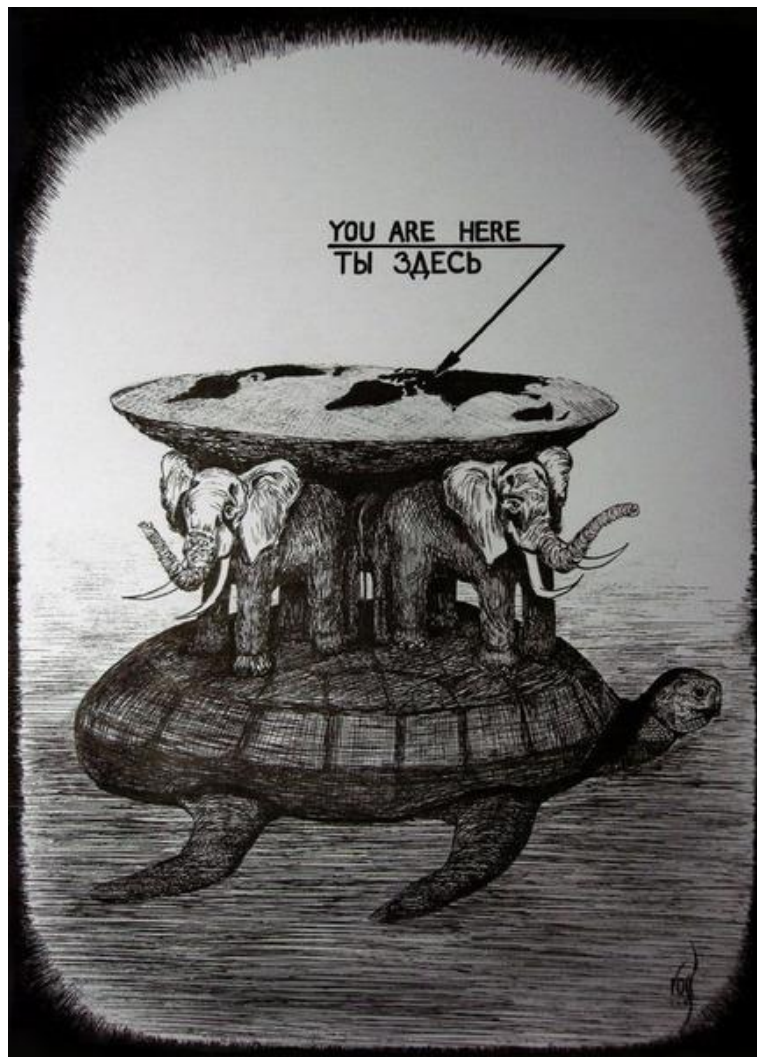
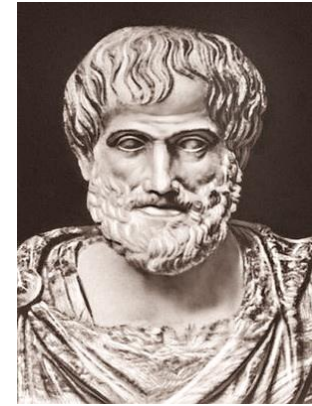
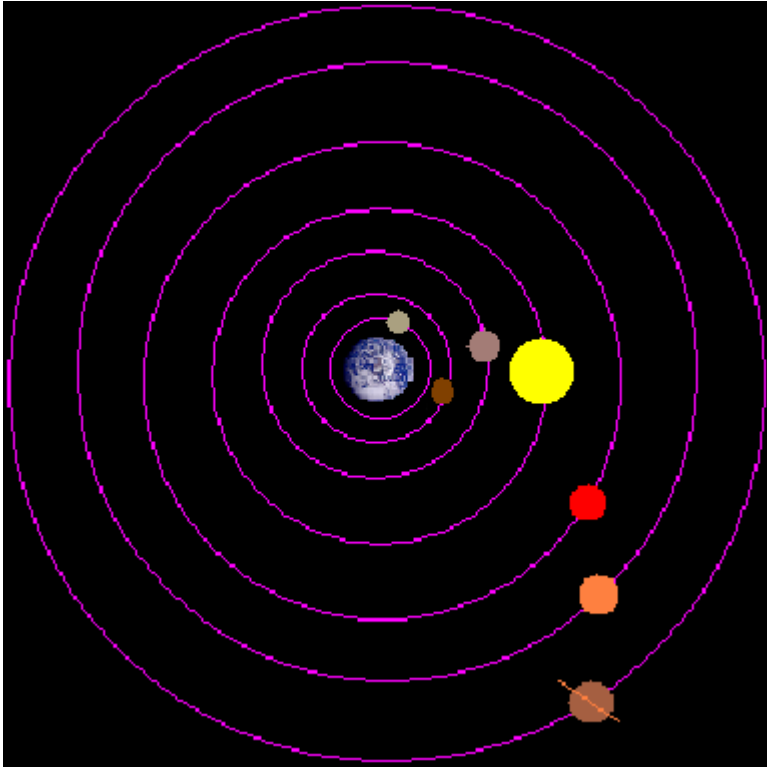


היסטוריה



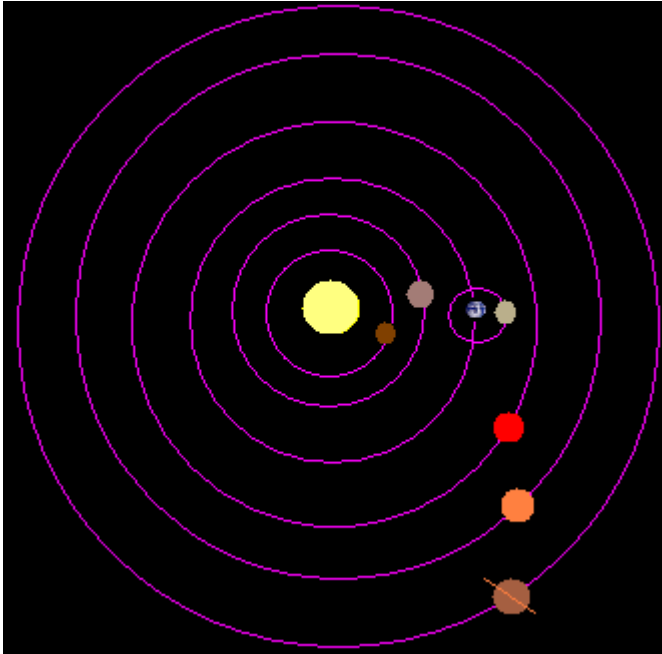
אריסטו



384-322
לפנה"ס, יוון

כדה"א במרכז (גיאוצנטרי). 5 כוכבי לכת + שמש+ירח
בתנועה מעגלית סביב כדה"א.

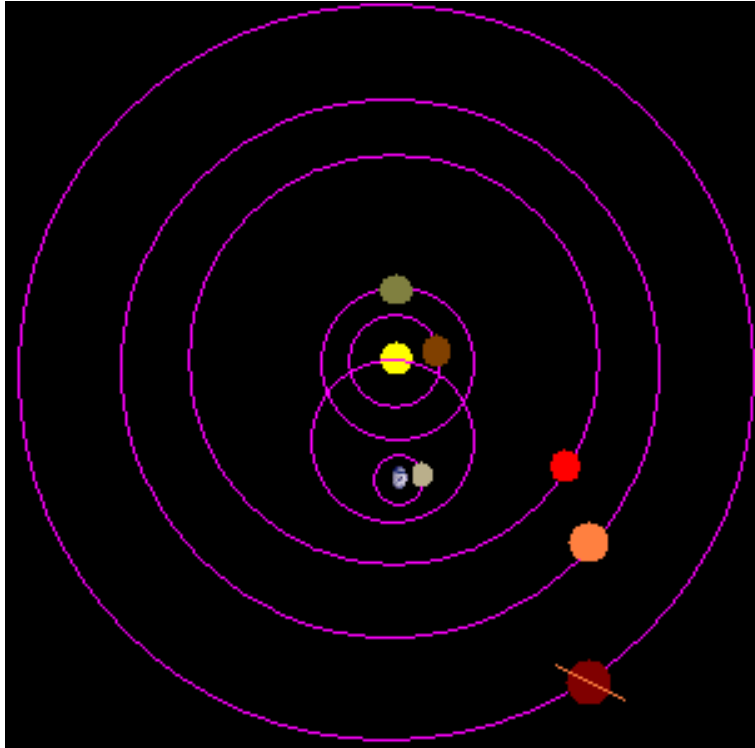
ניקולס קופרניקוס



1473-1543,
אסטרונום פולני

מודל הליוצנטרי: השמש נמצאת במרכז וכל כוכבי
הלכת מקיפים אותה

טיכו ברהה



, אסטרונום דני
1546-1601

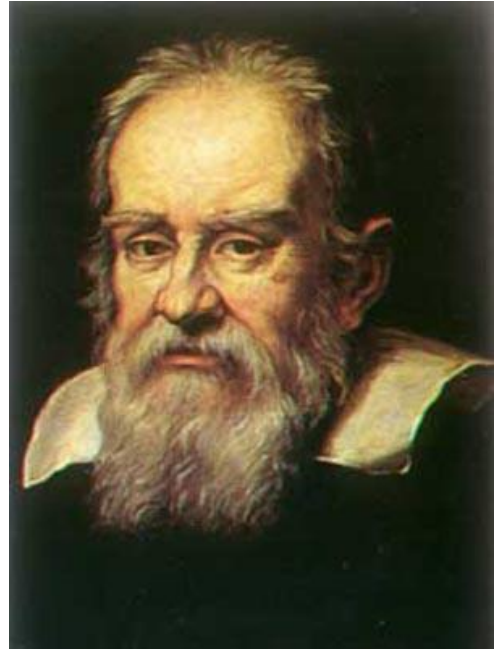
תכנן ובנה כלים גדולים ומדויקים. עשה המון תצפיות.

ג'ורדנו ברוננו

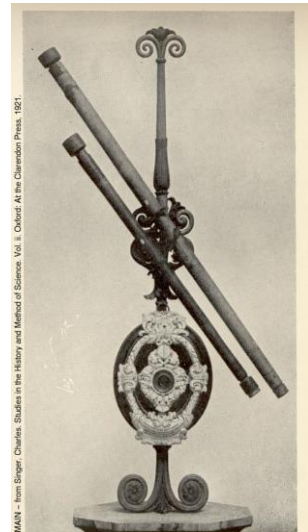


1548-1600. האסטרונום האיטלקי – אחד
מתומכיו של מודל הליוצנטרי יצאה כנגד תפיסת
הכנסייה (גיאוצנטרית). נידון למוות בשריפה.

גלילאו גליליי



1564-1642. מדען איטלקי.
הראשון שצפה בשמיים בעזרת
טלסקופ. גילה 4 ירחים של
כוכב הלכת צדק. צפה בכתמי
השמש והסיק מסכנה שהשמש
מסתובבת סביב צירה. תמך
במודל של קופרניקוס. נשפט
פעמיים ע"י האינקוויזיציה
ונענש במאסר עולם – בפועל
מאסר בבית

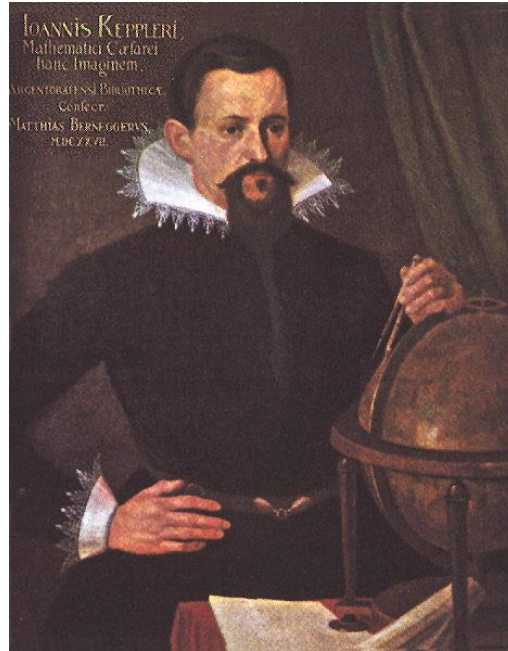


Galileo's Telescopes
The cracked lens is mounted in centre

ואף על פי כן, נוע תנוע!

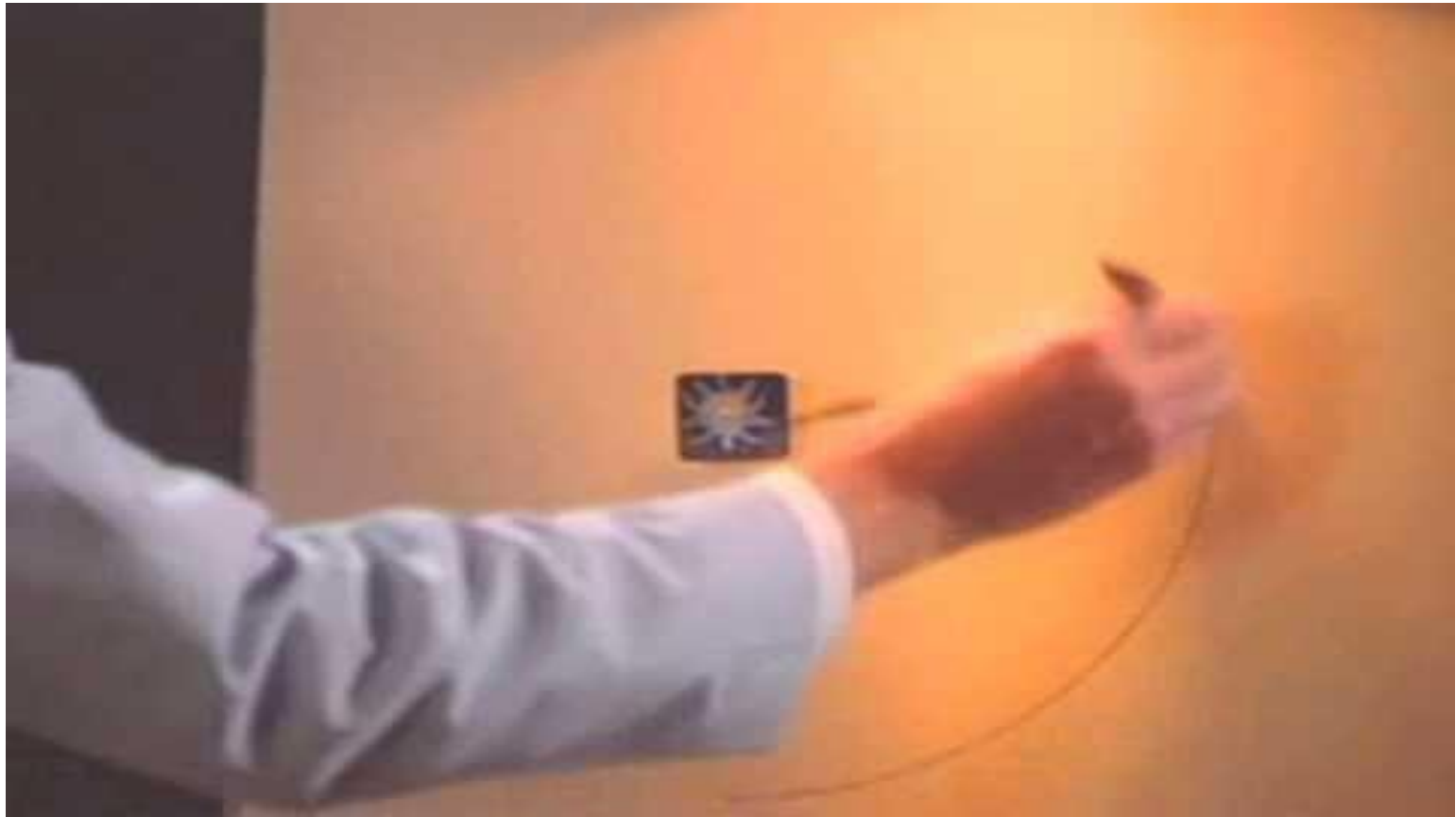
- **ואף על פי כן, נוע תנוע!** היא אמרה שמקורה באיטלקית (!) (Eppur si muove) ואשר מיוחסת לגלילאו גליליי. על פי המסופר, מלמל גלילאו את האמרה לאחר שנאלץ לוותר בפני האינקוויזיציה, במהלך משפטו, על אמונתו כי כדור הארץ סובב את השמש.

יוהנס קפלר



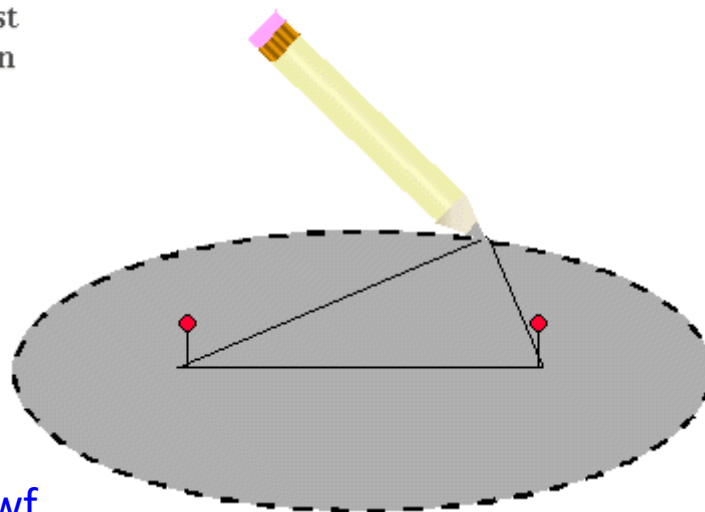
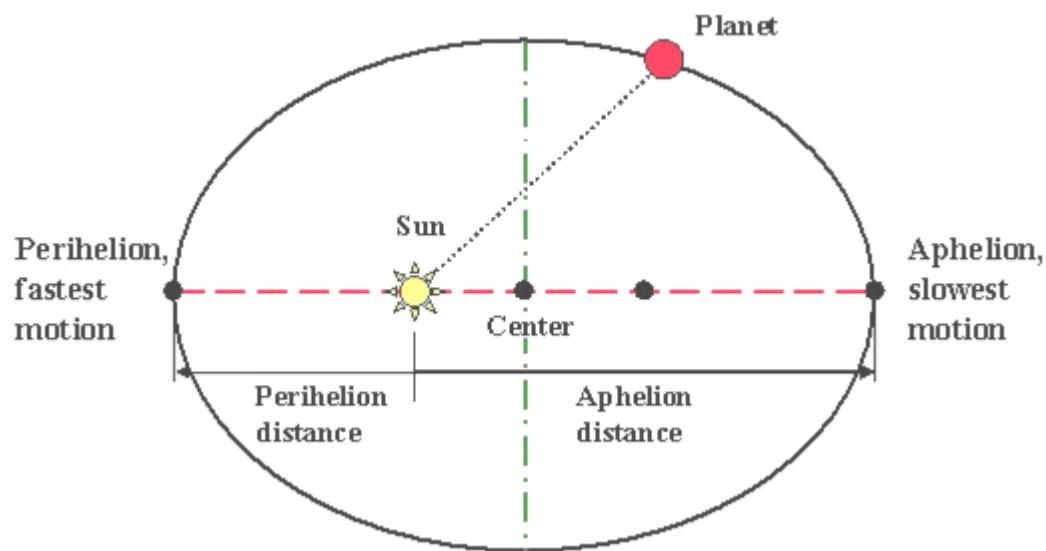
1571-1630. אסטרונום גרמני, עוזר ראשי של טיכו
ברהה. על בסיס תצפיות מדויקות של טיכו ברהה
ניסח את 3 החוקים

אליפסה



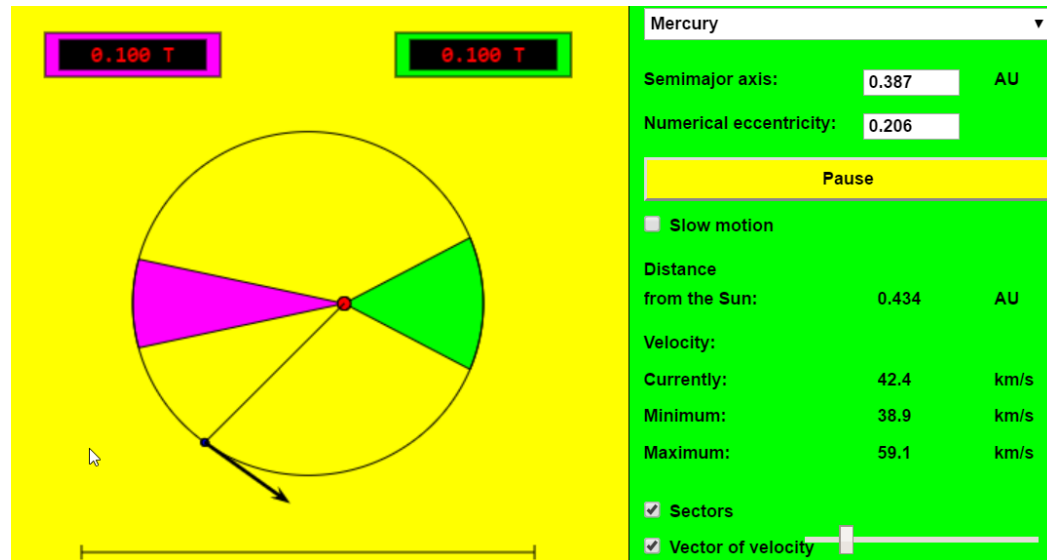
החוק הראשון של קפלר

כוכבי הלכת מקיפים את השמש במסלולים אליפטיים שהשמש נמצאת באחד ממוקדיהם



החוק השני של קפלר

הקו המחבר את השמש עם כוכב לכת כלשהו מכסה שטחים שווים של אליפסת המסלול בפרקי זמן שווים.

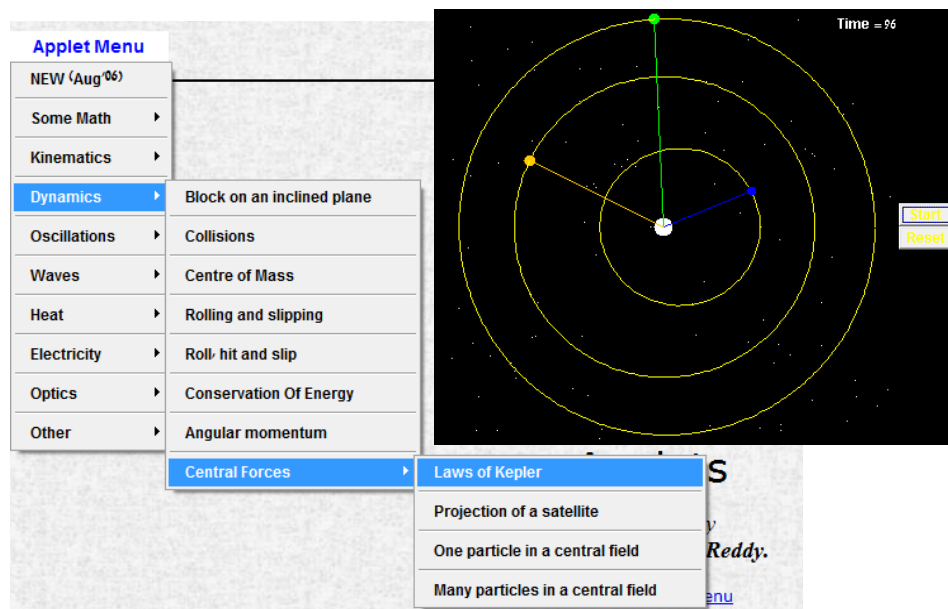


http://www.walter-fendt.de/html5/phen/keplerlaw2_en.htm

<http://astro.unl.edu/naap/pos/animations/kepler.swf>

החוק 3 של קפלר

ריבועי תקופות הסיבוב של כוכבי הלכת עומדים ביחס ישר לחזקה השלישית של ממוצע המרחק שלהם מהשמש.



רק לכוכבי לכת שנועים
סביב אותו מרכז!

<http://astro.unl.edu/naap/pos/animations/kepler.swf>

דוגמא:

מסלוליהם של כדור הארץ וכוכב הלכת נוגה הם בקירוב רב מעגליים. זמן המחזור של כדור הארץ (T_E) בתנועתה סביב השמש הוא שנה אחת, ושל נוגה (T_V) - רק 0.615 שנה. חשב את היחס בין הרדיוס מסלול של כדור הארץ סביב השמש ($R_{E,S}$) לרדיוס המסלול של כוכב הלכת נוגה ($R_{V,S}$).

פתרון:

על פי הנוסחה, יחס הרדיוסים פרופורציוני לחזקה $2/3$ של היחס זמני המחזור.

$$\frac{R_{E,S}}{R_{V,S}} = \left(\frac{T_E}{T_V} \right)^{\frac{2}{3}} = \left(\frac{1}{0.615} \right)^{\frac{2}{3}} = 1.38$$

שנה על כדור הארץ

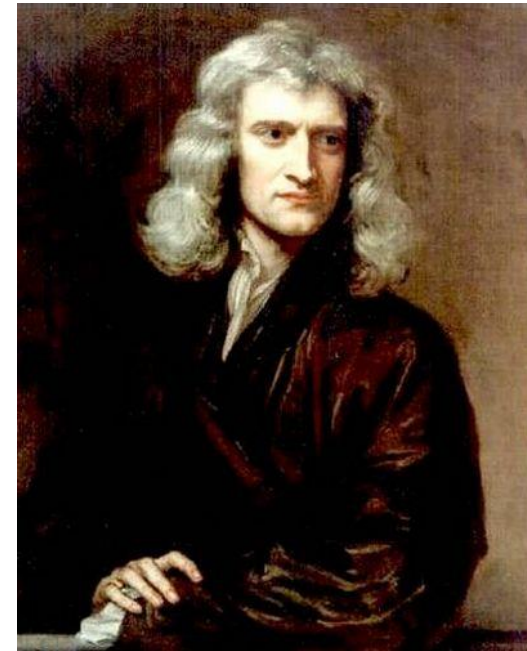


כאשר הציר פונה לכיוון השמש בנקודה
הקרובה ביותר לשמש - פריהליון

<https://www.youtube.com/watch?v=WdioxH4m5T269=t#0>

סר אייזיק ניוטון 1643-1727. פיזיקאי אנגלי

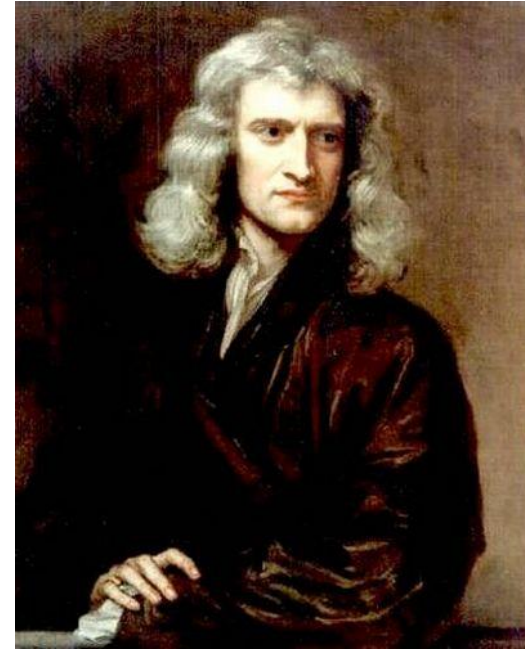
האגדה מספרת שיום אחד בשנת 1666 אייזיק ישב מתחת לעץ תפוחים, כאשר לפתע תפוח ניתק מן העץ ונפל על ראשו של אייזיק. נפילת התפוח עוררה אצלו שאלה: איך ייתכן שתפוח קטן שמתנתק מהעץ נופל ארצה ואילו הירח שהוא גוף ענק אינו נופל עלינו?



סר אייזיק ניוטון 1643-1727. פיזיקאי אנגלי

כך החל אייזיק לחשוב שיש כוח המופעל על כל הגופים בטבע, זהו כוח הכבידה. הוא חקר את הנושא לעומק במהלך 20 שנה.

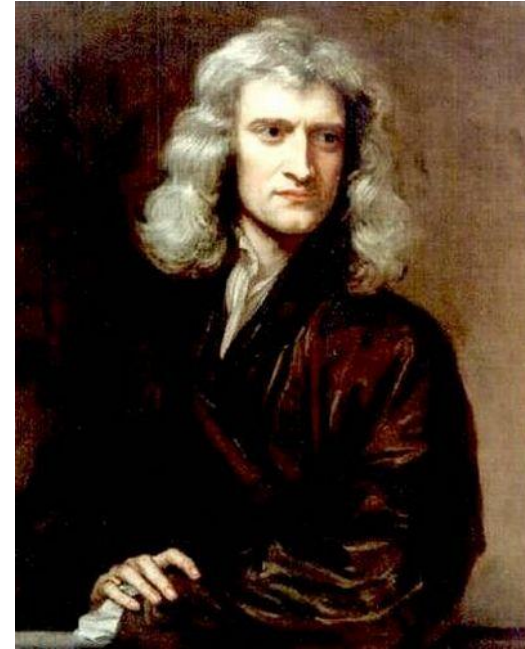
בזמן הזה הוא אסף נתונים על המרחקים בין הירח והשמש לכדור הארץ ועוד. נתונים אלו עזרו לו לשער את הרעיון הכללי לו הוא קרא "הכבידה (גרביטציה) העולמית".



סר אייזיק ניוטון 1643-1727. פיזיקאי אנגלי

בשנת 1674 העלה רוברט הוק את
הרעיון על קיום כוח משיכה הגורם
לתנועת כדור הארץ סביב השמש ושכוח
זה הולך ופוחת ככל שהמרחק בין
הגופים גדול יותר.

ככל הנראה אייזיק נעזר לא רק
ברעיונותיו האישיים שלו אלא שהוא
נתמך גם בהשערותיו של רוברט הוק
ובתגליותיהם של אסטרונומים כמו
קופרניקוס, גלילאו וקפלר.



סר אייזיק ניוטון



http://www.brainpop.co.il/he/category_/4606_stcejbus/99_yrogetacbus/8

חוק הכבידה העולמי

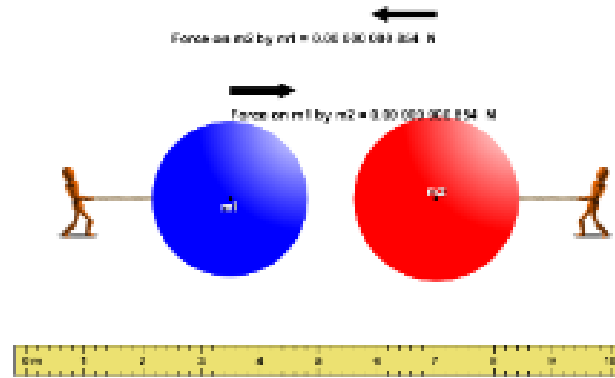
M - מסה של גוף ראשון

m - מסה של גוף שני

r - מרחק בין מרכזי הגופים

r-רדיוס של בין מרכזי הגופים

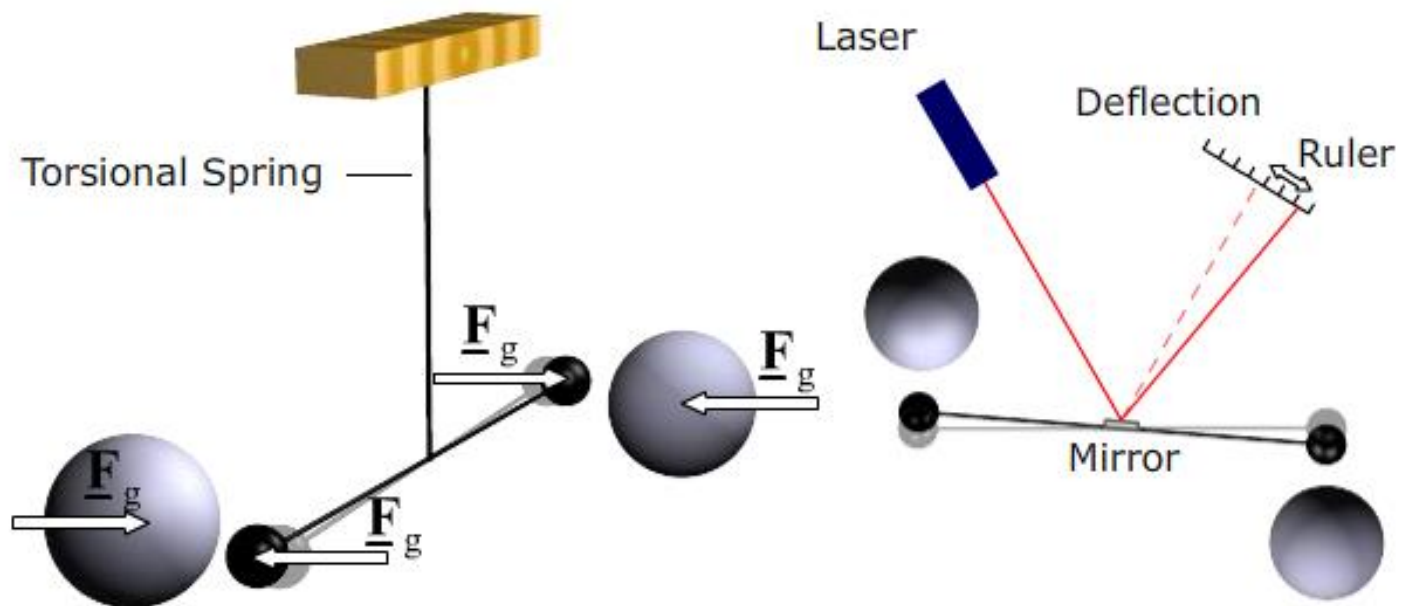
$$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2}$$



$$F = G \frac{Mm}{r^2}$$

G – קבוע גרביטציה. משמעות: כוח שפועל בין שני גופים שמסותם 1 ק"ג כל אחד, שנמצאות במרחק 1 מטר בין מרכזיהם

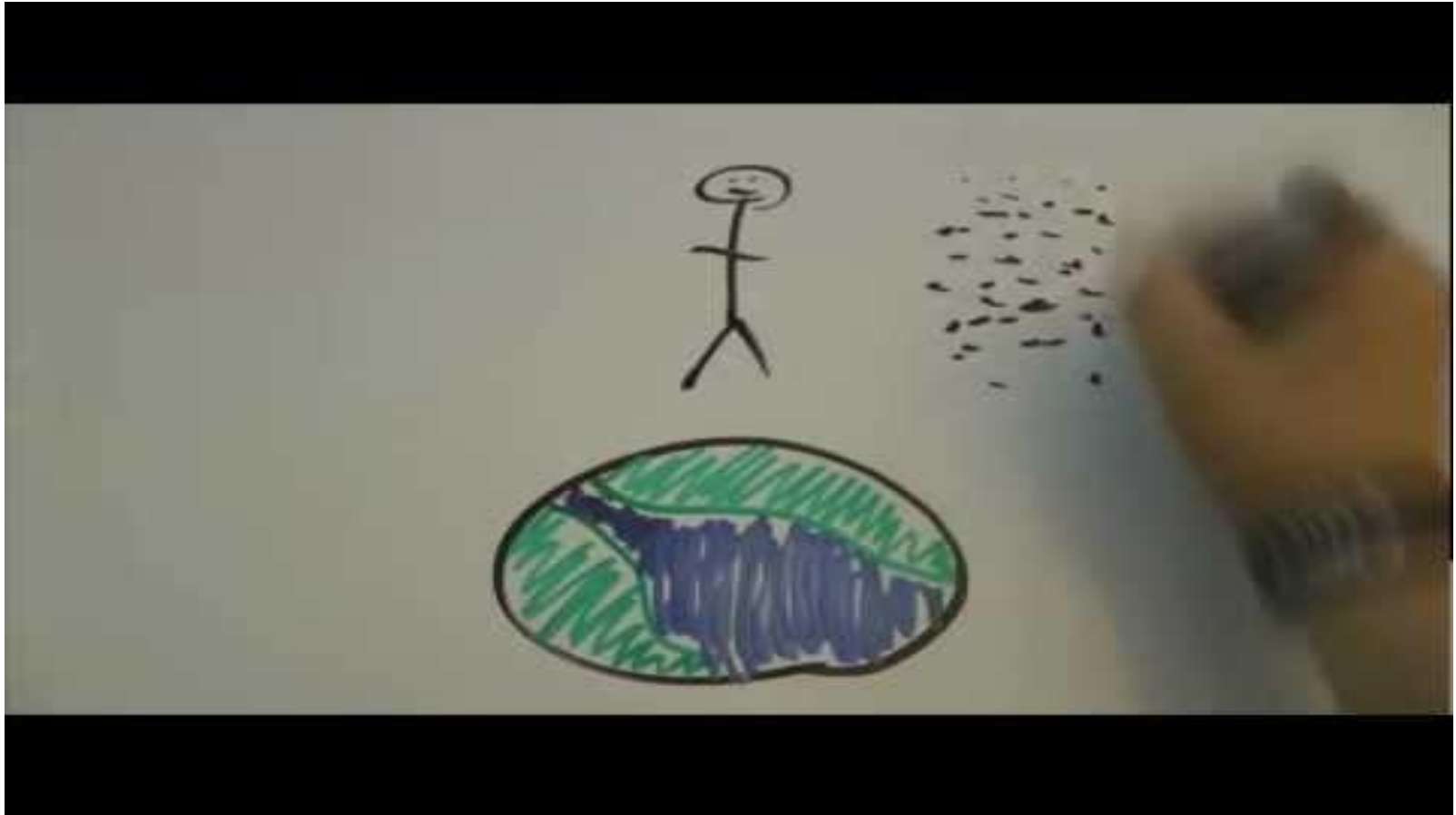
ניסוי קבנדיש



$$F_g = -G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

<https://www.youtube.com/watch?v=vWICm0X0QC0>

כבידה בדקה



<https://youtu.be/AvEmrtPSVUs>

תאוצה של נפילה חופשית

$$G \frac{Mm}{r^2} = mg \Rightarrow$$

$$g = G \frac{M}{R_E^2}$$

על פני כדה"א

$$g = G \frac{M}{(R_E + h)^2}$$

תאוצה של נפילה חופשית קטנה
כאשר מרחק מכדה"א גדל

[מדוע אסטרונאוטים מרחפים בחלל?](#)

תאוצה של נפילה חופשית בגבהים שונים

9.2 חוק הכבידה העולמי

9.2.1 חוק הכבידה העולמי - חלק א'

9.2.2 חוק הכבידה העולמי - חלק ב'

9.2.3 תאוצת הנפילה החופשית

9.2.4 תנועת לווינים במסלולים מעגליים

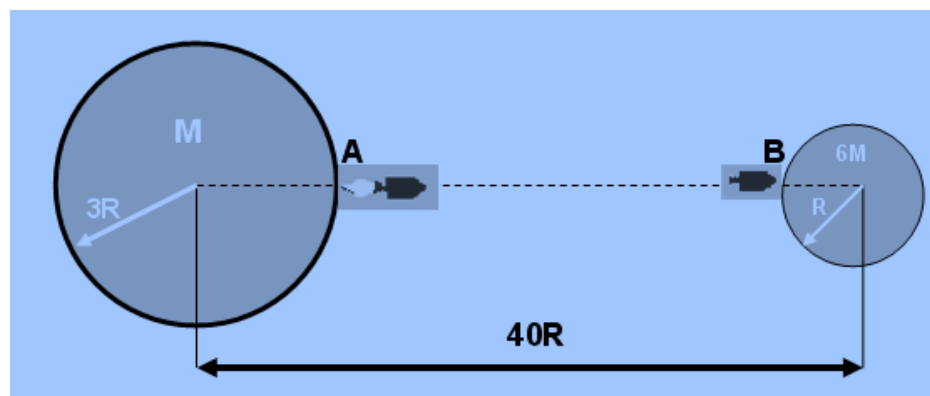
9.2.5 תרגול - חוק הכבידה העולמי

<http://www.interlect.co.il/le/Default.aspx?UID=599>

<https://quizizz.com/admin/quiz/587a7b22048817bd0b7b617e> •

מרכזיהם של שני כוכבים כדוריים נמצאים במרחק $40R$ זה מזה.
מסת אחד הכוכבים היא M ורדיוסו $3R$, מסת הכוכב השני היא $6M$ ורדיוסו R .
מסת הטיל היא m . (ראה תרשים).

נתונים: G, R, M, m



באיזה מרחק מהכוכב שמסתו M (על קו ישר שבין מרכזי שני הכוכבים) יהיה כוח הכבידה השקול הפועל על הטיל שווה לאפס?

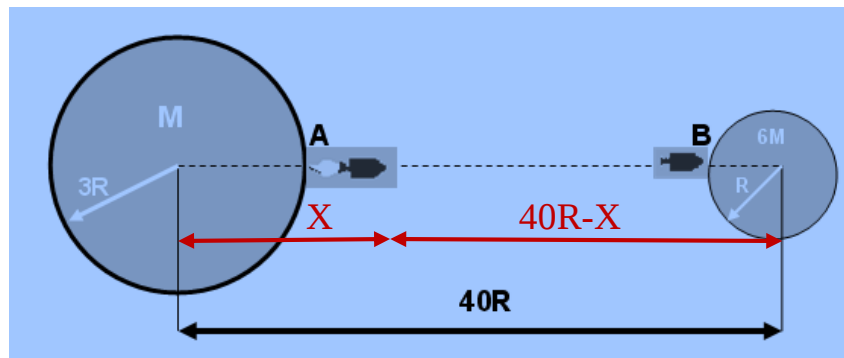
.א

$$\frac{G \cdot M_1 \cdot m'}{r_1^2} = \frac{G \cdot M_2 \cdot m'}{r_2^2}$$

$$\frac{G \cdot M \cdot m'}{(X)^2} = \frac{G \cdot 6M \cdot m'}{(40R - X)^2}$$

$$\frac{(40R - X)^2}{(X)^2} = 6$$

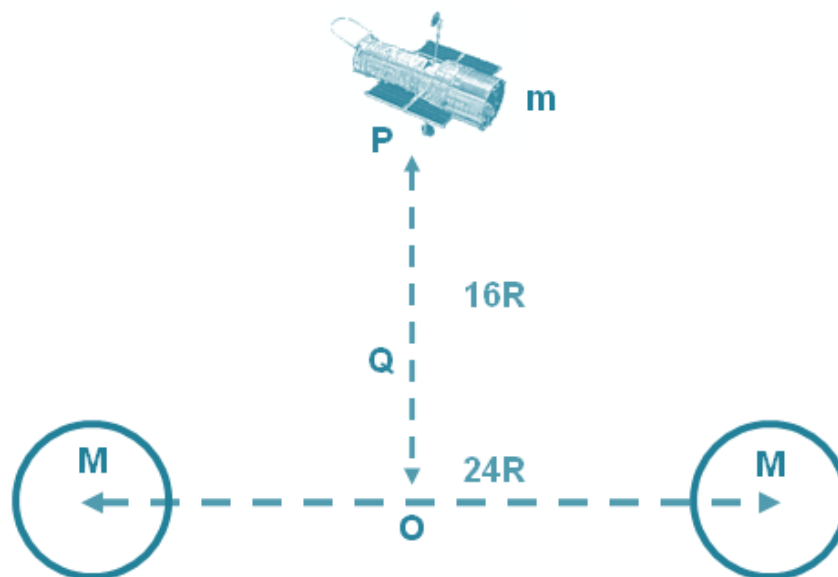
$$\frac{(40R - X)}{(X)} = \sqrt[2]{6} \Rightarrow X = 11.59R$$



חללית שמסתה m נעה (בהשפעת כוחות הכבידה בלבד) לאורך האנך המרכזי לקטע המחבר את מרכזי שני כוכבים זהים, שמסתם M ורדיוס כל אחד מהם הוא R . הכוכבים נמצאים במרחק $24R$ זה מזה וקבועים במקומם.

נתונים: m, M, R, G .

החללית מתחילה לנוע ממנוחה מהנקודה P הנמצאת במרחק $16R$ מהנקודה O .



א. מה גודלו וכיוונו של הכוח השקול הפועל על החללית ברגע בו היא מתחילה את תנועתה בנקודה P ?

ב. מה גודלו וכיוונו של הכוח השקול הפועל על החללית ברגע בו היא עוברת דרך הנקודה O ?

.א

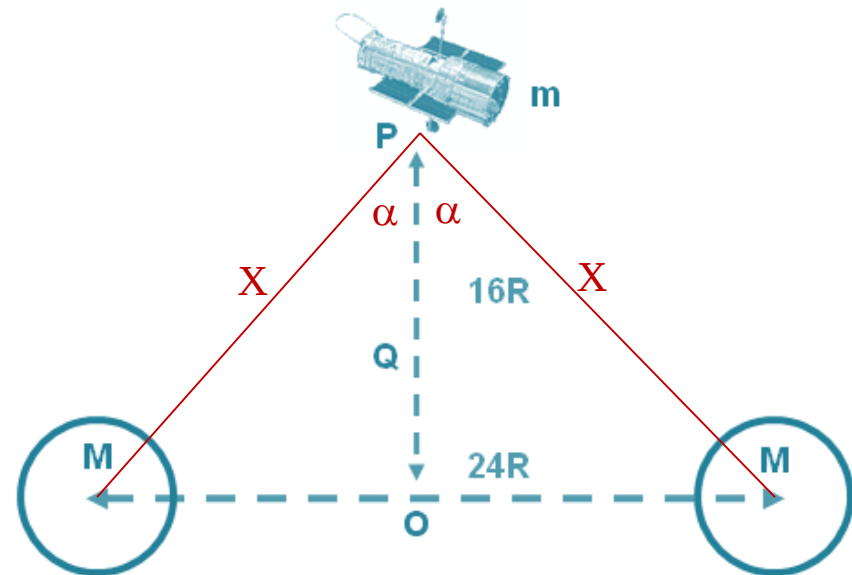
$$\Sigma F_y = 2 \cdot \frac{G \cdot M \cdot m}{(X)^2} \cdot \cos \alpha$$

$$X^2 = (12R)^2 + (16R)^2$$

$$X = 20R$$

$$\cos \alpha = \frac{16R}{20R} = 0.8$$

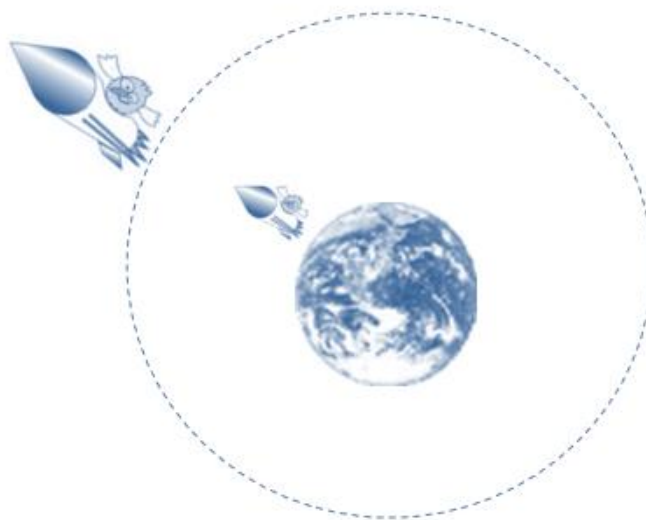
$$\alpha = 37^\circ$$



$$\Sigma F_y = 2 \cdot \frac{G \cdot M \cdot m}{(20R)^2} \cdot 0.8 = 0.004 \frac{G \cdot M \cdot m}{R^2}$$

ב. אפס

טיל שמסתו $m=2000 \text{ kg}$ שוגר מפני כדור הארץ ממנוחה בכיוון אנכי. הטיל עלה בתאוצה קבועה, ובהגיעו כעבור 2 דקות לגובה של 180 km מעל פני כדור הארץ אזל הדלק במכלי הטיל.



א. מה הייתה תאוצתו של הטיל בזמן שיגורו?

ב. מהי תאוצת הנפילה החופשית בגובה שבו אזל הדלק במכלי הטיל?

א.

$$x_t = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$$

$$180000 = 0 + 0 + \frac{a \cdot 120^2}{2}$$

$$a = 25 \frac{m}{\text{sec}^2}$$

ב.

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

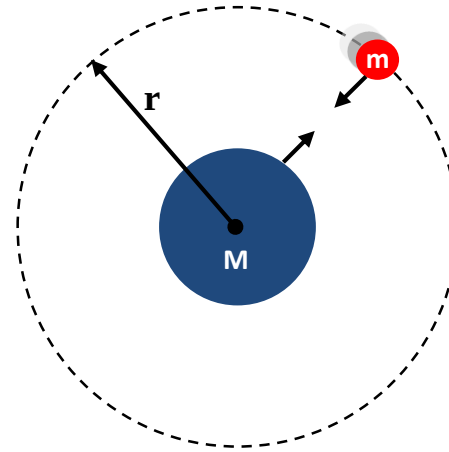
$$\frac{GMm}{r^2} = ma \Rightarrow a = g^*$$

$$g^* = \frac{GM}{r^2} = \frac{GM}{(R_E + x)^2}$$

בתנועת לוויין רק כוח המשיכה של הארץ משמש ככוח צנטריפטלי המאלץ את הלוויין לנוע במסלול מעגלי לכן:

$$\begin{aligned}\vec{F}_R &= m\vec{a}_R \\ \vec{F}_R &= m \frac{v^2}{R} \\ \frac{GMm}{r^2} &= m \frac{v^2}{r}\end{aligned}$$

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$



כדי שהגוף הקטן יוכל לנוע במסלול מעגלי סביב המסה M, יש לתת לגוף m מהירות משיקית מסוימת. עבור כל מרחק בין מרכזי המסות ישנה **מהירות אחת ויחידה**, שאיתה תמשיך המסה m לנוע במסלול מעגלי סביב M. כיוונה של מהירות זו הוא, כאמור, **משיק** למסלול. בתנועה דומה לזו נעים (במסלולים מעגליים בקירוב) כוכבי הלכת סביב השמש, הירחים סביב כוכבי הלכת ולוויינים מלאכותיים סביב כדור הארץ.

שאלה: לוויין נשאר מעל נקודה קבועה על פני כדור הארץ. מהו זמן המחזור שלו ?

דוגמא:

זמן המחזור של לוויין המקיף את כדור הארץ במסלול מעגלי הוא 1.5 שעות. חשב את גובה הלוויין מעל פני הארץ.

פתרון:

לוויין במסלול מעגלי מקיים:

$$\frac{G \cdot M \cdot m}{r^2} = m \cdot \frac{V^2}{r}$$

נציב בנוסחה האחרונה:

$$V = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{T}$$

ונקבל לאחר מספר פעולות אלגבריות:

$$R = \sqrt[3]{\frac{G \cdot M_E \cdot T^2}{4 \cdot \pi^2}}$$

$$R = \sqrt[3]{\frac{6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24} \cdot (1.5 \cdot 60 \cdot 60)^2}{4 \cdot \pi^2}}$$

$$= 6.66 \cdot 10^6 m = 6660 km$$

גובה הלוויין מעל פני הארץ:

$$h = r - R_E$$

$$h = 6660 - 6400 = 260km$$

הלוויין חג בגובה 260 ק"מ מעל פני הארץ.

שיגור לוויין



https://youtu.be/o_QJkvl70_M

כמות לוינים



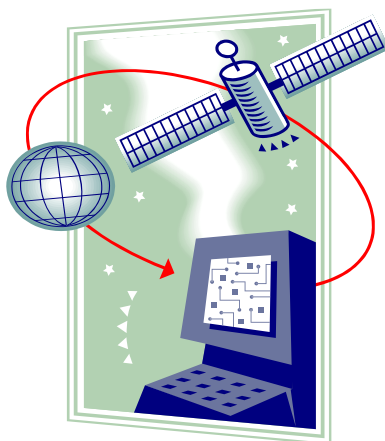
<https://youtu.be/qZZXhJJqZEA>

רוב לווייני התקשורת נעים במסלול סביב כדור הארץ, כשהם מצויים מעל נקודה קבועה ביחס אליו. מסלול כזה נקרא **מסלול גאו-סטציונרי** (גאו=אדמה, סטציונרי=קבוע) והוא בגובה של כ- 35,786 ק"מ מעל פני כדור הארץ.

כל לוויין כזה משלים הקפה סביב כדור הארץ ב-24 שעות.

תכונה זו מאפשרת להעביר שירותי תקשורת לאזורים מוגדרים על פני הארץ לאנטנות, המכוונות לנקודה ספציפית בחלל.

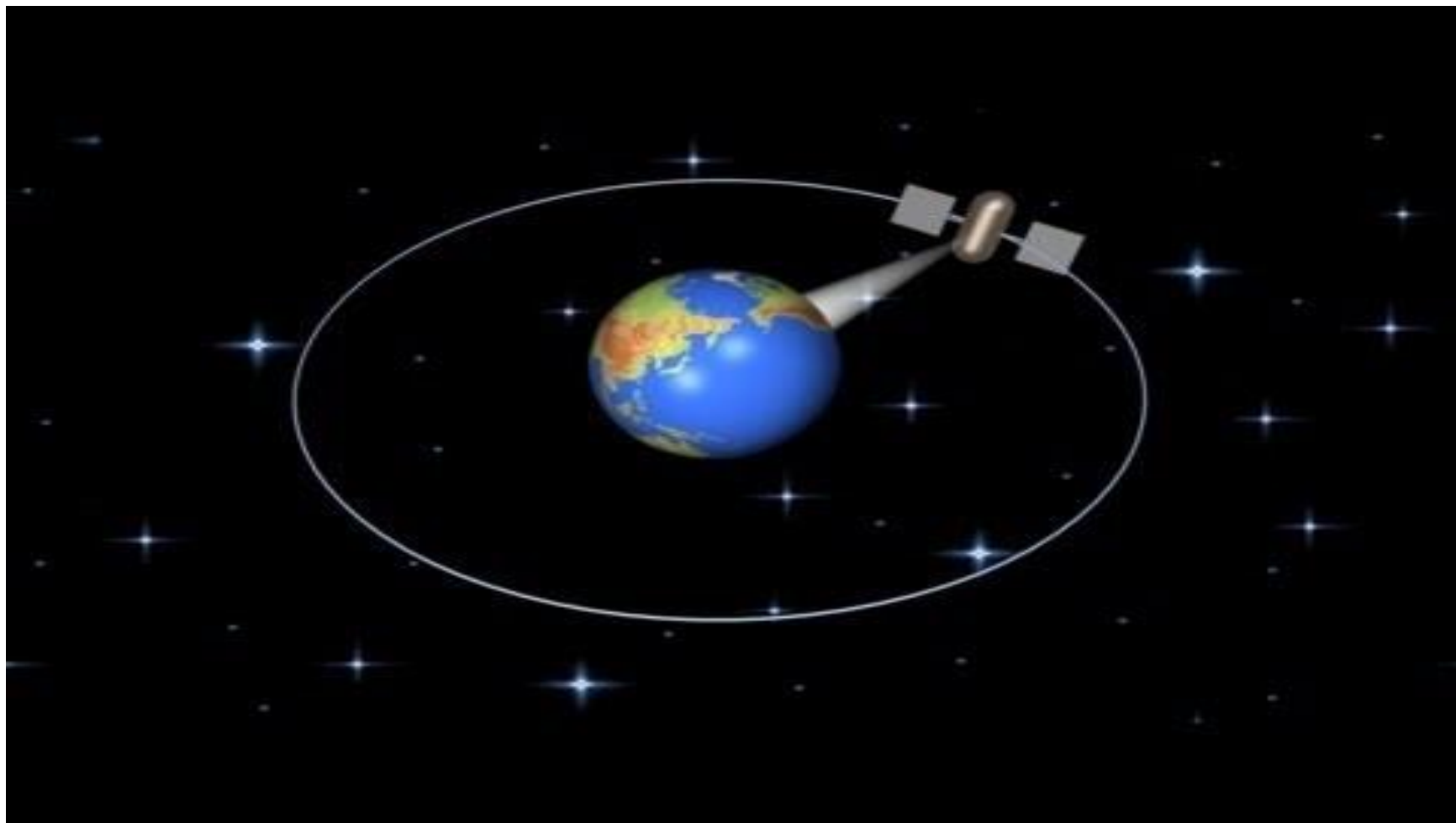
בניגוד אליהם ישנם מספר לווייני תקשורת ולווייני ריגול, המוצבים ופועלים במסלולים בגובה מספר מאות קילומטר מעל פני הקרקע. לוויינים אלו מקיפים את כדור הארץ מספר פעמים ביום ואינם נמצאים מעל נקודה קבועה.



http://www.youtube.com/watch?feature=player_detailpage&v=sj7zsGkpZxg

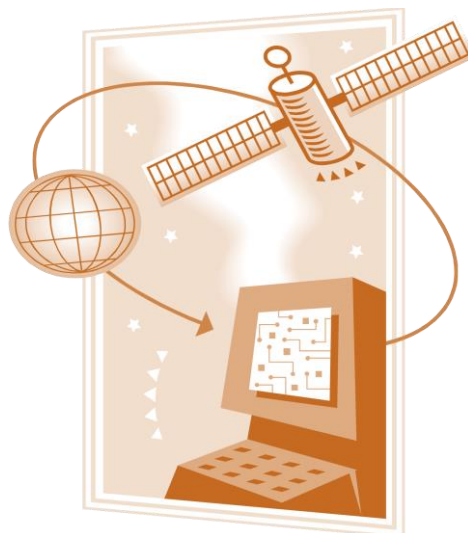
<http://www.dnatube.com/video/11779/Applications-Of-Artificial-Satellites>

לוויין במסלול גיאוסטציונרי



<https://youtu.be/sj7zsGkpZxg>

לוויין שמסתו 150 kg מסתובב מעל נקודה קבועה בקו המשווה.



א. מהו זמן המחזור של הלוויין?

ב. מהו הרדיוס של מסלול הלוויין?

ב. מהי המהירות המשקית של הלוויין?

א. הלוויין נע במסלול גאוסטציונרי. לווין כזה משלים הקפה סביב כדור הארץ ב-24 שעות.

ב.

$$\frac{G \cdot M_E \cdot m}{r^2} = \frac{m \left(\frac{2\pi r}{T} \right)^2}{r} \Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{G \cdot M_E \cdot T^2}{4\pi^2}}$$

ג.

$$v = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{T}$$

אינטרלקט – תנועת לוונים

9.2 חוק הכבידה העולמי

9.2.1 חוק הכבידה העולמי - חלק א'

9.2.2 חוק הכבידה העולמי - חלק ב'

9.2.3 תאוצת הנפילה החופשית

9.2.4 תנועת לוונים במסלולים מעגליים

9.2.5 תרגול - חוק הכבידה העולמי

<http://www.interlect.co.il/le/Default.aspx?UID=599>



<https://youtu.be/CHxAK5opeeY>

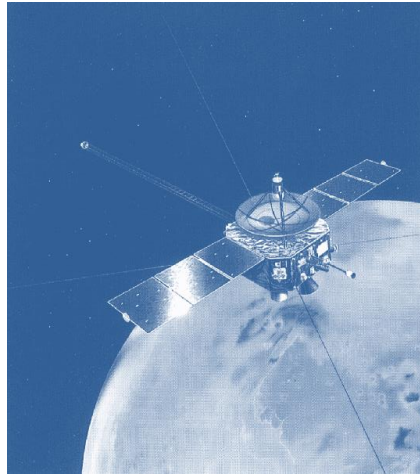
צפיפות

$$\rho = \frac{m}{V}$$

$$V_{\text{כדור}} = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$\frac{kg}{m^3}$	צפיפות	ρ
kg	מסה	m
m^3	נפח	V

לווין מקיף כוכב לכת מסוים סמוך מאוד לפניו. רדיוס הכוכב R וצפיפותו אחידה ושווה ל- ρ . משך ההקפה של הלוויין הוא T .
נתונים: T, ρ, R .



$$\rho T^2 = \frac{3\pi}{G}$$

א. הוכח ש:

$$g = \left(\frac{\pi}{T} \right)^2 \cdot R$$

ב. הוכח שתאוצת הכובד בעומק של $\frac{3}{4}R$ מתחת לפני הכוכב שווה ל-

ג. הוכח שבגובה R מעל לפני הכוכב יימדד אותו ערך של g שמצאת בסעיף ב'.

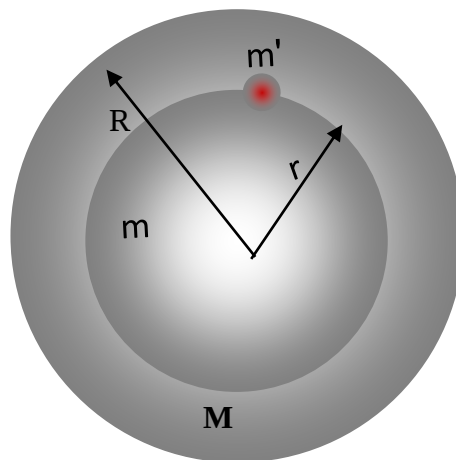
א.

$$\frac{G \cdot M \cdot m}{R^2} = \frac{m \left(\frac{2\pi R}{T} \right)^2}{R}$$

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3}$$

$$\rho \cdot \frac{4}{3}\pi R^3 = M$$

$$\frac{G \cdot \rho \cdot \frac{4}{3}\pi R^3 \cdot m}{R^2} = \frac{m \left(\frac{4\pi^2 R^2}{T^2} \right)}{R} \Rightarrow \boxed{\rho T^2 = \frac{3\pi}{G}}$$



ב.

$$\frac{G \cdot M}{R^2} = \frac{4\pi^2}{T^2} R$$

$$GM = \frac{4\pi^2}{T^2} R^3$$

$$g^* = \frac{GM}{R^3} \cdot r$$

$$\rho = \frac{m}{V'} = \frac{m}{\frac{4}{3}\pi r^3}$$

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3}$$

$$\frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{m}{\frac{4}{3}\pi r^3} \Rightarrow$$

$$m = \frac{r^3}{R^3} \cdot M$$

$$\boxed{g^* = \frac{\frac{4\pi^2}{T^2} R^3}{R^3} \cdot \frac{1}{4} R = \left(\frac{\pi}{T} \right)^2 \cdot R}$$

$$\frac{Gmm'}{r^2} = m'g^* \Rightarrow g^* = \frac{GM}{R^3} \cdot r$$

ג.

$$\boxed{g^* = \frac{GM}{r^2} = \frac{\frac{4\pi^2}{T^2} R^3}{(2R)^2} = \left(\frac{\pi}{T} \right)^2 \cdot R}$$

ViewNote - Untitled Notebook

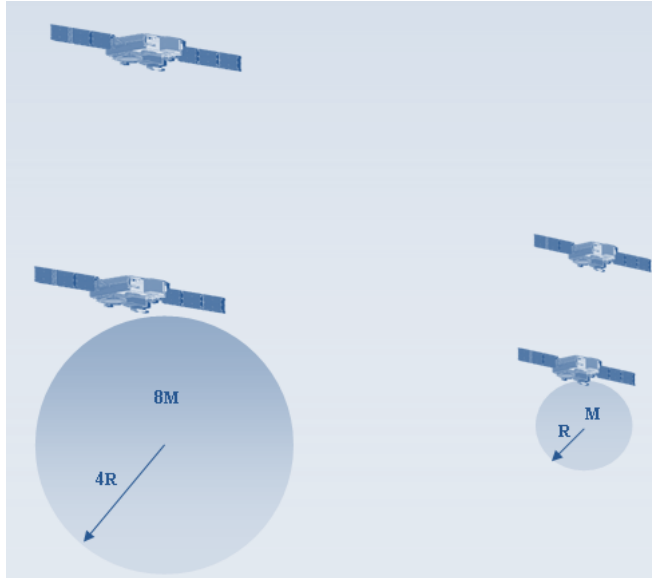
Diagram of a sphere with radius R and mass M .

$$M = \rho V \Rightarrow M_1 = \rho V_1$$

$$V_1 = \frac{4}{3} \pi \left(\frac{R}{4}\right)^3 \Rightarrow M_1 = \rho \cdot \frac{4}{3} \pi \left(\frac{R}{4}\right)^3$$

רדיוסו של כוכב 1 הוא R ומסתו M . רדיוסו של כוכב 2 הוא $4R$ ומסתו $8M$.

נתונים: R, M, G .



א. מהו היחס (ρ_1/ρ_2) בין צפיפויות שני הכוכבים?

ב. מהו היחס בין תאוצות הכובד (g_1/g_2) על פני שני הכוכבים?

קרוב לפניו של כל אחד מהכוכבים סובב לוויין במסלול מעגלי.

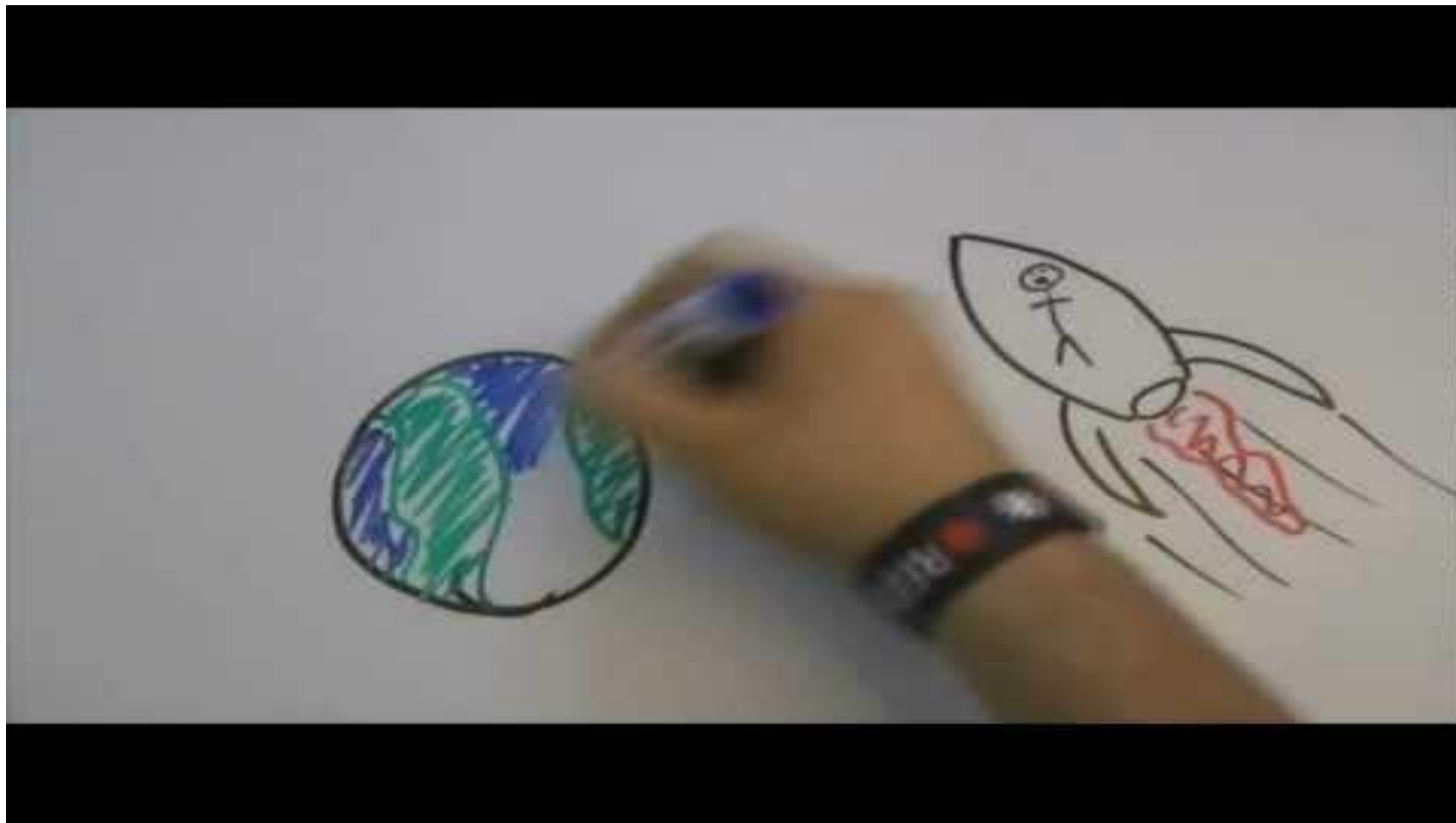
ג. מהו היחס (V_1/V_2) בין מהירויות שני הלוויינים?

בגובה R מעל פני הכוכב הראשון סובב לוויין שמסתו m , ובגובה $4R$ מעל פני הכוכב השני סובב לוויין נוסף שמסתו m .

ד. 1) מהו היחס בין זמני המחזור (T_1/T_2) של שני הלוויינים?

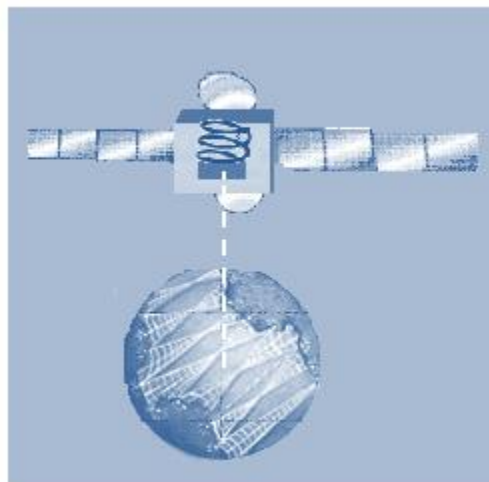
2) האם ניתן לענות על סעיף ד1 לפי החוק השלישי של קפלר? נמק!

למה אפשר לרחף בחלל



<https://youtu.be/RnF-F7V4COc>

מודדים את משקלו של גוף הנמצא בתוך לוויין באמצעות מאזני קפיץ. כאשר הלוויין נמצא על הקרקע מראים המאזניים 20 N , ותוך כדי השילוח הוראת המאזניים הייתה 90 N .



- א. מה הייתה תאוצת הלוויין בעת השילוח?
- ב. מה מראים המאזניים כאשר הלוויין נע במסלול סביב כדור הארץ, לאחר שכבו מנועי השילוח? הסבר.

א.

$$\sum F_Y = 0$$

$$N - mg = 0$$

$$20 - m \cdot 10 = 0 \Rightarrow m = 2kg$$

$$\sum F_Y = ma$$

$$N - mg = ma$$

$$90 - 2 \cdot 10 = 2 \cdot a$$

$$a = 35 \frac{m}{sec^2}$$

ב. המאזניים מראים אפס.

במהלך התנועה המעגלית, הלוויין וכל אשר בתוכו נופלים אנכית חופשית בתאוצה רדיאלית תוך כדי תנועה במהירות אופקית. במצב הזה אין למעשה מגע בין המשטח לגוף, כי הם נופלים באותה תאוצה, מצב היוצר "חוסר משקל".

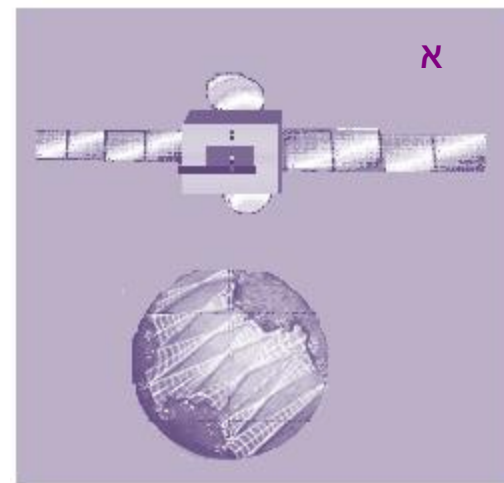
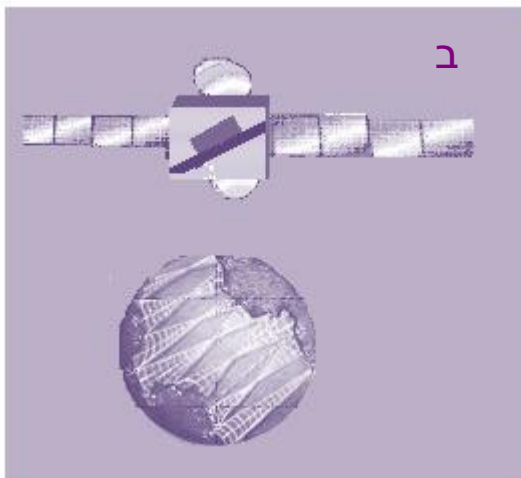
לווין שמסתו $m=500 \text{ kg}$ מקיף את כדור הארץ במסלול מעגלי בזמן מחזור של $T=7200 \text{ sec}$.

א. מהו הרדיוס של מסלול הלוויין?

ב. מהי מהירותו של הלוויין?

בתוך הלוויין נמצא משטח מישורי חלק. אסטרונוט מניח על המשטח גוף שמסתו $m=1 \text{ kg}$. (תרשים א)

ג. מהו הכוח שמפעיל עליו המשטח?



מטים את המשטח בזווית α ביחס לרדיוס המחבר את הלוויין למרכז כדור הארץ. (תרשים ב)

ד. האם הכוח שמפעיל עליו המשטח יגדל, יקטן או לא ישתנה? נמק.

א.

$$\frac{G \cdot M_E \cdot m}{r^2} = \frac{m \left(\frac{2\pi r}{T} \right)^2}{r} \Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{G \cdot M_E \cdot T^2}{4\pi^2}}$$

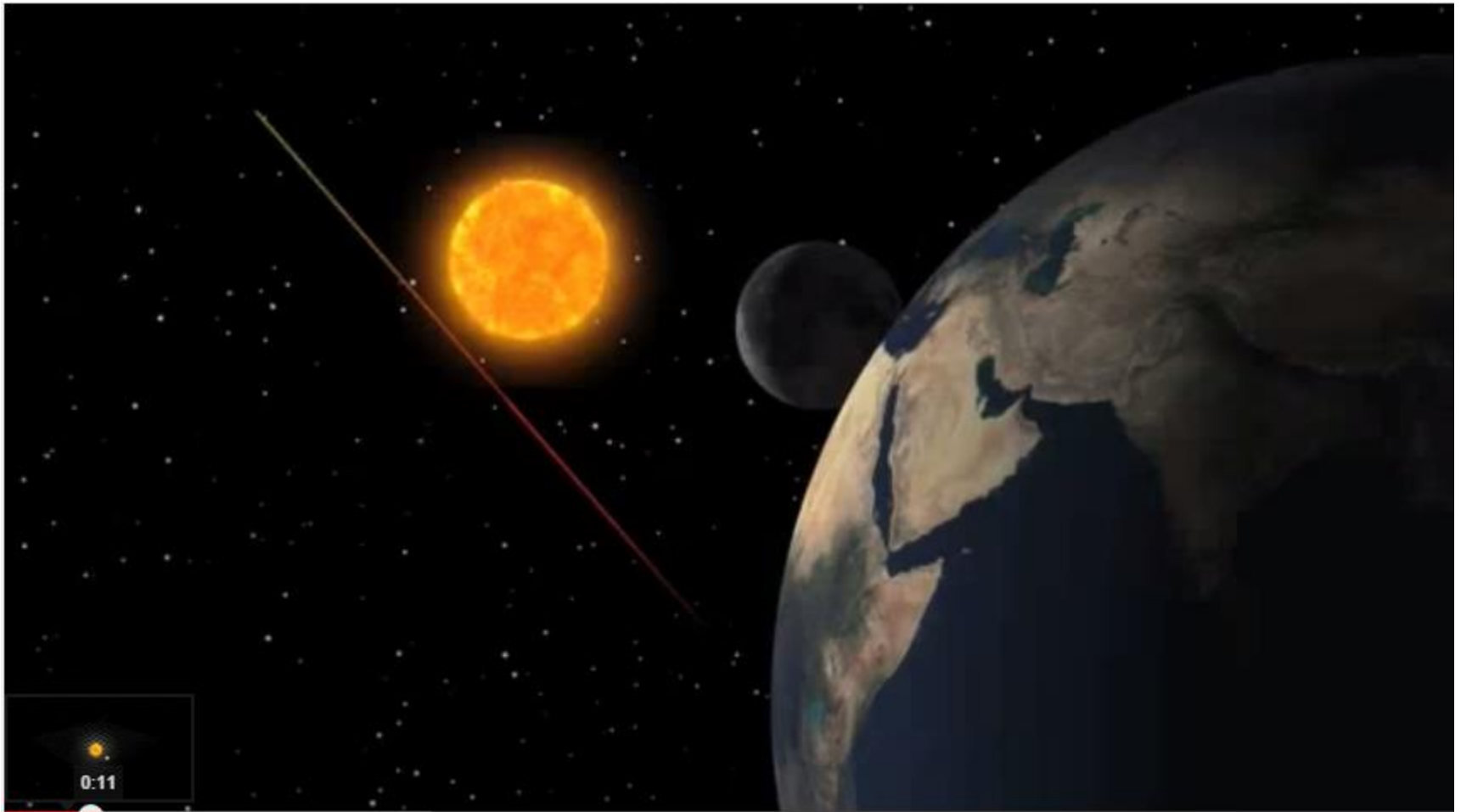
ב.

$$v = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{T}$$

ג+ד. אפס בשני המצבים.

במהלך התנועה המעגלית, הלוויין וכל אשר בתוכו נופלים אנכית חופשית בתאוצה רדיאלית תוך כדי תנועה במהירות אופקית. במצב הזה אין למעשה מגע בין המשטח לגוף, כי הם נופלים באותה תאוצה, מצב היוצר "חוסר משקל".

חורים שחורים



https://www.youtube.com/watch?v=SO_r2H_M7rY#t=166



https://quizizz.com/admin/quiz/start_new/587a7ac38ebee9410c771e92

תרגילים עדי רוזן

- 243/38 אב
- 244/41
- 244/42
- 244/43
- 246/48
- 247/51
- 247/52
- 247/55
- 247/56

נתון גוף שמסתו 20 ק"ג על פני כדור הארץ. נתון גם כי רדיוס כדור הארץ הוא 6370 ק"מ, רדיוסו של מאדים הוא 3440 ק"מ ומסתו 0.11 ממסת כדה"א.

1. מהי מסתו של גוף זה בגובה 160 ק"מ מעל פני כדה"א?
2. מה משקלו של גוף זה באותו הגובה?
3. מהי תאוצת הכובד באותו הגובה?
4. מה משקל הגוף על פני מאדים?
5. מהו משקל הגוף ומהי תאוצת הכובד בגובה של 160 ק"מ מעל פני המאדים? נתון כי מסת מאדים היא: 639×10^{21} ק"ג



Image courtesy of fotografic1980 at FreeDigitalPhotos.net

Image courtesy of chrisroll at FreeDigitalPhotos.net

1. מהי מסתו של גוף זה בגובה 160 ק"מ מעל פני כדה"א?
- ◀ מסתו של גוף היא גודל קבוע שאינו משתנה ממקום למקום. לכן מסת הגוף תהייה 20 ק"ג גם בגובה של 160 ק"מ מפני כדור הארץ.

2. מה משקלו של גוף זה באותו הגובה?

◀ משקל הגוף על פני הארץ הוא 200 ניוטון, והוא משתנה בהתאם לכוח הכבידה הפועל על הגוף במקומות שונים.

◀ נחשב את היחס בין כוחות הכבידה הפועלים על הגוף בשני המקומות:

$$\frac{F_{h=160}}{F_{h=R}} = \frac{G \frac{Mm}{r^2}}{G \frac{Mm}{R^2}} = \left(\frac{R}{r} \right)^2$$

$$\frac{F_{h=160}}{F_{h=R}} = \left(\frac{6370}{6370 + 160} \right)^2 = 0.951$$

$$F_{h=160} = 0.951 \cdot F_{h=R}$$

$$F_{h=160} = 0.951 \cdot 200 = 190.32 N$$

3. מהי תאוצת הכובד באותו הגובה?

◀ משקל הגוף שווה ל- mg^* , כאשר g^* היא תאוצת הכובד במקום בו נמדד המשקל.

◀ בסעיף הקודם חישבנו כי משקל הגוף בגובה 160 ק"מ הוא 190.32 ניוטון. לכן, הואיל והמסה היא גודל קבוע:

$$W_{h=160} = mg^*$$

$$190.32 = 20g^*$$

$$g^* = 9.51 \frac{m}{s^2}$$

4. מה משקל הגוף על פני מאדים?

◀ עבור מסה m , היחס בין כוח הכבידה של כדור הארץ לזה של מאדים (על פני כוכבי הלכת הללו) הוא:

$$\frac{F_{mars}}{F_{earth}} = \frac{G \frac{M_{mars} m}{R_{mars}^2}}{G \frac{M_{earth} m}{R_{earth}^2}} = \frac{M_{mars}}{M_{earth}} \left(\frac{R_{earth}}{R_{mars}} \right)^2 = 0.11 \left(\frac{6370}{3440} \right)^2 = 0.377$$

◀ מסת הגוף היא 20 ק"ג. לכן משקל הגוף על מאדים הוא:

$$\frac{W_{mars}}{W_{earth}} = \frac{F_{mars}}{F_{earth}} = 0.377$$

$$W_{mars} = 0.377 \cdot 200 = 75.43N$$

5. מהו משקל הגוף ומהי תאוצת הכובד בגובה של 160 ק"מ מעל פני המאדים?
נתון כי מסת מאדים היא: 639×10^{21} ק"ג

◀ נפתור הפעם על פי חישוב מקדים של g^* בגובה 160 ק"מ מעל פני המאדים.
◀ למדנו כי גודלה של g^* כתלות במרחק ממרכז הכוכב הוא (נעבור למטרים):

$$g^* = G \frac{M}{r^2}$$

$$g^* = 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{M_{mars}}{r^2} = 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{639 \cdot 10^{21}}{(3440000 + 160000)^2}$$

$$g^* = 3.288 \text{ m / s}^2$$

◀ משקלו של הגוף בגובה זה הוא:

$$W_{h=160} = mg^*$$

$$W_{h=160} = 20g^*$$

$$W_{h=160} = 20 \cdot 3.288 = 65.77 \text{ N}$$

מבלי לדעת מהו ערכו המספרי של הקבוע G (נתון זה התגלה ע"י פיזיקאי אנגלי אחר לקראת סוף המאה ה-18), הצליח ניוטון לחשב את היחס בין מסת השמש (M_s) למסה של כל כוכב לכת אחר (M_p), בתנאי שיש לו ירח (m).

נסמן: R_m ו- T_m : רדיוס הסיבוב של הירח סביב כוכב הלכת וזמן המחזור שלו, R_p ו- T_p : רדיוס הסיבוב של כוכב הלכת סביב השמש, וזמן המחזור שלו.

1. הראו כי מתקיים:

$$\frac{M_s}{M_p} = \left(\frac{T_m}{T_p} \right)^2 \left(\frac{R_p}{R_m} \right)^3$$

2. חשבו את היחס בין מסת השמש למסת כדור הארץ. נתון כי: $R_p=150 \times 10^8 \text{ km}$, $T_p=365.2 \text{ days}$, $R_m=3.85 \times 10^5 \text{ km}$, $T_m=27.3 \text{ days}$

1. הראו כי מתקיים:

$$\frac{M_s}{M_p} = \left(\frac{T_m}{T_p} \right)^2 \left(\frac{R_p}{R_m} \right)^3$$

◀ ניזכר בחוק השלישי של קפלר, שכמובן היה ידוע לניוטון:

$$T^2 = kR^3$$

◀ למדנו כי גודלו של הקבוע k נקבע על ידי ניוטון (M היא מסת הכוכב המפעיל את הכוח המרכזי)

$$k = \frac{4\pi^2}{GM}$$

◀ נשלב את שני הקשרים הנ"ל, ונכתוב עבור כוכב הלכת (p) ועבור הירח (m):

$$T_p^2 = \frac{4\pi^2}{GM_s} R_p^3$$

$$T_m^2 = \frac{4\pi^2}{GM_p} R_m^3$$

◀ נחלק את המשוואות אחת בשנייה ונקבל:

$$\frac{T_p^2}{T_m^2} = \frac{M_p}{M_s} \cdot \frac{R_p^3}{R_m^3} \Rightarrow \frac{M_s}{M_p} = \left(\frac{T_m}{T_p} \right)^2 \left(\frac{R_p}{R_m} \right)^3$$

2. חשבו את היחס בין מסת השמש למסת כדור הארץ. נתון כי: $R_p = 150 \times 10^8 \text{ km}$, $T_p = 365.2 \text{ days}$, $R_m = 3.85 \times 10^5 \text{ km}$, $T_m = 27.3 \text{ days}$.

◀ מהסעיף הקודם:

$$\frac{M_s}{M_p} = \left(\frac{T_m}{T_p} \right)^2 \left(\frac{R_p}{R_m} \right)^3$$

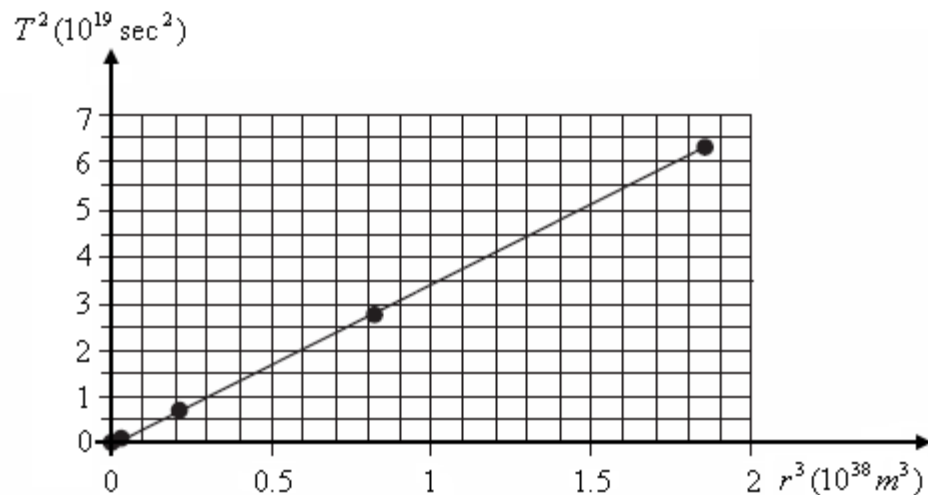
◀ נציב ונקבל:

$$\frac{M_s}{M_p} = \left(\frac{27.3}{365.2} \right)^2 \left(\frac{1.5 \times 10^8}{3.85 \times 10^5} \right)^3 = 3.30 \times 10^5$$

◀ שימו לב כי הואיל ומדובר ביחס, אין צורך להמיר את היחידות כל זמן שלאותם גדלים פיזיקליים יש יחידות זהות.

1. פתח את החוק השלישי של קפלר (בנוגע למסלולים מעגליים) על פי חוק הכבידה של ניוטון.
2. התרשים שלפניך מציג גרף של T^2 (ביחידות 10^{19} s^2) כפונקציה של r^3 (ביחידות של 10^{38} m^3) עבור 3 כוכבי לכת.
 T - משך הזמן שבו כוכב לכת מקיף את השמש.
 r - מרחק כוכב הלכת ממרכז השמש.

- א. חשב את שיפוע הגרף.
- ב. חשב בעזרת שיפוע הגרף את מסת השמש.



המשך התרגיל בעמוד הבא

3. לווין, שנבנה לצורך תצפיות על השמש נע במסלול מעגלי סביב השמש. הלווין נמצא כל הזמן על הקו המחבר את השמש לארץ, כמתואר בתרשים. (מרחק הלווין מכדור הארץ הוא קבוע. הנח שגם המסלול של כדור הארץ סביב השמש הוא מעגלי.) זמן המחזור של הלווין בתנועתו סביב השמש הוא שנה אחת.

רשום את החוק השני של ניוטון עבור תנועת הלווין, באמצעות חמשת הגדלים שלפניך:

r – הרדיוס של מסלול התנועה של כדור הארץ סביב השמש.

ω – התדירות הזוויתית של תנועת כדור הארץ סביב השמש.

M_s – מסת השמש.

M_E – מסת כדור הארץ

x – המרחק בין הלווין לארץ.

הערה: אין צורך לפתור את המשוואה



4. כדור הארץ והלווין נעים בזמני מחזור זהים, אך רדיוסי המסלולים שלהם שונים. מכאן נובע שהלווין אינו מקיים (ביחס לשמש) את החוק השלישי של קפלר למסלולים מעגליים. מהי הסיבה הפיסיקלית לאי-קיום חוק זה?

1. פתח את החוק השלישי של קפלר (בנוגע למסלולים מעגליים) על פי חוק הכבידה של ניוטון.
 א. על פי חוק הכבידה של ניוטון עבור כוכב לכת ראשון: ◀

$$\frac{G \cdot M_s \cdot M_1}{R_1^2} = M_1 \cdot \omega_1^2 \cdot R_1 = M_1 \cdot \frac{4\pi^2}{T_1^2} \cdot R_1$$

$$(1) \frac{G \cdot M_s}{R_1^3} = \frac{4\pi^2}{T_1^2}$$

◀ עבור כוכב לכת שני:

$$\frac{G \cdot M_s \cdot M_2}{R_2^2} = M_2 \cdot \omega_2^2 \cdot R_2 = M_2 \cdot \frac{4\pi^2}{T_2^2} \cdot R_2$$

$$(2) \frac{G \cdot M_s}{R_2^3} = \frac{4\pi^2}{T_2^2}$$

◀ מ-1 ו-2 נקבל:

◀ בהתאם לחוק השלישי של קפלר.

$$\left(\frac{R_1}{R_2} \right)^3 = \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^2$$

2. סעיפים א+ב.

◀ נחשב את שיפוע הגרף בעזרת שתי נקודות שעל הישר.

$$\frac{4.5 \cdot 10^{19} - 0}{1.3 \cdot 10^{38} - 0} = 3.46 \cdot 10^{-19} \frac{\text{sec}^2}{m^3}$$

◀ על פי הקשר עבור כוכב לכת ראשון:

$$\frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot M_s}$$

◀ מכאן, ששיפוע הגרף נתון ע"י הביטוי:

$$\frac{4\pi^2}{G \cdot M_s}$$

$$\frac{4\pi^2}{G \cdot M_s} = 3.46 \cdot 10^{-19}$$

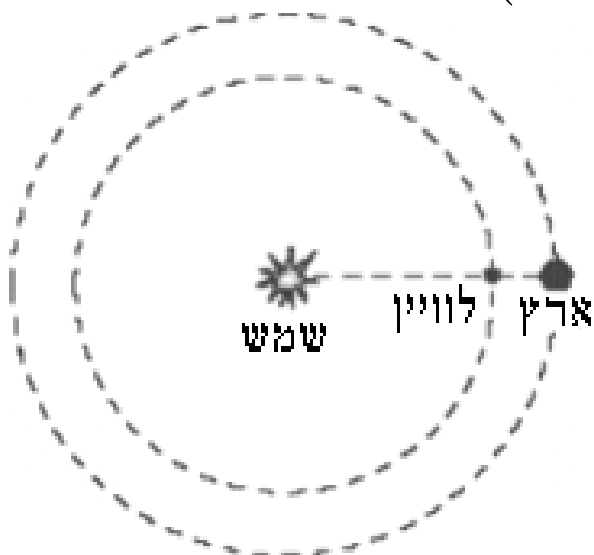
$$3.46 \cdot 10^{-19} = \frac{4\pi^2}{6.67 \cdot 10^{-11} \cdot M_s}$$

$$M_s = 1.7 \cdot 10^{30} \text{ Kg}$$

3. רשום את החוק השני של ניוטון עבור תנועת הלוויין, באמצעות חמשת הגדלים שלפניך
 ◀ החוק השני של ניוטון עבור תנועת הלוויין:

$$\frac{G \cdot M_S \cdot m}{(r - x)^2} - \frac{G \cdot M_E \cdot m}{x^2} = m\omega^2(r - x)$$

$$\frac{G \cdot M_S}{(r - x)^2} - \frac{G \cdot M_E}{x^2} = \omega^2(r - x)$$



4. כדור הארץ והלוויין נעים בזמני מחזור זהים, אך רדיוסי המסלולים שלהם שונים. מכאן נובע שהלוויין אינו מקיים (ביחס לשמש) את החוק השלישי של קפלר למסלולים מעגליים. מהי הסיבה הפיסיקלית לאי-קיום חוק זה?
- ◀ הסיבה הפיסיקלית לאי קיום חוק זה היא תנועת הלוויין בהשפעת השמש ובהשפעת הארץ. הכוח שהארץ מפעילה על הלוויין אינו זניח.

1. בטבלה שלפניך רשומים נתונים על ארבעה ירחים של כוכב הלכת צדק. הנח שהירחים נעים במסלולים מעגליים. הראה כי ארבעה ירחים אלה מקיימים את החוק השלישי של קפלר. (שים לב: לא נדרש לשנות יחידות)

הירח	רדיוס מסלול $\times 10^5 \text{ km}$	זמן מחזור (ימים)
ירח מספר 1	4.22	1.77
ירח מספר 2	6.71	3.55
ירח מספר 3	10.7	7.16
ירח מספר 4	18.83	16.69

2. רוצים להכניס לוויין למסלול מעגלי סביב כוכב הלכת צדק, שרדיוס מסלולו יהיה 10^5 km . חשב מה יהיה זמן המחזור של תנועת לוויין זה.
3. בטא את המסה M של כוכב הלכת צדק באמצעות זמן מחזור T ורדיוס מסלול r של אחד מירחיו (אינך נדרש להציב מספרים).
4. לוויין נע במסלול מעגלי שרדיוסו 10^5 km סביב כוכב לכת שונה מצדק. האם זמן המחזור שלו יהיה שווה לזמן המחזור שחישבת בסעיף ב? הסבר.

1. הראה כי ארבעה ירחים אלה מקיימים את החוק השלישי של קפלר.

◀ החוק השלישי של קפלר:

$$\frac{T^2}{R^3} = K$$

◀ עבור ירח 1:

$$\frac{T_1^2}{R_1^3} = \frac{1.77^2}{4.22^3} = 0.042 \frac{d^2}{(10^5 km)^3}$$

◀ עבור ירח 2:

$$\frac{T_2^2}{R_2^3} = \frac{3.55^2}{6.71^3} = 0.042 \frac{d^2}{(10^5 km)^3}$$

◀ עבור ירח 3:

$$\frac{T_3^2}{R_3^3} = \frac{7.16^2}{10.7^3} = 0.042 \frac{d^2}{(10^5 km)^3}$$

◀ עבור ירח 4:

$$\frac{T_4^2}{R_4^3} = \frac{16.69^2}{18.83^3} = 0.042 \frac{d^2}{(10^5 km)^3}$$

◀ ארבעת הירחים מקיימים את החוק השלישי של קפלר.

2. רוצים להכניס לוויין למסלול מעגלי סביב כוכב הלכת צדק, שרדיוס מסלולו יהיה . חשב מה יהיה זמן המחזור של תנועת לוויין זה.

◀ בעזרת החוק השלישי של קפלר נשווה בין הלוויין לבין ירח מספר 1:

$$\frac{T_1^2}{R_1^3} = \frac{T^2}{R^3}$$

$$\frac{1.77^2}{(4.22 \cdot 10^5)^3} = \frac{T^2}{(10^5)^3} \Rightarrow T = 0.2d = 17650 \text{ sec}$$

3. בטא את המסה M של כוכב הלכת צדק באמצעות זמן מחזור T ורדיוס מסלול r של אחד מירחיו (אינך נדרש להציב מספרים).

◀ על פי חוק הכבידה העולמי של ניוטון:

$$1) \frac{GMm}{r^2} = m \frac{v^2}{r}$$

$$2) v = \frac{2\pi r}{T}$$

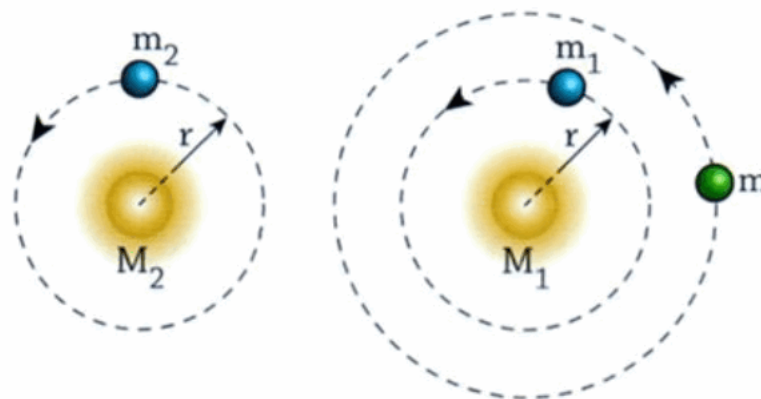
◀ מ- (1) ו- (2) מקבלים:

$$3) M = 4\pi^2 \cdot \frac{r^3}{T^2 \cdot G}$$

4. לווין נע במסלול מעגלי שרדיוסו 10^5 km סביב כוכב לכת שונה מצדק. האם זמן המחזור שלו יהיה שווה לזמן המחזור שחישבת בסעיף ב? הסבר.
- ◀ על פי הנוסחה (3), אם הרדיוסים שווים אך המסות של כוכבי הלכת שונות, זמן המחזור יהיה שונה.
- ◀ **נימוק אחר:** החוק השלישי של קפלר מתייחס רק לתנועה סביב אותו מרכז.

18. לוויין מקיף פלנטה סמוך לפנייה. משך ההקפה של הלוויין T , וצפיפותה הממוצעת של הפלנטה היא ρ . הוכיחו כי ρT^2 קבוע עולמי (כלומר אינו תלוי בנתוני הפלנטה או בנתוני הלוויין). מהו ערכו של הקבוע?

16. סביב שני כוכבים שמסותיהם M_1 ו- M_2 חגים שני לוויינים קטנים שמסותיהם m_1 ו- m_2 בהתאמה. המסלולים הם מעגלים שרדיוסם r .



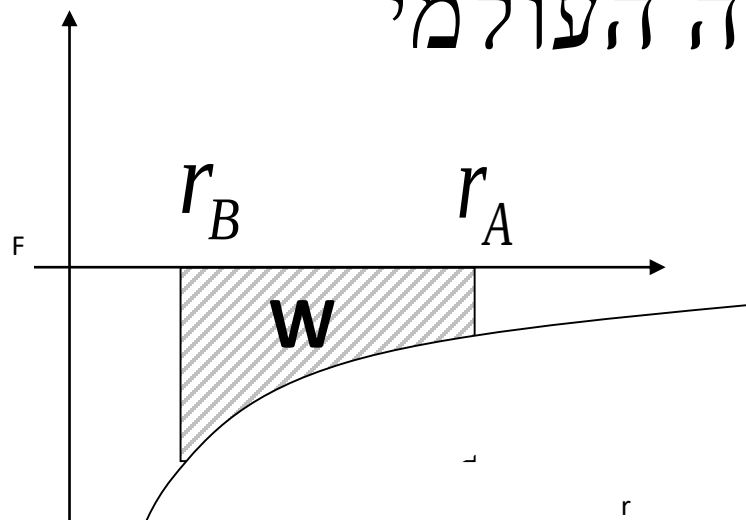
זמן המחזור של m_1 גדול פי שניים מזה של m_2 .

א. חשבו את יחס המסות M_1/M_2 .

ב. אחרי גילוי לוויין חדש שמסתו m החג סביב הכוכב שמסתו M_1 , נמצא שמחזורו גדול פי 8 מזה של m_1 . בטאו באמצעות r את רדיוס מסלולו.

אנרגיה פוטנציאלית כובדית

עבודת כוח הכבידה העולמי



גוף נע מנקודה A לנקודה B.

עבודה של כוח הכבידה העולמי – שטח מתחת לגרף
כוח כפונקציה של מרחק ממרכזו של הגוף עם סימן
מינוס.

$$\int x^{-2} = \frac{x^{-2+1}}{-2+1}$$

$$W_{A \rightarrow B} = \int_{r_A}^{r_B} F dr = -GMm \int_{r_A}^{r_B} \frac{1}{r^2} dr = GMm \left[\frac{1}{r} \right]_{r_A}^{r_B} = GMm \left[\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right] = -GMm \left[\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right]$$

$$W_{A \rightarrow B} = -\frac{GMm}{r_A} - \left(-\frac{GMm}{r_B} \right) = -\Delta U_G = U_{G_1} - U_{G_2}$$

$$U_{G_\infty} = 0$$

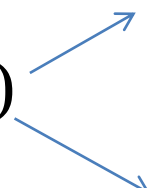
עבודת כוח הכובד שווה למינוס
שינוי באנרגיה פוטנציאלית כובדית

$$U_G = -G \frac{Mm}{r}$$

עבודת כוח הכבידה העולמי

מישור יחוס שבו אנרגיית כובד שווה לאפס באינסוף

$$W_G = GMm\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right) = -\Delta U_G = -(U_{G_2} - U_{G_1})$$

$$GMm\frac{1}{r_2} - GMm\frac{1}{r_1} = -(U_{G_2} - U_{G_1})$$

$$GMm\frac{1}{r_2} = U_{G_2}$$
$$GMm\frac{1}{r_1} = U_{G_1}$$

$$\boxed{U_{G_\infty} = 0} \quad GMm\frac{1}{\infty} - GMm\frac{1}{r_1} = -(0 - U_{G_1})$$

$$\boxed{U_G = -G \frac{Mm}{r}}$$

אנרגיה פוטנציאלית כובדית שווה לעבודה שמבצע
כוח הכבידה בהעברת גוף מנקודה כלשהי לאינסוף

עבודת כוח הכבידה העולמי

מישור יחוס שבו אנרגיית כובד שווה לאפס באינסוף $U_{G_\infty} = 0$

$$-GMm \frac{1}{r_1} = U_{G_1}$$

אנרגיה פוטנציאלית כובדית שווה לעבודה שמבצע
כוח הכבידה בהעברת גוף מנקודה כלשהי לאינסוף

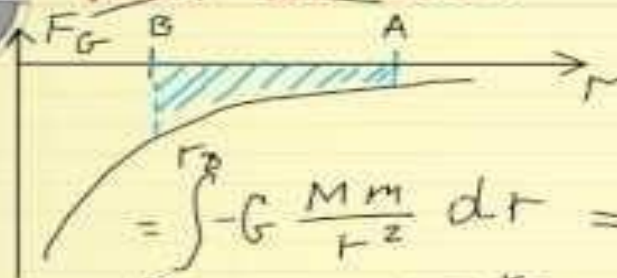
$$U_G = -G \frac{Mm}{r}$$



$$W = \cancel{F} \Delta x \cdot \cos \alpha$$

$$F_G = G \frac{Mm}{r^2}$$

B - 8 A - 1 x 1 9, 2



$$W_{A \rightarrow B} = \int_{r_A}^{r_B} F_G dr =$$

$$= \int_{r_A}^{r_B} -G \frac{Mm}{r^2} dr = -G Mm \int_{r_A}^{r_B} \frac{1}{r^2} dr \quad \left[\int x^{-2} = \frac{x^{-2+1}}{-2+1} = \right]$$

$$W_{A \rightarrow B} = G Mm \left[\frac{1}{r} \right]_{r_A}^{r_B} = G Mm \left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right)$$

$$W_{A \rightarrow B} = -G Mm \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right) = \left(-\frac{G Mm}{r_A} \right) - \left(-\frac{G Mm}{r_B} \right)$$

אנרגיית לווין הנע במסלול מעגלי

שיקולי אנרגיה

$$E = E_k + U_G = \frac{mv^2}{2} - G \frac{Mm}{r}$$

שיקולי כוחות

$$G \frac{Mm}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow mv^2 = G \frac{Mm}{r}$$

$$E_T = G \frac{Mm}{2r} - G \frac{Mm}{r} \Rightarrow E_T = -G \frac{Mm}{2r}$$

$$E_k = G \frac{Mm}{2r}$$

אנרגיה שלילית מפני שצריך להשקיע אנרגיה כדי
להביא את הגוף לרמת אפס (באינסוף)

שיגור לווינים

$$\left. \begin{array}{l} E_{\text{במסלול}} = -G \frac{Mm}{2r} \\ E_{\text{תחילתית}} = -G \frac{Mm}{R} \end{array} \right\} \Delta E = E_{\text{במסלול}} - E_{\text{תחילתית}} \Rightarrow$$

תוספת אנרגיה הדרושה כדי להפוך גוף ללווין

$$\Delta E = -G \frac{Mm}{2r} - \left(-G \frac{Mm}{R} \right) = GMm \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{2r} \right)$$

$$G \frac{Mm}{R^2} = mg \Rightarrow MG = gR^2 \Rightarrow \Delta E = gR^2 m \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{2r} \right) = gRm \left(1 - \frac{R}{2r} \right)$$

מהירות שצריך לספק לגוף, כדי שהוא יהפוך ללווין

$$\Delta E = gR^2 m \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{2r} \right) = gRm \left(1 - \frac{R}{2r} \right)$$

$$\frac{mv_0^2}{2} = gRm \left(1 - \frac{R}{2r} \right) \Rightarrow v_0 = \sqrt{2gR \left(1 - \frac{R}{2r} \right)}$$

$$v_0 = \sqrt{2gR \left(1 - \frac{R}{2R} \right)} = \sqrt{gR} = \sqrt{9.8 \cdot 6.38 \cdot 10^6} \approx 8 \frac{km}{sec}$$

m – מסת הלווין

r- רדיוס מסלולו

R- רדיוס של כדה"א -
מסלול נמוך ביותר .

[משחק orbit](#)

מהירות המילוט

מהירות קטנה ביותר שצריך לספק לגוף, כדי שהוא ישתחרר משדה כבידה של כדה"א

$$\frac{mv_0^2}{2} - G \frac{Mm}{R} = 0 \quad \Rightarrow \quad v_0 = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{2GM_E}{R_E}} = 11.2 \frac{km}{sec}$$

אם נציב את מסת כדה"א ורדיוסו, נקבל
מהירות שתאפשר לגוף להפוך לאחד
מכוכבי הלכת שנעים סביב השמש

$$G \frac{Mm}{R^2} = mg \Rightarrow MG = gR^2 \quad \Rightarrow \quad v_0 = \sqrt{2gR_E}$$

מהירות המילוט

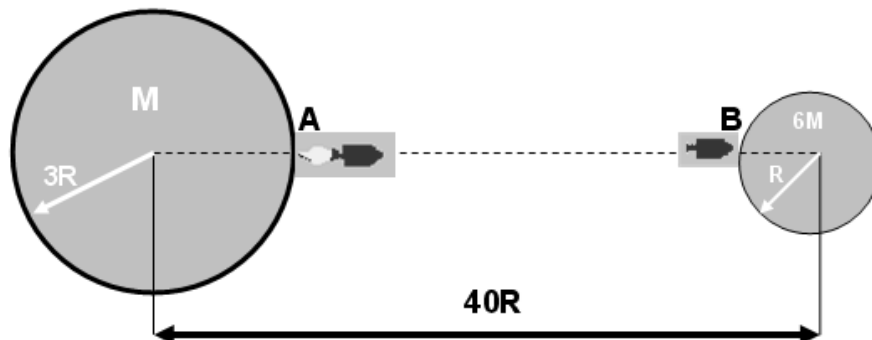
שם	מהירות מילוט
השמש	617.5 ק"מ/שנייה
כוכב חמה	4.4 ק"מ/שנייה
נוגה	10.4 ק"מ/שנייה
כדור הארץ	11.2 ק"מ/שנייה
הירח (של כדור ארץ)	2.38 ק"מ/שנייה
מאדים	5.04 ק"מ/שנייה
צדק	59.5 ק"מ/שנייה
שבתאי	35.6 ק"מ/שנייה
אורנוס	21.3 ק"מ/שנייה
נפטון	23.3 ק"מ/שנייה
פלוטו	1.3 ק"מ/שנייה

quiz

דוגמא 4

מרכזיהם של שני כוכבים כדוריים נמצאים במרחק $40R$ זה מזה. מסת אחד הכוכבים היא M ורדיוסו $3R$, מסת הכוכב השני היא $6M$ ורדיוסו R , מסת הטיל היא m .

נתונים: G , R , M , m



א. באיזה מרחק מהכוכב שמסתו M (על קו ישר שבין מרכזי שני הכוכבים) תהיה עוצמת שדה

הכבידה אפס?

ב. מהי המהירות ההתחלתית המינימאלית שיש להעניק לטיל הנשלח מנקודה A על הכוכב הראשון,

כדי שיוכל להגיע אל הכוכב השני?

ג. באיזו מהירות יפגע הטיל בנקודה B הנמצאת על הכוכב השני?

(בתנאי המהירות המינימאלית מסעיף ב').

ד. מהי העבודה החיצונית שיש להשקיע בכדי לגרום לטיל לנחות נחיתה רכה (במהירות אפס) על הכוכב

השני?

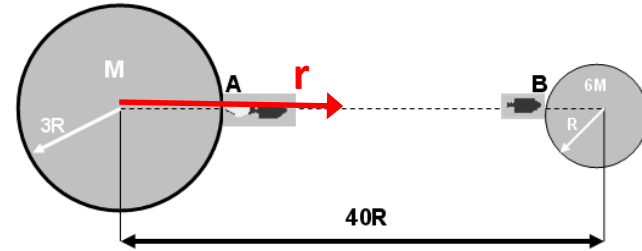
פתרון דוגמא 4

א. המרחק ממרכז הכוכב שמסתו M (על קו ישר שבין מרכזי שני הכוכבים) בו תהיה עוצמת שדה

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow \frac{GM}{r^2} - \frac{G6M}{(40R - r)^2} = 0 \Rightarrow \frac{GM}{r^2} = \frac{G6M}{(40R - r)^2}$$

$$\frac{(40R - r)^2}{r^2} = \frac{G6M}{GM}$$

$$\frac{40R - r}{r} = \sqrt{6} \Rightarrow 40R - r = r\sqrt{6} \Rightarrow 40R = r(\sqrt{6} + 1) \Rightarrow r = \frac{40R}{\sqrt{6} + 1} \approx 11.6R$$



הכבידה

ב. כדי שהטיל יגיע אל הכוכב השני, עליו להגיע אל הנקודה בה שדה הגרביטציה מתאפס במהירות כלשהי,

אפילו אפסית (אך לא אפס). משם הוא כבר ימשך אל הכוכב השני. שימור אנרגיה מכנית מ A ל r :

$$\frac{mv_A^2}{2} - \frac{GMm}{3R} - \frac{G6Mm}{40R - 3R} \geq -\frac{GMm}{11.6R} - \frac{G6Mm}{40R - 11.6R} \Rightarrow v_A \geq 0.629 \sqrt{\frac{GM}{R}} \Rightarrow v_{A,min} = 0.629 \sqrt{\frac{GM}{R}}$$

ג. המהירות בה יפגע הטיל בנקודה B הנמצאת על הכוכב השני: (שימור אנרגיה מכנית מ r ל B) :

$$\frac{mv_B^2}{2} - \frac{GMm}{39R} - \frac{G6Mm}{R} = -\frac{GMm}{11.59R} - \frac{G6Mm}{40R - 11.6R} \Rightarrow v_B = 3.38 \sqrt{\frac{GM}{R}}$$

ד. העבודה החיצונית שיש להשקיע בכדי לגרום לטיל לנחות נחיתה רכה (במהירות אפס) על הכוכב השני:

$$W_{EXTERNAL} = -\frac{GMm}{39R} - \frac{G6Mm}{R} - \left[-\frac{GMm}{11.59R} - \frac{G6Mm}{40R - 11.6R} \right] = -5.728 \frac{GMm}{R}$$

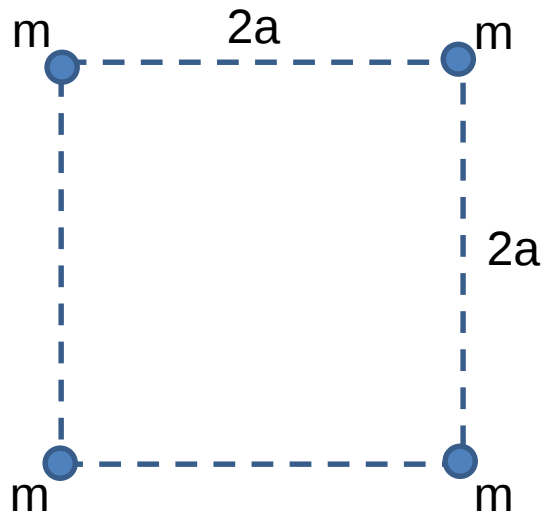
או :

$$W_{EXTERNAL} = -\Delta E_K = -(E_{K,B} - \underbrace{E_{K,r}}_0) = -\frac{1}{2}mv^2 = -\frac{1}{2}m \cdot \left(3.38 \sqrt{\frac{GM}{R}} \right)^2 = -5.728 \frac{GMm}{R}$$

דוגמא 2

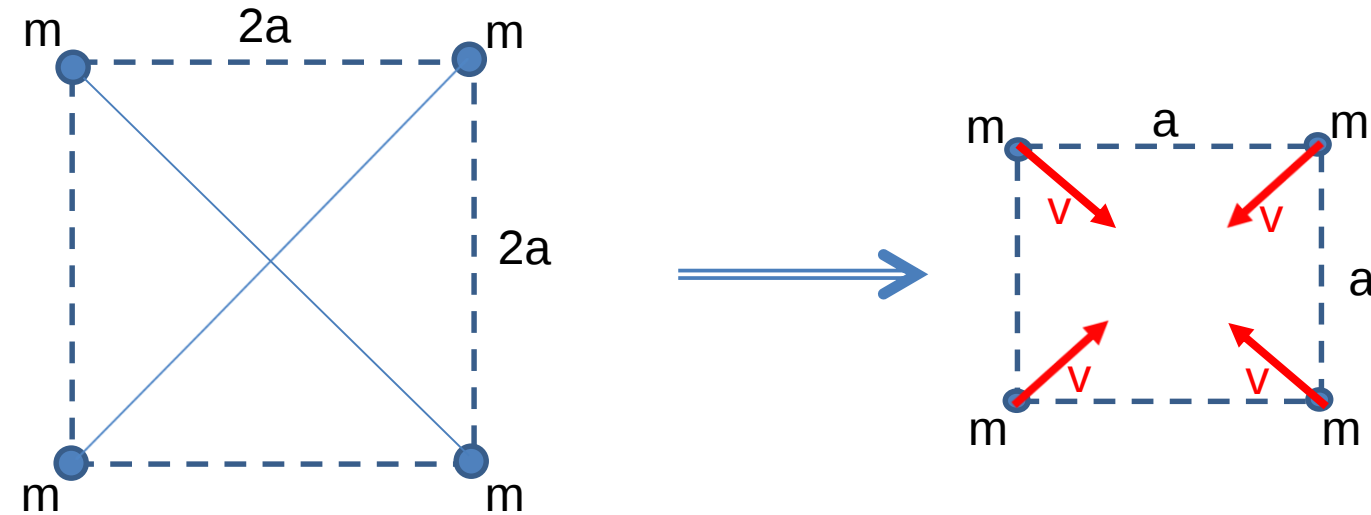
על קדקודי ריבוע שאורך כל צלע מצלעותיו הוא $2a$, מונחים ארבעה חלקיקים זהים ושווי מסה. המערכת מבודדת וסגורה (כלומר אין שום גורם חיצוני היוצר עמה אינטראקציה). משחררים את המערכת לתנועה ספונטאנית. החלקיקים מתקרבים זה לזה בשל כוח המשיכה הגרביטציוני ביניהם.

חשבו את גודל מהירותו של כל חלקיק, כאשר אורך כל צלע מצלעותיו של הריבוע תהיה a .



נתונים: a, G, m .

פתרון דוגמא 2



חל שימור אנרגיה על כל המערכת : $(1) \quad E_k(2a) + U_G(2a) = E_k(a) + U_G(a)$

בנוסחת האנרגיה הפוטנציאלית ישנם : $\frac{(n-1)n}{2} = \frac{(4-1) \cdot 4}{2} = 6$ [איברים]

כל איבר מיוצג ע"י צמד חלקיקים אשר ביניהם יש קו (מרחק) מקשר. ישנם 6 צמדים כאלה, נציב במשוואה (1):

$$(2) \quad \underbrace{E_k(2a)}_0 + \underbrace{U_G(2a)}_{-\left[4\frac{Gm^2}{2a} + 2\frac{Gm^2}{2a\sqrt{2}}\right]} = \underbrace{E_k(a)}_{4 \cdot \frac{1}{2}mv^2} + \underbrace{U_G(a)}_{-\left[4\frac{Gm^2}{a} + 2\frac{Gm^2}{a\sqrt{2}}\right]}$$

...המשך ◀

$$(2) \quad \underbrace{E_k(2a)}_0 + \underbrace{U_G(2a)}_{-\left[4\frac{Gm^2}{2a} + 2\frac{Gm^2}{2a\sqrt{2}}\right]} = \underbrace{E_k(a)}_{4\frac{1}{2}mv^2} + \underbrace{U_G(a)}_{-\left[4\frac{Gm^2}{a} + 2\frac{Gm^2}{a\sqrt{2}}\right]}$$

$$(3) \quad -\left[4\frac{Gm^2}{2a} + 2\frac{Gm^2}{2a\sqrt{2}}\right] = 4 \cdot \frac{1}{2}mv^2 - \left[4\frac{Gm^2}{a} + 2\frac{Gm^2}{a\sqrt{2}}\right]$$

$$(4) \quad v^2 = \left[2\frac{Gm}{a} + \frac{Gm}{a\sqrt{2}}\right] - \left[2\frac{Gm}{2a} + \frac{Gm}{2a\sqrt{2}}\right]$$

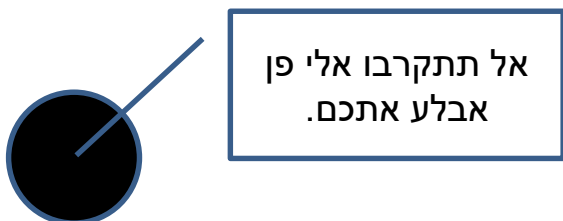
$$(5) \quad v = \sqrt{\frac{Gm}{a} \left[1 + \frac{1}{2\sqrt{2}}\right]}$$

◀ דוגמא (1)

חור שחור הוא כוכב דחוס עד כדי כך שאפילו אור לא יכול להמלט ממנו ולכן לא ניתן לראותו.

א. חשבו את רדיוסו המקסימלי של חור שחור שמסתו היא M . (רדיוס זה נקרא: רדיוס שוורצשילד).

ב. מהי במקרה זה צפיפות מסתו המינימלית של חור שחור זה ?



פתרון דוגמא 1

א. מהירות המילוט מפני הכוכב היא :
$$(1) v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

הדרישה היא שאור לא ימלט מכוכב זה לכן : $(2) \sqrt{\frac{2GM}{R}} > c$, כאשר : $c = 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$ היא מהירות האור בואקום.

מכאן: $(5) R < \frac{2GM}{c^2} \Rightarrow (4) \frac{2GM}{R} > c^2$ כלומר רדיוס שורצשילד הוא : $R = \frac{2GM}{c^2} = 1.48 \cdot 10^{-27} M$

ב. את צפיפות המסה ρ , ניתן לחשב על פי: $(6) M = \rho 4\pi R^3$, נציב את M במשוואה (5) ונקבל :

$$(5) R < \frac{2G\rho 4\pi R^3}{c^2 3} \Rightarrow \frac{3c^2}{8\pi G R^2} < \rho$$

לדוגמא, אם רדיוסו של חור שחור הוא 100 מטר, תהיה צפיפות מסתו גבוהה יותר מ :

**כ 16 מיליוני מיליונים
של טון לסמ"ק !**

$$\rho_{\min} = \frac{3c^2}{8\pi G R^2} = \frac{3 \cdot (3 \cdot 10^8)^2}{8\pi 6.67 \cdot 10^{-11} 100^2} \approx 1.6 \cdot 10^{22} \frac{kg}{m^3} = 1.6 \cdot 10^{13} \frac{ton}{cm^3}$$

◀ דוגמא 2

לווין שמסתו 150 kg מסתובב מעל נקודה קבועה בקו המשווה (לווין גיאוסטציונרי).



- א. מהו רדיוסו של מסלול הלווין?
- ב. מהי העבודה החיצונית שיש להשקיע על מנת להביא את הלווין למצבו הסטציונרי הנוכחי? (הזניחו את האנרגיה הקינטית שהיתה לו בשל הספין של כדור הארץ (סיבוב כדור הארץ סביב ציר צפון-דרום).
- ג. מהי המהירות המשיקית של הלווין במצב זה?
- ד. מהי תוספת המהירות המינימאלית שצריך להעניק ללווין, על מנת שיימלט מהשפעת כדור הארץ?

פתרון דוגמא 2

א. רדיוס מסלול הלווין:

$$\Sigma F_R = ma_R \Rightarrow \frac{GMm}{r^2} = m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \cdot r \Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{T^2 GM}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{T^2 GM}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{(24 \cdot 3600)^2 \cdot 6.673 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24}}{4\pi^2}} = 42.3 \cdot 10^6 m$$

ב. העבודה שיש להשקיע בלווין על מנת כדי להביאו למצבו הנוכחי:

$$E_{k_R} - \frac{GMm}{R_E} + W_{EXT} = - \underbrace{\frac{GMm}{2r}}_{E_{Tr}} \Rightarrow W_{EXT} = \frac{6.673 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24} \cdot 150}{6.4 \cdot 10^6} - \frac{6.673 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24} \cdot 150}{2 \cdot 42.3 \cdot 10^6} = 8.67 \cdot 10^9 J$$

ג. המהירות המשקית של הלווין:

$$\Sigma F_R = ma_R \Rightarrow \frac{GMm}{r^2} - \frac{mv^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM}{r}} = \sqrt{\frac{6.673 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24}}{42.3 \cdot 10^6}} = 3075.87 \frac{m}{sec}$$

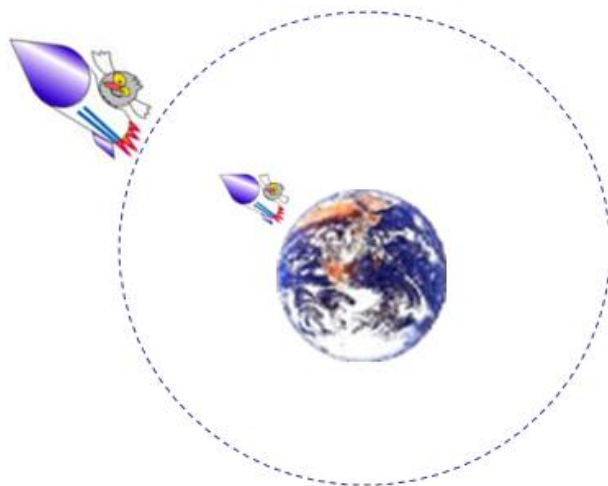
ד. תוספת המהירות המינימאלית שצריך לקבל הלווין, על מנת שיימלט מהשפעת כדור הארץ (תוספת המהירות המינימלית - כאשר מקנים אותה בכיוון מהירותו המשיקית):

$$\frac{1}{2} m(v + \Delta v)^2 - \frac{GMm}{r} = 0 \Rightarrow (v + \Delta v) = \sqrt{\frac{2GM}{r}} \Rightarrow \Delta v = \sqrt{\frac{2GM}{r}} - v$$

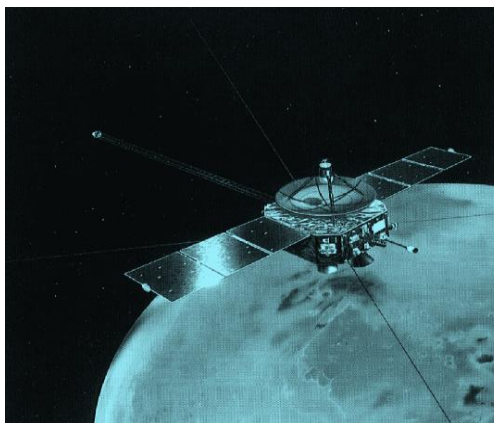
$$\Delta v = \sqrt{\frac{2 \cdot 6.673 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24}}{42.3 \cdot 10^6}} - 3075.87 = 1274 \frac{m}{sec}$$

מכניקה - כבידה

אנרגיה בשדה כבידה
שבוע 1



לוויין שמסתו m מסתובב מסביב לכדור הארץ במהירות של 6000m/sec .



א. באיזה גובה מעל לפני כדור הארץ מסתובב הלוויין?

ב. מהו זמן המחזור של התנועה?

ג. בטאו באמצעות m את:

1. האנרגיה הקינטית של הלוויין.

2. האנרגיה הפוטנציאלית של הלוויין.

3. האנרגיה הכללית של הלוויין.

א. נמצא את רדיוס המסלול :

$$\Sigma F_R = ma_R \Rightarrow \frac{GMm}{r^2} - \frac{mv^2}{r} \Rightarrow r = \frac{GM}{v^2} = \frac{6.673 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24}}{6000^2} = 11.11^6 m$$

הגובה מעל לפני כדור הארץ:

$$h = r - R_E = 11.11 \cdot 10^6 - 6.4 \cdot 10^6 = 4.71 \cdot 10^6 m$$

ב. זמן המחזור של התנועה:

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi \cdot 11.11 \cdot 10^6}{6000} = 11643.36 \text{ sec}$$

ג. 1. האנרגיה הקינטית של הלוויין:

$$E_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{m \cdot 6000^2}{2} = 18 \cdot 10^6 \cdot m$$

2. האנרגיה הפוטנציאלית של הלוויין:

$$U_p = -\frac{GMm}{r} = -\frac{6.673 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24} \cdot m}{11.11 \cdot 10^6} = -36 \cdot 10^6 \cdot m$$

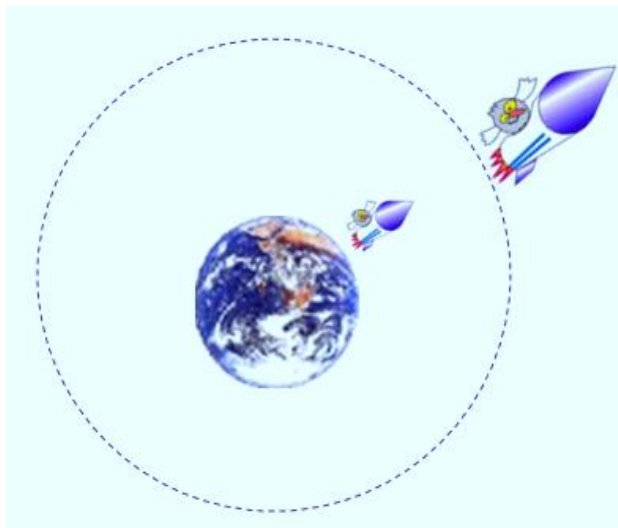
$$E_T = E_k + U_p = 18 \cdot 10^6 \cdot m + (-36) \cdot 10^6 \cdot m = -18 \cdot 10^6 \cdot m$$

3. האנרגיה הכללית של הלוויין:

$$E_T = -\frac{GMm}{2r} = \frac{6.673 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24} \cdot m}{2 \cdot 11.11 \cdot 10^6} = -18 \cdot 10^6 m$$

או: סך כל האנרגיה שיש ללוויין :

טיל נורה מפני כדור הארץ במהירות V_0 . מהירותו של הטיל כשהוא בגובה 5km מעל הארץ היא:
 $v_1=900\text{m/sec}$.



- א. מהו הגובה המקסימאלי מעל פני כדור הארץ אליו יגיע הטיל?
- ב. מהי המהירות ההתחלתית V_0 ?
- ג. באיזה גובה מעל הארץ תהיה מהירותו 500 m/sec?

א. נמצא את הגובה המקסימאלי מעל פני כדור הארץ אליו הגיע הטיל בעזרת שימור אנרגיה:

$$r_1 = h_1 + R_E = 5 \cdot 10^6 + 6.4 \cdot 10^6 = 11.4 \cdot 10^6 m$$

$$\frac{mv_1^2}{2} - \frac{GMm}{r_1} = -\frac{GMm}{r_2} \Rightarrow \frac{m \cdot 900^2}{2} - \frac{6.673 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24} \cdot m}{11.4 \cdot 10^6} = -\frac{6.673 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24} \cdot m}{r_2} \Rightarrow r_2 = 11.53 \cdot 10^6 m$$

$$h_2 = r_2 - R_E = 11.53 \cdot 10^6 - 6.4 \cdot 10^6 = 5.13 \cdot 10^6 m$$

ב. נמצא את המהירות ההתחלתית בעזרת שימור אנרגיה:

$$\frac{mv_0^2}{2} - \frac{GMm}{R_E} = -\frac{GMm}{r_2} \Rightarrow \frac{m \cdot v_0^2}{2} - \frac{6.673 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24} \cdot m}{6.4 \cdot 10^6} = -\frac{6.673 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24} \cdot m}{11.53 \cdot 10^6} \Rightarrow v_0 = 7459.56 \frac{m}{sec}$$

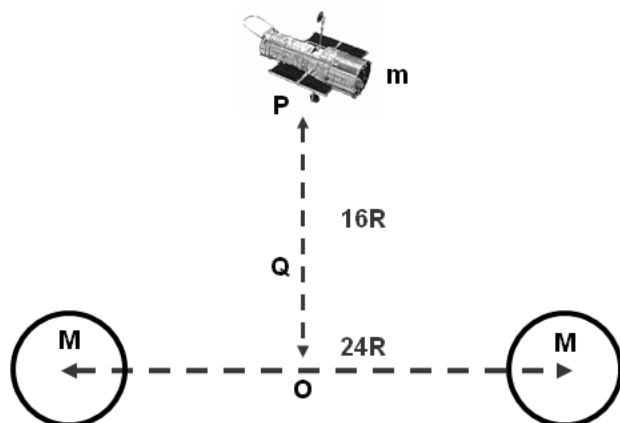
ג. הגובה מעל הארץ בו מהירותו 500 m/sec:

$$\frac{mv_0^2}{2} - \frac{GMm}{R_E} = \frac{mv_3^2}{2} - \frac{GMm}{r_3} \Rightarrow \frac{m \cdot 7459.56^2}{2} - \frac{6.673 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24} \cdot m}{6.4 \cdot 10^6} = \frac{m \cdot 500^2}{2} - \frac{6.673 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24} \cdot m}{r_3} \Rightarrow r_3 = 11.48 \cdot 10^6 m$$

$$h_3 = r_3 - R_E = 11.48 \cdot 10^6 - 6.4 \cdot 10^6 = 5.08 \cdot 10^6 m$$

חללית שמסתה m נעה (בהשפעת כוחות הכבידה בלבד) לאורך האנך המרכזי לקטע המחבר את מרכזי שני כוכבים זהים, שמסתם M ורדיוס כל אחד מהם הוא R . הכוכבים נמצאים במרחק $24R$ זה מזה וקבועים במקומם. נתונים: m, M, R, G .

החללית מתחילה לנוע ממנוחה מהנקודה P הנמצאת במרחק $16R$ מהנקודה O .



א. מהי האנרגיה הכללית של המערכת כאשר החללית נמצאת בנקודה P ?

ב. מהי תאוצת החללית ברגע בו היא מתחילה את תנועתה בנקודה P ?

ג. באיזו מהירות תעבור החללית:

1. את הנקודה O ?

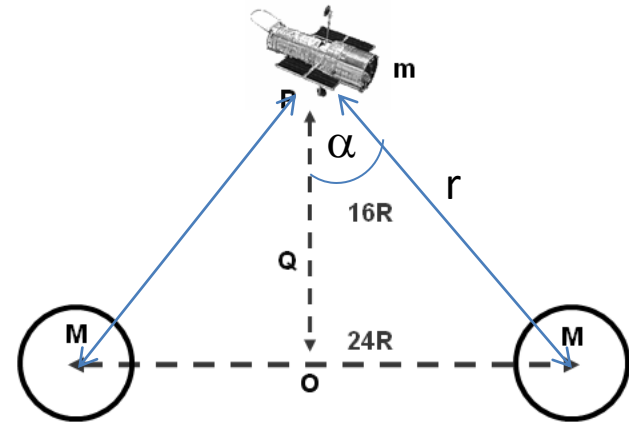
2. את הנקודה Q הנמצאת במרחק $5R$ מהנקודה O ?

ד. היכן היה צריך להיות ממוקם כוכב נוסף שמסתו M , כדי שימנע את תזוזת החללית מן הנקודה P ?

א.

$$r = \sqrt{(12R)^2 + (16R)^2} = 20R$$

$$U_p = -\frac{GMM}{24R} - \frac{GMm}{20R} - \frac{GMm}{20R} = -\frac{GM}{R} \cdot \left(\frac{M}{24} + \frac{m}{10} \right)$$



ב.

$$\cos \alpha = \frac{16R}{20R} = 0.8$$

$$\sum F_y = ma_y \Rightarrow 2 \cdot \frac{GMm}{r^2} \cdot \cos \alpha = ma_y \Rightarrow 2 \cdot \frac{GMm}{(20R)^2} \cdot 0.8 = ma_y \Rightarrow a_y = 0.004 \frac{GM}{R^2}$$

ג. 1.

$$U_{po} = -\frac{GMM}{24R} - \frac{GMm}{12R} - \frac{GMm}{12R} = -\frac{GM}{R} \cdot \left(\frac{M}{24} + \frac{m}{6} \right)$$

$$\Delta E_k = -(U_{po} - U_p) = -\left\{ -\frac{GM}{R} \cdot \left(\frac{M}{24} + \frac{m}{6} \right) - \left[-\frac{GM}{R} \cdot \left(\frac{M}{24} + \frac{m}{10} \right) \right] \right\} = \frac{mv_o^2}{2}$$

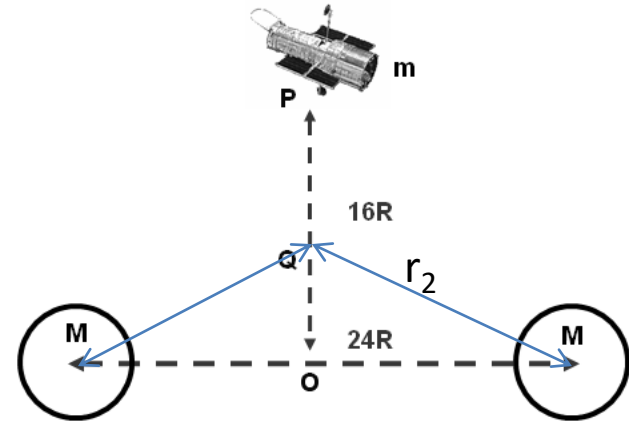
$$v_o = 0.365 \cdot \sqrt{\frac{GM}{R}}$$

ג. 2.

$$r_2 = \sqrt{(12R)^2 + (5R)^2} = 13R$$

$$U_p = \frac{-GM}{R} \cdot \left(\frac{M}{24} + \frac{m}{10} \right)$$

$$U_{pQ} = -\frac{GMM}{24R} - \frac{GMm}{13R} - \frac{GMm}{13R} = \frac{-GM}{R} \cdot \left(\frac{M}{24} + \frac{m}{6.5} \right)$$



$$\Delta E_k = -(U_{pQ} - U_p) = -\left\{ \frac{-GM}{R} \cdot \left(\frac{M}{24} + \frac{m}{6.5} \right) - \left[\frac{-GM}{R} \cdot \left(\frac{M}{24} + \frac{m}{10} \right) \right] \right\} = \frac{mv_Q^2}{2}$$

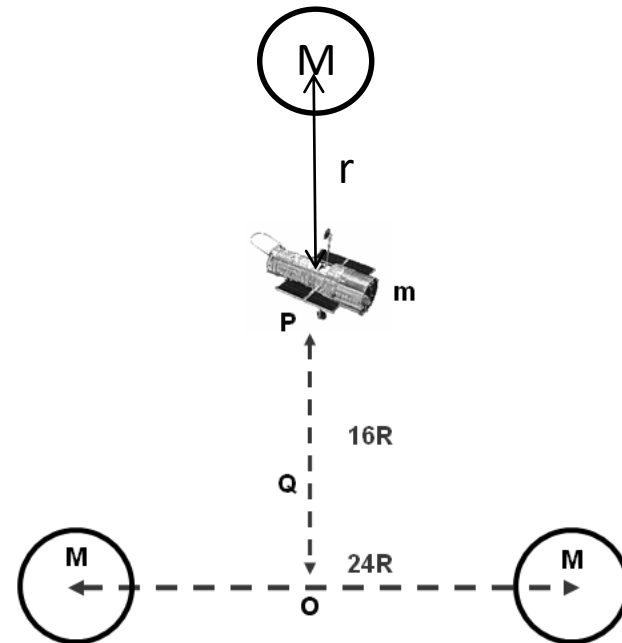
$$v_Q = 0.328 \cdot \sqrt{\frac{GM}{R}}$$

$$\Sigma F = ma = 0.004 \frac{GMm}{R^2}$$

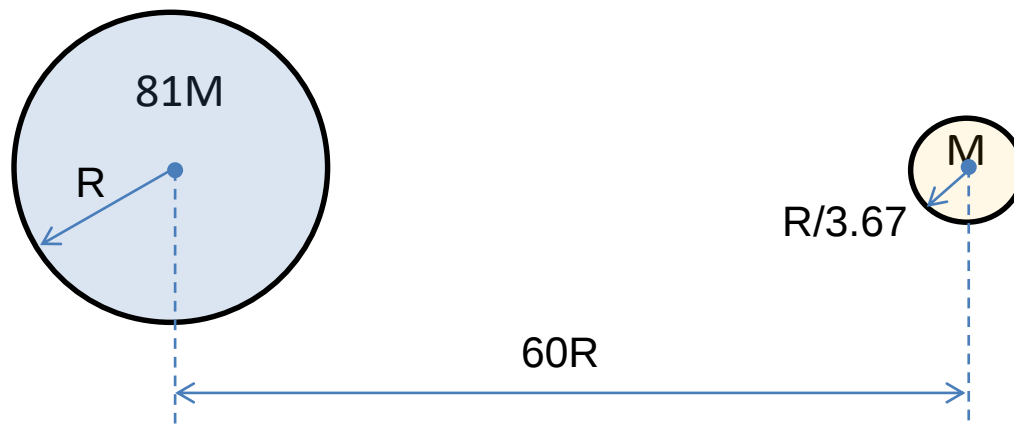
$$\Sigma F = 0$$

$$0.004 \frac{GMm}{R^2} - \frac{GMm}{r^2} = 0 \Rightarrow r = 15.81R$$

ד.



מרכזיהם של הירח וכדור הארץ נמצאים במרחק $60R$ זה מזה, כאשר R הוא רדיוס כדור הארץ. מסת כדור הארץ גדולה פי 81 ממסת הירח שמסתו M ורדיוס הירח קטן פי 3.67 מרדיוס כדור הארץ. נתונים: G, R, M, m



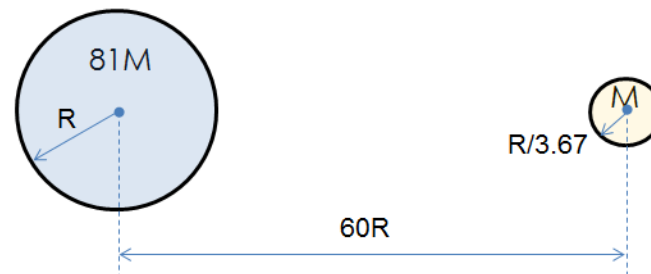
- א. באיזה מרחק M מכדור הארץ (על קו ישר שבין מרכזיהם) תהיה עוצמת שדה הכבידה אפס?
- ב. מהי המהירות ההתחלתית המינימאלית שיש להעניק לטיל הנשלח מכדור הארץ, כדי שיוכל להגיע אל הירח?
- ג. באיזו מהירות יפגע הטיל על הירח? (בתנאי המהירות המינימאלית מסעיף ב').
- ד. כמה עבודה צריך להשקיע בכדי לגרום לטיל לנחות נחיתה רכה (במהירות אפס) על הירח?

א. המרחק מכדור הארץ (על קו ישר שבין מרכזיהם) בו תהיה עוצמת שדה הכבידה אפס:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow \frac{G \cdot 81M \cdot m}{r^2} - \frac{GMm}{(60R - r)^2} = 0 \Rightarrow \frac{G \cdot 81M \cdot m}{r^2} = \frac{GMm}{(40R - r)^2}$$

$$\frac{(60R - r)^2}{r^2} = \frac{GMm}{81GM}$$

$$\frac{(60R - r)}{r} = \frac{1}{9} \Rightarrow 9 \cdot (60R - r) = r \Rightarrow 540R = 10r \Rightarrow r = 54R$$



ב. המהירות ההתחלתית המינימאלית שיש להעניק לטיל הנשלח מכדור הארץ, כדי שיוכל להגיע

אל הירח:

$$\frac{mv_0^2}{2} - \frac{G81Mm}{R} - \frac{GMm}{60R - R} = -\frac{G81Mm}{54R} - \frac{GMm}{60R - 54R} \Rightarrow v_1 = 12.597 \sqrt{\frac{GM}{R}}$$

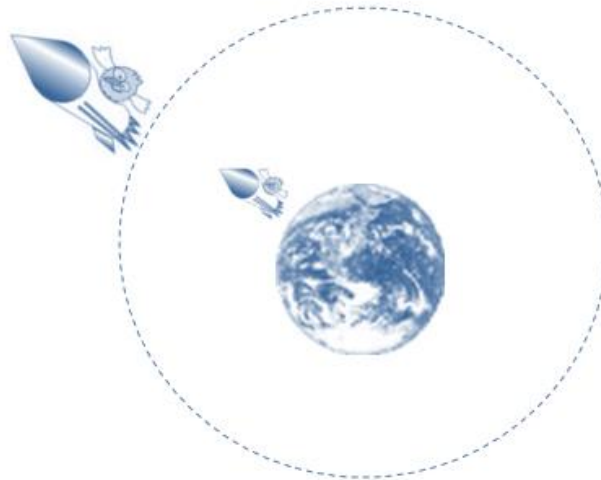
ג. המהירות בה יפגע הטיל בירח:

$$\frac{mv_2^2}{2} - \frac{G81Mm}{59R} - \frac{GMm}{\frac{R}{3.67}} = -\frac{G81Mm}{54R} - \frac{GMm}{60R - 54R} \Rightarrow v_2 = 2.598 \sqrt{\frac{GM}{R}}$$

ד. העבודה שצריך להשקיע בכדי לגרום לטיל לנחות נחיתה רכה (במהירות אפס) על הירח:

$$W = -\frac{G81Mm}{60R - \frac{R}{3.67}} - \frac{GMm}{\frac{R}{3.67}} - \left[-\frac{G81Mm}{54R} - \frac{GMm}{60R - 54R} \right] = -3.359 \frac{GMm}{R}$$

- טיל עולה אנכית מפני כדור הארץ בתאוצה קבועה של 50 m/sec^2 במשך 80 sec ולאחר מכן מנועו כבה.
- מהי מהירות הטיל ברגע שמנועו כבה?
 - מהו הגובה, מעל פני כדור הארץ, בו כבה המנוע?
 - מהי תאוצת הכובד בנקודה בה כבה המנוע?
 - מהו הגובה המקסימאלי, מעל פני כדור הארץ, אליו יגיע הטיל?
 - באיזו מהירות ייפגע הטיל בפני כדור הארץ?



א. מהי מהירות הטיל ברגע שמנועו כבה?

$$v_t = v_0 + a \cdot t$$

$$v_t = 0 + 50 \cdot 80 = 4000 \frac{m}{sec}$$

ב. מהו הגובה, מעל פני כדור הארץ, בו כבה המנוע?

$$y_t = y_0 + v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}$$

$$y_t = 0 + 0 \cdot 80 + \frac{40 \cdot 80^2}{2} = 128000m$$

ג. מהי תאוצת הכובד בנקודה בה כבה המנוע?

$$\sum F = ma \Rightarrow \frac{GMm}{r^2} = mg^* \Rightarrow g^* = \frac{GM}{r^2} = \frac{6.673 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24}}{(6.4 \cdot 10^6 + 1.28 \cdot 10^5)^2} = 9.39 \frac{m}{sec^2}$$

ד. מהו הגובה המקסימאלי, מעל פני כדור הארץ, אליו יגיע הטיל?

$$E_k + U_{p1} = U_{p2}$$

$$\frac{mv^2}{2} - \frac{GMm}{r_1} = -\frac{GMm}{r_2}$$

$$\frac{4000^2}{2} - \frac{6.673 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24}}{6.4 \cdot 10^6 + 1.28 \cdot 10^5} = -\frac{6.673 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24}}{r_2} \Rightarrow r_2 = 7.5 \cdot 10^6 m$$

$$h = r_2 - R_E = 7.5 \cdot 10^6 - 6.4 \cdot 10^6 = 1.1 \cdot 10^6 m$$

ה. באיזו מהירות ייפגע הטיל בפני כדור הארץ?

$$\frac{mv_2^2}{2} - \frac{GMm}{R_E} = -\frac{GMm}{r_2} \Rightarrow \frac{m \cdot v_2^2}{2} - \frac{6.673 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24} \cdot m}{6.4 \cdot 10^6} = -\frac{6.673 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24} \cdot m}{7.5 \cdot 10^6} \Rightarrow v_2 = 3028.4 \frac{m}{sec}$$

מכניקה - כבידה

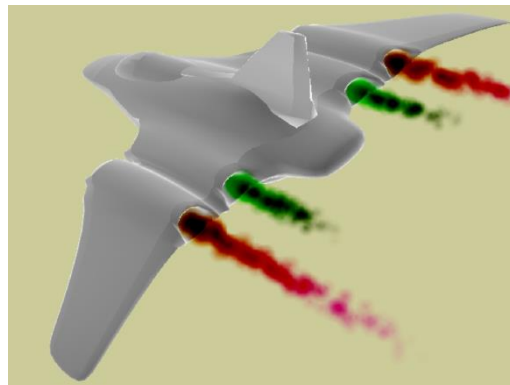
אנרגיה בשדה כבידה

שבוע 2

לוויין גיאוסטציונרי ומהירות המילוט



ספינת חלל שמסתה $m=4000\text{kg}$ נעה במסלול מעגלי סביב הירח. רדיוס המסלול שלה הוא $r=2000\text{km}$ וזמן המחזור של ההקפה $T=120\text{ min}$.



- א. חשבו את מסת הירח בעזרת נתוני השאלה.
- ב. חשבו את מהירות ההקפה של ספינת החלל סביב הירח.
- ג. מהי המהירות המינימלית הדרושה לספינת החלל (כשרדיוס מסלולה הוא r) כדי להימלט ממשיכת הירח?
- ד. אם היו מקנים לספינת החלל את המהירות שמצאת בסעיף ג', באיזו מהירות היא הייתה עוברת נקודה הנמצאת במרחק 3000 km ממרכז הירח?

א. חשבו את מסת הירח בעזרת נתוני השאלה.

$$\Sigma F_R = ma_R \Rightarrow \frac{GMm}{r^2} = m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \cdot r \Rightarrow M = \frac{4\pi^2 r^3}{T^2 G} = \frac{4\pi^2 (2 \cdot 10^6)^3}{(120 \cdot 60)^2 \cdot 6.67 \cdot 10^{-11}} = 91.33 \cdot 10^{21} \text{ kg}$$

ב. חשבו את מהירות ההקפה של ספינת החלל סביב הירח.

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi \cdot 2 \cdot 10^6}{120 \cdot 60} = 1745.32 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

ג. מהי המהירות המינימלית הדרושה לספינת החלל (כשרדיוס מסלולה הוא r) כדי להימלט

ממשיכת הירח?

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{r} = 0 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 6.673 \cdot 10^{-11} \cdot 91.33 \cdot 10^{21}}{2 \cdot 10^6}} = 2468.13 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

ד. אם היו מקנים לספינת החלל את המהירות שמצאת בסעיף ג', באיזו מהירות היא הייתה עוברת

נקודה הנמצאת במרחק 3000 km ממרכז הירח?

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{r} = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{GMm}{r_2}$$

$$\frac{1}{2}m \cdot 2468.13^2 - \frac{6.673 \cdot 10^{-11} \cdot 91.33 \cdot 10^{21} m}{2 \cdot 10^6} = \frac{1}{2}m \cdot v_2^2 - \frac{6.673 \cdot 10^{-11} \cdot 91.33 \cdot 10^{21} m}{3 \cdot 10^6} \Rightarrow v_2 = 2016.2 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

לוויין שמסתו 200 kg מסתובב מעל נקודה קבועה בקו המשווה.



- א. מהו הרדיוס של מסלול הלוויין?
 - ב. מהי סך כל האנרגיה שיש ללוויין?
 - ג. מהי המהירות המשקית של הלוויין?
 - ד. מהי תוספת המהירות המינימאלית שצריך לקבל הלוויין, על מנת שיימלט מהשפעת כדור הארץ
- אם תוספת המהירות היא:
1. בכיוון התנועה של הלוויין?
 2. בניצב לכיוון התנועה של הלוויין?

א. רדיוס מסלול הלווין:

$$\Sigma F_R = ma_R \Rightarrow \frac{GMm}{r^2} = m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \cdot r \Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{T^2 GM}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{T^2 GM}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{(24 \cdot 3600)^2 \cdot 6.673 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24}}{4\pi^2}} = 42.3 \cdot 10^6 m$$

ב. סך כל האנרגיה שיש ללווין :

$$E_T = -\frac{GMm}{2r} = \frac{6.673 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24} \cdot 200}{2 \cdot 42.3 \cdot 10^6} = 9.46 \cdot 10^8 J$$

ג. המהירות המשקית של הלווין:

$$\Sigma F_R = ma_R \Rightarrow \frac{GMm}{r^2} - \frac{mv^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM}{r}} = \sqrt{\frac{6.673 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24}}{42.3 \cdot 10^6}} = 3075.87 \frac{m}{sec}$$

ד. 1. אם תוספת המהירות המינימלית היא בכיוון התנועה של הלווין :

$$\frac{1}{2} m(v + \Delta v)^2 - \frac{GMm}{r} = 0 \Rightarrow (v + \Delta v) = \sqrt{\frac{2GM}{r}} \Rightarrow \Delta v = \sqrt{\frac{2GM}{r}} - v$$

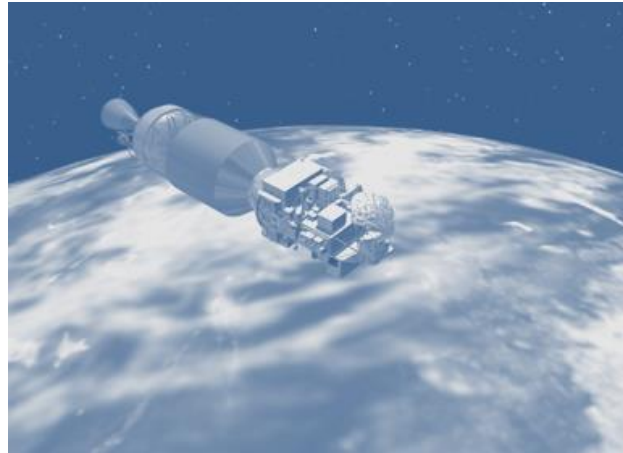
$$\Delta v = \sqrt{\frac{2 \cdot 6.673 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24}}{42.3 \cdot 10^6}} - 3075.87 = 1274 \frac{m}{sec}$$

2. אם תוספת המהירות המינימלית היא בניצב לכיוון התנועה של הלווין :

$$\frac{1}{2} m\sqrt{(v^2 + \Delta v^2)}^2 - \frac{GMm}{r} = 0 \Rightarrow v^2 + \Delta v^2 = \frac{2GM}{r} \Rightarrow \Delta v^2 = \frac{2GM}{r} - v^2$$

$$\Delta v^2 = \frac{2 \cdot 6.673 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24}}{42.3 \cdot 10^6} - 3075.87^2 \Rightarrow \Delta v = 3075.87 \frac{m}{sec}$$

חללית מקיפה את כדור הארץ במסלול מעגלי בזמן מחזור של 3 שעות.



א. באיזה גובה מעל פני כדור הארץ חגה החללית?

ב. מהי המהירות המשיקית של החללית?

ג. מטאוריט פגע בחללית. מהי תוספת המהירות המינימאלית שצריכה לקבל החללית, על מנת

שתמלט מהשפעת כדור הארץ אם פגיעת המטאוריט הייתה:

1. בכיוון התנועה של החללית?

2. בניצב לכיוון התנועה של החללית?

א. הגובה מעל פני כדור הארץ בו חגה החללית:

$$\sum F_R = ma_R \Rightarrow \frac{GMm}{r^2} = m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \cdot r \Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{T^2 GM}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{T^2 GM}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{(3 \cdot 3600)^2 \cdot 6.673 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24}}{4\pi^2}} = 10.574 \cdot 10^6 m$$

$$h = r - R_E = 10.574 \cdot 10^6 - 6.4 \cdot 10^6 = 4.174 \cdot 10^6 m$$

ב. המהירות המשיקית של החללית:

$$\sum F_R = ma_R \Rightarrow \frac{GMm}{r^2} - \frac{mv^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM}{r}} = \sqrt{\frac{6.673 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24}}{10.574 \cdot 10^6}} = 6152 \frac{m}{sec}$$

ג. תוספת המהירות המינימאלית שצריכה לקבל החללית, על מנת שתמלט מהשפעת כדור הארץ

אם פגיעת המטאוריט הייתה בכיוון התנועה של החללית:

$$\frac{1}{2} m(v + \Delta v)^2 - \frac{GMm}{r} = 0 \Rightarrow (v + \Delta v) = \sqrt{\frac{2GM}{r}} \Rightarrow \Delta v = \sqrt{\frac{2GM}{r}} - v$$

$$\Delta v = \sqrt{\frac{2 \cdot 6.673 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24}}{10.574 \cdot 10^6}} - 6152 = 2559.4 \frac{m}{sec}$$

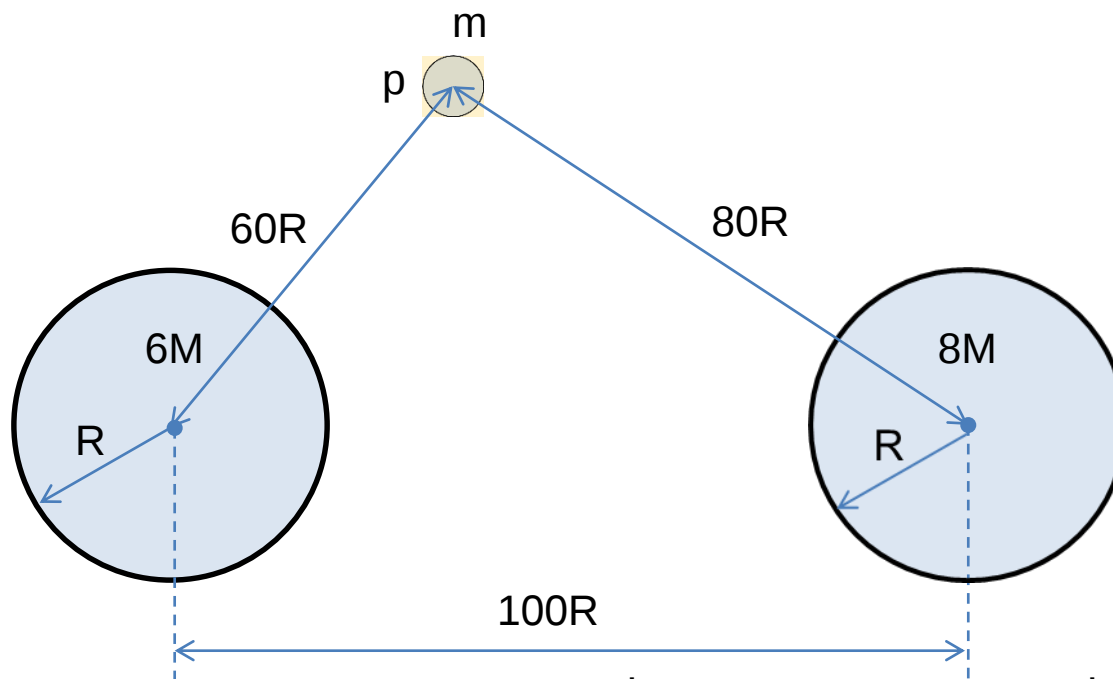
תוספת המהירות המינימאלית שצריכה לקבל החללית, על מנת שתמלט מהשפעת כדור הארץ

אם פגיעת המטאוריט הייתה בניצב לכיוון התנועה של החללית:

$$\frac{1}{2} m\sqrt{(v^2 + \Delta v^2)}^2 - \frac{GMm}{r} = 0 \Rightarrow v^2 + \Delta v^2 = \frac{2GM}{r} \Rightarrow \Delta v^2 = \frac{2GM}{r} - v^2$$

$$\Delta v^2 = \frac{2 \cdot 6.673 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24}}{10.574 \cdot 10^6} - 6152^2 \Rightarrow \Delta v = 6152 \frac{m}{sec}$$

מרכזי שני כוכבים שמסותיהם $M_A=8M$ $M_B=6M$ ורדיוס כל אחד מהם R , נמצאים במרחק $100R$ זה מזה. גוף קטן שמסתו m משוחרר בנקודה P הנמצאת במרחקים $60R$ ו- $80R$ ממרכזי הכוכבים, כמוראה בתרשים.



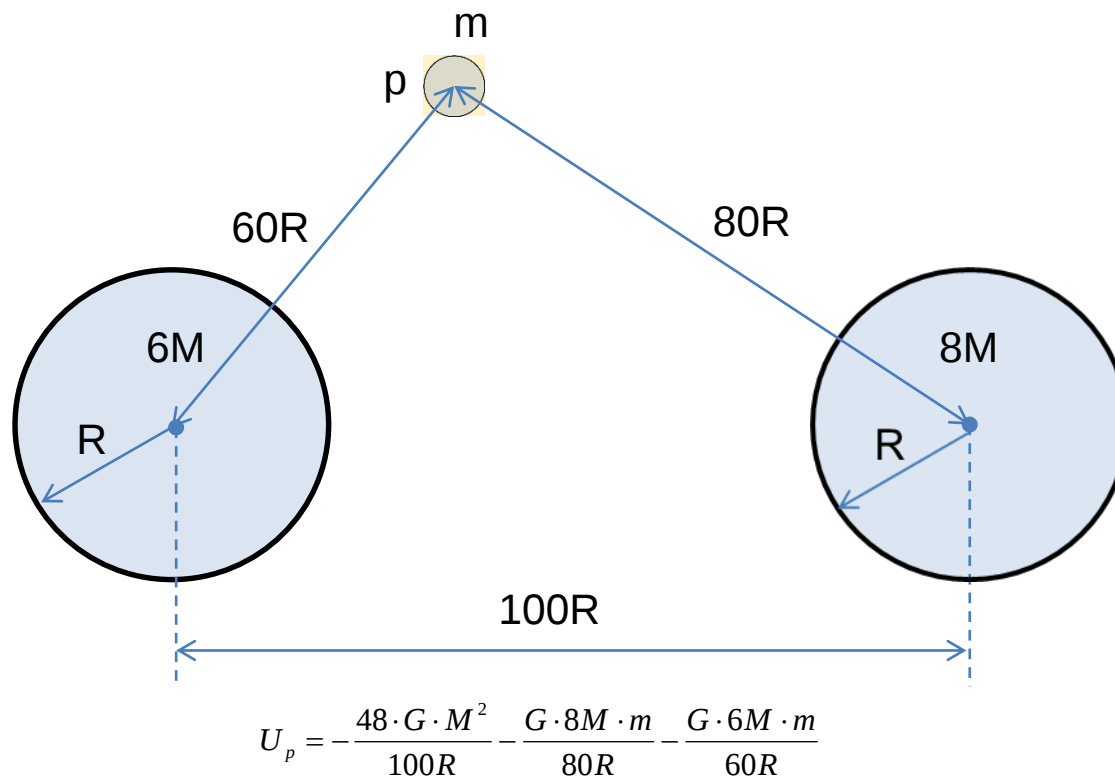
ניתן להניח שבמשך כל זמן תנועת הגוף, הכוכבים לא משנים את מקומם.

נתונים: G, M, R, m

א. מהי אנרגיית היווצרות המערכת.

ב. איזו מהירות מינימלית יש להעניק לגוף בנקודה P כדי שיימלט מהשפעת שני הכוכבים?

א. מהי אנרגיית היווצרות המערכת .



ב. איזו מהירות מינימלית יש להעניק לגוף בנקודה P כדי שיימלט מהשפעת שני הכוכבים?

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{8 \cdot G \cdot M \cdot m}{80R} - \frac{6 \cdot G \cdot M \cdot m}{60R} = 0 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2GM}{5R}}$$

לוויין שמסתו m (telstar) חג סביב כדור הארץ במסלול מעגלי, כך שבכל רגע הוא נמצא מעל אותה נקודה שעל פני כדור הארץ.

א. (1) מהו הרדיוס של מסלול הלוויין?

(2) מהי המהירות המשקית של הלוויין?

ב. משלחים מפני כדור הארץ לוויין שני בעל אותה המסה לתוך אותו המסלול המעגלי סביב הארץ, אבל במגמה הפוכה למגמת הלוויין הראשון. ברגע מסוים מתנגשים שני הלוויינים.

(1) אם ההתנגשות היא פלסטית, כמה אנרגיה אבדה בהתנגשות?

(2) אם ניתן היה לקבל התנגשות אלסטית, מה היה הזמן בין כל שתי התנגשויות סמוכות?



א. 1) מהו הרדיוס של מסלול הלוויין?

$$\sum F_R = ma_R \Rightarrow \frac{GMm}{r^2} = m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \cdot r \Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{T^2 GM}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{T^2 GM}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{(24 \cdot 3600)^2 \cdot 6.673 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24}}{4\pi^2}} = 42.3 \cdot 10^6 \text{ m}$$

2) מהי המהירות המשקית של הלוויין?

$$\sum F_R = ma_R \Rightarrow \frac{GMm}{r^2} - \frac{mv^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM}{r}} = \sqrt{\frac{6.673 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24}}{42.3 \cdot 10^6}} = 3075.87 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$



ב. 1) אם ההתנגשות היא פלסטית, שני הלוויינים ייעצרו ויאבדו את כל האנרגיה הקינטית שלהם.

נוכיח זאת באמצעות חוק שימור התנע:

$$m \cdot 3075.87 - m \cdot 3075.87 = 2m \cdot U \Rightarrow U = 0$$

$$\Delta E = 2 \cdot E_k = 2 \cdot \frac{mv^2}{2} = m \cdot 3075.87^2 = 9.46 \cdot 10^6 \cdot m$$

2) אם ניתן היה לקבל התנגשות אלסטית, מה היה הזמן בין כל שתי התנגשויות סמוכות?

כל מחצית זמן מחזור, כלומר כל 12 שעות.