. חשבו את גודל המתקף ואת כיוונו – מקרה 2

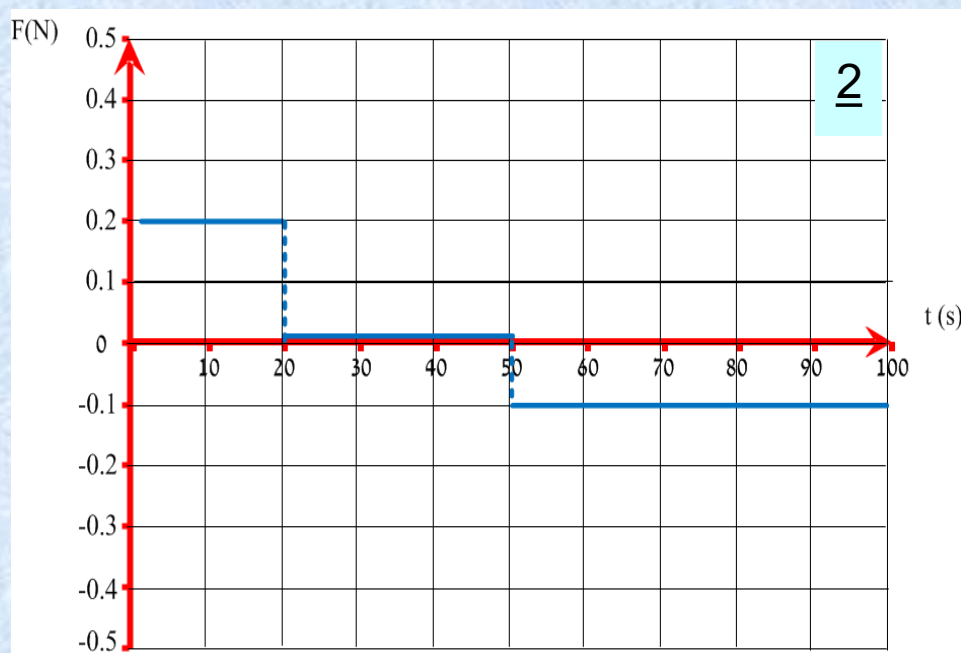
◀ כמו במקרה הקודם, נחשב את השטח הכולל שבין הגרף לציר הזמן.

◀ יש לזכור כי לכוח חיובי יש מתקף חיובי – ולהפך.

$$J = 0.2 \cdot 20 + 0 + (-0.1 \cdot 50)$$

$$J = -1N \cdot s$$

◀ גודלו הכולל של המתקף הוא 1 ניוטון-שנייה, וכיוונו שמאלה

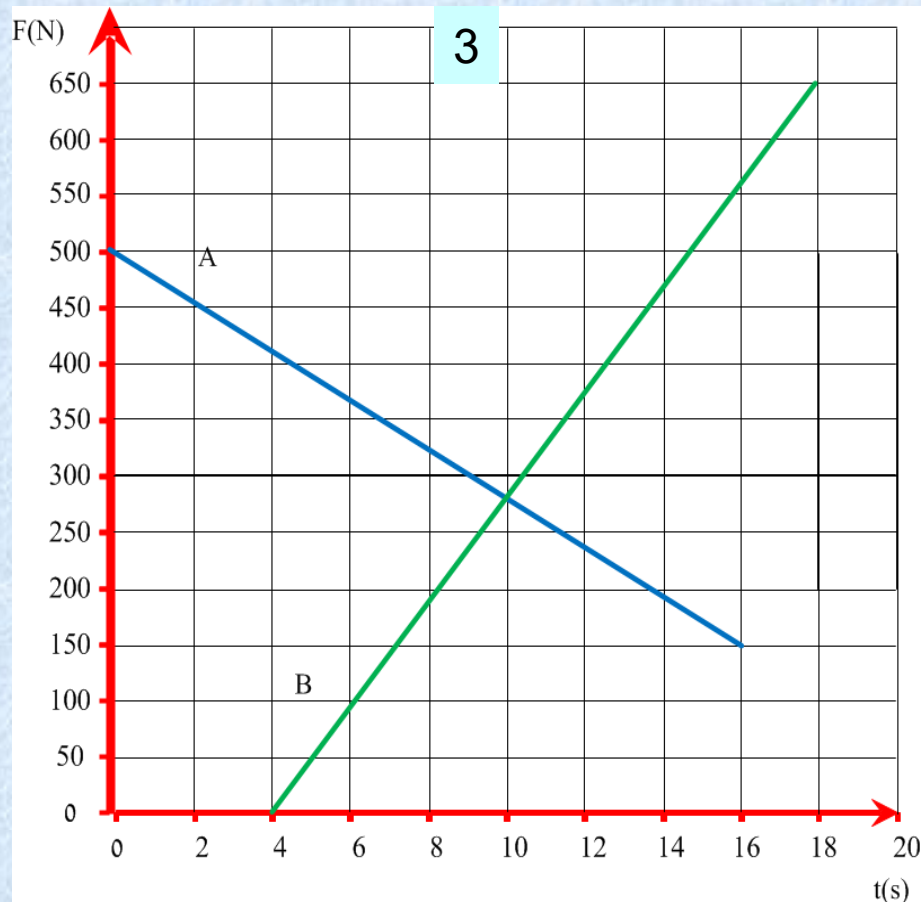


3. בגרף 3, איזה כוח גורם לשינוי גדול יותר בתנע? הניחו כי מסות הגופים שוות.
◀ נחשב את המתקפים של שני הכוחות.

$$J_A = \frac{(500 + 150) \cdot 16}{2} = 5200 [N \cdot s]$$

$$J_B = \frac{650 \cdot 14}{2} = 4550 [N \cdot s]$$

◀ לכן הכוח A יוצר שינוי גדול יותר בתנע של הגוף.



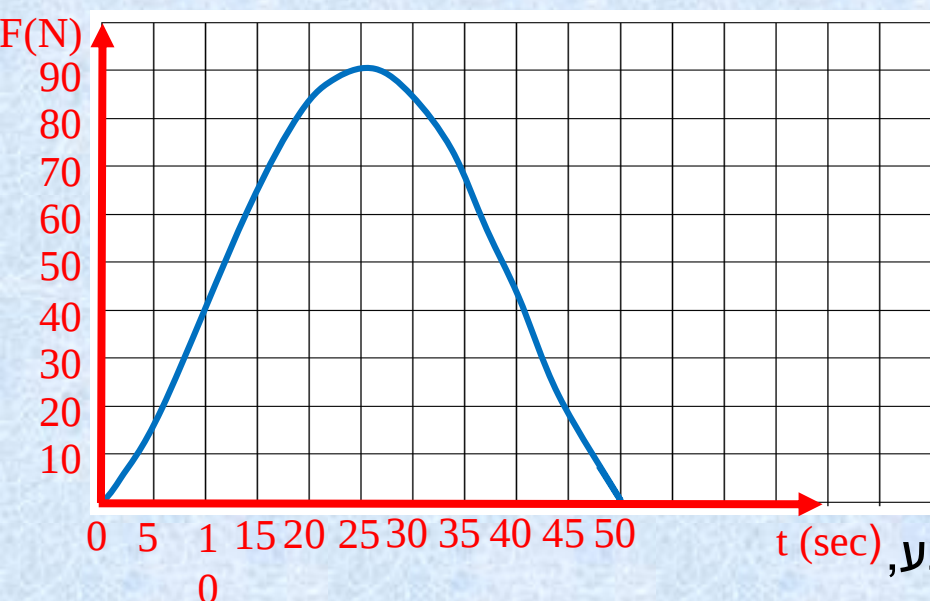
4. מה ההבדל בין פעולת כוח A לפעולת כוח B?

- ◀ המתקף של שני הכוחות הוא חיובי, ולכן השינוי בתנע חיובי גם כן.
- ◀ המשמעות היא שבשני המקרים ישנה תוספת במהירות של המסה (המסה לא משתנה).
- ◀ ההבדל הוא שכוח A מגביר את המהירות במידה קטנה יותר מאשר הכוח B.

הערה: שימו לב כי הכוח A אינו שלילי. הוא אמנם קטן עם הזמן, אך עדיין מגביר את מהירות המסה, ולכן מגדיל את התנע שלה.

לפניכם גרף המתאר את הכוח הפועל על כלי רכב שמסתו 500kg כפונקציה של הזמן.

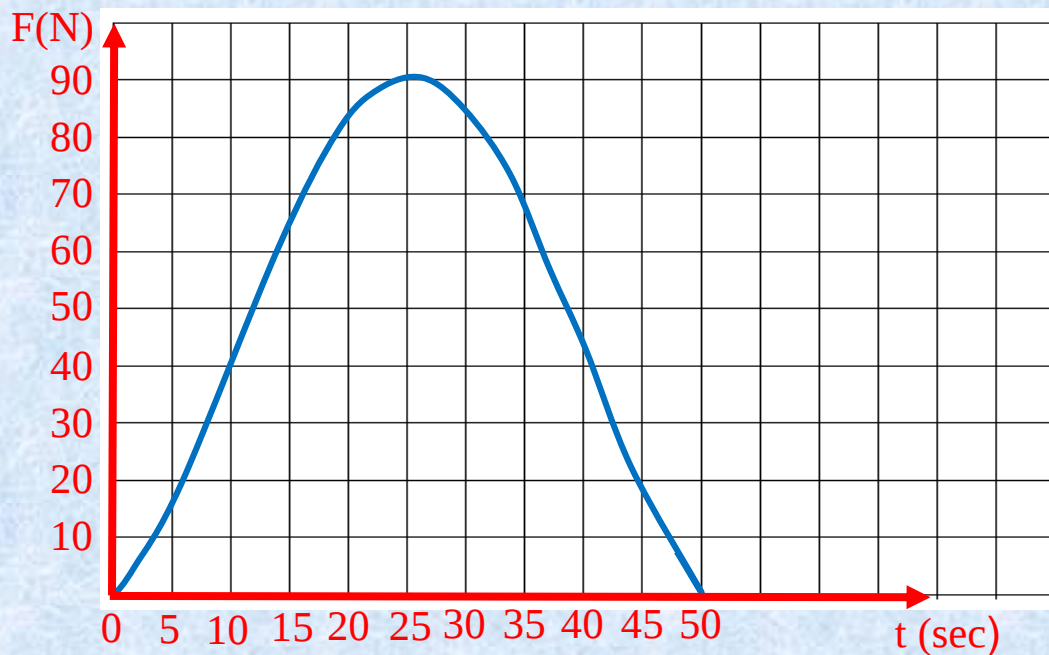
ברגע $t=0$ כלי הרכב היה במנוחה. הכוח פועל בכיוון ההתקדמות של כלי הרכב.



א. העריכו את מתקף הכוח הפועל על כלי הרכב בפרק הזמן בין $t=0$ ל- $t=50\text{sec}$.

ב. על פי הערכתכם בסעיף א, חשבו את התנע, את האנרגיה הקינטית ואת המהירות שהייתה לכלי הרכב ברגע $t=50\text{sec}$.

ג. מתי היה השינוי בתנע גדול יותר: בפרק הזמן בין $t=10\text{sec}$ ל- $t=15\text{sec}$ או בפרק הזמן בין $t=20\text{sec}$ ל- $t=25\text{sec}$? העריכו את ההפרש בין השינויים.



$$J = \Delta P = 2250 J$$

ב.

$$J = m \cdot v_t - m \cdot v_0$$

$$2250 = 500 \cdot v_t - 500 \cdot 0$$

$$v_t = 4.5 \frac{m}{sec}$$

$$E_K = \frac{m \cdot v^2}{2} = \frac{500 \cdot 4.5^2}{2} = 5062.5 J$$

$$J = \frac{50 \cdot 90}{2} = 2250 N \cdot sec \quad \text{א.}$$

ג. בפרק הזמן בין $t=20sec$ ל- $t=25sec$, $440-270=170[N \cdot sec]$.

חוק שימור תנע

חוק שימור תנע 1



שני כדורים בעלי מסות שונות נעים במהירויות שונות אחד לקראת השני. ברגע של התנגשות כל כדור מפעיל על השני כוח. לפי חוק שלישי של ניוטון (פעולה ותגובה) הכוחות שכדורים מפעילים שווים בגודלם ומנוגדים בכיוונם.

$$F_{A \rightarrow B} = -F_{B \rightarrow A}$$

חוק שימור תנע 2



נסמן את מהירותו של כדור A לפני ההתנגשות ב- V_A ומהירותו של
הכדור B לפני ההתנגשות ב- V_B . מהירויות של הכדורים אחרי
ההתנגשות נסמן ב- U_A ו- U_B .

מתקף שגוף A מפעיל על גוף B גורם לשינוי תנע של גוף B
מתקף שגוף B מפעיל על גוף A גורם לשינוי תנע של גוף A
המתקף הכולל של מערכת שווה לאפס.

חוק שימור תנע 3

$$\underbrace{\vec{F}_{A \rightarrow B} \cdot t}_{\text{מתקף שגוף A מפעיל על B}} = \underbrace{m_B \vec{u}_B - m_B \vec{v}_B}_{\text{שינוי תנע של גוף B שנגרם ע"י גוף A}}$$

מתקף שגוף A
מפעיל על B

שינוי תנע של גוף B
שנגרם ע"י גוף A

$$\underbrace{\vec{F}_{B \rightarrow A} \cdot t}_{\text{מתקף שגוף B מפעיל על A}} = \underbrace{m_A \vec{u}_A - m_A \vec{v}_A}_{\text{שינוי תנע של גוף A שנגרם ע"י גוף B}}$$

מתקף שגוף B
מפעיל על A

שינוי תנע של גוף A
שנגרם ע"י גוף B

חוק שימור תנע 4

$$F_{A \rightarrow B} = -F_{B \rightarrow A} \Rightarrow F_{A \rightarrow B} \cdot t = -F_{B \rightarrow A} \cdot t$$

$$\vec{F}_{A \rightarrow B} \cdot t = m_B \vec{u}_B - m_B \vec{v}_B$$

$$\vec{F}_{B \rightarrow A} \cdot t = m_A \vec{u}_A - m_A \vec{v}_A$$

$$m_B \vec{u}_B - m_B \vec{v}_B = -(m_A \vec{u}_A - m_A \vec{v}_A)$$

$$m_B \vec{u}_B - m_B \vec{v}_B = -m_A \vec{u}_A + m_A \vec{v}_A$$

$$m_A \vec{v}_A + m_B \vec{v}_B = m_A \vec{u}_A + m_B \vec{u}_B$$

חוק שימור תנע

חוק שימור התנע: סכום ווקטורי של תנעים של הגופים לפני ההתנגשות שווה לסכום ווקטורי של תנעים אחרי ההתנגשות.

$$m_A \vec{v}_A + m_B \vec{v}_B = m_A \vec{u}_A + m_B \vec{u}_B$$

לא נכון	נכון		
		1 תנע כולל (וקטורי) לפי התנגשות שווה לתנע כולל (וקטורי) אחרי התנגשות	
		2 מהירות לפני התנגשות מסמנים באות v	
		3 מהירות אחרי התנגשות מסמנים באות u	
		4 מתקף שווה לשינוי בתנע	
		5 שטח בגרף כוח-זמן מייצג את תנע	
		6 מתקף הוא וקטור ותנע הוא סקלר	
		7 חוק שימור תנע נובע מחוק 2 וחוק 3 של ניוטון	

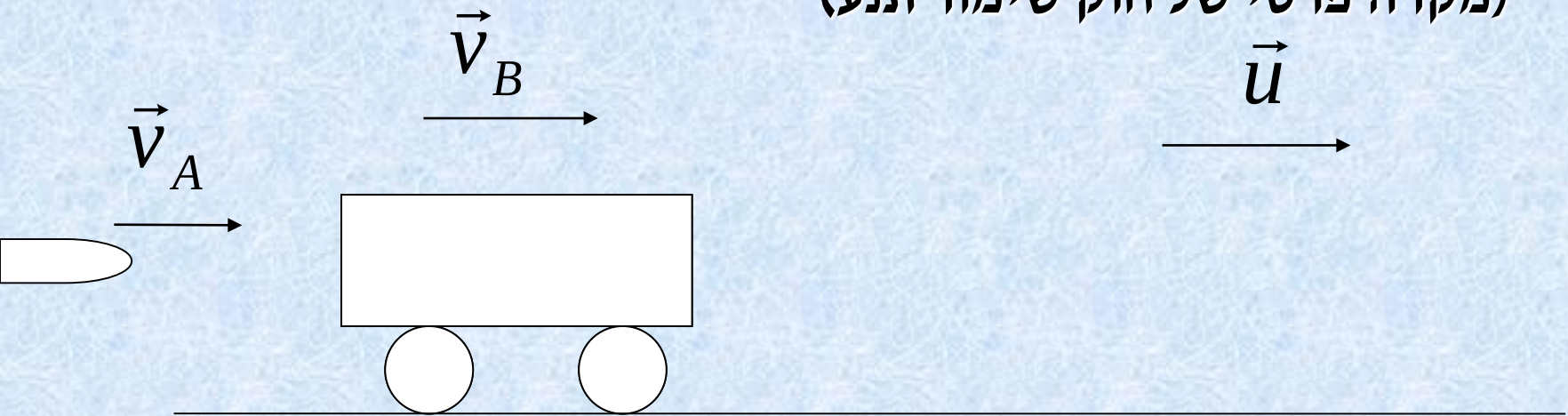
לא נכון	נכון		
	V	תנע כולל (וקטורי) לפי התנגשות שווה לתנע כולל (וקטורי) אחרי התנגשות	1
	V	מהירות לפני התנגשות מסמנים באות V	2
	V	מהירות אחרי התנגשות מסמנים באות u	3
	V	מתקף שווה לשינוי בתנע	4
	V	שטח בגרף כוח-זמן מייצג את תנע	5
V		מתקף הוא וקטור ותנע הוא סקלר	6
	V	חוק שימור תנע נובע מחוק 2 וחוק 3 של ניוטון	7

התנגשות פלסטית

התנגשות פלסטית

אחרי ההתנגשות גופים ממשיכים לנוע כגוף אחד

(מקרה פרטי של חוק שימור תנע)



$$m_A \vec{v}_A + m_B \vec{v}_B = (m_A + m_B) \vec{u}$$

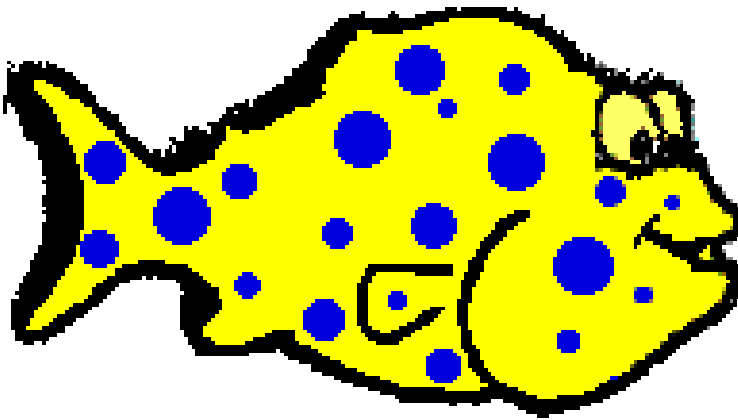
התנגשות פלסטית



התנגשות פלסטית



The mass of the big fish is 4X the mass of the little fish.
Speed of Small Fish = 5 km/hr





הנה דולמה להתנאות, להו בור שנוצר
לפני 20000 שנים ע"י פליצת מטאור
בארילונה. רוחבו 1200 מטר ועומקו 200
מטר.

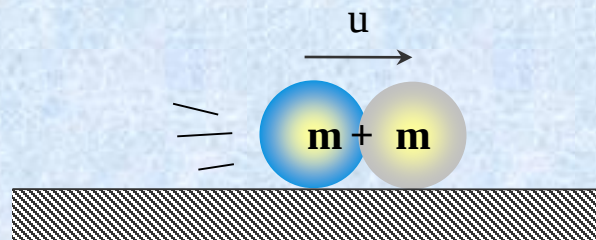
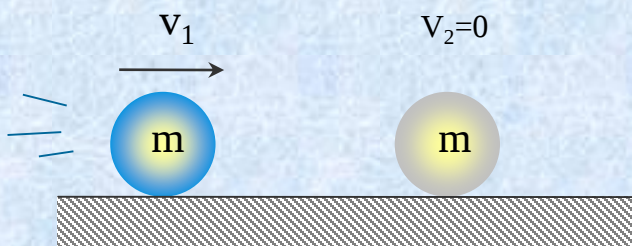
לא נכון	נכון		
		בהתנגשות פלסטית אנרגיה מכנית נשמרת	1
		לכל זוג גופים ללא חשיבות במסה יש אותה מהירות אחרי התנגשות פלסטית	2
		בהתנגשות פלסטית חוק שימור תנע לא תקף	3
		אחרי התנגשות פלסטית גופים נעים כגוף אחד	4

לא נכון	נכון		
V		1 בהתנגשות פלסטית אנרגיה מכנית נשמרת	
	V	2 לכל זוג גופים ללא חשיבות במסה יש אותה מהירות אחרי התנגשות פלסטית	
V		3 בהתנגשות פלסטית חוק שימור תנע לא תקף	
	V	4 אחרי התנגשות פלסטית גופים נעים כגוף אחד	

כדור שמסתו m נע במהירות v לעבר כדור שני זהה הנמצא במנוחה.

א. מה תהיה מהירות הכדורים לאחר ההתנגשות?

ב. כמה אנרגיה קינטית אבדה במהלך ההתנגשות?



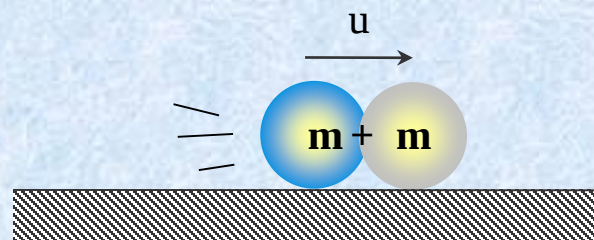
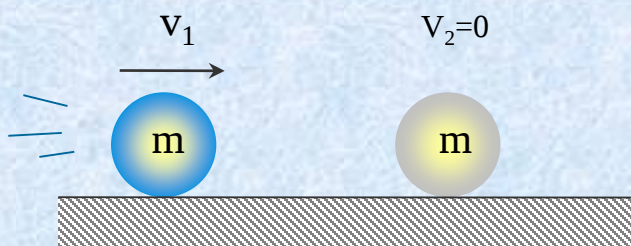
א. על פי חוק שימור התנע בהתנגשות פלסטית מתקיים:

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \cdot \vec{u}$$

מכאן שהביטוי למהירות המשותפת:

$$\vec{u} = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2}{(m_1 + m_2)} = \frac{m \vec{v}_1 + m \cdot 0}{(m + m)} = \frac{\vec{v}_1}{2}$$

מסקנה: כאשר המסות שוות $m_1=m_2=m$ והגוף הנפגע נמצא במנוחה ($v_2=0$), המהירות המשותפת שווה למחצית המהירות שהייתה לגוף הפוגע לפני ההתנגשות.



ב. האנרגיה הקינטית של המערכת לפני ההתנגשות היא הייתה:

$$E_{k_o} = \frac{1}{2}mv^2$$

לאחר ההתנגשות האנרגיה הקינטית של המערכת היא:

$$E_{k_T} = \frac{1}{2}(m+m) \cdot u^2$$

ההפרש באנרגיות הקינטיות הוא:

$$\Delta E_k = E_{k_T} - E_{k_o} = \left(\frac{1}{2}(m+m) \cdot u^2\right) - \left(\frac{1}{2}mv^2\right)$$

$$\Delta E_k = \left(\frac{1}{2}(m+m) \cdot \left(\frac{v}{2}\right)^2\right) - \left(\frac{1}{2}mv^2\right) = \frac{1}{2}mv^2$$

מסקנה: כאשר המסות שוות $m_1=m_2=m$ והגוף הנפגע נמצא במנוחה ($v_2=0$), מחצית

הקינטית אובדת.

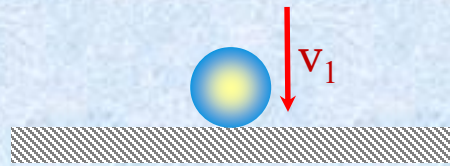
מהאנרגיה

כדור פלסטלינה שמסתו m_1 הנופל מגובה מסוים

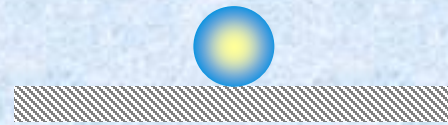
פוגע ברצפה במהירות v_1 , לאחר ההתנגשות הכדור



נצמד לרצפה.



לפני ההתנגשות



אחרי ההתנגשות

בהנחה שמסת הפלסטלינה קטנה בהרבה ממסת כדור

הארץ $m_1 \ll m_2$

מה תהיה המהירות המשותפת שלהם לאחר ההתנגשות?

התנגשות פלסטית: תרגיל דוגמה כאשר $m_1 \ll m_2$

א. על פי חוק שימור התנע בהתנגשות פלסטית מתקיים:

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \cdot \vec{u}$$

מכאן שהביטוי למהירות המשותפת:

$$\vec{u} = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2}{(m_1 + m_2)} = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \cdot 0}{(m_1 + m_2)} = \frac{m_1 \vec{v}_1}{(m_1 + m_2)}$$

נשים לב שתוצאה זו אינה יכולה להיות שווה לאפס, אולם במצב בו $m_1 \ll m_2$ נקבל:

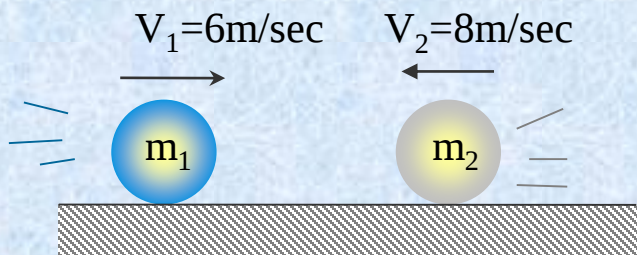
$$u = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{(m_1 + m_2)} = \frac{m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot 0}{m_2} \approx 0$$

מסקנה: כאשר המסה הפוגעת קטנה בהרבה מהמסה הנפגעת $m_1 \ll m_2$, והמסה

הנפגעת נמצאת במנוחה ($v_2=0$), המהירות המשותפת לאחר ההתנגשות שווה

בקירוב לאפס.

שני גופים מתנגשים מצחית זה בזה. הכיוון החיובי של ציר ה- x הוא



בכיוון ימין.

נתון: $m_1 = 4 \text{ kg}$, $m_2 = 2 \text{ kg}$.

א. מהו התנע הקווי הכללי של המערכת לפני ההתנגשות (גודל וכיוון)?

ב. מהו התנע הקווי הכללי של המערכת אחרי ההתנגשות (גודל וכיוון)?

ג. בהנחה שההתנגשות היא התנגשות פלסטית (לא- אלסטית

לחלוטין):

(I) מהי המהירות הסופית (גודל וכיוון) של כל אחד מהכדורים?

(II) מהו המתקף (גודל וכיוון) שפעל על כל אחד מהכדורים?

(III) כמה אנרגיה קינטית אבדה בהתנגשות?

א.

$$p_0 = m_1 v_1 + m_2 v_2 = 4 \cdot 6 + 2 \cdot (-8) = 8 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

כיוון ימינה

$$p_0 = p_T = 8 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

ב. משימור תנע

ג. א.

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = (m_1 + m_2) \cdot u$$

$$4 \cdot 6 + 2 \cdot (-8) = (4 + 2) \cdot u \Rightarrow u = 1.33 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{כיוון ימינה}$$

ה.

$$J_1 = \Delta p_1 = m_1 u_1 - m_1 v_1 = 4 \cdot 1.33 - 4 \cdot 6 = -18.66 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{כיוון שמאלה}$$

$$J_2 = \Delta p_2 = m_2 u_2 - m_2 v_2 = 2 \cdot 1.33 - 2 \cdot (-8) = 18.66 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{כיוון ימינה}$$

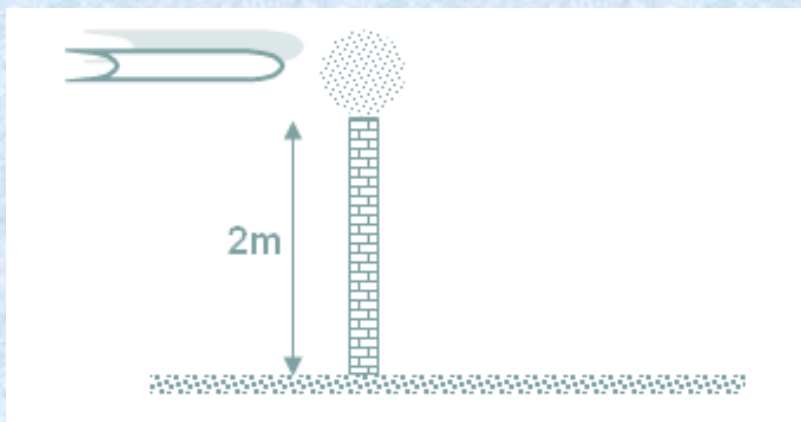
ו.

$$\Delta E_k = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) \cdot u^2 - \left(\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \right)$$

$$\Delta E_k = \frac{1}{2} (4 + 2) \cdot 1.33^2 - \left(\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 6^2 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 8^2 \right) = -130.69 \text{ J}$$

כדור עץ שמסתו 875 gr , ניצב על עמוד צר המאונך לקרקע.
גובה העמוד 2m .

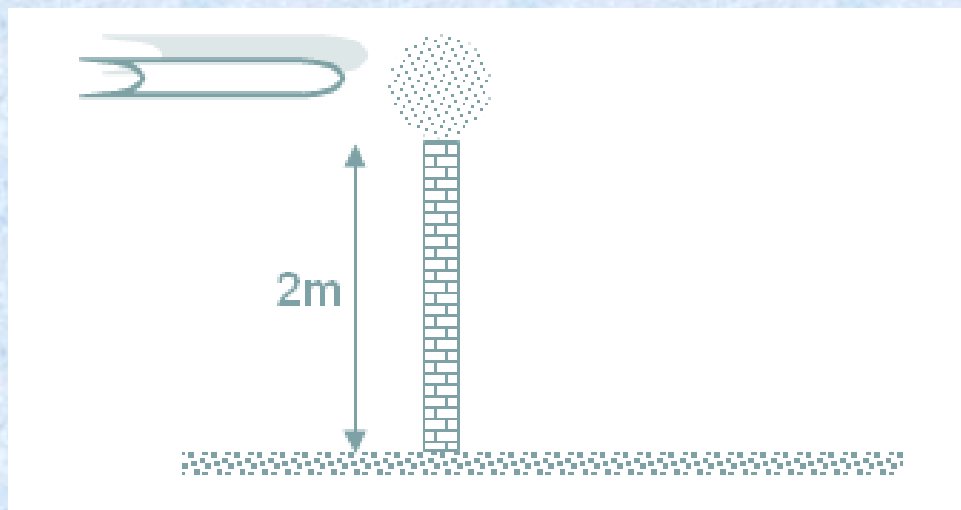
קליע שמסתו 15gr נע אופקית כלפי מרכז הכדור וננעץ בו.



כדור העץ והקליע בתוכו פגעו בקרקע במרחק 2m מטר
מרגלי העמוד.

מהי מהירות הקליע לפני פגיעתו בכדור העץ?

א.



$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = (m_1 + m_2) \cdot u$$

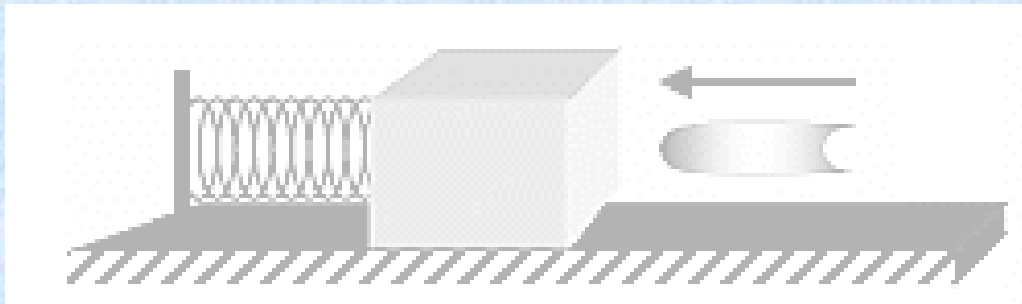
$$0.015 \cdot v_1 + 0.875 \cdot 0 = (0.015 + 0.875) \cdot u$$

$$y_t = y_0 + v_0 \cdot t + \frac{g \cdot t^2}{2} \Rightarrow 2 = 5t^2 \Rightarrow t = 0.632 \text{ sec}$$

$$x_t = x_0 + v_{0x} \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2} \Rightarrow 2 = u \cdot 0.632 \Rightarrow u = 3.16 \frac{m}{\text{sec}}$$

$$0.015 \cdot v_1 + 0.875 \cdot 0 = (0.015 + 0.875) \cdot 3.16 \Rightarrow v_1 = 187.49 \frac{m}{\text{sec}}$$

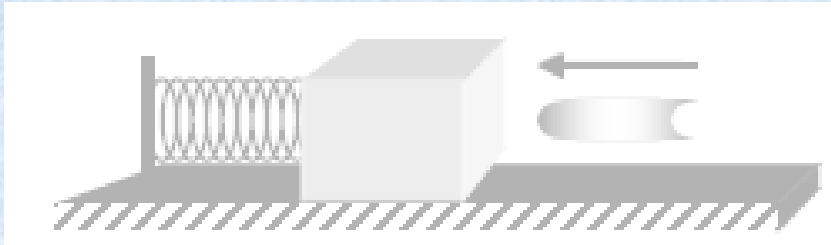
קליע שמסתו 10 gr נע במהירות 150 m/sec ונתקע בבול עץ שמסתו 4 kg , הקשור לקפיץ שקבוע הקפיץ



שלו 100 N/m .

א. מהו הכיווץ המקסימלי של הקפיץ, אם נתון שהמשטח חלק?

ב. מהו הכיווץ המקסימלי של הקפיץ, אם מקדם החיכוך הקינטי שווה ל- 0.2 ?



א.

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = (m_1 + m_2) \cdot u$$

$$0.01 \cdot 150 + 4 \cdot 0 = (0.01 + 4) \cdot u \Rightarrow u = 0.374 \frac{m}{sec}$$

$$\frac{1}{2} (m_1 + m_2) \cdot u^2 = \frac{1}{2} kx^2$$

$$\frac{1}{2} (0.01 + 4) \cdot 0.374^2 = \frac{1}{2} 100x^2 \Rightarrow x = 0.0749m$$

$$W_{f_k} = \frac{1}{2} kx^2 - \frac{1}{2} (m_1 + m_2) \cdot u^2$$

ב.

$$(m_1 + m_2) \cdot g \cdot \mu_k \cdot x' \cdot \cos 180 = \frac{1}{2} kx'^2 - \frac{1}{2} (m_1 + m_2) \cdot u^2$$

$$(0.01 + 4) \cdot g \cdot 0.2 \cdot x' \cdot (-1) = \frac{1}{2} 100x'^2 - \frac{1}{2} (0.01 + 4) \cdot 0.374^2 \Rightarrow x' = 0.029m$$

במטוטלת בליסטית יורים קליע שמסתו 20gr לעבר בול עץ שמסתו 480 gr.
כתוצאה מפגיעת הקליע עלה בול העץ לגובה של 1 cm.



- א. מהי מהירות הכניסה של הקליע, אם ידוע שהקליע נשאר בבול העץ?
- ב. מהו הפחת באנרגיה הקינטית בכל תהליך ההתנגשות?

א.

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = (m_1 + m_2) \cdot u$$

$$0.02 \cdot v_1 + 0.48 \cdot 0 = (0.02 + 0.48) \cdot u$$

$$\frac{1}{2} (m_1 + m_2) \cdot u^2 = (m_1 + m_2) \cdot g \cdot h$$

$$\frac{1}{2} (0.02 + 0.48) \cdot u^2 = (0.02 + 0.48) \cdot g \cdot 0.01 \Rightarrow u = 0.447 \frac{m}{sec}$$

$$0.02 \cdot v_1 + 0.48 \cdot 0 = (0.02 + 0.48) \cdot 0.447 \Rightarrow v_1 = 11.18 \frac{m}{sec}$$

$$\Delta E_k = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) \cdot u^2 - \left(\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \right)$$

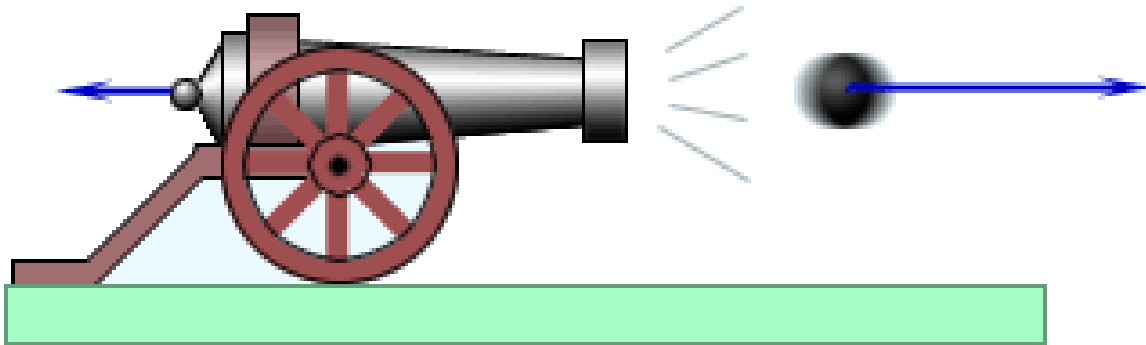
ב.

$$\Delta E_k = \frac{1}{2} (0.02 + 0.48) \cdot 0.447^2 - \left(\frac{1}{2} \cdot 0.02 \cdot 11.18^2 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 0^2 \right) = -1.199 j$$



התפוצצות (רתע)

גוף אחד מתחלק למספר גופים קטנים יותר
(מקרה פרטי של חוק שימור תנע)



$$(m_A + m_B) \vec{v} = m_A \vec{u}_A + m_B \vec{u}_B$$

התנגשות אלסטית (לחלוטין)

The image shows a Geogebra simulation interface for a collision experiment. At the top left, there are three buttons: "Run", "Pause", and "Reset". To the right of these buttons are two sliders. The first slider is labeled "Animation Speed" with "slower" on the left and "faster" on the right; its knob is positioned towards the "faster" end. The second slider is labeled "elasticity = 0" with "totally inelastic" on the left and "elasticity = 0" on the right; its knob is positioned at the "totally inelastic" end. Below these sliders, the current state of the simulation is displayed: "Velocity of red box = 5 m/s" and "Velocity of blue box = -3.6 m/s". In the center, a red box and a blue box are shown on a gray horizontal surface. At the bottom, there are four sliders for initial conditions. On the left, for the red box: "Initial velocity of red box = 5 m/s" (knob at 5) and "Mass of red box = 1 kg" (knob at 1). On the right, for the blue box: "Initial velocity of blue box = -3.6 m/s" (knob at -3.6) and "Mass of blue box = 3 kg" (knob at 3). A refresh icon is located in the top right corner.

<https://www.geogebra.org/m/EbTB6SGB>

התנגשות אלסטית (לחלוטין)

התנגשות שבה אנרגיה קינטית נשמרת נקראת התנגשות אלסטית (לחלוטין)

(מקרה פרטי של חוק שימור תנע)

$$m_A \vec{v}_A + m_B \vec{v}_B = m_A \vec{u}_A + m_B \vec{u}_B$$

מעבירים אגפים
ומוציאים גורם
משותף

$$\frac{m_A v_A^2}{2} + \frac{m_B v_B^2}{2} = \frac{m_A u_A^2}{2} + \frac{m_B u_B^2}{2}$$

כופלים ב-2,
מעבירים אגפים
ומוציאים גורם
משותף

$$m_A (\vec{v}_A - \vec{u}_A) = m_B (\vec{u}_B - \vec{v}_B)$$

$$m_A (v_A^2 - u_A^2) = m_B (u_B^2 - v_B^2)$$

התנגשות אלסטית (לחלוטין)

$$m_A(\vec{v}_A - \vec{u}_A) = m_B(\vec{u}_B - \vec{v}_B)$$

התנגשות שבה אנרגיה קינטית

נשמרת נקראת התנגשות

אלסטית (לחלוטין)

$$m_A(v_A^2 - u_A^2) = m_B(u_B^2 - v_B^2)$$

$$\frac{m_A(v_A^2 - u_A^2)}{m_A(v_A - u_A)} = \frac{m_B(u_B^2 - v_B^2)}{m_B(u_B - v_B)}$$

נחלק את המשוואה השנייה

במשוואה הראשונה

$$m_A(v_A - u_A) \quad m_B(u_B - v_B)$$

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

מתמטיקה – כפל מקוצר

$$\vec{v}_A + \vec{u}_A = \vec{v}_B + \vec{u}_B \Rightarrow \vec{v}_A - \vec{v}_B = \vec{u}_B - \vec{u}_A \Rightarrow$$

$$\vec{v}_A - \vec{v}_B = -(\vec{u}_A - \vec{u}_B)$$

	נכון	לא נכון
1	בהתנגשות אלסטית (לחלוטין) אנרגיה קינטית נשמרת	
2	בהתנגשות אלסטית (לחלוטין) אנרגיה מכנית כוללת נשמרת	
3	מהירות אחרי התנגשות מסמנים באות u	
4	חוק שימור תנע לא מתקיים בהתנגשות אלסטית (לחלוטין)	
5	נוסחה $\vec{v}_A - \vec{v}_B = -(\vec{u}_A - \vec{u}_B)$ תקפה רק בתנגשות חד ממדית מצחית	
6	בהתנגשות אלסטית (לחלוטין) תנע כולל (וקטורי) לפני ההתנגשות שווה לתנע כולל (וקטורי) אחרי ההתנגשות	

1		נכון	לא נכון
1	בהתנגשות אלסטית (לחלוטין) אנרגיה קינטית נשמרת	V	
2	בהתנגשות אלסטית (לחלוטין) אנרגיה מכנית כוללת נשמרת		V
3	מהירות אחרי התנגשות מסמנים באות u	V	
4	חוק שימור תנע לא מתקיים בהתנגשות אלסטית (לחלוטין)		V
5	נוסחה $\vec{v}_A - \vec{v}_B = -(\vec{u}_A - \vec{u}_B)$ תקפה רק בתנגשות חד ממדית מצחית	V	
6	בהתנגשות אלסטית (לחלוטין) תנע כולל (וקטורי) לפני ההתנגשות שווה לתנע כולל (וקטורי) אחרי ההתנגשות	V	

שתי עגלות זהות שמסתן m נעות על מסילה ומתנגשות אלסטית. מיהירויותיהם לפני ההתנגשות הן: v_1 ו- v_2 ,

ולאחר ההתנגשות u_1 ו- u_2 .



א. מצאו ביטוי למהירויות העגלות לאחר ההתנגשות.

ב. מצאו ביטוי למהירויות העגלות לאחר ההתנגשות

בהנחה שהעגלה הנפגעת הייתה בהתחלה במנוחה

(מקרה פרטי).

פתרון: א. עבור התנגשות אלסטית ניתן להשתמש בזוג המשוואות, המבטאות את שני חוקי השימור:

$$\begin{cases} m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2 \\ \vec{v}_1 - \vec{v}_2 = -(\vec{u}_1 - \vec{u}_2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} m \vec{v}_1 + m \cdot \vec{v}_2 = m \vec{u}_1 + m \vec{u}_2 \\ \vec{v}_1 - \vec{v}_2 = -(\vec{u}_1 - \vec{u}_2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \vec{v}_1 + \vec{v}_2 = \vec{u}_1 + \vec{u}_2 \\ \vec{v}_1 - \vec{v}_2 = -(\vec{u}_1 - \vec{u}_2) \Rightarrow \vec{u}_2 = \vec{v}_1 - \vec{v}_2 + \vec{u}_1 \end{cases}$$

$$\vec{v}_1 + \vec{v}_2 = \vec{u}_1 + (\vec{v}_1 - \vec{v}_2 + \vec{u}_1)$$

$$\vec{u}_1 = \vec{v}_2$$

$$\vec{u}_2 = \vec{v}_1 - \vec{v}_2 + \vec{u}_1 = \vec{v}_1 - \vec{v}_2 + \vec{v}_2 = \vec{v}_1$$

מסקנה: כאשר שתי מסות זהות מתנגשות אלסטית, לאחר ההתנגשות הגופים "מחליפים" ביניהם

את המהירויות.

את

ב.

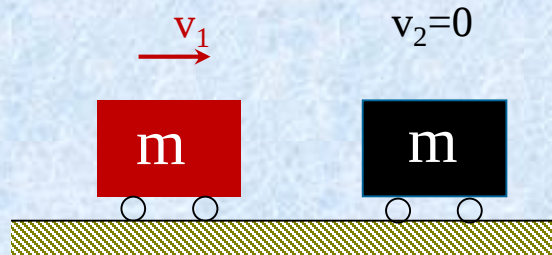
$$\begin{cases} m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2 \\ \vec{v}_1 - \vec{v}_2 = -(\vec{u}_1 - \vec{u}_2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} m \vec{v}_1 + m \cdot 0 = m \vec{u}_1 + m \vec{u}_2 \\ \vec{v}_1 - 0 = -(\vec{u}_1 - \vec{u}_2) \end{cases}$$

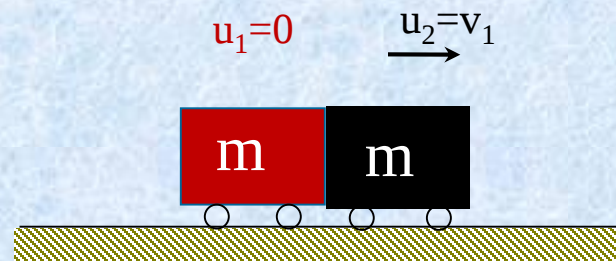
$$\begin{cases} \vec{v}_1 = \vec{u}_1 + \vec{u}_2 \\ \vec{v}_1 = -(\vec{u}_1 - \vec{u}_2) \end{cases} \Rightarrow \vec{u}_1 + \vec{u}_2 = -(\vec{u}_1 - \vec{u}_2) \Rightarrow \vec{u}_1 = 0$$

$$\vec{v}_1 = \vec{u}_1 + \vec{u}_2 = 0 + \vec{u}_2$$

$$\vec{u}_2 = \vec{v}_1$$



לפני ההתנגשות



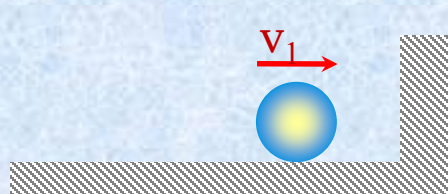
אחרי ההתנגשות

מסקנה: כאשר שתי מסות זהות מתנגשות אלסטית ואחת מהן הייתה במנוחה לפני ההתנגשות, לאחר ההתנגשות הגוף הפוגע נעצר והגוף הנח נע במהירות v_1 .

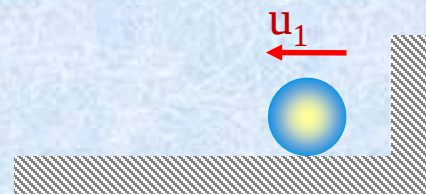
שימו לב: זהו למעשה מקרה פרטי של סעיף א וניתן להגיע לפתרו ע"י הצבת "0" בתוצאה הקודמת.

התנגשות אלסטית: תרגיל דוגמה כאשר $m_1 < m_2$

כדור שמסתו m_1 נע ימינה במהירות v_1 על משטח חלק ומתנגש אלסטית בקיר.



לפני ההתנגשות



אחרי ההתנגשות

מצאו ביטוי למהירויות הכדור והקיר לאחר ההתנגשות בהנחה שמסת הכדור קטנה בהרבה ממסת כדור הארץ $m_1 < m_2$.

פתרון:

א. עבור התנגשות אלסטית ניתן להשתמש בזוג המשוואות, המבטאות את שני חוקי השימור:

$$\begin{cases} m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2 \\ \vec{v}_1 - \vec{v}_2 = -(\vec{u}_1 - \vec{u}_2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} m_1 \vec{v}_1 + m_2 \cdot 0 = m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2 \\ \vec{v}_1 - 0 = -(\vec{u}_1 - \vec{u}_2) \Rightarrow \vec{u}_2 = \vec{v}_1 - \vec{v}_2 + \vec{u}_1 \end{cases}$$

$$m_1 \vec{v}_1 = m_1 \vec{u}_1 + m_2 (\vec{v}_1 - \vec{v}_2 + \vec{u}_1)$$

$$\vec{u}_1 = \frac{(m_1 - m_2)}{(m_1 + m_2)} \vec{v}_1 + \frac{2m_2}{(m_1 + m_2)} \vec{v}_2$$

כאשר: $m_1 \ll m_2$ וגם: $v_2=0$ מתקבל:

$$\vec{u}_1 = \frac{-m_2 \cdot \vec{v}_1}{m_2} = -\vec{v}_1$$

מסקנה: מהירות הגוף הקל הפוגע תהיה שווה בגודלה והפוכה בכיוונה למהירות פגיעתו.

המשך פתרון תרגיל דוגמה כאשר $m_1 \ll m_2$

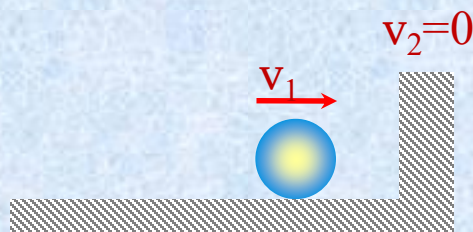
באותו אופן:

$$u_2 = \frac{(m_2 - m_1)}{(m_1 + m_2)} v_2 + \frac{2m_1}{(m_1 + m_2)} v_1$$

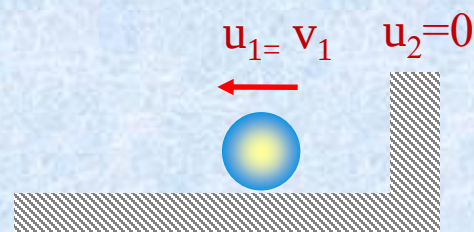
כאשר: $m_1 \ll m_2$ וגם: $v_2 = 0$ מתקבל:

$$u_2 = \frac{2m_1 v_1}{m_2} \approx 0$$

מסקנה: הגוף הכבד (הנפגע) יישאר במנוחה.



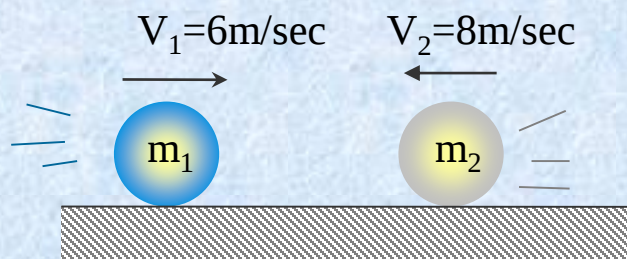
לפני ההתנגשות



אחרי ההתנגשות

שני גופים מתנגשים מצחית זה בזה. הכיוון החיובי של ציר ה- x הוא בכיוון ימין.

נתון: $m_1 = 4 \text{ kg}$, $m_2 = 2 \text{ kg}$.



א. מהו גודל המהירות היחסית בין הגופים לפני ההתנגשות ?

ב. מהו גודל המהירות היחסית בין הגופים לאחר ההתנגשות ?

ג. בהנחה שההתנגשות היא התנגשות אלסטית (אלסטית לחלוטין):

(I) מהי המהירות הסופית (גודל וכיוון) של כל אחד מהכדורים?

(II) מהו המתקף (גודל וכיוון) שפעל על כל אחד מהכדורים?

(III) כמה אנרגיה קינטית אבדה בהתנגשות?

א.

$$v_{1,2} = v_1 - v_2 = 6 - (-8) = 14 \frac{m}{sec}$$

ב. בהתנגשות אלסטית המהירות היחסית לאחר ההתנגשות שווה בגודלה למהירות היחסית לאחר ההתנגשות.

$$|v_{1,2}| = |u_{1,2}| = 14 \frac{m}{sec}$$

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2$$

$$v_1 - v_2 = -(u_1 - u_2) \quad \text{ג. I.}$$

$$4 \cdot 6 + 2 \cdot (-8) = 4 \cdot u_1 + 2 \cdot u_2$$

$$6 - (-8) = -(u_1 - u_2)$$

$$u_2 = 10.67 \frac{m}{sec}, u_1 = -3.33 \frac{m}{sec}$$

$$J_1 = \Delta p_1 = m_1 u_1 - m_1 v_1 = 4 \cdot (-3.33) - 4 \cdot 6 = -37.33 kg \cdot \frac{m}{sec} \quad \text{II.}$$

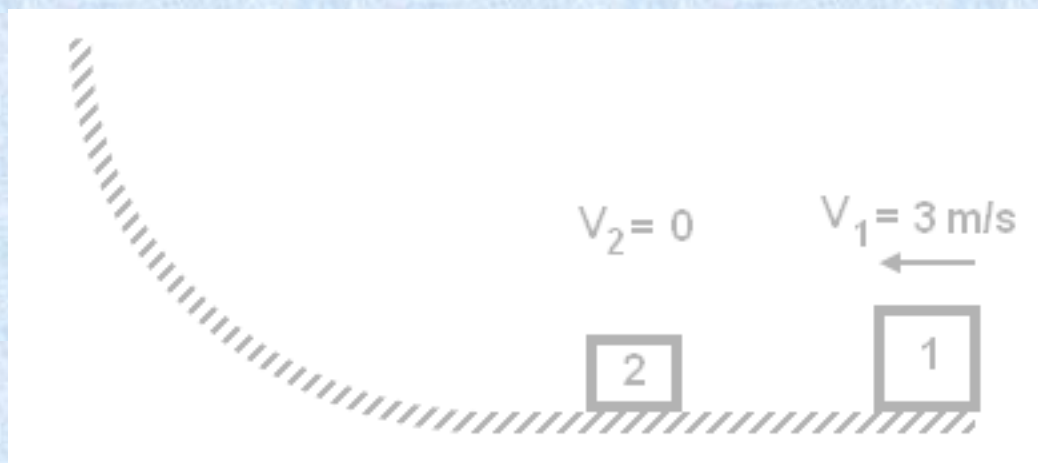
$$J_2 = \Delta p_2 = m_2 u_2 - m_2 v_2 = 2 \cdot 10.67 - 2 \cdot (-8) = 37.33 kg \cdot \frac{m}{sec}$$

III. בהתנגשות אלסטית האנרגיה הקינטית נשמרת.

מסה של $m_1=4\text{kg}$ נעה על משטח חלק במהירות של $V_1=3\text{m/sec}$ ופוגעת במסה שניה עומדת $m_2=2\text{kg}$ מהו הגובה אליו תעלה המסה של 2kg בהנחה ש:

א. ההתנגשות אלסטית.

ב. ההתנגשות פלסטית.



$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2$$

$$v_1 - v_2 = -(u_1 - u_2) \quad \text{א.}$$

$$4 \cdot 3 + 2 \cdot 0 = 4 \cdot u_1 + 2 \cdot u_2$$

$$3 - 0 = -(u_1 - u_2)$$

$$u_2 = 4 \frac{m}{\text{sec}}, u_1 = 1 \frac{m}{\text{sec}}$$

פתרון מערכת המשוואות נותן:

$$\frac{1}{2} m_2 \cdot u_2^2 = m_2 \cdot g \cdot h_2 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot 4^2 = g \cdot h_2 \Rightarrow h_2 = 0.8m$$

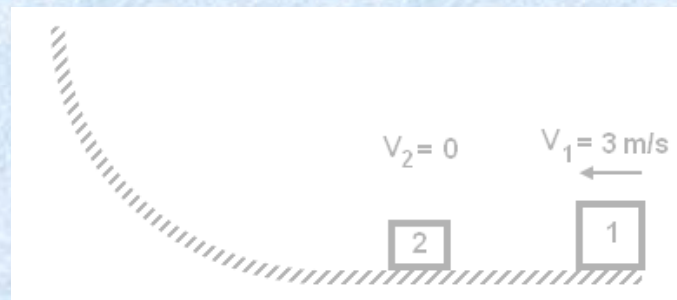
$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = (m_1 + m_2) \cdot u$$

$$4 \cdot 3 + 2 \cdot 0 = (4 + 2) \cdot u \Rightarrow u = 2 \frac{m}{\text{sec}}$$

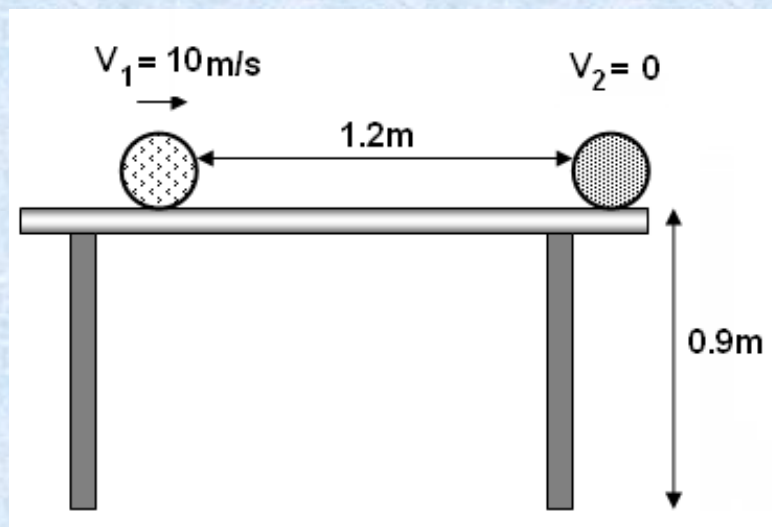
$$\frac{1}{2} (m_1 + m_2) \cdot u^2 = (m_1 + m_2) \cdot g \cdot h$$

$$\frac{1}{2} (4 + 2) \cdot 2^2 = (4 + 2) \cdot g \cdot h \Rightarrow h = 0.2m$$

ב.



כדור שמסתו $m_1=0.8\text{kg}$ מקבל מהירות התחלתית של 10m/sec על שולחן שגובהו 0.9 m , לעבר כדור שני שמסתו $m_2=0.4\text{kg}$, הנמצא במרחק 1.2 m ממנו. הכדור השני נמצא במנוחה. כתוצאה מההתנגשות המצחית ביניהם, נפל הכדור שמסתו $m_2=0.4\text{kg}$ מהשולחן ופוגע בקרקע.



- מהו המרחק האופקי בין קצה השולחן ונקודת פגיעתו בקרקע, בכל אחד מהמקרים הבאים:
- המשטח חלק וההתנגשות אלסטית.
 - המשטח אינו חלק ומקדם החיכוך הקינטי שווה ל- 0.1 , ההתנגשות היא אלסטית.

א.

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2$$

$$v_1 - v_2 = -(u_1 - u_2)$$

$$0.8 \cdot 10 + 0.4 \cdot 0 = 4 \cdot u_1 + 2 \cdot u_2$$

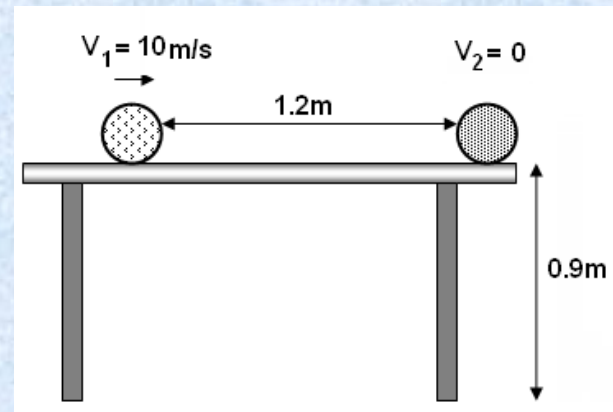
$$10 - 0 = -(u_1 - u_2)$$

פתרון מערכת המשוואות נותן:

$$u_2 = 10 \frac{m}{sec}, u_1 = 0 \frac{m}{sec}$$

$$y_t = y_0 + v_0 \cdot t + \frac{g \cdot t^2}{2} \Rightarrow 0.9 = 5t^2 \Rightarrow t = 0.424 sec$$

$$x_t = x_0 + v_{0x} \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2} \Rightarrow x_t = 10 \cdot 0.424 \Rightarrow x_t = 4.24m$$



ב. נמצא את המהירות לפני ההתנגשות:

$$W_{f_k} = \Delta E_{k1} = m_1 \cdot g \cdot \mu_k \cdot x \cdot \cos 180 = \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot v_1^2 - \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_0^2$$

$$0.8 \cdot g \cdot 0.1 \cdot 1.2 \cdot (-1) = \frac{1}{2} \cdot 0.8 \cdot 10^2 - \frac{1}{2} \cdot 0.8 \cdot v_1^2 \Rightarrow v_1 = 9.879 \frac{m}{sec}$$

המשך

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2$$

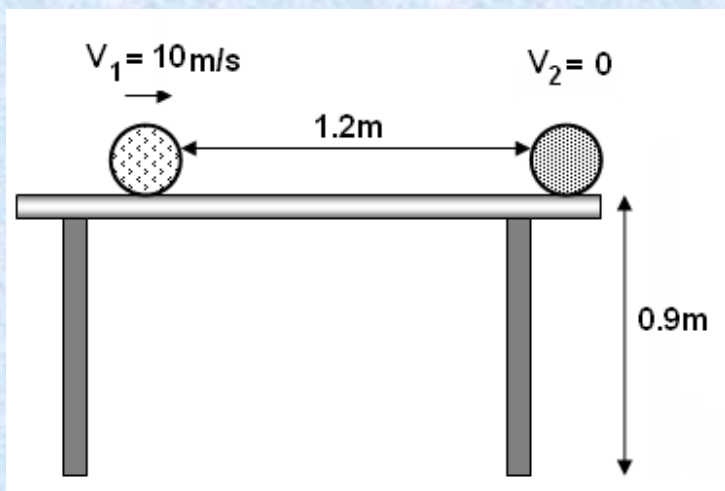
$$0.8 \cdot 9.879 + 0.4 \cdot 0 = 4 \cdot u_1 + 2 \cdot u_2$$

$$v_1 - v_2 = -(u_1 - u_2)$$

$$9.879 - 0 = -(u_1 - u_2)$$

פתרון מערכת המשוואות נותן:

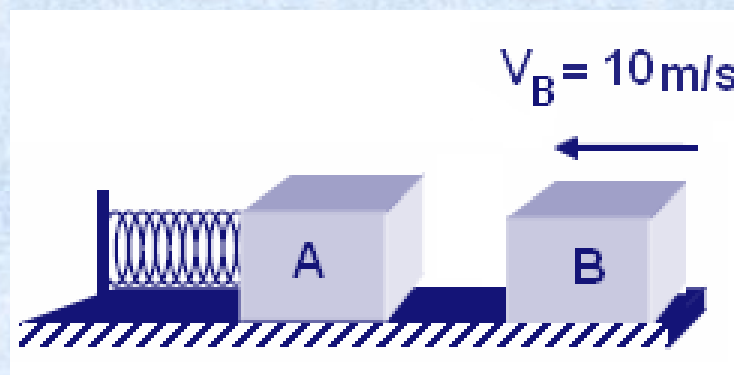
$$u_2 = 9.879 \frac{m}{sec}, u_1 = 0 \frac{m}{sec}$$



$$y_t = y_0 + v_0 \cdot t + \frac{g \cdot t^2}{2} \Rightarrow 0.9 = 5t^2 \Rightarrow t = 0.424 \text{ sec}$$

$$x_t = x_0 + v_{0x} \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2} \Rightarrow x_t = 9.879 \cdot 0.424 \Rightarrow x_t = 4.188 \text{ m}$$

גוף A שמסתו 5kg נמצא במנוחה על משטח אופקי חלק כשהוא מחובר לקפיץ רפוי שקבוע הכוח שלו הוא $50,000\text{N/m}$. גוף B שמסתו 5kg נע שמאלה במהירות 10m/sec לעבר הגוף A, ומתנגש בו בהתנגשות אלסטית.



- א . מהן מהירויות שני הגופים לאחר ההתנגשות ?
- ב . בכמה יתכווץ הקפיץ?

א.

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2$$

$$v_1 - v_2 = -(u_1 - u_2)$$

$$5 \cdot 10 + 5 \cdot 0 = 5 \cdot u_1 + 5 \cdot u_2$$

$$10 - 0 = -(u_1 - u_2)$$

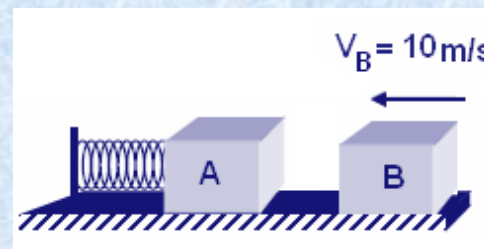
$$u_2 = 10 \frac{m}{sec}, u_1 = 0 \frac{m}{sec}$$

פתרון מערכת המשוואות נותן:

$$\frac{1}{2} m_2 \cdot u_2^2 = \frac{1}{2} kx^2$$

$$\frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 10^2 = \frac{1}{2} \cdot 50000 \cdot x^2 \Rightarrow x = 0.1m$$

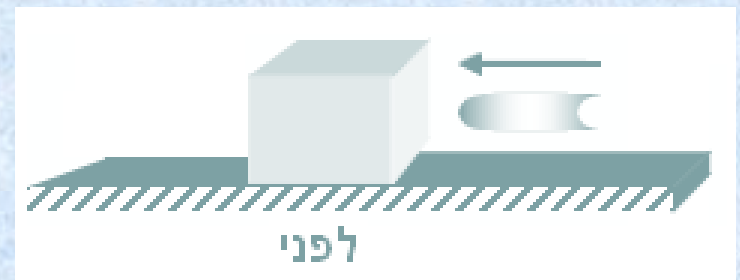
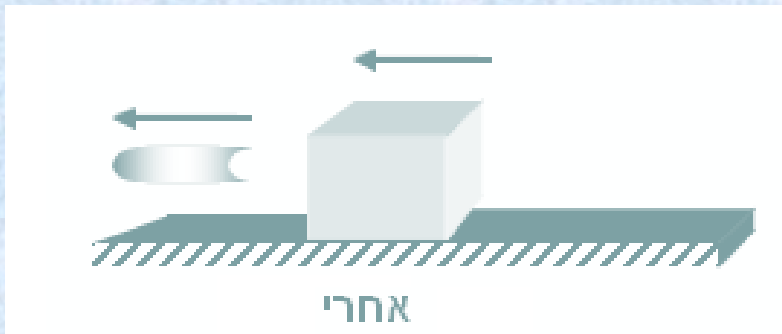
ב.



התנגשות אלסטית (לא לחלוטין)

קליע שמסתו 5 gr פוגע אופקית במהירות שגודלה 500 m/sec
 בגוש עץ שמסתו 2 kg, המונח על משטח אופקי.
 הקליע יוצא מצדו השני של גוש העץ במהירות 100 m/sec
 בגוש העץ מחליק על המשטח מרחק של 25cm עד
 עצירתו.

בהנחת הקירוב שגוש העץ החל לנוע רק לאחר שהקליע יצא
 ממנו, חשבו את מקדם החיכוך בין גוש העץ למשטח.



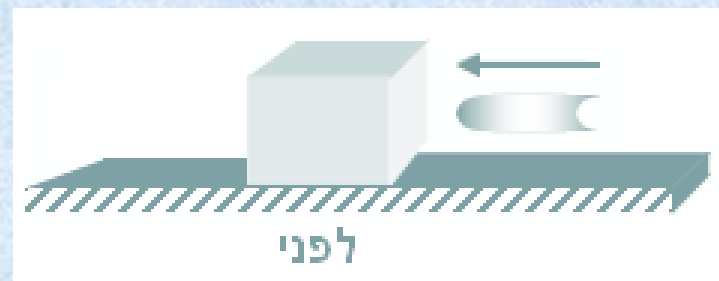
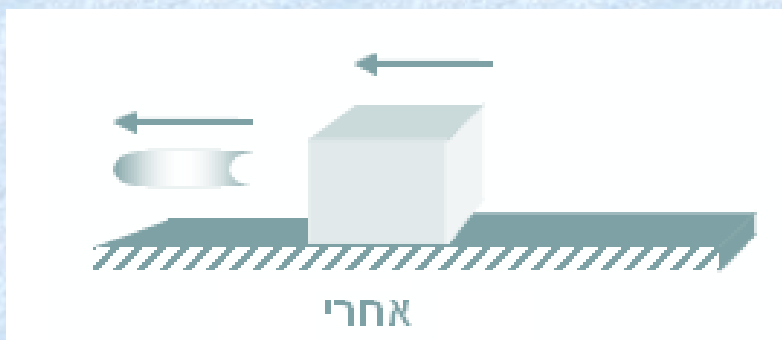
משימור תנע:

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot u_1 + m_2 \cdot u_2$$

$$0.005 \cdot 500 + 2 \cdot 0 = 0.005 \cdot 100 + 2 \cdot u_2 \Rightarrow u_2 = 1 \frac{m}{sec}$$

$$W_{f_k} = \Delta E_{k2} = m_2 \cdot g \cdot \mu_k \cdot x \cdot \cos 180 = 0 - \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot u_2^2$$

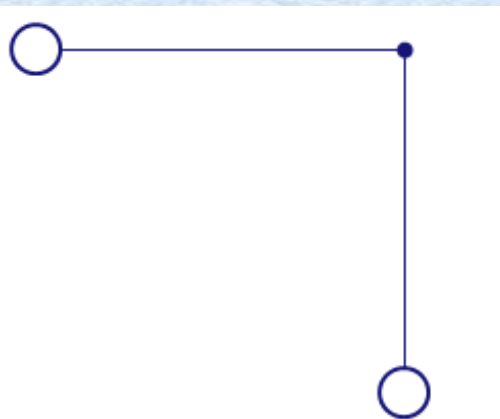
$$2 \cdot g \cdot \mu_k \cdot 0.25 \cdot (-1) = 0 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1^2 \Rightarrow \mu_k = 0.2$$



כדור שמסתו m וקשור לחוט שאורכו $0.8m$ מוסט בזווית 90° ומשוחרר.

בתחתית מסלולו הוא מתנגש בכדור שני, נייח, שמסתו זהה. ההתנגשות לא אלסטית ומהירות הכדור הימני לאחר ההתנגשות, היא $3m/sec$.

- א. מהי מהירות הכדור הפוגע אחרי ההתנגשות?
- ב. מהי זווית הסטייה המקסימלית של כל אחד מהכדורים?



א.

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot u_1 + m_2 \cdot u_2$$

$$m \cdot v_1 + m \cdot v_2 = m \cdot u_1 + m \cdot u_2 \Rightarrow v_1 = u_1 + u_2$$

$$\frac{1}{2} m_1 \cdot v_1^2 = m_1 \cdot g \cdot h \Rightarrow v_1 = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = \sqrt{2 \cdot g \cdot 0.8} = 4 \frac{m}{sec}$$

$$v_1 = u_1 + u_2 \Rightarrow 4 = u_1 + 3 \Rightarrow u_1 = 1 \frac{m}{sec}$$

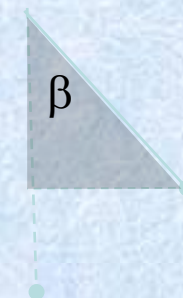
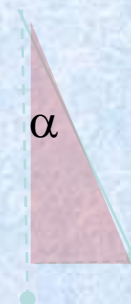
$$\frac{1}{2} m_1 \cdot u_1^2 = m_1 \cdot g \cdot h_1 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot 1^2 = g \cdot h_1 \Rightarrow h_1 = 0.05m$$

$$\frac{1}{2} m_2 \cdot u_2^2 = m_2 \cdot g \cdot h_2 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot 2^2 = g \cdot h_2 \Rightarrow h_2 = 0.2m$$

$$h_1 = \ell - \ell \cos \alpha \Rightarrow 0.05 = 0.8 - 0.8 \cos \alpha \Rightarrow \alpha = 20.36^\circ$$

$$h_2 = \ell - \ell \cos \beta \Rightarrow 0.2 = 0.8 - 0.8 \cos \beta \Rightarrow \beta = 41.4^\circ$$

ב.



❖ התנע הכולל של מערכת גופים סגורה נשאר קבוע בזמן ההתנגשות בין הגופים.

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2$$

❖ בהתנגשות **פלסטית** הגופים נצמדים לאחר ההתנגשות ונעים ביחד באותה מהירות.

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \cdot \vec{u}$$

הפחת באנרגיה הקינטית שווה ל:

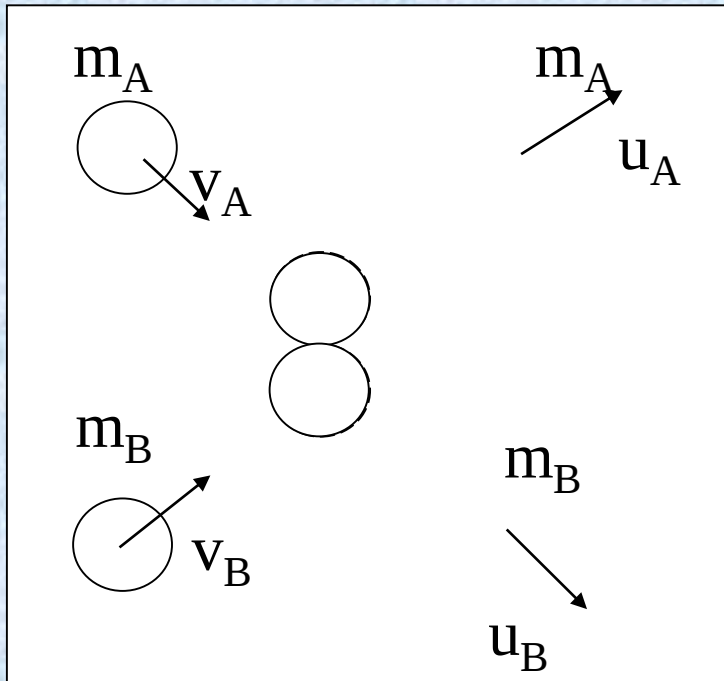
$$\Delta E_k = E_{k_T} - E_{k_o} = \left(\frac{1}{2} (m_1 + m_2) \cdot u^2 \right) - \left(\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \right)$$

❖ בהתנגשות **אלסטית** האנרגיה הקינטית של מערכת הגופים לפני ולאחר ההתנגשות נשמרת.

$$\begin{cases} m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2 \\ \vec{v}_1 - \vec{v}_2 = -(\vec{u}_1 - \vec{u}_2) \end{cases}$$

התנגשות דו ממדית

התנגשות דו - מימדית

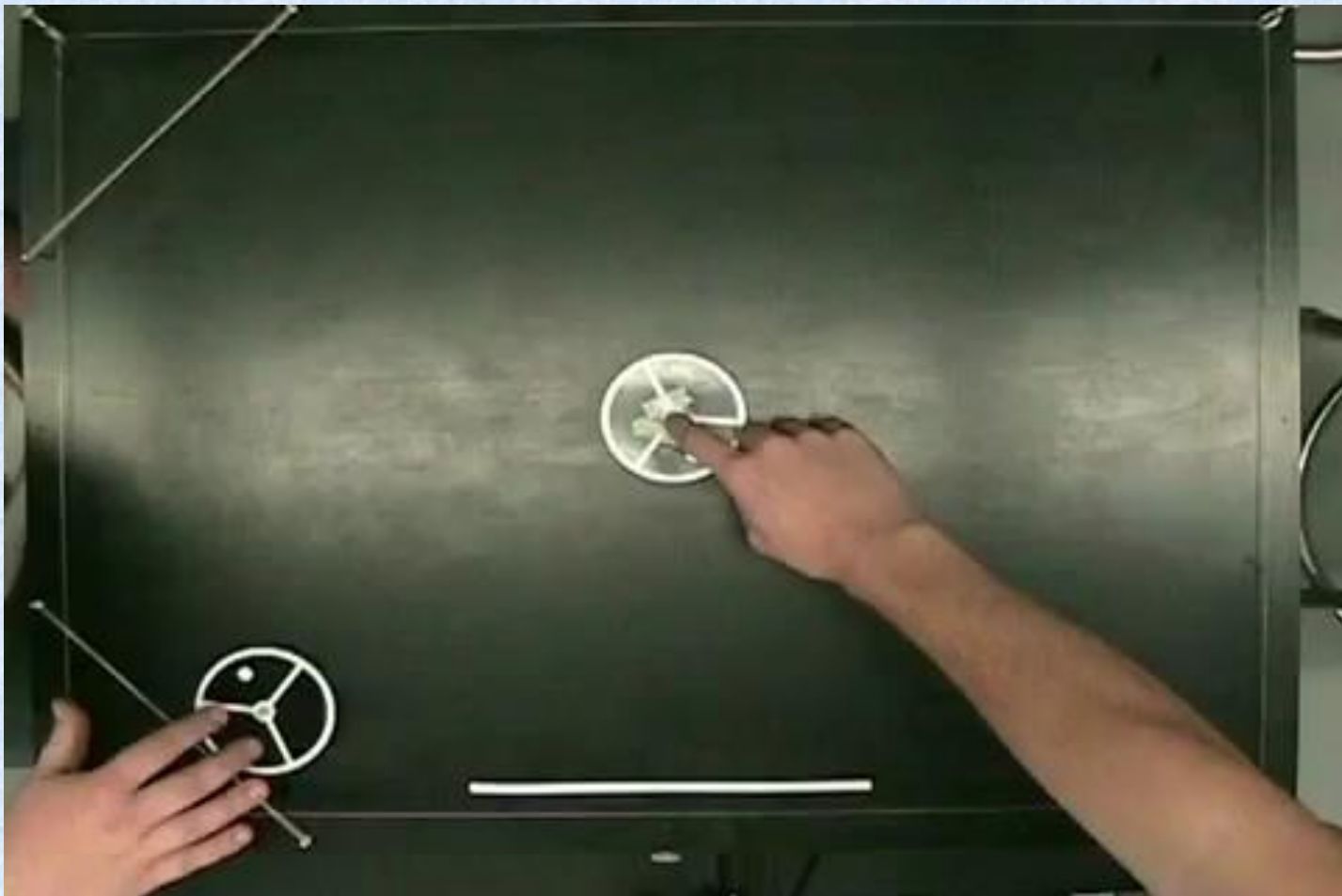


$$m_A \vec{v}_A + m_B \vec{v}_B = m_A \vec{u}_A + m_B \vec{u}_B$$

$$m_A \vec{v}_{A_X} + m_B \vec{v}_{B_X} = m_A \vec{u}_{A_X} + m_B \vec{u}_{B_X}$$

$$m_A \vec{v}_{A_Y} + m_B \vec{v}_{B_Y} = m_A \vec{u}_{A_Y} + m_B \vec{u}_{B_Y}$$

התנגשות אלסטית דו מימדית



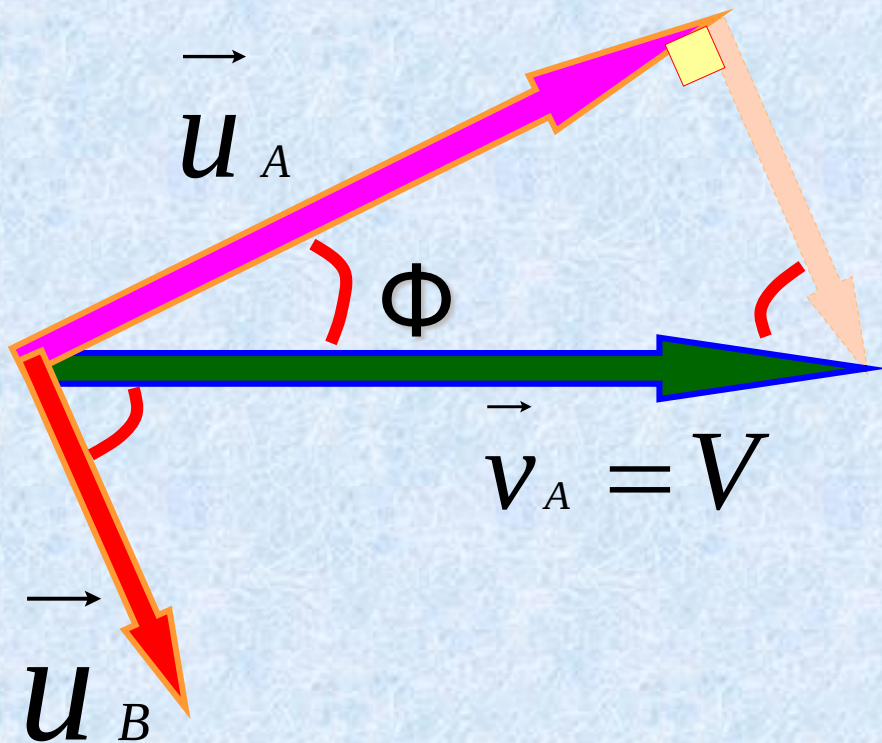


<https://youtu.be/AENJxqR0g2=t?48m12s>



<http://www.hemda.org.il/studyMaterials/study.aspx?study=103>

התנגשות אלסטית דו-מימדית



$$\vec{v}_A = \vec{u}_A + \vec{u}_B$$
$$v_A^2 = u_A^2 + u_B^2$$

מסקנה:

כאשר יש לנו שתי מסות זהות המתנגשות
אלסטית לחלוטין בהתנגשות שאינה
מצחית, ואחת המסות נמצאת במנוחה,
אז הזווית בין ווקטורי המהירויות לאחר
ההתנגשות שווה ל 90° .

		נכון	לא נכון
1	בהתנגשות אלסטית דו ממדית תנע נשמר גם בציר ה-X וגם בציר ה-Y		
2	אם לפני ההתנגשות התנע הכולל בציר ה-Y היה שווה לאפס, גם אחרי ההתנגשות התנע הכולל בציר ה-Y יהיה שווה לאפס.		
3	אחרי התנגשות אלסטית (לחלוטין) דו ממדית, הזווית בין וקטורים של מהירויות היא 90 מעלות		

		נכון	לא נכון
1	בהתנגשות אלסטית דו ממדית תנע נשמר גם בציר ה-X וגם בציר ה-Y	V	
2	אם לפני ההתנגשות התנע הכולל בציר ה-Y היה שווה לאפס, גם אחרי ההתנגשות התנע הכולל בציר ה-Y יהיה שווה לאפס.	V	
3	אחרי התנגשות אלסטית (לחלוטין) דו ממדית, הזווית בין וקטורים של מהירויות היא 90 מעלות		V

תרגול

קרונית שמסתה 50 ק"ג נעה על מסילה חלקה במהירות של 5 מ/ש. אדם שמסתו 70 ק"ג רץ לצדי הקרונית במהירות של 7 מ/ש. חשבו את המהירות המשותפת לאדם ולקרונית כאשר:

1. האדם קופץ בכיוון התנועה של הקרונית.
2. האדם קופץ בניגוד לכיוון התנועה של הקרונית.
3. כמה אנרגיה הפכה לחום במהלך ההתנגשות?

1. האדם קופץ בכיוון התנועה של הקרונית

◀ הואיל ולאדם ולקרונית יש מהירות משותפת לאחר ה"התנגשות", זוהי התנגשות פלסטית, בה נשמר רק התנע.

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{u}$$

$$50 \cdot 5 + 70 \cdot 7 = (120)u$$

$$u = 6.16 \text{ m / s}$$

2. האדם קופץ בניגוד לכיוון התנועה של הקרונית

◀ אם שניהם נעים בכיוונים מנוגדים, סימני המהירויות הפוכים. ניקח את מהירות הקרונית כחיובית:

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{u}$$

$$50 \cdot 5 - 70 \cdot 7 = (120)u$$

$$u = -2m / s$$

◀ הקרונית והאדם ינועו בכיוון ההפוך לזה של תנועת הקרונית (שהוא כיוון התנועה המקורי של האדם).

3. כמה אנרגיה הפכה לחום במהלך ההתנגשות, בכל אחד מהמקרים?

◀ נחשב את ההפרש בין האנרגיה ההתחלתית והסופית של המערכת:

◀ כשהאדם קופץ בכיוון התנועה של הקרונית:

$$E_{ini} = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 = \frac{1}{2}50 \cdot 5^2 + \frac{1}{2}70 \cdot 7^2 = 2340 J$$

$$E_{fin} = \frac{1}{2}(M + m)u_2^2 = \frac{1}{2}(120)6.16^2 = 2276.73 J$$

$$E_{fin} - E_{ini} = -63.64 J$$

◀ כשהאדם קופץ בניגוד לכיוון התנועה של הקרונית:

$$E_{ini} = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 = \frac{1}{2}50 \cdot 5^2 + \frac{1}{2}70 \cdot 7^2 = 2340 J$$

$$E_{fin} = \frac{1}{2}(M + m)u_2^2 = \frac{1}{2}(120)2^2 = 240 J$$

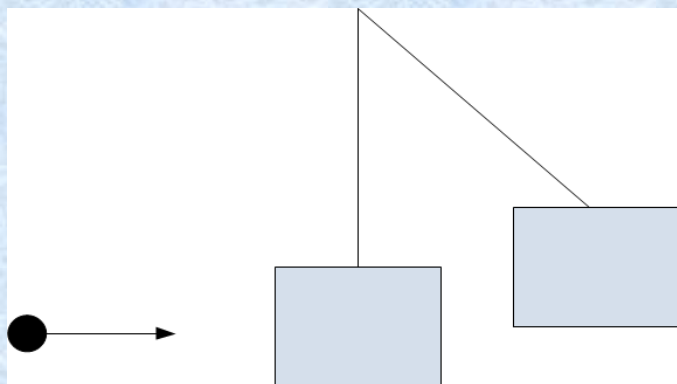
$$E_{fin} - E_{ini} = -2100 J$$

קליע שמסתו 15 גרם נורה אל בול עץ שמסתו 3 ק"ג ונתקע בו. בול העץ שבתוכו הקליע מתרוממים לגובה של 10 ס"מ. הזניחו את התנגדות האוויר.

1. חשבו את מהירות הפגיעה של הקליע.

2. כמה חום אבד במהלך החדירה של הקליע אל תוך הבול? כמה אחוזים מהוה אנרגיה זו מהאנרגיה ההתחלתית של הקליע?

3. מהו הכוח הממוצע שפעל על הקליע בתוך הבול אם הוא נע בתוכו למרחק של 5 ס"מ?



1. חשבו את מהירות הפגיעה של הקליע.

◀ הגופים נעים יחדיו, ולכן זו התנגשות פלסטית. מתקיים רק שימור תנע:

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{u}$$

$$0.015v_1 + 0 = (3.015)u$$

◀ נחשב על פי שיקולי אנרגיה את מהירות הבול + הקליע מיד לאחר ההתנגשות:

$$\frac{1}{2}(m + M)u^2 = (m + M)gh$$

$$u = \sqrt{2gh}$$

$$u = \sqrt{2} = 1.41m / s$$

◀ מתקיים $u=1.41m/s$, ולכן:

$$0.015v_1 = (3.015)1.41$$

$$v_1 = 283.41m / s$$

3. כמה חום אבד במהלך החדירה של הקליע אל תוך הבול? כמה אחוזים מהוה אנרגיה זו מהאנרגיה ההתחלתית של הקליע?

◀ נחשב את הפרש האנרגיות בתחילת ובסוף התהליך:

$$E_{ini} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}0.015 \cdot 283.41^2 = 602.4J$$

$$E_{fin} = (M + m)gh = 3.015 \cdot 10 \cdot 0.1 = 3.015J$$

$$E_{fin} - E_{ini} = -599.38J$$

◀ הפרש זה שווה לכמות החום שהתפתחה:

$$\frac{599.38}{602.4} \cdot 100 = 99.4\%$$

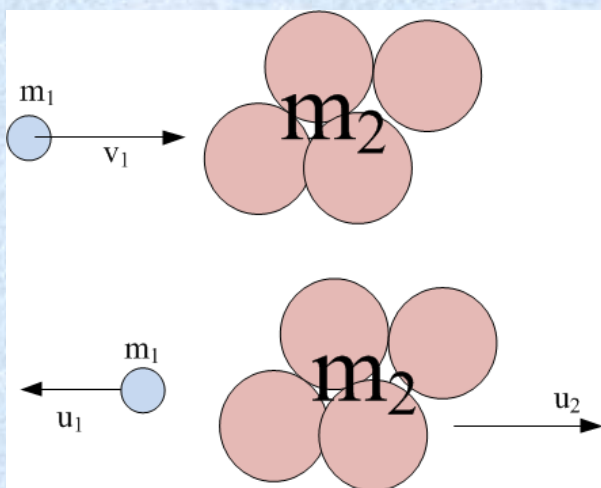
◀ והמהווה 99.4% מהאנרגיה ההתחלתית של הקליע.

3. מהו הכוח הממוצע שפעל על הקליע בתוך הבול אם הוא נע בתוכו למרחק של 5 ס"מ?
- ◀ עבודת החיכוך שווה לחום שהתפתח בתהליך, אותו חישבנו בסעיף הקודם.
- ◀ על פי נוסחת העבודה (הכוח הוא בכיוון הדרך):

$$W = \bar{F}x = 599.38J$$

$$\bar{F} = \frac{599.38}{0.05} = 11,987.6N$$

נויטרון מתנגש בגרעין הליום המצוי במנוחה. נתון כי ההתנגשות היא מצחית ואלסטית לחלוטין. גרעין ההליום, שמסתו גדולה פי 4 מזו של הפרוטון, נע לאחר ההתנגשות במהירות של 5×10^5 מ/ש. (כמובן שאין זו התנגשות במובן היום יומי של שני גופים חומריים).



1. מהן המהירויות ההתחלתיות

והסופיות של הנויטרון?

2. איזה חלק מהאנרגיה ההתחלתית

3. של המערכת עבר לגרעין ההליום?

1. מהן המהירויות ההתחלתיות והסופיות של הנויטרון?

◀ זוהי התנגשות אלסטית לחלוטין, ולכן מתקיימים שימור תנע: $m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2$

◀ וגם שימור אנרגיה: $\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2$

$$\vec{v}_1 - \vec{v}_2 = -(\vec{u}_1 - \vec{u}_2)$$

◀ נציב את נתוני הבעיה בשתי המשוואות (אם מסת הנויטרון m אזי מסת ההליום היא $4m$)

$$\begin{cases} m \cdot v_1 + 0 = m \cdot u_1 + 4m \cdot 5 \times 10^5 \\ v_1 = u_1 + 20 \times 10^5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_1 - 0 = -(u_1 - 5 \times 10^5) \\ v_1 = 5 \times 10^5 - u_1 \end{cases}$$

◀ נציב, נפתור ונקבל:

$$u_1 = -7.5 \times 10^5 \text{ m/s}$$

$$v_1 = 1.25 \times 10^6 \text{ m/s}$$

◀ לאחר ההתנגשות הנויטרון נרתע לאחור, וההליום נע בכיוון התנועה המקורי של הנויטרון (ראו תרשים בעמוד הקודם).

2. איזה חלק מהאנרגיה ההתחלתית של המערכת עבר לגרעין ההליום?

◀ מסת גרעין ההליום היא $4m$, ומהירותו: 5×10^5 מ/ש.

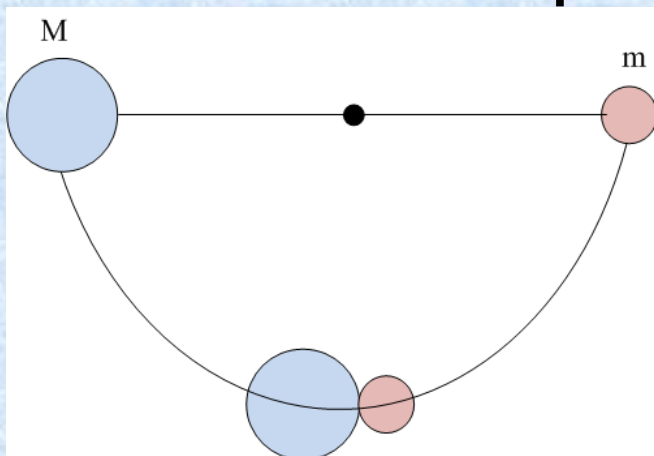
◀ נציב במשוואת האנרגיה הקינטית, ונמצא את היחס בין אנרגיית ההליום לאנרגיה ההתחלתית של המערכת, שהיא אנרגיית הנויטרון:

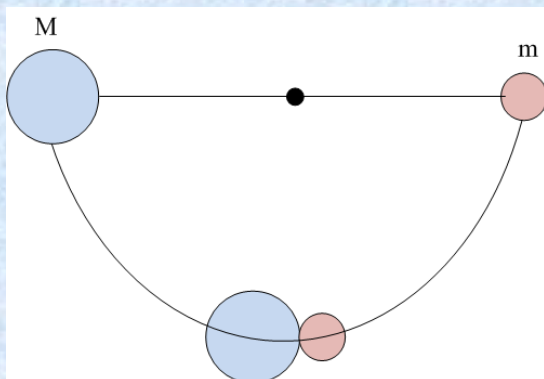
$$\frac{E_{helium}}{E_{proton}} = \frac{\frac{1}{2} 4m(5 \times 10^5)^2}{\frac{1}{2} m(1.25 \times 10^6)^2} = 0.64$$

שני כדורים התלויים על חוט משוחררים יחדיו מגובה 1 מ', ומתנגשים אלסטית, כמוראה בתרשים.

נתון: $m=2\text{kg}$ ו- $M=3\text{kg}$.

1. מהי המהירות של כל גוף מיד לפני ההתנגשות?
2. מה המהירות של כל גוף מיד לאחר ההתנגשות?
3. לאיזה גובה יתרומם כל כדור לאחר ההתנגשות?
4. בדקו תשובתכם לסעיף 3 בעזרת חוק שימור האנרגיה בתחילת תהליך ובסופו.





1. מהי המהירות של כל גוף מיד לפני ההתנגשות?

◀ נעזר בחוק שימור האנרגיה:

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh$$

$$v = \sqrt{2gh}$$

◀ מהירות הגופים לפני ההתנגשות אינה תלויה במסתם, ולכן:

$$v_1 = v_2 = \sqrt{20} = 4.47 \text{ m/s}$$

◀ אם הכיוון ימינה חיובי, נקבל על פי התרשים: מהירות המסה M היא: $v_1 = 4.47$, ומהירות המסה m

היא: $v_2 = -4.47$

2. מה המהירות של כל גוף מיד לאחר ההתנגשות?
 ◀ לצורך זה נעזר בשימור תנע ובשימור אנרגיה קינטית:

$$\begin{cases} m\vec{v}_1 + M\vec{v}_2 = m\vec{u}_1 + M\vec{u}_2 \\ \vec{v}_1 - \vec{v}_2 = -(\vec{u}_1 - \vec{u}_2) \end{cases}$$

◀ נזכור כי כיווני התנועה ההתחלתיים הם מנוגדים (המהירות v_2 של הגוף הקטן m נלקחה כשלילית)

$$\begin{cases} 3 \cdot (4.47) + 2 \cdot (-4.47) = 3u_1 + 2u_2 \\ 4.47 - (-4.47) = -(u_1 - u_2) \end{cases}$$

◀ נציב ונפתור:

$$\begin{cases} 4.47 = 3u_1 + 2u_2 \\ 8.94 = -u_1 + u_2 \end{cases}$$

$$u_1 = -2.68 \text{ m/s}$$

$$u_2 = 6.25 \text{ m/s}$$

◀ כל אחד מהגופים נרתע לאחור, כלומר הפך את כיוון תנועתו.

3. לאיזה גובה יתרומם כל כדור לאחר ההתנגשות?

◀ שוב נעזר בשימור אנרגיה:

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2$$

$$h = \frac{v^2}{2g}$$

◀ נציב את המהירויות לאחר ההתנגשות:

$$h_M = \frac{(-2.68)^2}{20} = 0.36m$$

$$h_m = \frac{(6.25)^2}{20} = 1.95m$$

4. בדקו תשובתכם לסעיף 3 בעזרת חוק שימור האנרגיה בתחילת תהליך ובסופו.
 בתחילת התהליך ובסופו הייתה למערכת אנרגיה פוטנציאלית בלבד.
 הואיל ובהתנגשות לא היה איבוד אנרגיה, שני הערכים הללו אמורים להיות שווים.

בתחילת התהליך:

$$E_{tot} = Mgh + mgh$$

$$E_{tot} = 3g \cdot 1 + 2g \cdot 1 = 50J$$

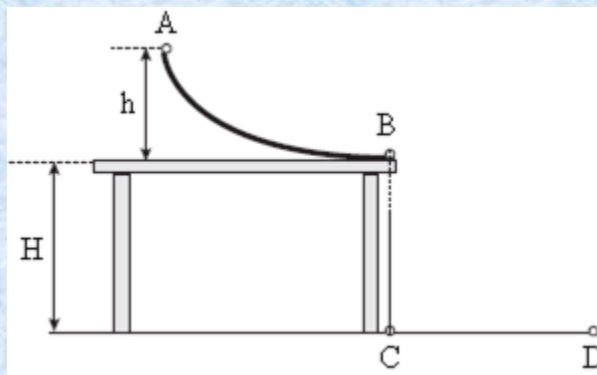
ובסופו:

$$E_{tot} = Mgh + mgh$$

$$E_{tot} = 3g \cdot 0.36 + 2g \cdot 1.95 = 49.8J$$

ההפרש הקטן נובע מכך שעיגלנו את התשובות במהלך החישובים.

בתרשים שלפניך מוצגת מסילה חלקה AB הניצבת על פני שולחן הניצב על רצפה. גובה קצה המסילה A מעל השולחן הוא $h = 45 \text{ cm}$, וגובה פני השולחן מעל הרצפה הוא $H = 80 \text{ cm}$. קצה המסילה הוא אופקי. הנקודה C היא היטל הנקודה B על הרצפה. התנגדות האוויר ניתנת להזנחה.



משחררים כדור קטן ("כדור 1") ממנוחה מהנקודה A. הכדור מחליק לאורך המסילה (ללא גלגול), ניתק ממנה בנקודה B, ופוגע ברצפה בנקודה D.

1. בסעיף זה התייחס לקטע של תנועת כדור 1 מ-B ל-D. מהו סוג התנועה בכיוון האופקי בקטע תנועה זה (שוות-מהירות, שוות-תאוצה, תנועה אחרת), ומהו סוג התנועה בכיוון האנכי בקטע תנועה זה (שוות-מהירות, שוות-תאוצה, תנועה אחרת)? נמק את תשובותיך.

2. חשב את המרחק CD.

3. הכדור מתנגש ברצפה התנגשות אלסטית (לחלוטין). מהו הגובה המרבי מעל הרצפה שאליו יגיע הכדור לאחר ההתנגשות ברצפה בנקודה D? נמק את תשובתך.

המשך השאלות בעמוד הבא

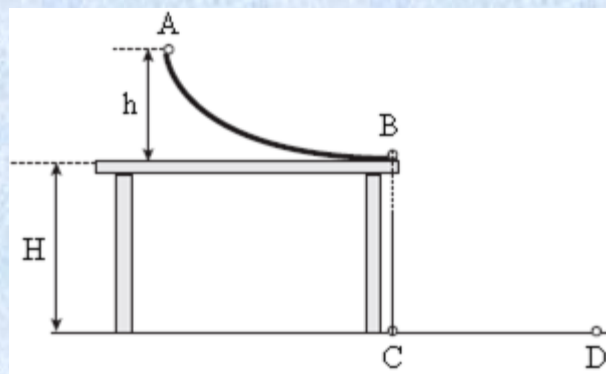
4. במקרה שני מניחים על קצה המסילה, B, את "כדור 2" שמסתו זהה לזו של כדור 1. גם הפעם משחררים את כדור 1 ממנוחה מהנקודה A. כדור 1 מחליק לאורך המסילה ומתנגש בכדור 2 התנגשות פלסטית (כלומר הגופים נדבקים זה לזה). חשב את המרחק בין נקודת הפגיעה של הכדורים ברצפה ובין הנקודה C.

5. במקרה שלישי מניחים על קצה המסילה, B, את "כדור 3" שמסתו זהה לזו של כדור 1. גם הפעם משחררים את כדור 1 ממנוחה מהנקודה A. כדור 1 מחליק לאורך המסילה, ומתנגש בכדור 3 התנגשות מצח (חד-ממדית) אלסטית (לחלוטין). האם ייתכן שכדור 3 יפגע ברצפה במרחק גדול יותר מהמרחק ? CD נמק.

1. בסעיף זה התייחסו לקטע של תנועת כדור 1 מ- B ל- D.
מהו סוג התנועה בכיוון האופקי בקטע תנועה זה (שוות-מהירות, שוות-תאוצה, תנועה אחרת), ומהו סוג התנועה בכיוון האנכי בקטע תנועה זה (שוות-מהירות, שוות-תאוצה, תנועה אחרת)?
נמקו את תשובותיך.

- ◀ ציר ה-X הכדור ינוע במהירות קבועה מכיוון ששקול הכוחות הפועלים עליו בציר זה שווה לאפס.
- ◀ בציר- Y הכדור ינוע בתנועה שוות תאוצה, מכיוון שבציר זה פועל עליו רק כוח הכובד שהוא קבוע.

2. חשבו את המרחק CD.



נמצא תחילה את מהירות הכדור בהגיעו ל- B

על פי שימור אנרגיה:

$$mgh = \frac{mv_B^2}{2}$$

$$v_B = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0.45} = 3 \frac{m}{sec}$$

בציר ה- Y זוהי נפילה חופשית מגובה H, לכן:

$$H = \frac{gt^2}{2}$$

$$0.8 = 5t^2$$

$$t = 0.4 sec$$

$$x_{CD} = v_B \cdot t = 3 \cdot 0.4 = 1.2m$$

3. הכדור מתנגש ברצפה התנגשות אלסטית (לחלוטין). מהו הגובה המרבי מעל הרצפה שאליו יגיע הכדור לאחר ההתנגשות ברצפה בנקודה ? D נמקו את תשובתכם.

◀ לאחר התנגשות ברצפה הכדור יגיע לגובה מרבי של 0.8m מעל לרצפה.

◀ מאחר וההתנגשות היא אלסטית האנרגיה הקינטית של הכדור לפני פגיעתו בקרקע שווה לזו שלאחר פגיעתו בקרקע, מכאן שגודל מהירותו האנכית לאחר הפגיעה בקרקע שווה לגודל המהירות האנכית שהייתה לו לפני שפגע בקרקע.

◀ על פי שיקולי אנרגיה מהירותו האנכית תתאפס כאשר גובהו מעל לקרקע יהיה H, כלומר - 0.8m, מהווה שיא הגובה.

4. במקרה שני מניחים על קצה המסילה, B, את "כדור 2" שמסתו זהה לזו של כדור 1. גם הפעם משחררים את כדור 1 ממנוחה מהנקודה A. כדור 1 מחליק לאורך המסילה ומתנגש בכדור 2 התנגשות פלסטית (כלומר הגופים נדבקים זה לזה). חשבו את המרחק בין נקודת הפגיעה של הכדורים ברצפה ובין הנקודה C.

◀ נמצא את מהירותם המשותפת לאחר ההתנגשות על פי שימור תנע בהתנגשות:

$$m_1 \cdot v_B = (m_1 + m_2) \cdot u$$

$$m_1 = m_2 = m$$

$$mv_B = 2mu$$

$$u = \frac{v_B}{2} = \frac{3}{2} = 1.5 \frac{m}{sec}$$

◀ זמן התנועה אינו תלוי במהירות של הכדורים בציר האופקי לכן: $t=0.4sec$

$$x' = v_x \cdot t = u \cdot t = 1.5 \cdot 0.4 = 0.6m$$

5. במקרה שלישי מניחים על קצה המסילה, B, את "כדור 3" שמסתו זהה לזו של כדור 1.

גם הפעם משחררים את כדור 1 ממנוחה מהנקודה A.

כדור 1 מחליק לאורך המסילה, ומתנגש בכדור 3 התנגשות מצח (חד-ממדית) אלסטית (לחלוטין).

האם ייתכן שכדור 3 יפגע ברצפה במרחק גדול יותר מהמרחק CD. נמקו.

◀ כדור 3 לא יכול לפגוע במרחק גדול יותר מהמרחק CD.

◀ מאחר וההתנגשות בין הכדורים היא אלסטית, האנרגיה הקינטית של מערכת הגופים נשמרת.

◀ מכיוון שמסות הכדורים שוות, עוברת כל האנרגיה הקינטית של כדור 1 לכדור 3. מכאן שמהירותו של

כדור 3 שווה למהירות הפגיעה בו של כדור 1 (כדור 1 ייעצר). כדי שכדור 3 יפגע במרחק גדול יותר מ-

CD מהירותו מיד לאחר ההתנגשות חייבת להיות גדולה מהמהירות שכדור 1 פגע בו.

◀ לכן כדור 3 לא יפגע במרחק גדול יותר מאשר CD, אלא באותו מרחק CD.

◀ פתרון נוסף בשקף הבא.

פתרון על ידי חישוב:

$$v_B - v_3 = -(u_B - u_3)$$

$$(1) v_B = u_3 - u_B \quad (v_3 = 0)$$

$$mv_B + mv_3 = mu_B + mu_3$$

$$(2) v_B = u_B + u_3$$

◀ מ- 1 ו- 2 נקבל:

$$u_3 - u_B = u_B + u_3 \Rightarrow 0 = 2u_B \Rightarrow u_B = 0$$

◀ נציב ב- 2:

$$v_B = u_B + u_3 \Rightarrow 3 = 0 + u_3 \Rightarrow u_3 = 3 \frac{m}{sec}$$

◀ מאחר וזמן התנועה באוויר אינו משתנה:

$$x = u_3 \cdot t = 3 \cdot 0.4 = 1.2m \Rightarrow x = x_{CD} = 1.2m$$

◀ כדור 3 יפגע באותו המרחק CD.

מסה של $m_1=4\text{kg}$ נעה על משטח חלק במהירות

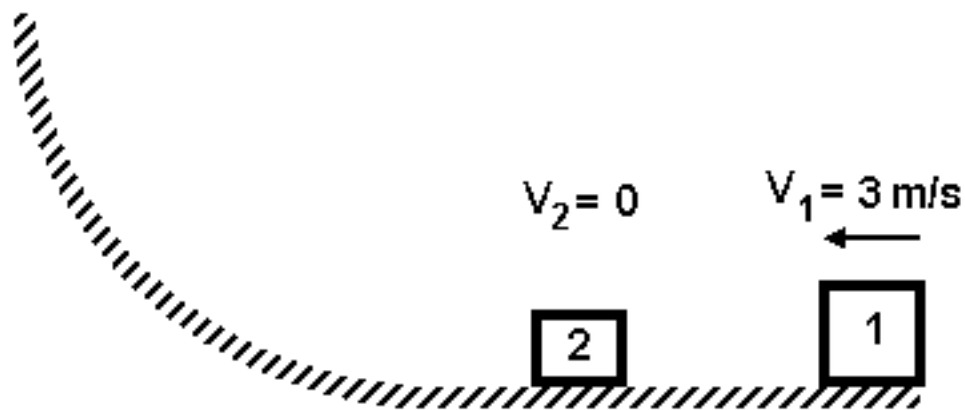
של $V_1=3\text{m/sec}$ ופוגעת במסה שניה עומדת

$m_2=2\text{kg}$

מהו הגובה אליו תעלה המסה של 2kg בהנחה ש:

א. ההתנגשות אלסטית.

ב. ההתנגשות פלסטית.



$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2$$

$$v_1 - v_2 = -(u_1 - u_2) \quad \text{א.}$$

$$4 \cdot 3 + 2 \cdot 0 = 4 \cdot u_1 + 2 \cdot u_2$$

$$3 - 0 = -(u_1 - u_2)$$

$$u_2 = 4 \frac{m}{\text{sec}}, u_1 = 1 \frac{m}{\text{sec}}$$

פתרון מערכת המשוואות נותן:

$$\frac{1}{2} m_2 \cdot u_2^2 = m_2 \cdot g \cdot h_2 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot 4^2 = g \cdot h_2 \Rightarrow h_2 = 0.8m$$

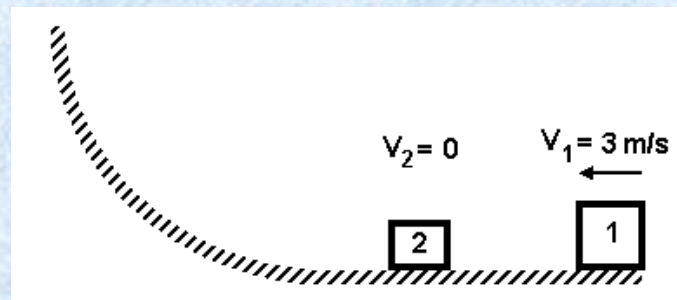
$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = (m_1 + m_2) \cdot u$$

ב.

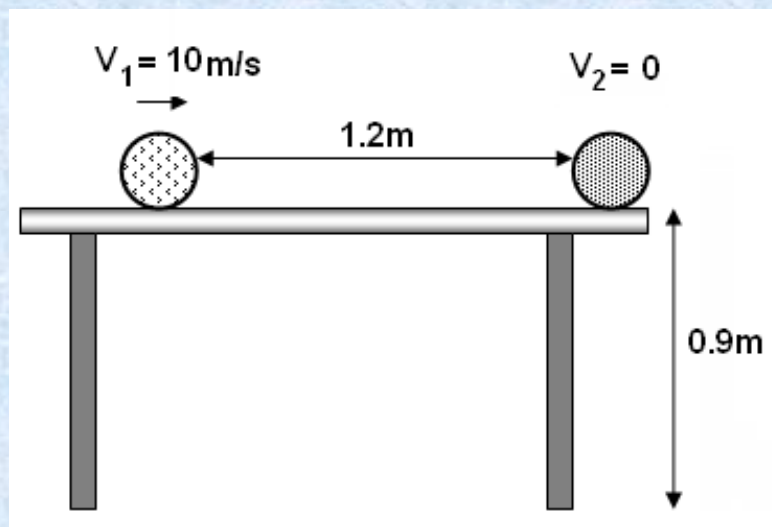
$$4 \cdot 3 + 2 \cdot 0 = (4 + 2) \cdot u \Rightarrow u = 2 \frac{m}{\text{sec}}$$

$$\frac{1}{2} (m_1 + m_2) \cdot u^2 = (m_1 + m_2) \cdot g \cdot h$$

$$\frac{1}{2} (4 + 2) \cdot 2^2 = (4 + 2) \cdot g \cdot h \Rightarrow h = 0.2m$$



כדור שמסתו $m_1=0.8\text{kg}$ מקבל מהירות התחלתית של 10m/sec על שולחן שגובהו 0.9 m , לעבר כדור שני שמסתו $m_2=0.4\text{kg}$, הנמצא במרחק 1.2 m ממנו. הכדור השני נמצא במנוחה. כתוצאה מההתנגשות המצחית ביניהם, נפל הכדור שמסתו $m_2=0.4\text{kg}$ מהשולחן ופוגע בקרקע.



- מהו המרחק האופקי בין קצה השולחן ונקודת פגיעתו בקרקע, בכל אחד מהמקרים הבאים:
- המשטח חלק וההתנגשות אלסטית.
 - המשטח אינו חלק ומקדם החיכוך הקינטי שווה ל- 0.1 , ההתנגשות היא אלסטית.

א.

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2$$

$$v_1 - v_2 = -(u_1 - u_2)$$

$$0.8 \cdot 10 + 0.4 \cdot 0 = 4 \cdot u_1 + 2 \cdot u_2$$

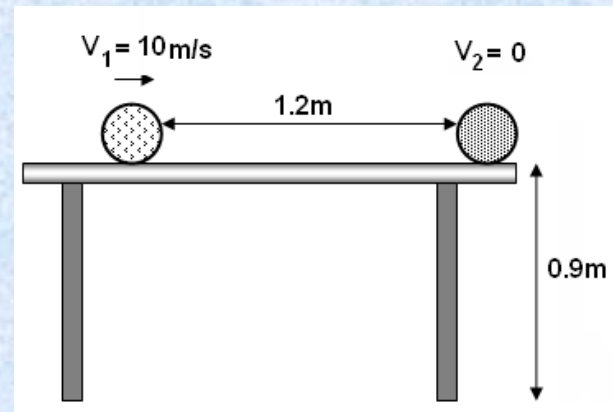
$$10 - 0 = -(u_1 - u_2)$$

פתרון מערכת המשוואות נותן:

$$u_2 = 10 \frac{m}{sec}, u_1 = 0 \frac{m}{sec}$$

$$y_t = y_0 + v_0 \cdot t + \frac{g \cdot t^2}{2} \Rightarrow 0.9 = 5t^2 \Rightarrow t = 0.424 sec$$

$$x_t = x_0 + v_{0x} \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2} \Rightarrow x_t = 10 \cdot 0.424 \Rightarrow x_t = 4.24m$$



ב. נמצא את המהירות לפני ההתנגשות:

$$W_{f_k} = \Delta E_{k1} = m_1 \cdot g \cdot \mu_k \cdot x \cdot \cos 180 = \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot v_1^2 - \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_0^2$$

$$0.8 \cdot g \cdot 0.1 \cdot 1.2 \cdot (-1) = \frac{1}{2} \cdot 0.8 \cdot 10^2 - \frac{1}{2} \cdot 0.8 \cdot v_1^2 \Rightarrow v_1 = 9.879 \frac{m}{sec}$$

המשך

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2$$

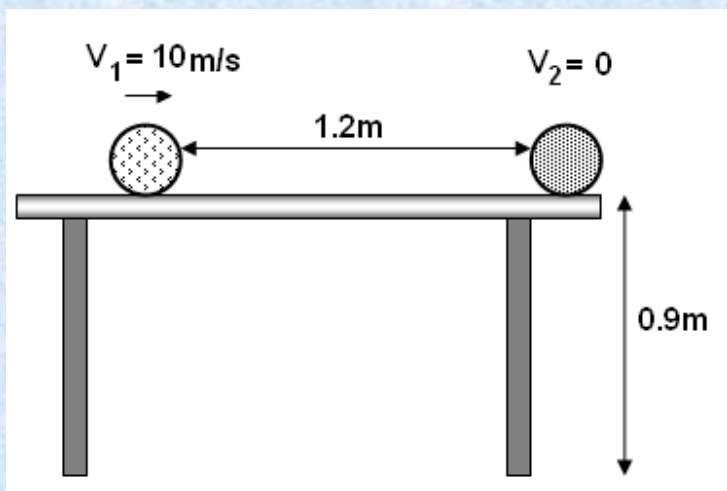
$$0.8 \cdot 9.879 + 0.4 \cdot 0 = 4 \cdot u_1 + 2 \cdot u_2$$

$$v_1 - v_2 = -(u_1 - u_2)$$

$$9.879 - 0 = -(u_1 - u_2)$$

פתרון מערכת המשוואות נותן:

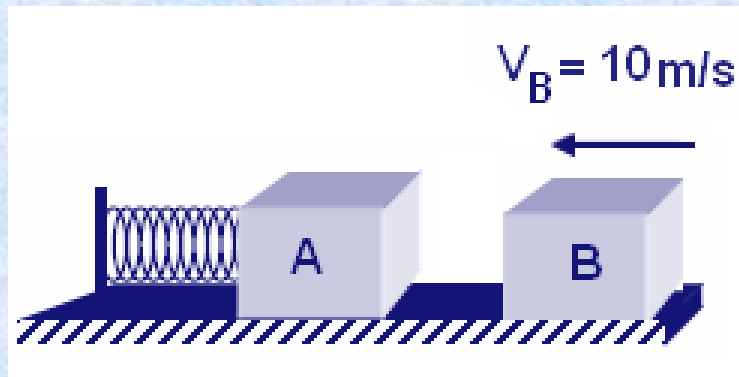
$$u_2 = 9.879 \frac{m}{sec}, u_1 = 0 \frac{m}{sec}$$



$$y_t = y_0 + v_0 \cdot t + \frac{g \cdot t^2}{2} \Rightarrow 0.9 = 5t^2 \Rightarrow t = 0.424 \text{ sec}$$

$$x_t = x_0 + v_{0x} \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2} \Rightarrow x_t = 9.879 \cdot 0.424 \Rightarrow x_t = 4.188 \text{ m}$$

גוף A שמסתו 5kg נמצא במנוחה על משטח אופקי חלק כשהוא מחובר לקפיץ רפוי שקבוע הכוח שלו הוא $50,000\text{N/m}$. גוף B שמסתו 5kg נע שמאלה במהירות 10m/sec לעבר הגוף A, ומתנגש בו בהתנגשות אלסטית.



א. מהן מהירויות שני הגופים לאחר ההתנגשות?

ב. בכמה יתכווץ הקפיץ?

א.

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2$$

$$v_1 - v_2 = -(u_1 - u_2)$$

$$5 \cdot 10 + 5 \cdot 0 = 5 \cdot u_1 + 5 \cdot u_2$$

$$10 - 0 = -(u_1 - u_2)$$

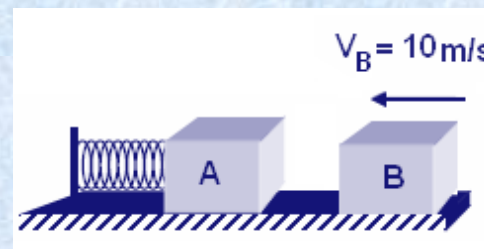
$$u_2 = 10 \frac{m}{sec}, u_1 = 0 \frac{m}{sec}$$

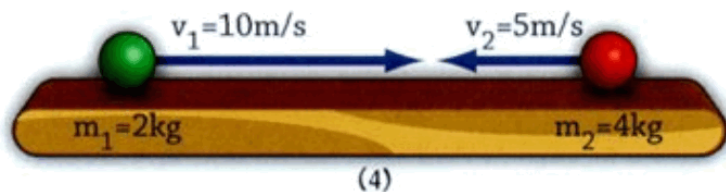
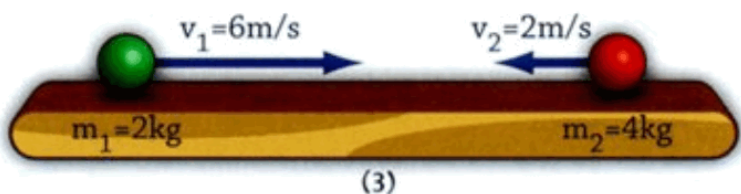
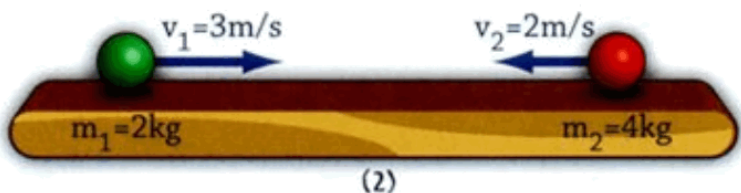
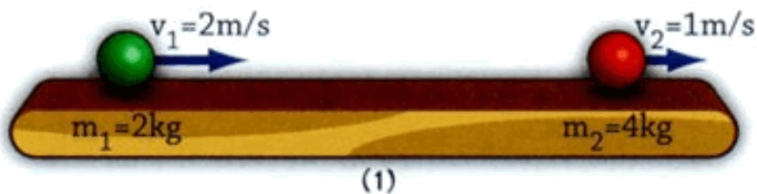
פתרון מערכת המשוואות נותן:

$$\frac{1}{2} m_2 \cdot u_2^2 = \frac{1}{2} kx^2$$

$$\frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 10^2 = \frac{1}{2} \cdot 50000 \cdot x^2 \Rightarrow x = 0.1m$$

ב.





17. קרונית שמסתה 0.6 ק"ג נעה שמאלה על מסילה במהירות שגודלה 1.2 מ'ש'. קרונית שנייה, שמסתה 0.9 ק"ג, נעה על המסילה לקראת הקרונית הראשונה במהירות 0.8 מ'ש' ימינה. שתי הקרוניות נצמדות זו לזו. חשבו את מהירותן המשותפת לאחר ההתנגשות.

18. לפניך תיאור של חמישה זוגות של כדורים הנעים על משטח אופקי חסר חיכוך. לאחר שמתרחשת התנגשות - הכדורים נצמדים.

קבעו, לכל זוג כדורים:

א. את כיוון התנע הכולל לפני ההתנגשות.

ב. את כיוון התנועה המשותף לאחר ההתנגשות.

