מכניקה ניוטונית

כרך א

עדי רוזן

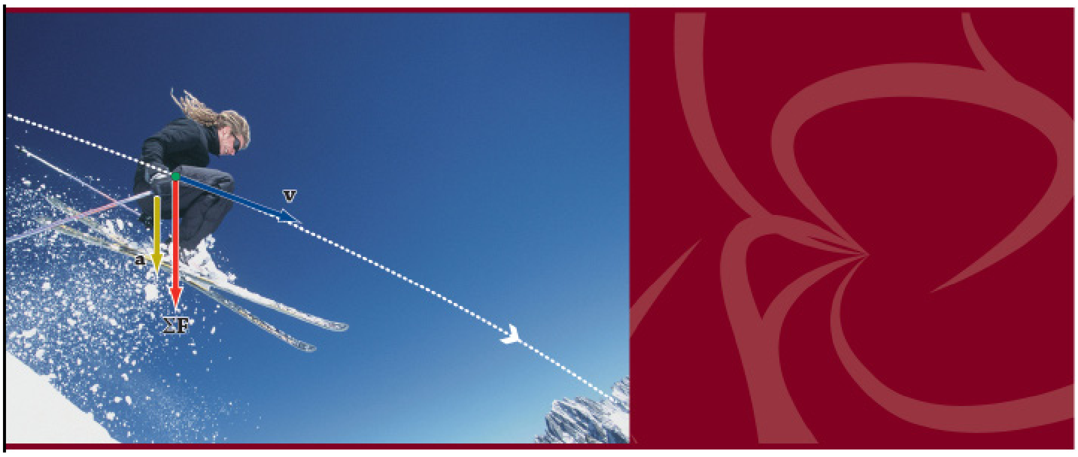
מכון ויצמן למדע
המחלקה להוראת המדעים

מינהלת מל"מ
המרכז הישראלי לחינוך מדעי טכנולוגי
על-שם עמוס דה-שליט

משרד החינוך
האגף לתכנון ולפיתוח תוכניות לימודים

אגף ספרי לימוד
באישור
משרד החינוך
אישור מס': 4345
אושר בתאריך: 13.3.12

מכניקה ניוטונית
כרך א



עדי רוזן

פיתוח וכתיבה

עדי רוזן

ראש הפרוייקט

פרופ' בת-שבע אלון

הגהה מדעית

פרופ' אורי גניאל

הגהה דידקטית

קורינה פולינגר

עריכת הלשון

נדין קלברמן

עימוד ועריכה במחשב

אבי טל

גרפיקה ממוחשבת ועיצוב הכריכה

אסף מסעוד

עיצוב שער פנימי באנגלית (בסוף הספר)

זיו אריאלי

התצלום על הכריכה האחורית - "זיקוקים בגלגלים"

יוני קלפוולד ואלכס קזקוב, התיכון שליד האוניברסיטה, ירושלים.

התצלום זכה במקום הראשון בתחרות צילום בפיזיקה לתלמידי תיכון, תשס"ה.

איך בונים ספינה?

אוספים אנשים ונוטעים

בהם את האהבה

והכמיהה לים הרחב,

הגדול והאינסופי.

ולא אוספים אנשים

ואומרים להם לאסוף עצים,

להכין תוכניות

ולבנות ספינה.

אנטואן דה סנט-אכזופרי
(מחבר "הנסיך הקטן")

פתח דבר לכרך א

הטבע וחוקיו חבויים היו בשחור

ויאמר אלוהים: יהי ניוטון!

ויהי אור.

המשורר אלכסנדר פופ (1688 – 1744), בן תקופתו של ניוטון

התרבות היוונית, שהגיעה לשיא פריחתה בין המאה השישית למאה השלישית לפני הספירה, ניסחה חוקי תנועה אשר התיישבו עם התפיסה שהארץ היא המרכז הנייח של היקום. אחד מהוגי הדעות הבולטים של תפיסה זו היה אריסטו. חוקי התנועה שטבעו היוונים שלטו בחשיבה המדעית עד המאה השבע-עשרה, ואף אומצו על-ידי הכנסייה הקתולית.

במאה השבע-עשרה התחוללה מהפכה מדעית של ממש. גיבוריה המרכזיים היו ניקולס קופרניקוס, גלילאו גליליי, יוהן קפלר ואייזיק ניוטון. המהפכה התבטאה בקביעת חוקי תנועה חדשים שגובשו לתורת המכניקה, כפי שנוסחה על-ידי ניוטון. המכניקה הניוטונית היא התחום הראשון בפיזיקה, ובמדעים הני־סיוניים בכלל, שהגיע למעמד של תאוריה מדעית, כפי שאנו מבינים מושג זה כיום.

אמנם המכניקה הניוטונית לא הייתה סוף פסוק לגבי חוקי התנועה, כפי שהתברר בתחילת המאה העשרים עם ניסוח תורת היחסות ותורת הקוונטים, אך היא מתארת היטב את העולם המקרוסקופי הסובב אותנו.

לתלמידים,

הספר אינו מיועד לשמש רק כלי הכנה לבחינות בגרות; הוא נכתב תוך מאמץ להקנות לכם הבנה ויכו־לת חשיבה מדעית. הספר נוגע מעט גם בהתפתחות ההיסטורית של המכניקה הניוטונית. לצד הפעילות הרווחת של פתרון בעיות שמציע הספר, אני מקווה שתשתמשו בו גם כמקור לרכישת ידע והבנה. אני מקווה שתקראו בו, למרות שפה ושם ההסברים כתובים באריכות מה; הדבר נובע מהמאמץ שעשיתי כדי להסביר את הדברים באור בהיר ככל יכולתי.

חשוב שתהיו מודעים לכך שבלימוד המכניקה קשה להגיע להבנה מעמיקה של המושגים והחוקים בה־תמודדות ראשונה. אצל רוב הלומדים מתגבשת תחושת הבנה רק כעבור חודשים של לימוד, ולעתים אף כעבור פרק זמן העולה על שנה.

למורים,

אוכלוסיית היעד

הספר מיועד בראש וראשונה לתלמידי כיתות י"א בבית הספר התיכון, הלומדים פיזיקה ברמה של 5 יחידות לימוד.

החל ממהדורת 2006 התווספו תרגילים רבים לפרקים השונים. התרגילים שהתווספו לפרק א מתאימים גם לתלמידי כיתות י', לכן אפשר להתחיל ללמד על פי הספר כבר בכיתה י', אני ממליץ להתחיל את הוראת הספר מעמוד 16.

הספר מתאים גם לסטודנטים במכללות ובסמינרים למורים, ולסטודנטים באוניברסיטאות הלומדים רפואה, ביולוגיה, חקלאות וכיוצא באלה ונדרשים במסגרות אלה ללימוד מכניקה.

התאמת הספר לתכנית הלימודים בפיזיקה של בית הספר התיכון

הספר מקיף את כל נושאי הלימוד על-פי תכנית הלימודים של בית הספר התיכון, שלפיה מלמדים מאז שנת 2005.

עם זאת, פה ושם אנו מרחיבים מעט את היריעה, ונובעים בנושאים שהם מעבר לתכנית הלימודים הרשמית כדי לעודד את התלמידים להעשיר את ידיעותיהם. נושאים אלה מסומנים בספר ב- #.

ידע נדרש במתמטיקה

לשם לימוד החומר המופיע בספר נדרש ידע בסיסי באלגברה, בגאומטריה ובטריגונומטריה. רק באחד הסעיפים (המשובץ בפרק ד) נעשה שימוש בחשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי.

דוגמאות פתורות, שאלות, תרגילים ובעיות

במהלכו של כל פרק משולבות דוגמאות פתורות רבות (המודגשות על-ידי רקע צבעוני), אשר מטרתן להדריך את הלומד בהבנה וביישום החומר הנלמד.

בסופו של כל פרק מופיע קובץ "שאלות, תרגילים ובעיות". רוב הקבצים האלה מחולקים לשלושה חלקים: הראשון הוא "תרגילים מותאמים לסעיפי הפרק", ושמיועדים לשמש כשיעורי בית לשם תרגול החומר השוטף מיד לאחר שהוא נלמד בכיתה. החלק השני בקובץ הוא "תרגילי סיכום" המיועדים בחלקם לשיעורי בית, הדורשים ראייה אינטגרטיבית של הפרק, ובחלקם כמאגר תרגילים שישמש את התלמידים לתרגול לקראת בחינה מסכמת של הפרק. החלק השלישי הוא "תרגילי העמקה" - לתלמידים המעוניינים להעמיק את הבנתם ולהעשיר את ידיעותיהם, וכן כהכנה לקראת בחינות כניסה במוסדות להשכלה גבוהה.

בפרקים א ו- ג שיעור התרגילים הקשים אינו גבוה, הדבר מאפשר כניסה "רכה" ללימוד המכניקה. עם זאת תרגול הנושאים הנלמדים בשני פרקים אלה נעשה גם במסגרת התרגילים של הפרקים הבאים של המכניקה הניוטונית.

בקובצי השאלות משולבות, ללא הפרדה, שאלות שהתרתן דורשת בעיקר הבנה איכותית ושאלות הדורשות בעיקר מיומנות של פתרון בעיות. שילוב זה מיועד לשיפור ההבנה של היבטים שונים בחומר הנלמד.

שאלות בדרגת קושי גבוהה סומנו בכוכבית (*), ואלה שדרגת הקושי שלהן גבוהה במיוחד סומנו בשתי כוכביות (**). תרגילים השייכים לנושאי לימוד שאינם בתכנית הלימודים סומנו ב- #.

מיד לאחר קובץ השאלות מופיע קובץ תשובות לכל השאלות. לשאלות איכותיות מופיע לעתים רק רמז לתשובה, ולא תשובה מלאה.

פעילויות

בפרקי הספר משובצים תיאורים של הדגמות וניסויים ברמה התאורטית בלבד; לספר זה מתלווה הספר "מכניקה ניוטונית - פעילויות (לכרכים א ו-ב)", הכולל פעילויות מסוגים שונים המיועדות להשתלב בהוראת ובלימוד תכני הספר.

על המהדורות השונות של הספר:

מהדורת העיצוב יצאה לאור בשנת 1993.

בשנת 1995 יצאה לאור מהדורה מתוקנת, לאור הערות משתמשי הספר.

במהדורת 2006 היה שינוי משמעותי: הספר עוצב מחדש מבחינת פונטים, איורים וצבע; לפרקים השונים נוספו תרגילים רבים, ברמות הקושי השונות; קוצרו הסברים ארוכים ושוכתבו פרקים אחדים. חלקו הראשון של פרק ה ("מערכות ייחוס") שהופיע במהדורות שקדמו שולב בפרק ד, וחלקו השני(העוסק בעקרון השקילות) שולב בספר "מערכות ייחוס". נעשה שימוש בכלי דידקטי חדש: וקטורים המייצגים גדלים פיזיקליים שונים סורטטו בצבעים שונים.

פרקי הדינמיקה נכתבו מתוך גישה שיש להתייחס תחילה לשני מודלים מוקדמים שעסקו בסיבות לתנועה; המודל הראשון הוא זה של אריסטו והשני הוא מודל האימפטוס. מודלים אלה מאפיונים את חשיבתם של רוב התלמידים גם כיום.

בנוסף לכך הוצגו לראשונה תפיסות מוטעות מובהקות, המוכרות בהוראת המדעים בנושאים שונים, והוכחו במחקר כמוטעות. את התפיסות המוטעות סימנו בעזרת צלמית(אייקון) שעליה רשום "זהירות מוקשים". אני מציע למורים לא להתעלם משגיאות מהותיות של תלמידים אלא דווקא להשתמש בהן כמנוף לקידומם.

במהדורת 2013 הוספנו לפרק ה את תרגיל 44, ושינינו מעט בפרק זה את סדר התרגילים 45-49.

תודות

בהכנתו של הספר נעזרתי בכמה אנשים יקרים, ואני מבקש להודות להם:

ל**קורינה פולינגר**, על שקראה ביסודיות אופיינית את כל הספר והעירה הערות רבות ומועילות.

ל**זאב קרקובר**, שכתב את פרקים א ו- ב במהדורת העיצוב, השתתף בדיונים שנערכו לקראת הפקת מהדורת העיצוב, ותרם בהם מבקיאותו, ממומחיותו ומניסיונו בהוראת המכניקה.

ל**ד"ר יבגני ברודסקי** על התיקונים של תשובות לשאלות שבהן נפלו שגיאות, ועל תיקונים נוספים בפרקים.

ל**ד"ר יוסי כהן**, ולכל צוות מורי הפיזיקה בחמד"ע, עבור התרומה של תרגילים שפותחו על ידם, לפרקים א, ב ו-ג.

ל**אסף מסעוד**, על המסירות והמקצועיות הרבה בהכנת התרשימים.

ל**דיו אריאלו**, על תיקון תרשימים אחדים.

ל**אבי טל**, על שעיצב את החומר הכתוב במסירות ובמקצועיות רבה.

עדי רוזן

המחלקה להוראת המדעים, מכון ויצמן למדע, רחובות

ינואר 2013 טבת התשע"ג

תוכן העניינים

פרק א קינמטיקה – תנועה לאורך קו ישר

1. הקדמה

ה**מכניקה** עוסקת בגופים, בכוחות שהם מפעילים אלה על אלה, ובהשפעת הכוחות על תנועת גופים.

הקינמטיקה, שהיא ענף של המכניקה, עוסקת בתיאור תנועתו של גוף (ללא התייחסות לכוחות הפועלים עליו).

בכך נעסוק בפרק זה - תנועה לאורך קו ישר. מושגי היסוד של הקינמטיקה הם **"אורך" ו"זמן"**. בעזרתם נגדיר את המושגים **"מקום"**, **"מהירות" ו"תאוצה"**.

2. מושגי יסוד - זמן ואורך

2.1 על גדלים פיזיקליים ועל יחידותיהם

בגאומטריה קיימים **מושגים בסיסיים** שאותם אין מגדירים - אלה הם המושגים" נקודה", "ישר" ו"מישור". את שאר המושגים הגאומטריים מגדירים באמצעות מושגים בסיסיים אלה. כך לדוגמה המושג "קטע" מוגדר כחלק מן הישר (ישר - מושג בסיסי) המוגבל בין שתי נקודות(נקודה - מושג בסיסי).

גודל פיזיקלי הוא תיאור כמותי של תופעה פיזיקלית. למשל זמן, מהירות, טמפרטורה.

גם בפיזיקה, קיימים גדלים פיזיקליים בסיסיים. בדומה לגאומטריה, לגדלים אלה לא ניתנת הגדרה במובן הרגיל של המילה, כלומר באמצעות מושגים בסיסיים יותר, אולם ניתנת להם הגדרה אופרטיבית.

הגדרה אופרטיבית של גודל היא תיאור הנוהל (האופרציה) למדידתו.

"אורך" הוא גודל פיזיקלי בסיסי. אפשר להגדיר אותו על ידי תיאור אופן מדידתו באמצעות סרגל.

את הגודל "פרק זמן" אפשר להגדיר על ידי תיאור אופן מדידתו באמצעות שעון.

ביצד מגדירים גודל פיזיקלי שאינו בסיסי?

גודל פיזיקלי מגדירים על ידי תיאור דרך לחישוב הגודל, על-פי גדלים פיזיקליים בסיסיים יותר.

לדוגמה את הגודל הפיזיקלי "קבוע הכוח של קפיץ" נגדיר כיחס בין גודל הכוח הפועל על הקפיץ לבין התארכותו.

כאשר אנו מודדים גודל פיזיקלי אנו משווים אותו תמיד אל אמת-מידה הנקראת יחידה. באומרנו שאורכו של החדר הוא 4 מטרים, המשמעות היא שהחדר ארוך פי 4 מן הגוף שאורכו הוגדר כמטר אחד.

כדי לדייק במדידות, הכרחי שההגדרות של היחידות לא תשתנינה, ושחוקרים במקומות שונים יוכלו לשחזר אותן.

בשנת 1791 קבעה האקדמיה המדעית בפריס את השיטה המטרית. החל משנת 1889 היחידות הבסיסיות הוגדרו על ידי אירגון בינלאומי בשם "הוועידה הכללית למשקולות ולמידות", שבו משתתפים נציגים מכל הארצות הגדולות בעולם. מערכת היחידות המוגדרת על ידי אירגון זה, מבוססת על השיטה המטרית, והיא מכונה החל משנת 1960 בשם "מערכת היחידות הבינלאומית", ובקצרה מערכת SI, מן השם הצרפתי Unites'd international Systeme.

מושגי היסוד בתיאור תנועתו של גוף הם הזמן והאורך. כל יתר הגדלים הקינמטיים נגזרים מהם. יש לנו הכרות יום-יומית עם גדלים אלה, אך למטרות מדעיות נזדקק ליותר מזה. עלינו לדעת למדוד זמנים ומרחקים, וכדי לבטא את תוצאות מדידותינו עלינו לקבוע אמות מידה - יחידות של זמן ושל אורך.

2.2 זמן - יחידות ומדידה

א. הגדרת יחידת הזמן "שנייה"

משנת 1889 עד שנת 1967 אב המידה של הזמן התבסס על היממה השמשית הממוצעת שהיא פרק הזמן החולף בין שתי הופעות עוקבות של השמש בהיותה בנקודה הגבוהה ביותר, מחושב בממוצע לאורך שנה.

היממה השמשית הממוצעת חולקה ל-24 פרקי זמן שווים ולכל אחד מפרקי זמן אלה ניתן השם שעה. השעה חולקה ל-60 פרקי זמן שווים וכל אחד נקרא דקה. החלק ה-60 של הדקה נקרא כידוע בשם שנייה.

השנייה היא יחידת SI לצרכים מדעיים. הסימון התקני של יחידת הזמן "שנייה" הוא s (האות הראשונה של המילה second - שנייה באנגלית) למשל s5 , או sec. בעברית היחידה "שנייה" מסומנת באות ש' (האות הראשונה של המילה שנייה) למשל 5 ש', מספר השניות ביממה הוא: 60 x 60 x 24 = 86,400 s
.

הגדרת יחידת הזמן "שנייה" משנת 1889:

שנייה היא החלק ה-1/86,400 של היממה השמשית הממוצעת.

כדי שהגדרת ה"שנייה" תהיה חדה יותר, ניתנה (בשנת 1967) לשנייה הגדרה חדשה. המונחים המופי־עים בהגדרה מצריכים ידיעת פיזיקה ברמה מתקדמת יותר, למרות זאת נציג את ההגדרה. אם אינך בקיא במונחים - תוכל להסתפק בשלב זה בהכרת ההגדרה משנת 1889 הרשומה לעיל.

לשני מצבי האנרגיה הנמוכים ביותר של אטום הצזיום יש אנרגיות שונות במקצת. קרינה אלקטרומגנטית(בתחום גלי מיקרו) בתדירות המתאימה בדיוק, גורמת למעבר מאחד המצבים הללו אל משנהו.

הגדרת יחידת הזמן "שנייה" משנת 1967:

שנייה היא משך הזמן הדרוש ל-9,192,631,770 מחזורים של קרינה הנובעת ממעבר בין שתי רמות על-דקות של מצב היסוד של האטום צזיום-133 (Cs-133).

בשנת 1997 חידדו את ההגדרה וקבעו כי היא מתייחסת לאטום צזיום-133 במצב מנוחה, בטמפרטו־רה של

0 מעלות קלווין.

יחידות זמן אחרות שאינן שייכות למערכת SI אך נמצאות בשימוש הן דקה (מסומנת ב- min - קיצור של המילה minute - דקה באנגלית) ושעה (מסומנת ב-h - האות הראשונה של המילה hour - שעה באנגלית).

ב. מדידת זמן

ביצד מודדים זמן?

בחיי היום-יום אנו מודדים זמן באמצעות שעון. זהו מכשיר מדידה נפוץ ופשוט לשימוש. השעון הוא מכשיר חדש יחסית בדברי ימי האדם, והוא משרת אותנו רק במאות האחרונות. ייצורו ההמוני שינה את מהלך החיים והכניס בהם סדר, תנופה וקצב.

איך פועל השעון? על איזה שעון מתבסס אסטרופיזיקאי הטוען שהיקום קיים מעל 10^{17} שניות? על איזה שעון מתבסס חוקר החלקיקים האלמנטריים הטוען כי תהליך מסויים נמשך 10^{-24} שניות? מה זה בכלל זמן? אלה הם עניינים מרתקים שבהם תעסוק בלימוד תחומים שונים בפיזיקה.

פרק הזמן הנדון	ערכו של פרק הזמן (s)
הזמן שחלף מן המפץ הגדול	$4 \cdot 10^{17}$
גילה של מערכת השמש	$1.4 \cdot 10^{17}$
הזמן שחלף מבריאת העולם לפי המקרא	$1.8 \cdot 10^{11}$
אורך ימיו של מוצרט	$1.1 \cdot 10^{9}$
משך הזמן של מלחמת 30 השנה	$9.5 \cdot 10^{8}$
זמן ההקפה של הארץ סביב השמש (שנה)	$3.2 \cdot 10^{7}$
זמן ההריון של אישה	$2.4 \cdot 10^{7}$
מחזור הלבנה	$2.5 \cdot 10^{6}$
זמן הסיבוב של הארץ על צירה (יממה)	$8.6 \cdot 10^{4}$
זמן מחצית החיים של נויטרון	$9.2 \cdot 10^{2}$
משך ממוצע של מחזור פעימות הלב	$9 \cdot 10^{-1}$
זמן מחצית החיים של חלקיקים קצרי חיים	10^{-24}

טבלה 1: סדרי הגודל של זמנים בטבע

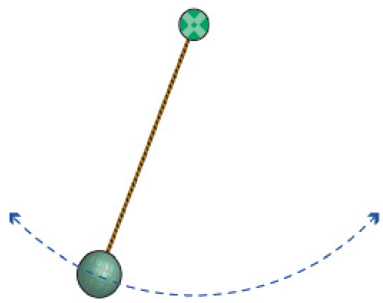
2.3 אורך־ יחידות ומדידה

א. הגדרת יחידת האורך "מטר"

בתקופות שונות, במקומות שונים ולמטרות שונות השתמשו במגוון רחב של יחידות אורך, כגון: מטר, סנטימטר, אמה, רגל ופרסה.

המטר היא יחידת SI לצרכים מדעיים. הסימון התקני של המטר הוא האות m (האות הראשונה של המילה meter) לדוגמה 2 m. בעברית היחידה מסומנת ב-מ' (האות הראשונה של המילה מטר) לדוגמה 2 מ'.

במאה השמונה-עשרה היו מקובלות שתי גישות מתחרות להגדרה של יחידת אורך תקנית: היו כאלה שה־ציעו להגדיר את המטר כאורכה של מטוטלת שמחצית זמן המחזור שלה הוא שנייה אחת (איור 1). אחרים הציעו להגדיר את המטר בחלק ה- $1/10^7$ של חלק מקו האורך המשתרע מהקוטב עד לקו המשווה (איור 2). על פי הצעה זו המרחק מהקוטב עד קו המשווה(רבע היקף בדור הארץ) יהיה שווה, על פי ההגדרה ל-10^7m. המטר היא יחידת אורך המתאימה לצרכי היום-יום של האדם - זהו סדר הגודל של גובהו, אורך שולחנו, אורך חדרו וכו'.



איור 1: מטוטלת

איור 2: רבע היקף הארץ

בשנת 1791,זמן קצר לאחר המהפכה הצרפתית, הבריעה האקדמיה הצרפתית למדעים לטובת ההגדרה הנסמכת על המרחק מהקוטב לקו המשווה על פני ההגדרה בעזרת מטוטלת. הסיבה הייתה שזמן המחזור של מטוטלת תלוי בעוצמת הכבידה הפועלת על המטוטלת, והיא משתנה מעט ממקום למקום על פני הארץ.

הגדרת יחידת האורך "מטר" משנת 1791:

המטר הוא החלק ה-$1/10^7$ של אורך רבע קו האורך העובר בעיר פריז מהקוטב הצפוני עד לקו המשווה.

בשנת 1879 נבנה מוט ששימש אב טיפוס אשר אורכו מגלם את יחידת האורך "מטר". בשנת 1889 נבנה אב טיפוס אחר מסגסוגת של פלטינום עם 10% אירידיום.

בשנת 1983 שונתה ההגדרה של יחידת האורך" מטר". תוצאות המדידות של גודל מהירות האור בריק הניבו תוצאה ממוצעת של 299,792,458 s/m (ראה עמוד 28 בספר "קרינה וחומר כרך א – אופטיקה גאומטרית, בהוצאת מכון ויצמן למדע). בשנה זו (1983) הוחלט שזה יהיה, על-פי הגדרה, גודל מהירות האור בריק. על פי קביעה זו הוגדרה יחידת האורך התקנית "מטר".

הגדרת יחידת האורך "מטר" משנת 1983:

המטר הוא המרחק שאור עובר בריק במשך $\frac{1}{299,792,458}$ s.

מאחר והמרחקים ביקום משתרעים על פני סדרי גודל רבים, נשתמש לעתים קרובות באותיות המקובלות לצורך סימון חזקות של 10 (ראה נספח א בספר "קרינה וחומר – כרך א – מודלים של האור"). לדוגמה: סנטימטר(מסומנת בס"מ – cm) וקילומטר (מסומנת בק"מ – km).

ב. מדידת אורך

כיצד מודדים אורך?

התשובה לכאורה פשוטה: בעזרת סרגל מסומן. אך הדבר מורכב בהרבה. אי אפשר להשתמש בסרגל בדי למדוד מרחקים בין כוכבים או מרחקים בין מולקולות. בכל התחום העצום של אורכים הנחקר על ידי פיזיקאים חלק זעיר בלבד מתאים למדידה על ידי הסרגל. זה מחייב למצוא דרכים למדידת אורך בתחומים שידו של האדם אינה מגיעה אליהם – מרחבי היקום, או שידו גסה ומגושמת מדי עבורם – העולם המיקרוסקופי. שאלות אלה ידונו במהלך לימודי הפיזיקה.

איור 3: כיצד מודדים מרחקים בין כוכבים?

האורך הנדון	ערכו של האורך (m)
רדיוס היקום הנראה	$1 \cdot 10^{26}$
קוטר הגלכסיה "שלנו" (שביל החלב)	$7.6 \cdot 10^{20}$
המרחק בין הארץ לשמש	$1.5 \cdot 10^{11}$
רדיוס השמש	$6.96 \cdot 10^{9}$
קוטר הארץ	$1.28 \cdot 10^{7}$
אורך הנילוס	$6.65 \cdot 10^{6}$
אורך מסלול ריצת המרתון	$4.22 \cdot 10^{4}$
גובה האוורסט	$8.84 \cdot 10^{3}$
גובה מגדל אייפל	$3.21 \cdot 10^{2}$
Lineus longissimus - הארוך בבעלי החיים	$5.5 \cdot 10^{1}$

האורך הנדון	ערכו של האורך (m)
Diplodocus - הארוך שבשלדי הדינוזאורים שנמצאו	$2.6 \cdot 10^{1}$
אורך נחש האנקונדה	$1 \cdot 10^{1}$
גובה הג'ירפה	$5.5 \cdot 10^{0}$
גובה אופייני של שחקן כדורסל מקצועי	$2 \cdot 10^{0}$
גודלה של מלכת דבורים	$1.5 \cdot 10^{-2}$
גודלו של נגיף זעיר	$2 \cdot 10^{-8}$
המרחק בין אלקטרון לגרעין באטום המימן	$5.28 \cdot 10^{-11}$
רדיוס הגרעין של אטום המימן (פרוטון)	$2 \cdot 10^{-15}$

טבלה 2: סדרי הגודל של מרחקים בטבע

2.4 מערכת היחידות הבינלאומית (מערכת SI)

מערכת היחידות הבינלאומית(מערכת SI) מורכבת משבע היחידות הרשומות בטבלה 3.

הגודל	שם היחידה	סימן היחידה
זמן	שנייה - second	s
אורך	מטר - meter	m
מסה	ק"ג - kilogram	kg
טמפרטורה	קלווין - kelvin	K
עוצמת זרם חשמלי	אמפר - ampère	A
עוצמת הארה	קנדלה - candela	Cd
כמות חומר	מול - mole	mol

טבלה 3: מערכת יחידות SI

נדגיש כי היחידות של כל הגדלים הפיזיקליים נגזרות משבע היחידות הרשומות בטבלה 3.

את שתי היחידות הראשונות הרשומות בטבלה הכרנו בסעיפים הקודמים. במסגרת לימודי המכניקה נתוודע לגודל הפיזיקלי השלישי המופיע בטבלה (מסה). בעתיד נראה כי כדאי לדבוק ביחידות SI כדי למנוע בלבול.

3. פונקציית מקום–זמן

3.1 המושג "פונקציית מקום–זמן"

נניח כי גוף נע לאורך קו ישר, וברצונך לתאר את התנועה בפני חברך, שלא ראה את הגוף בתנועתו.

איזה גדלים עליך למדוד ולמסור את ערכיהם לחברך, כדי שהוא יוכל לשחזר את התנועה?

אם תאמר לחברך היכן הגוף היה ברגעים שונים, חברך יוכל לשחזר, לפחות בצורה מקורבת, את התנועה. כלומר עליך למדוד ברגעים שונים את המקום של הגוף הנע. זוהי פונקציה; לכל ערך של זמן שנמדד מו־תאם ערך יחיד של המקום. הפונקציה המתארת את המקום של גוף כתלות בזמן מכונה בקצרה פונקציית מקום–זמן.

תיאור תנועתו של גוף:

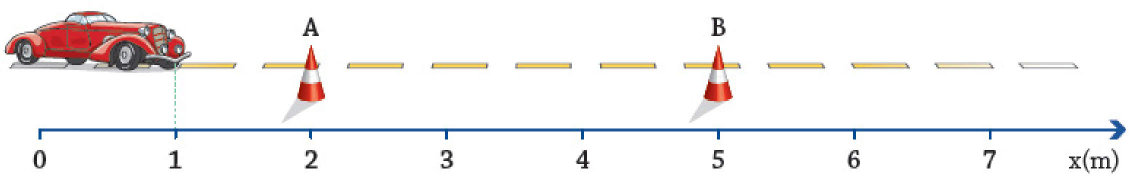
תנועה של גוף מתוארת על ידי הצגת מקומו של הגוף כפונקציה של הזמן.

3.2 מקומו של גוף

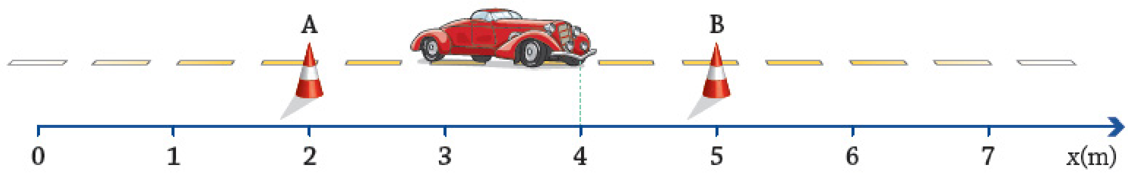
כדי למצוא את פונקציית מקום–זמן עלינו לדעת לקבוע מקום של גוף.

כיצד נקבע את מקומו של גוף?

דרך נוחה ויעילה לקבוע מהו מקומו של גוף הנע לאורך קו ישר היא באמצעות ציר מקום, במתואר באיור 4. ציר מקום הוא ישר שלאורכו הגוף נע. אנו יכולים לתאר את מקומה של המכונית שבאיור 4 בכל רגע ורגע בעזרת ציר המקום. סימנו באיור את הציר באות x. כך נסמן בדרך כלל את ציר המקום שישמש לקביעת מקומו של גוף שנע בכיוון אופקי.



א. מקום המכונית ברגע מסוים



ב. מקום המכונית מעט מאוחר יותר

איור 4: ציר מקום שבעזרתו אפשר לקבוע מקומם של עצמים, למשל של המכונית

ציר מקום מוגדר בשלושה מאפיינים:

1. יחידת האורך: יחידת SI היא כזכור המטר (ראה טבלה 3 ב עמוד 15). זו היחידה שבחרנו עבור ציר המקום שבאיור 4.

   ציינו כי כדאי לדבוק ביחידות SI, אך במקרים מסוימים נשתמש ביחידות אחרות התואמות את המערכת הפיזיקלית המסוימת שבה דנים. הכבישים לדוגמה, מסומנים בדרך כלל באבני קילומ־טרים.

2. נקודת הראשית: זו נקודה על ציר המקום המשמשת כנקודת האפס. כאשר מדובר בת־נועת גוף יחיד, לרוב יהיה לנו נוח לבחור את הראשית בנקודה שממנה הגוף יצא לדרכו. אולם נדגיש כי אנו חופשיים לחלוטין בבחירת נקודת הראשית. כל נקודה על הציר עשויה לשמש נקודת הראשית.

3. כיוון הציר: אנו חופשיים לבחור את כיוון הציר כרצוננו. באיור 4 הכיוון החיובי של הציר נקבע ימינה. עתה נוכל להסביר כיצד קובעים את מקומו של גוף ביחס לציר מקום. תחי־לה נתייחס ל"גוף נקודתי". הכוונה במונח "גוף נקודתי" היא גוף קטן, במובן זה שממדיו קטנים לעומת יבולת ההפרדה של הסרגל שבו אנו משתמשים(כלומר אם המרווח בין שנתות הסרגל הוא 1 מ"מ - גוף יחשבו ל"נקודתי" אם הוא קטן מ-1 מ"מ).

הגדרת המושג "מקומו של גוף נקודתי הנע לאורך קו ישר":

מקומו של גוף נקודתי הנע לאורך קו ישר הוא שיעור הנקודה שבה נמצא הגוף על-פי ציר מקום.

במילים פשוטות - המקום הוא הערך של x.

לדוגמה, מקום של החרוט A באיור 4 הוא $x_A = 2$ m, ומקומו של החרוט B באיור 4 הוא $x_B = 5$ m.

כיצד נתאר את מקומו של גוף שאינו נקודתי?

לדוגמה: כאשר אנו עוקבים אחרי מכונית, לאיזו נקודה על המכונית אנו מתכוונים - לפגוש, למרכז המ־כונית או לנקודה אחרת? במקרה שהגוף שומר על צורתו(אינו מתכווץ לדוגמה) ונע באופן מקביל (כלומר כל הנקודות מתקדמות במסלולים מקבילים ועוברות מרחקים שווים, להבדיל למשל מגלגל מסתובב על ציר שמרכזו קבוע) נוכל עדיין לבחור עליו נקודה כלשהי, למשל את פגוש המכונית, ומכאן ואילך יהיה ברור כי בכל פעם שאנו מתייחסים ל"מקום המכונית" אנו מתייחסים למקום הפגוש. ציון מקומה של נקו־דה אחת בגוף כזה מספיק לציון מקום הגוף כולו. כך לדוגמה, אם נחליט שאנו קובעים את מקום המכונית באיור 4 על-פי מקום הפגוש, אזי באיור 4א המכונית נמצאת ב- $x = 1$ m, ובאיור 4ב היא התקדמה ל- $X = 4$ m.

בדומה לבחירה באות x לסימון מקום, נבחר באות t לסימון זמן (האות הראשונה במילה time - זמן באנגלית). לדוגמה, כדי לציינו שארוע מסוים התרחש 5 שניות לאחר הרגע שנבחר כאפס, נרשום שהארוע התרחש ברגע $t = 5$ s. נדגיש כי בכל ניתוח של תנועת גוף לאורך קו ישר עלינו להגדיר תחילה ציר מקום. מקומו של הגוף(או של הגופים) ייקבע ביחס לציר זה. כמו כן, בכל ניתוח של תנועת גוף יהיה עלינו להגדיר מהו רגע $t = 0$ (כלומר מהי נקודת הראשית של ציר הזמן).

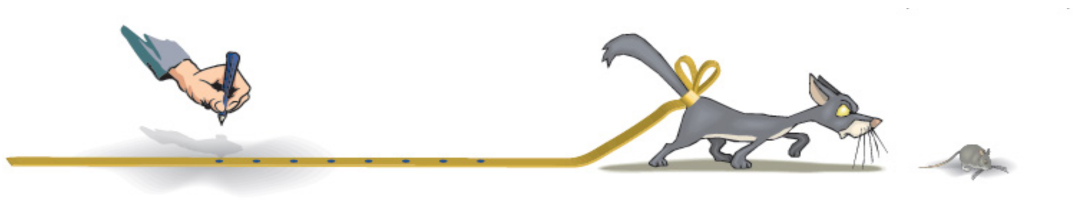
3.3 אמצעים למדידת מקום בפונקציה של הזמן

כיצד מודדים, הלכה למעשה, ערכי מקום של גוף נע בפונקציה של ערכי זמן?

נציג ארבעה אמצעים, א–ד שלהלן, המשמשים למטרה זו.

1. רשם זמן

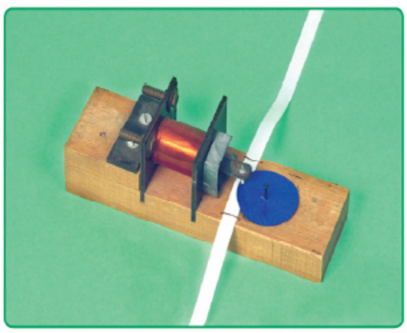
תחילה נציג את הרעיון: מחברים לגוף הנע סרט נייר ארוך (שהשפעתו על תנועת הגוף תהיה זניחה), ובמהלך התנועה אדם עומד במקום קבוע, מקיש עם עיפרון על סרט הנייר הנע במרווחי זמן שווים (למשל כל שנייה) (איור 5), כך שבכל הקשה מסומנת נקודה על סרט הנייר.



איור 5: קציבת מקומו של חתול רץ בפרקי זמן שווים

אפשר לסרטט על סרט הנייר ציר x שראשיתו נמצאת לדוגמה באחת הנקודות הראשונות שסומנו, וכיוונו החיובי פונה לעבר הנקודות שסומנו לאחר מכן. על–פי המרחקים של הנקודות השונות מהראשית יודעים מהם הערכים של מקום הגוף. את ערכי הזמן קובעים כך: מגדירים את רגע $t = 0$ למשל ברגע שבו סומנה נקודת הראשית של ציר המקום; הנקודה הבאה נרשמה ברגע $t = 1$ s (על–פי הדוגמה מקודם שהאדם מקיש על סרט הנייר בכל שנייה) וכו'.

אדם אינו יכול להקיש במרווחי זמן שווים, וודאי שלא במרווחי זמן קצרים. לשם כך נבנה מכשיר המבוסס על רעיון זה, והוא מכונה "רשם זמן" (איור 6). זהו מתקן הכולל מקוש. כאשר רשם הזמן פועל – המקוש מתנודד ומקיש במרווחי זמן שווים של 0.02 s על סרט נייר המחובר לגוף נע. בכל הקשה מסומנת נקודה על סרט הנייר. לאחר שהתנועה פוסקת מפסיקים את פעולת רשם הזמן, מסירים את סרט הנייר, מותחים אותו ומדביקים אותו על פני שולחן. על סרט הנייר מסומנת סדרת נקודות שאותה נכנה "תרשים עקבות" של תנועת הגוף (איור 7).



איור 6: רשם זמן

איור 7: תרשים עקבות של גוף נע שהתקבל באמצעות רשם זמן

הגדרת המושג "תרשים עקבות":

תרשים עקבות הוא תרשים של נקודות ("עקבות" הגוף) המייצגות את המקומות שבהם הגוף חלף במרווחי זמן שווים.

לאחר מכן מודדים את ערכי המקום של הנקודות (מיקום הנקודות על סרט הנייר מייצג את מקומו של הגוף הנע), ורושמים ערכים אלה כפונקציה של ערכי זמן שהמרווח ביניהם הוא קבוע, זו פונקציית מקום-זמן של תנועת גוף.

על מבנהו של רשם הזמן ופעולתו ראה נספח א בספר "מכניקה ניוטונית - פעילויות (לכרכים א ו-ב) - 2002, בהוצאת מכון ויצמן למדע".

2. צילום וידאו

שיטה אחרת נסמכת על צילום הגוף הנע בעזרת מצלמת וידאו. נניח כי מצלמת הווידאו מצלמת בקצב של 25 תמונות בשנייה. כלומר מרווח הזמן בין צילום אחד למשנהו הוא 0.04 s 1/25. באמצעות תוכנת מחשב מתאימה אפשר לצפות בכל אחת מתמונות סרטון הווידאו ובעזרתן להפיק תרשים עקבות של הגוף.

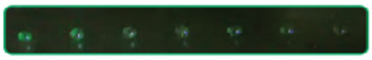
3. מד טווח

אפשר לקצוב ערכי מקום של גוף נע ברגעים שונים בעזרת מד טווח שמפנים אותו לעבר הגוף הנע. במהלך פעולתו, מד הטווח שולח פולס קול לעבר הגוף הנע, הפולס פוגע בגוף, מוחזר ממנו ונקלט בעבור זמן קצר על ידי מד הטווח. על-פי מרווח הזמן שבין רגע שיגור הפולס לבין רגע קליטתו, ועל-פי ידיעת מהירות פולס הקול באוויר נעשה חישוב של מרחק הגוף הנע ממד הטווח. לאחר מכן נשלח (ונקלט) פולס שני, פולס שלישי וכו'. הפולסים משוגרים במרווחי זמן שווים וידועים. מד הטווח מחובר למחשב, ומזין את המחשב בערכי זמן וערכים של מרחק הגוף ממד הטווח, וזוהי כאמור פונקציית מקום־זמן של הגוף הנע.

4. צילום סטרובוסקופי

בצילום סטרובוסקופי (צילום רב הבזקים) מפנים מצלמה לעבר האזור שבו הגוף(זה שאת תנועתו רוצים לתאר) ינוע, ומאפילים את החדר. מפעילים פנס שפולט הבזקי אור בקצב מתאים וידוע (הפנס מכונה "פנס סטרובוסקופי") לעבר האזור שבו תתרחש התנועה. לאחר מכן משחררים את הגוף לנוע, ומפעילים את המצלמה כך שהצמצם שלה נשאר פתוח בכל מהלך התנועה. בפרקי הזמן שבין הבזק אחד למשנהו לא נרשם דבר על סרט הצילום, אולם בכל פעם שהפנס מבזיק אור - מתקבלת תמונת הגוף על סרט הצילום - כל פעם במקום אחר. כאשר מפתחים את התמונה שצולמה, מופיעה עליה תמונת הגוף במקומות שבהם הוא היה במרווחי זמן שווים וידועים. זהו תרשים עקבות של הגוף הנע.

דוגמה לתצלום סטרובוסקופי מופיעה באיור 8, שבו תועד כדור הנע ימינה על פני שולחן אופקי.



איור 8: דוגמה לתצלום סטרובוסקופי

התצלום נעשה בעזרת פנס סטרובוסקופי שפעל בתדירות של 15 הבזקים בשנייה. קוטר הכדור היה 2.4 ס"מ.

3.4 דרכים להצגת פונקציית מקום-זמן

כפי שציינו בסעיף הקודם, אפשר להפיק מתרשים עקבות של גוף נע את ערכי המקום, x, שלו כפונקציה של ערכי הזמן, t. נשתמש בשלוש דרכים להצגת פונקציה זו כמפורט להלן.

1. טבלה: אנו יכולים להציג את מקומו של גוף כפונקציה של הזמן באמצעות טבלה בת שתי עמודות(או בת שתי שורות). בעמודה (או בשורה) הראשונה תופיע סדרה של ערכי הזמן, ובשנייה סדרה של ערכי המקום המתאימים, כמתואר בטבלה 4 שבה רשום, לדוגמה, שברגע t = 0.5 s הגוף הנע(לאורך קו ישר) חלף בנקודה ששיעורה הוא X = 0.375 m.

טבלה המציגה ערכי מקום של גוף כפונקציה של הזמן מכונה בקצרה טבלת מקום-זמן.

(t(s	0	0.1	0.2	03	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2	2.1	2.2
(x(m	0	0.171	0.288	0.357	0.384	0.375	0.336	0.273	0.192	0.099	0	-0.099	-0.192	-0.273	-0.336	-0.375	-0.384	-0.357	-0.288	-0.171	0	0.231	0.528

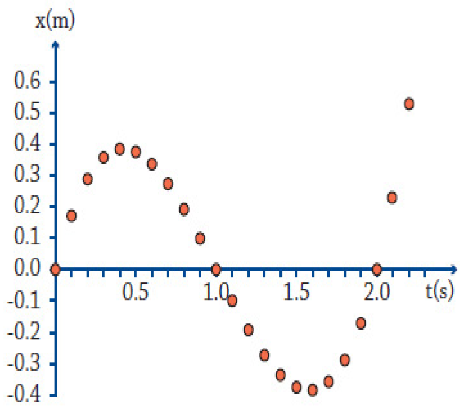
טבלת 4: ייצוג פונקציית מקום-זמן באמצעות טבלה

כל ערכי הזמן המופיעים בטבלה 4 נמדדים בשניות, לכן לא רשמנו את היחידה ליד כל ערך של זמן, אלא בראש הטבלה. כך עשינו גם לגבי יחידת המקום – m. הדבר מקל על קריאת טבלאות, וכך ננהג גם בעתיד.

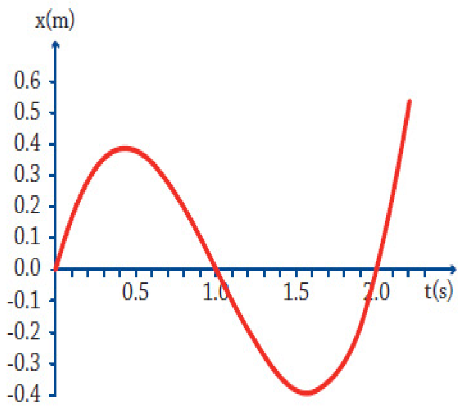
2. דיאגרמת פיזור וגרף: דיאגרמת פיזור, במובן הכללי, היא סדרה של נקודות המסומנות במערכת צירים, אשר מגדירות פונקציה (כיוון שמדובר בנקודות – הפונקציה מוגדרת עבור ערכים בדידים ולא עבור רצף של ערכים).

אפשר הציג את מקומו של גוף כפונקציה של הזמן באמצעות דיאגרמת פיזור שבה הציר האופ־קי הוא ציר הזמן, t, והציר האנכי הוא ציר המקום x, וכל נקודה מציינת את המקום שבו היה הגוף ברגע מסוים. איור 9א הוא דוגמה לדיאגרמת פיזור (המתאימה לתנועה המיוצגת בטבלה 4). מדיאגרמת פיזור זו אפשר לראות, לדוגמה, כי ברגע t = 2 s הגוף הנע(לאורך קו ישר) היה בנקודה ששיעורה x = 0.

אם במקום הנקודות של דיאגרמת הפיזור מופיע קו, מכנים את הקו בשם עקומה (גם אם הקו ישר). איור העקומה יחד עם הצירים נקרא גרף. גרף אשר מציג את המקום של גוף נע כפונקציה של הזמן מכונה בקצרה גרף מקום-זמן (ראה לדוגמה איור 9ב).



א. דיאגרמת פיזור



ב. גרף מקום-זמן

3. ביטוי מתמטי: דרך שלישית להצגת פונקציית מקום-זמן היא באמצעות נוסחה מתמטית שבה המקום, x, מבוטא כפונקציה של הזמן, t. קשר מתמטי כזה מכונה בקצרה נוסחת מקום-זמן.

דוגמה: $x = t^3 - 3t^2 + 2t$ כאשר ערכי t וערכי x נמדדים ביחידות SI (המקדם של t^3 נמדד ב- m/s^3, המקדם של t^2 ב- m/s^2 והמקדם של t נמדד ביחידה m/s).

על פי נוסחה זו נבנו טבלה 4 ואיור 9. בעזרת הקשר המתמטי אפשר לחשב את ערכו של x לכל ערך של t.

תרגיל: מצא, בעזרת נוסחת מקום-זמן הנתונה בדוגמה לעיל, באילו רגעים הגוף חולף בראשית של ציר המקום.

השווה את תוצאות חישוביך עם טבלה 4 ועם איור 9.

שימוש באמצעים מתמטיים אינו רק מקל על פתרון בעיות פיזיקליות אלא מהווה צורך חיוני. יפה ניסח זאת גלילאו גליליי (Galilei Galileo, 1564 -1642), מחשובי פורצי הדרך בפיזיקה:

הפילוסופיה – הרי היא כתובה בספר הפרוש מאז ומעולם לנגד עינינו – כוונתי ליקום – אך אינינו יכולים להבים אם אינינו לומדים את השפה ותופסים את הסמלים שבהם היא כתובה. שפה זו היא המתמטיקה.

איור 10: בול דואר עם דיוקנו של גלילאו גליליי

איזה מבין הייצוגים – טבלה גרף וביטוי מתמטי – עדיף?

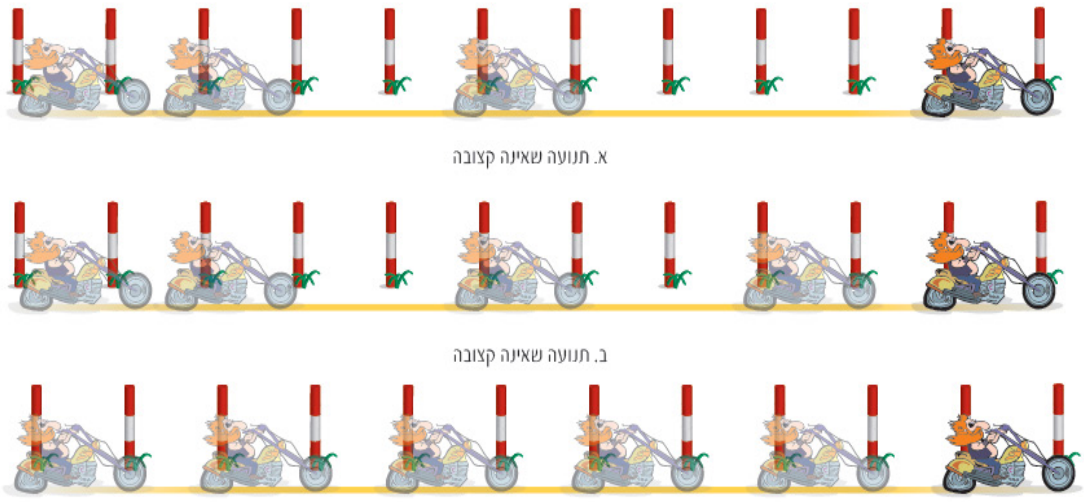
לכל אחד מהייצוגים יש יתרון. הטבלה מציגה ערכים מדוייקים(בניגוד לגרף) מבלי שיהיה צורך לחשב אותם (בניגוד לנוסחה). גרף מציג "תמונת על" של התנועה, שאינה מתקבלת (לפחות לא מיידית) מטבלה ומנוסחה. נוסחה מאפשרת לדעת כל ערך (בניגוד לטבלה) ובצורה מדוייקת (בניגוד לגרף).

4. תנועה שוות-מהירות

4.1 מושגים הקשורים לתנועה שוות-מהירות

1. תנועה קצובה

בכל אחד מאיורים 11א, 11ב ו- 11ג מוצר תרשים עקבות של אופנוע הנוסע על כביש ישר (עקבות האופ־נוע הם האיורים שלו). עקבות כל אופנוע מוצרות במרווחי זמן שווים בני שנייה אחת. לצד כל כביש מוצבים עמודים במרחקים של 2 מטר זה מזה.



איור 11: עקבותיהם של שלושה אופנועים מוצגים במרווחי זמן שווים

תנועתו של איזה אופנוע

תנועתו של האופנוע המוצר באיור 11ג היא הפשוטה ביותר; בניגוד לשני האופנועים האחרים - אופנוע זה עובר דרכים שוות בפרקי הזמן השווים.

> **הגדרת המושג "דרך":**
>
> דרך היא אורך מסלול הגוף, נסמן דרך באות s, והיא נמדדת כמובן ביחידות אורך.

> **הגדרת המושג "תנועה קצובה" (uniform motion):**
>
> תנועתו של גוף היא קצובה אם הוא עובר דרכים שוות בפרקי זמן שווים.

תנועת האופנוע באיור 11ג היא קצובה, ותנועות האופנועים באיורים 11א ו-11ב אינן קצובות.

הערה: המושג "תנועה קצובה" משמש לא רק בתנועה לאורך קו ישר אלא גם בתנועה לאורך קו עקום.

ב. העתק

לפניכם תרשים עקבות של אופנוע רביעי.

איור 12: תרשים עקבות של אופנוע רביעי

אופנוע זה עובר בכל שנייה מרחק שווה לזה של האופנוען שבאיור 11ג, אולם שתי התנועות מנוגדות בכיוונן, לכן הן שונות. כדי שבטיפול הכמותי שנערוך בהמשך נוכל להבדיל בין שתי תנועות כאלה - נגדיר מושג חשוב.

> הגדרת המושג "העתק"(displacement):
>
> אם גוף נע לאורך קו ישר, והוא נמצא ברגע מסוים, t_1 במקום x_1, וברגע מאוחר יותר t_2 במקום x_2 אזי העתק הגוף, Δx, בין שני רגעים אלה מוגדר כך:
>
> $$\Delta x = x_2 - x_1$$

הערות:

1. גודל ההעתק הוא הערך המוחלט של ההעתק.
2. משמעות המשפט "העתקו של גוף הוא $\Delta x = 3m$" היא שברגע t_2 הגוף מגיע לנקודה הנמצאת במרחק 3 מ' ממקומו ברגע tx, בכיוון החיובי של הציר. אין זה אומר שהגוף נע 3 מ', יתכן שהגוף נע 20 מטר, אך בסוף הוא הריע לנקודה הנמצאת במרחק 3 מ' ממקומו ההתחלתי בכיוון החיובי של ציר המקום (בחלק מהזמן הוא נע בכיוון החיובי של ציר ה-x ובחלק מהזמן בכיוון השלילי של ציר ה-x). זה מבליט את ההבדל בין המושגים "גודל העתק" לבין "אורך הדרך".
3. המושג "העתק" משמש לא רק בתנועה קצובה, אלא בכל תנועה שהיא.
4. יחידות ההעתק הן יחידות אורך. במערכת יחידות SI יחידת ההעתק היא מטר.
5. Δ היא אות יוונית (מבטאים אותה דלתא) המשמשת כסימון מקובל לשינוי בגודל מסוים - ההפרש בין ערכו הסופי של הגודל לבין ערכו ההתחלתי (תרגום המילה "הפרש" לאנגלית הוא difference, והאות הראשונה היא d. האות היוונית המקבילה ל- d היא Δ).
6. המקום, x, מוגדר עבור זמן יחיד, t, לעומת זאת ההעתק, Δx, מוגדר עבור שני זמנים t_1 ו- t_2.
7. הסימן האלגברי של ההעתק: העתק של גוף יכול להיות חיובי, שלילי או אפס. כאשר גוף נע בכיוון החיובי של ציר ה-x - העתקיו חיוביים) כי $x_1 < x_2$ לכן $\Delta x = x_2 - x_1 > 0$). כאשר גוף נע בכיוון השלילי של ציר ה-x - ההעתקים שלו שליליים. כאשר גוף נע וחוזר לנקודת מוצאו - ההעתק הוא אפס.

אם נגדיר עבור התנועות המתוארות באיורים 11ג ו-12, ציר x שכיוונו החיובי פונה ימינה, אזי העתקו של האופנוע שבאיור 11ג ביחס לציר זה הוא $\Delta x = +4$ m בכל שנייה, ואילו העתקו של האופנוע המוצג באיור 12 הוא $\Delta x = (-4)$ m בכל שנייה.

דוגמה 1: גוף מעתיק את מקומו כמה פעמים

אדם יוצא מביתו והולך למקום עבודתו הנמצא במרחק 4 ק"מ מזרחית לביתו. בחוזרו הוא הולך בכיוון הנגדי, חולף על פני ביתו ומתעכב בקניון הנמצא במרחק 1 ק"מ מערבית לביתו ואחר כך שב אל ביתו.

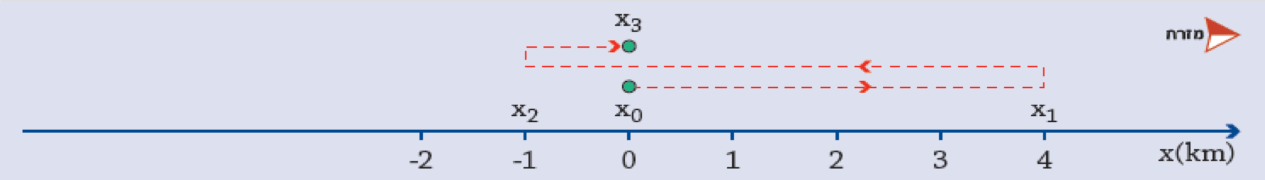
א. חשבו את ההעתק בכל אחד משלושת חלקי התנועה של האדם.

ב. חשבו את ההעתק הכולל של האדם באותו יום.

ג. חשבו את אורך הדרך שהאדם עבר באותו יום.

פתרון:

תחילה נסרטט את תרשים הבעיה:



איור 13: תרשים הבעיה של דוגמה 1

בחרנו את הכיוון החיובי של הציר x מזרחה, ואת הראשית שלו בביתו של האדם: $x_0 = 0$. סימנו את שיעור המקום של מקום עבודתו ב- x_1, ואת מקום הקניון ב- x_2.

א. העתק האדם בתנועתו מביתו למקום עבודתו: $\Delta x_{0\to1} = x_1 - x_0 = 4 - 0 = 4$ km

העתק האדם בתנועתו ממקום עבודתו לקניון: $\Delta x_{1\to2} = x_2 - x_1 = (-1) - 4 = (-5)$ km

העתק האדם בתנועתו מהקניון לביתו: $\Delta x_{2\to3} = x_3 - x_2 = 0 - (-1) = 1$ km

ב. ההעתק הכולל של האדם: $\Delta x = x_3 - x_0 = 0$

שימו לב שההעתק הכולל שווה לסכום ההעתקים החלקיים.

ג. הדרך שהאדם עבר באותו יום: $s = 4 + 5 + 1 = 10$ km

שימו לב שהדרך שווה לסכום גודלי ההעתקים החלקיים.

ג. תנועה שוות-מהירות

נשווה בין תנועת האופנוע המתוארת באיור 14 לבין תנועת האופנוע שבאיור 11ג.


איור 14: תרשים עקבות של אופנוע חמישי

שני האופנועים (באיור 11ג ובאיור 14) נעים באותו כיוון, אולם בעוד שבאיור 11ג האופנוע מעתיק את מקומו בכל שנייה בשיעור של 4 מ', הרי שהאופנוע שבאיור 14 מעתיק את מקומו בכל שנייה בשיעור של 6 מ', אנו אומרים כי מהירותו של האופנוע באיור 11ג היא 4 מ' לשנייה, וזו של האופנוע באיור 14 היא 6 מ' לשנייה.

הגדרת המושג "תנועה שוות-מהירות":

תנועה שוות-מהירות היא תנועה של גוף העובר העתקים שווים בפרקי זמן שווים.

הערה:

כאשר גוף נע לאורך קו ישר (ובכך אנו עוסקים בפרק זה) ותנועתו קצובה (ראה הגדרה בסעיף 4.1א) אזי היא בהכרח גם שוות-מהירות, ולהפך. לכן בדיונים שלנו בתנועה לאורך קו ישר היינו יכולים להסתפק באחד משני המושגים. אולם בפרק ב נראה כי תנועה קצובה לאורך מסלול עקום אינה שוות-מהירות, ואז יתברר הצורך בשני המושגים.

נתבונן בטבלת מקום-זמן שלהלן:

זמן - t (ש')	0	2	4	6	8	10	12	14	16
מקום - x (מ')	3	7	11	15	19	23	27	31	35

אפשר לראות כי היחס $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ קבוע לכל שני זוגות של ערכים.

הגדרת המושג "מהירות" בתנועה שוות-מהירות:

כאשר גוף נע בתנועה שוות-מהירות, מהירות הגוף מוגדרת כהעתק הגוף ביחידת זמן. כלומר אם בפרק זמן Δt הגוף מעתיק את מקומו בשיעור Δx, אזי מהירות הגוף, v, היא:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \qquad (2)$$

הערות:

1. מסמנים מהירות באות v כי זו האות הראשונה של המילה velocity – מהירות באנגלית.
2. מהגדרת המושג "תנועה שוות-מהירות" נובע כי בתנועה זו היחס $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ הוא קבוע, לכן מהירותו של גוף בתנועה שוות-מהירות היא קבועה, ואינה תלויה בפרק הזמן Δt שבו המהירות מחושבת.
3. יחידות מהירות: מהגדרת המושג "מהירות" נובע כי יחידת המהירות היא יחס בין יחידת אורך ליחידת זמן. במערכת היחידות SI יחידת המהירות היא m/s – מ'\ש', יחידת מהירות שאינה SI, אך כזו שנמצאת בשימוש נרחב היא km/h – ק"מ\שעה(לעתים כותבים קמ"ש).

   נניח שמהירותו של גוף היא 72 km/h. כיצד נבטא אותה ביחידה m/s?

   ביחידת המהירות km/h נציב 1 km = 1,000 m ו- h = 3,600 s1, ונקבל:

$$72\,\frac{km}{h} = 72\frac{1km}{1h} = 72\frac{1000m}{3600s} = \frac{72\cdot1000}{3600}\,\frac{m}{s} = 20\frac{m}{s}$$

4. כללי הסימנים האלגבריים של מהירות: כאשר גוף נע בכיוון החיובי של ציר המקום – מהירותו חיובית, וכאשר הוא נע בכיוון השלילי – מהירותו שלילית.

   הסבר: פרק הזמן Δt, הוא תמיד חיובי, לכן על-פי קשר (2) לעיל, למהירות v אותו סימן כמו להעתק Δx. כאשר גוף נע בכיוון החיובי של ציר x, אז $\Delta x > 0$, וכאשר הוא נע בכיוון השלילי של הציר אז $\Delta x < 0$ והמהירות שלילית.

המונח "מהירות" (כאמור לעיל, באנגלית velocity) כולל, אם כך שני מרכיבים – האחד הוא הערך המוחלט של המהירות, הנקרא "גודל המהירות" (ובאנגלית – speed), והשני הוא הסימן האלגברי של המהירות, המציין את כיוון התנועה.

ה- speedometer המותקן במכוניות – כשמו כן הוא – הוא מודד את ה- speed – את גודל המהירות של המכונית, והדקדקנים יכנו מכשיר זה בשפה המדעית בשם "מד-גודל-מהירות" ולא בשם "מד-מהירות".

5. מהירותו של גוף הנע בתנועה שוות-מהירות היא גודל האומר מהו העתקו של הגוף בכל שנייה. משמעות המשפט "מהירותו של גוף היא $v = +3$ m/s" היא שהגוף מעתיק את מקומו בכל שנייה בשיעור של 3 m בכיוון החיובי של ציר המקום. משמעות המשפט "מהירותו של גוף היא $v = -4$ m/s" היא שהגוף מעתיק את מקומו בכל שנייה בשיעור של 4 m בכיוון השלילי של ציר המקום. במילים אחרות, מהירות היא קצב שינוי המקום.

דוגמאות מן המציאות לתנועה שוות-מהירות

- תנועת מכונית על כביש בין-עירוני ישר עשויה להיות שוות-מהירות, או לפחות קרובה לשוות-מהירות.
- לאחר שמצנחו של צנחן נפתח (איור 15 א), מהירותו ממשיכה לגדול בפרק זמן קצר, אולם החל משלב מסוים תנועתו קרובה מאוד לשוות-מהירות.


א. תנועת צנחן


ב. תנועת בועת אוויר בנוזל


ג. תנועת כדור פלדה בגליצרין

איור 15: תנועות שוות-מהירות

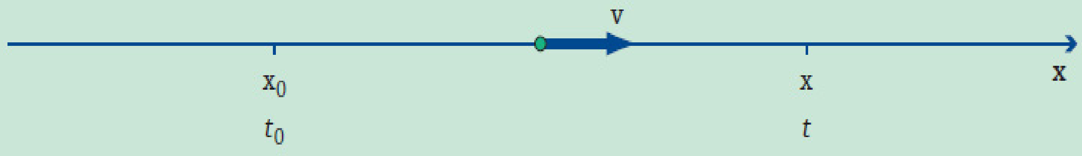
- נערוך ניסוי: נמזוג נוזל לצינור זכוכית אנכי הסגור בקצהו התחתון עד שהצינור מתמלא במעט במלואו (נשאר "עמוד" אוויר בקטע צינור שאורכו כ- 1 ס"מ), ונסגור (באמצעות פקק) את קצהו העליון. כאשר נהפוך את הצינור (נסובב בזווית $180°$) – חלק הצינור שבו נמצא אוויר יהיה עתה למטה, והאוויר יעלה לאורך הצינור בבועה (איור 15ב). מחקירת תנועת הבועה עולה כי היא שוות-מהירות.
- נערוך ניסוי: נמזוג גליצרין (נוזל שצמיגותו גבוהה) למשורה, ונשחרר מפני הגליצרין כדור פלדה קטן שקוטרו 2-5 מ"מ(איור 15ג). מבדיקת תנועת הכדור בגליצרין עולה כי היא שוות-מהירות (פרט לתנועה ההתחלתית בזמן קצר).

4.2 פונקציית מקום-זמן עבור תנועה שוות-מהירות

א. נוסחת מקום-זמן

בדי לפתח נוסחה של מקומו של גוף הנע במהירות קבועה כפונקציה של הזמן, נדון במצב זה:

גוף נע לאורך קו ישר. ציר x מוגדר בכיוון התנועה של הגוף. t_o מוגדר כרגע מסוים במהלך תנועתו של הגוף; ברגע זה מקום הגוף מסומן ב-x_o. הגוף נע בתנועה קצובה במהירות v (איור 16).



איור 16: תרשים הבעיה

מהי הנוסחה המתארת את מקום הגוף, x, כפונקציה של הזמן, t?

נתייחס לתנועת הגוף מהנקודה ששיעורה x_o עד לנקודה כלשהי ששיעורה x, שאליה הגוף הגיע ברגע t. הביטוי למהירות הגוף, על-פי הגדרת המהירות בתנועה שוות-מהירות, ניתן על-ידי:

$$v = \frac{x-x_0}{t-t_0} = \frac{x-x_0}{\Delta t}$$

מכאן מתקבל:

$$v\Delta t + x_o = x \qquad (3)$$

במקרים רבים נוכל לבחור $t_o = 0$, ואז $\Delta t = t - t_o = t$ לכן נוסחה (3) תצטמצם לנוסחה:

$$vt + x_o = x \qquad (3')$$

הערות:

1. נוסחה(3') מתארת את מקום הגוף, x, (המשתנה התלוי) כפונקציה של הזמן, t (המשתנה הבלתי תלוי) והיא מכונה נוסחת מקום-זמן עבור תנועה שוות-מהירות.
2. נוסחה(3') כוללת נוסף לשני המשתנים x ו-t גם שני קבועים x_o ו- v משמעות הנוסחה היא שמקום הגוף, x, ברגע כלשהו, t, שווה לסכום של המקום ההתחלתי x_o של הגוף, והעתק שלו (v - vt הוא העתקו של הגוף במשך שנייה אחת, לכן vt הוא העתקו של הגוף ב- t שניות).
3. נשתמש בנוסחה(3) (ולא ב-(3')) כאשר לא נוכל לבחור $t_o = 0$. זה יכול לקרות, כאשר מדובר בתנועת גוף יחיד אשר בקטעים שונים נע במהירויות קבועות שונות, או כאשר מדובר בשני גופים שמתחילים לנוע ברגעים שונים.

באילו יחידות יש להציג את הגדלים המופיעים בנוסחה (3)?

השוויון בנוסחה צריך להתקיים מבחינה מספרית וגם מבחינת היחידות.

דוגמה: גוף יצא לדרכו מנקודה ששיעורה $x_o = 50$ m, ונע במהירות קבועה של 10 km/h. לאן הגיע הגוף בעבור שעתיים? אם נציב נתונים אלה בנוסחה(3') נקבל:

$$x = 50\ m + 10\ \frac{km}{h} \cdot 2h = 50\ m + 20\ km$$

לא נוכל לחבר 50 m ו-1 km 20ללא המרת יחידות, אם נדבוק ביחידות SI לא נוכל לטעות ביחידות. אולם, איננו חייבים לדבוק ביחידות SI, בתנאי שתהיה התאמה. לדוגמה, אם גוף נע במהירות h/km מנקודה ששיעוריה $x_o = 2$ km, ושואלים תוך כמה זמן הוא מגיע לנקודה x = 12 km אזי מהצבה בקשר(3) נקבל:

$$12\ km = 2\ km + 10\ \frac{km}{h} \cdot t$$

בנוסחה זו, כדי שתהיה התאמה בין היחידות, t צריך להיות מבוטא בשעות. נקבל מפתרון המשוואה t = 1h

ב. גרף מקום-זמן

מהי צורת גרף מקום-זמן בתנועה שוות מהירות?

נוסחה (3) היא נוסחת מקום-זמן כאשר x_o ו-v הם קבועים. זהו קשר מתמטי שתבניתו הכללית מסומנת:

$$n + mx = y \qquad (4)$$

העקומה המתאימה לתבנית זו היא קו ישר(קו לינארי). המשמעות הגרפית של m היא שיפוע הישר, והמשמעות הגרפית של n היא שיעור ה-y של הנקודה שבה הישר חותך את הציר y.

כאשר משווים את נוסחת מקום-זמן (3) עם התבנית הכללית (4) רואים כי את מקומו של הפרמטר m בתבנית הכללית (4) ממלאת בנוסחה (3) המהירות v, ואת מקום הפרמטר n ממלא המקום ההתחלתי x_o.
מכאן עולה מסקנה.

גרף מקום-זמן בתנועה שוות מהירות:

הגרף המתאר את מקומו של גוף הנע במהירות קבועה כפונקציה של הזמן הוא קו ישר, שיפועו מייצג את מהירות הגוף, ונקודת החיתוך שלו עם הציר האנכי(x) מייצגת את מקום הגוף ברגע 0 = t_o כלומר את x_o.

גרפי מקום-זמן ישרים יכולים להיות בעלי שיפועים שונים ונקודות חיתוך שונות עם הציר האנכי. דוגמאות לכך מופיעות באיור 17.

כל העקומות באיור 17 הן קווים ישרים, לכן כל אחת מהן מייצגת תנועה שוות-מהירות. נעמוד על מאפיינים של הגרפים השונים:

איור 17א: הגוף יוצא לדרכו ברגע $t_o = 0$ מראשית ציר המקום($x_o = 0$) ומהירותו חיובית, כלומר הוא נע בכיוון החיובי של ציר המקום.

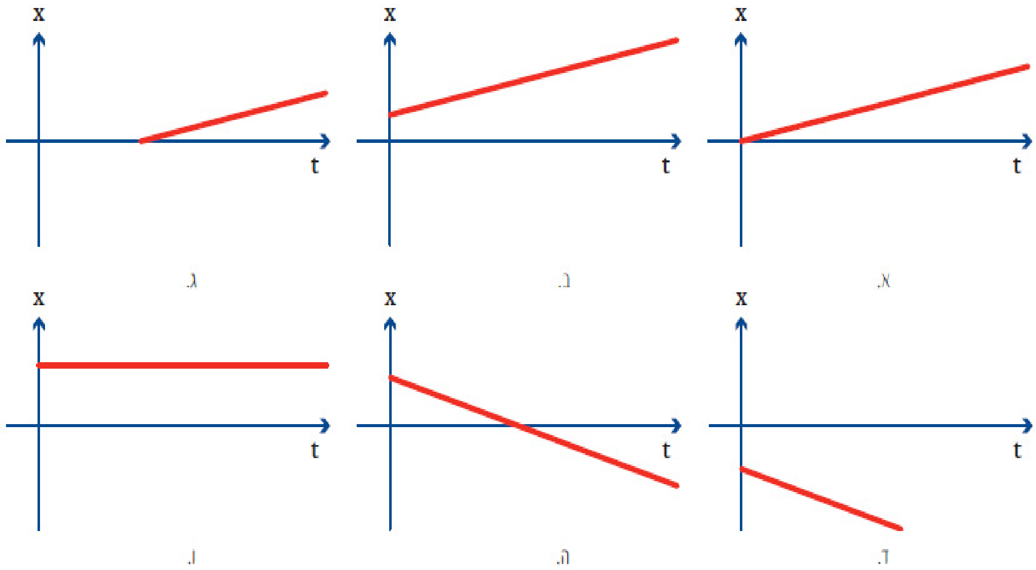
איור 17ב: הגוף יוצא לדרכו ברגע $t_o = 0$ מנקודה ששיעורה חיובי($x_o = 0$) והוא נע בכיוון החיובי של ציר המקום.

איור 17ג: הגוף יוצא לדרכו ברגע $t_o > 0$ מהראשית של ציר המקום($x_o = 0$) והוא נע בכיוון החיובי של ציר המקום.

איור 17ד: הגוף יוצא לדרכו ברגע $t_o = 0$ מנקודה ששיעורה שלילי($x_o < 0$) והוא נע בכיוון השלילי של ציר המקום.

איור 17ה: הגוף יוצא לדרכו ברגע $t_o = 0$ מנקודה ששיעורה חיובי($x_o > 0$) והוא נע בכיוון השלילי של ציר המקום. ברגע מסוים הגוף עובר בנקודת הראשית של הציר.

איור 17ו: הגוף נח בנקודה על ציר ה-x ששיעורה חיובי.



איור 17: גרפי מקום-זמן שונים של גופים שכל אחד מהם נע במהירות קבועה

4.3 דוגמאות להתרת תרגילים - תנועה שוות-מהירות

דוגמה 2: יישום נוסחת מקום-זמן

גוף נע במהירות קבועה. הוא חולף ברגע $t = 2$ s בנקודה ששיעורה $x = 3$ m, וברגע $t = 5$ s בנקודה ששיעורה $x = 9$ m.

א. מהי מהירות הגוף?

ב. היכן היה הגוף ברגע $t = 0$?

ג. מצאו את נוסחת מקום-זמן המתארת את תנועת הגוף.

ד. מתי הגוף עבר בנקודה הראשית של ציר המקום?

ה. מה היה העתק הגוף מרגע $t = 0$ עד רגע $t = 10$ s?

פתרון:

א ו- ב.: מהירות הגוף קבועה, לכן מתקיים הקשר: $x=x_0+vt$. נציב בנוסחה זו את ערכי הנקודה הנתונה הראשונה, ואת ערכי הנקודה הנתונה השנייה ונקבל מערכת של שתי משוואות בשני נעלמים:

$$3 = x_0 + v \cdot 2$$

$$9 = x_0 + v \cdot 5$$

מהתרת מערכת שתי המשוואות נקבל כי: $x_0 = (-1)$ m ו- $v = 2$ m/s.

ג. בעת יש בידינו שני הקבועים (x_0 ו- v) של נוסחת מקום-זמן ונוכל לרשום אותה בצורה מפורשת:

$$x = -1 + 2t$$

ד. כדי למצוא מתי הגוף עבר בנקודת הראשית נציב בקשר (ג) $x = 0$ ונקבל:

$0 = 1 + 2t \Leftarrow t = 0.5$ s

כלומר הגוף עבר בנקודת הראשית של ציר המקום ברגע $t = 0.5$ s.

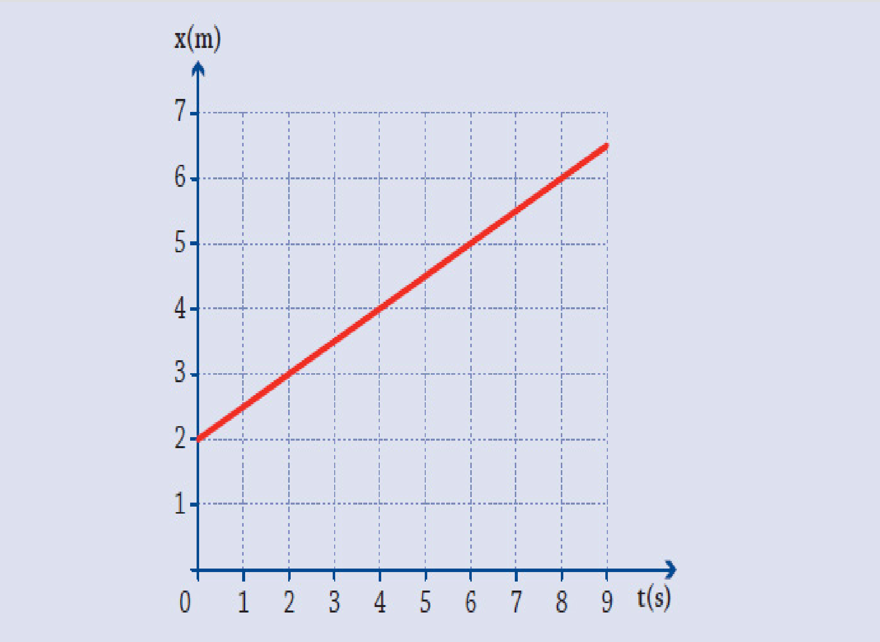
ה.ברגע $t = 0$ הגוף היה בנקודה ששיעורה $x_0 = (-1)$ m. מקום הגוף, x_1, ברגע $t = 10$ s הוא:

$x_1 = -1 + 2t \Rightarrow x_1 = -1 + 2 \cdot 10 = 19$ m

לבן העתק הגוף: $\Delta x = x_1 - x_0 = 19 - (-1) = 20$ m

דוגמה 3: שימוש בגרף מקום–זמן

מקומו של גוף הנע לאורך קו ישר במהירות קבועה נקבע ביחס לציר מקום שכיוונו החיובי פונה צפונה. איור 18 הוא גרף מקום זמן עבור 9 השניות הראשונות של התנועה.



איור 18: תרשים דוגמה 3

א. היכן היה הגוף ברגע $t = 0$?

ב. מתי היה הגוף בנקודה ששיעורה 5 מ'?

ג. מהו כיוון התנועה של הגוף (צפונה או דרומה)?

ד. מהי מהירות הגוף?

ה. היכן יימצא הגוף ברגע $t = 200$ s?

פתרון:

א. על-פי הגרף, ברגע $t = 0$ הגוף נמצא בנקודה ששיעורה $x = 2$ m (נקודת חיתוך העקומה עם הציר האנכי).

ב. על פי הגרף, הגוף היה בנקודה ששיעורה $x = 5$ m ברגע $t = 6$ s.

ג. מצד אחד נתון כי הכיוון החיובי של הציר x פונה צפונה. מצד שני, רואים על-פי הגרף, שככל שהזמן חולף – שיעורי ה-x הולכים וגדלים. מכאן נובע שהגוף נע צפונה.

ד. נחשב את מהירות הגוף על-פי הנקודות (0,2) ו-(8,6) הנמצאות על הקו:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{6-2}{8-0} = 0.5\ m/s$$

אפשר כמובן להשתמש בכל זוג נקודות על הקו לצורך חישוב המהירות.

ה. לא נוכל להיעזר ישירות בגרף, לכן נמצא תחילה את נוסחת מקום-זמן של תנועת הגוף:

$$x = x_0 + vt \Rightarrow x = 2 + 0.5 \cdot t$$

נציב $t = 200\ s$; $x = 2 + 0.5 \cdot 200 = 102\ m$

דוגמה 4: מפגש בין שתי מכוניות שכל אחת נעה במהירות קבועה

משאית יוצאת לדרכה מישוב א במהירות קבועה שגודלה 70 קמ"ש לשעה אל ישוב ב. חצי שעה לאחר צאת המשאית יוצאת מונית מישוב ב לכיוון ישוב א במהירות קבועה שגודלה 100 ק"מ לשעה. המרחק בין שני הישובים הוא 290 ק"מ, והכביש המחבר ביניהם הוא ישר.

א. הגדירו ציר מקום עבור תנועת שתי המכוניות.

ענו על השאלות שלפניכם ביחס לציר שהגדרתם בתשובותיכם לסעיף א.

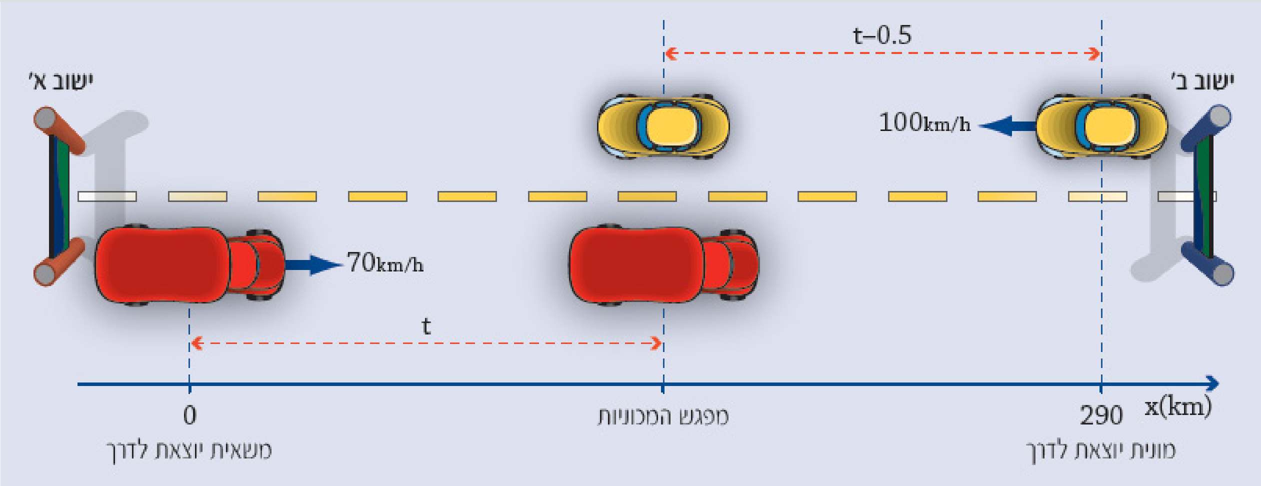
ב. כתבו נוסחת מקום-זמן עבור תנועת המשאית.

ג. כתבו נוסחת מקום-זמן עבור תנועת המונית.

ד. כמה זמן לאחר צאת המשאית לדרכה נפגשות שתי המכוניות?

פתרון:

א. תחילה נסרטט את תרשים הבעיה (איור 19).



איור 19: תרשים דוגמה 4

הגדרנו ציר מקום שראשיתו בישוב א, וכיוונו החיובי פונה אל ישוב ב. נגדיר את $t_0 = 0$ כרגע שבו המשאית יצאה לדרכה. משך זמן תנועת המשאית, בשעות, מרגע צאתה עד לפגישה עם המונית יסומן ב-t. מכאן שמשך הזמן (בשעות) של תנועת המונית מרגע צאתה עד לפגישה עם המשאית הוא $t-0.5$(איור 19).

ב. תנועת המשאית היא שוות-מהירות, לכן אנו רשאים להשתמש בנוסחה (3'). נציב בה את המקום, x ביחידה ק"מ (km), את הזמן, t, ביחידה שעה (h), ואת המהירות, v, ביחידה ק"מ לשעה (h/km).

נקבל: $x_{\text{משאית}} = 0 + 70t$ ⇐ $x = x_0 + vt_{\text{משאית}}$ (א)

ג. נשתמש בנוסחת מקום-זמן (3) עבור תנועת המונית. נציב בה: $v = -100\ h/km$ (המהירות שלילית כי המונית נוסעת בכיוון השלילי של ציר המקום), $x_0 = 290\ km$ ובמקום Δt נציב את הביטוי $(t - 0.5)$ כי משך תנועת המונית קטן מזה של המשאית בחצי שעה.

נקבל: $x_{\text{מונית}} = 290 - 100(t-0.5)$ ⇐ $x = x_0 + v\Delta t_{\text{מונית}}$ (ב)

ד. מפגש בין המכוניות מתרחש ברגע t שעבורו מתקיים $x_{\text{מונית}} = x_{\text{משאית}}$ (המשאית והמונית נמצאות ברגע זה באותו מקום, כלומר יש להן אותו ערך x). על-ידי השוואת אגף ימין של קשר (א) לעיל לאגף ימין של קשר (ב) לעיל נקבל משוואה שממנה נוכל לחשב את הערך של t שעבורו שתי המכוניות נמצאות באותו מקום.

נכתוב, אם כן: $70t = 290 - 100(t - 0.5)$ (ג)

מהתרת המשוואה נקבל: $t = 2\ h$

כלומר שתי המכוניות נפגשות שעתיים לאחר שהמשאית יצאה לדרכה (t מסמל בזכור את משך תנועת המשאית).

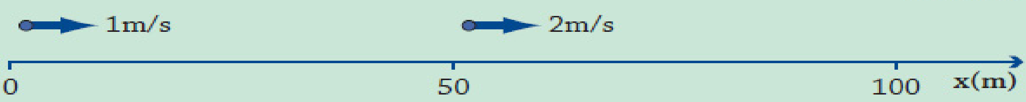
4.4 תנועה שוות-מהירות למקוטעין

א. המושג "תנועת שוות-מהירות למקוטעין"

נדון בדוגמה זו:

אדם הולך לאורך מסלול ישר שאורכו 100 m. את 50 המטרים הראשונים הוא הולך במהירות שגודלה 1 m/s, ואת 50 המטרים האחרונים במהירות שגודלה 2 m/s.

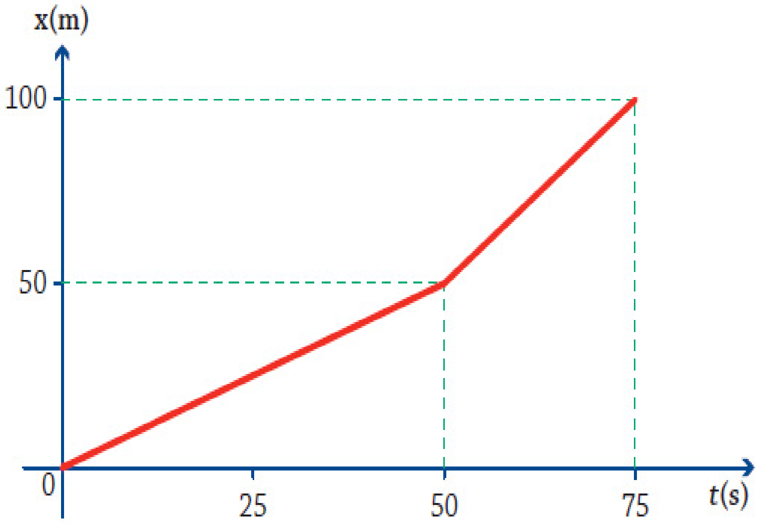
לפניכם תרשים הבעיה:



איור 20: תרשים הבעיה

את המחצית הראשונה של דרכו הוא משלים במשך: $\Delta t1 = \frac{\Delta x1}{v1} = \frac{50}{1} = 50\ s$ ואת המחצית השנייה של דרכו הוא משלים במחצית הזמן הראשון: $\Delta t2 = 25\ s$ כי מהירותו כפולה מזו שבמחצית דרכו הראשונה. תנועתו נמשכת זמן כולל של 75 שניות.

זוהי דוגמה של "תנועה שוות-מהירות למקוטעין" - תנועה שמתרחשת בסדרה של פרקי זמן (בדוגמה שלנו שניים) שבכל אחד מהם תנועת הגוף היא שוות-מהירות (איור 21).



איור 21: גרף מקום-זמן של תנועה שוות-מהירות למקוטעין

בכל אחד מפרקי הזמן שבו המהירות קבועה נוכל להשתמש בידע שרכשנו בתנועה שוות-מהירות, למרות שהתנועה בכללותה אינה שוות-מהירות.

בדוגמה הרשומה לעיל, האדם עובר מרחק של 100 m במשך זמן כולל של 75 s.

ב. מהירות ממוצעת ב"תנועת ששוות-מהירות למקוטעין"

באיזה מהירות אחת צריך אדם דימיוני ללכת לאורך כל ה-100 m, כדי שגם הוא יעבור את המסלול ב-75 s?

התשובה פשוטה: $v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{100}{75} = 1.33\ m/s$

כלומר על האדם הדימיוני ללכת במהירות של 1.33 m/s. מהירות זו אינה מהירותו של האדם (ה"אמיתי") באף אחד משני הקטעים, אלא המהירות שהיתה לאדם הדימיוני שהיה עובר את אותו מרחק באותו זמן בתנועה שוות-מהירות אחת. מהירות זו נקראת המהירות הממוצעת.

הגדרת "המהירות הממוצעת" בתנועה שוות-מהירות למקוטעין:

כאשר גוף נע בתנועה קצובה למקוטעין, המהירות הממוצעת שלו, v , היא היחס בין העתק הכולל של הגוף לבין פרק הזמן.

בניסוח מתמטי: $\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$

הערה: קו המופיע מעל אות המייצגת משתנה - מסמן ערך ממוצע של המשתנה.

ל"מהירות הממוצעת" ערך בין המהירות בקטע הראשון לבין המהירות בקטע השני, אך אין זה ממוצע חשבוני פשוט.

האדם שבדוגמה לעיל הלך זמן רב יותר במהירות הנמוכה, לכן "המהירות הממוצעת" שלו קרובה יותר למהירות הנמוכה. במקרה פרטי שבו פרקי הזמן שווים המהירות הממוצעת שווה לממוצע במהירויות.

דוגמה 5: תנועה שוות-מהירות למקוטעין

מכונית נוסעת מתל-אביב לירושלים במהירות שגודלה 100 h/km, חונה בירושלים במשך שעה אחת, וחוזרת לתל-אביב במהירות שגודלה 50 h/km. המרחק בין הערים תל-אביב וירושלים הוא 50 km. לשם פשטות נניח כי התנועה מתנהלת לאורך מסלול ישר.

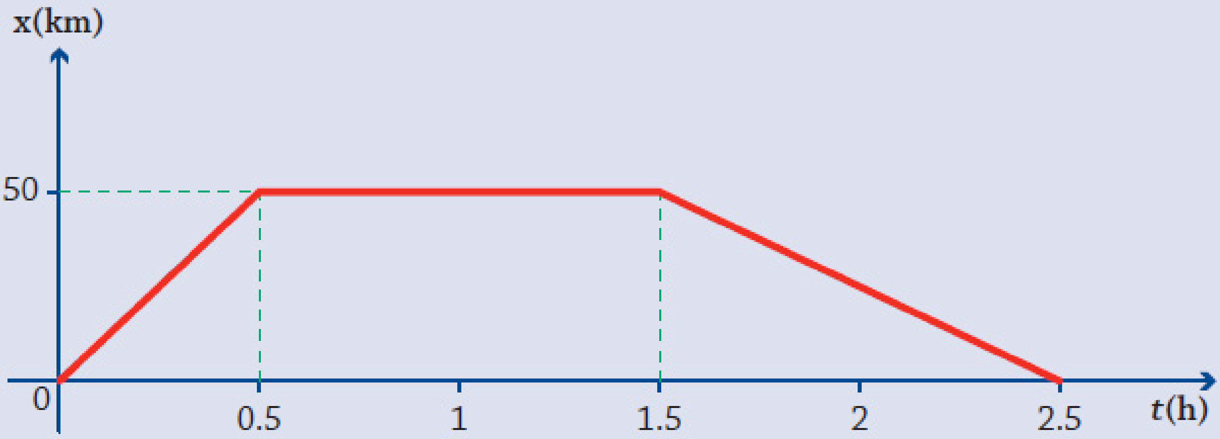
סרטטו גרף מקום-זמן של תנועת המכונית.

פתרון:

בחרנו בציר x שראשיתו בתל-אביב, וכיוונו החיובי פונה לירושלים. $t_o = 0$ נבחר ברגע יציאת המכונית מתל-אביב.

קל לראות כי הדרך לירושלים נמשכה חצי שעה, והדרך חזרה שעה אחת. משך הזמן הכולל הוא 2.5 שעות.

גרף מקום-זמן (איור 22) מורכב משלושה קטעים שבכל אחד מהם מייצג תנועה במהירות שונה. הדבר מתבטא בשיפוע שונה של כל אחד מן הקטעים.



הקטע הראשון מייצג תנועה בכיוון החיובי, לכן שיפועו חיובי. הקטע השני מייצג עמידה במקום, לכן שיפועו אפס.

הקטע השלישי מייצג נסיעה בכיוון השלילי (חזרה לתל-אביב) לכן שיפועו שלילי. הבדל נוסף בין שלושת קטעי התנועה הוא גודלי השיפועים שלהם. בקטע הראשון (מתל-אביב לירושלים) גודל השיפוע מרבי – הוא כפול מערכו המוחלט של השיפוע בדרך חזרה. דבר זה מייצג גודל מהירות כפול (100 h/km לעומת 50 h/km).

5. פונקציית מהירות-זמן

5.1 מהירות ממוצעת

א. המושג "מהירות ממוצעת"

הגדרנו את המושג "מהירות ממוצעת" עבור תנועה שוות-מהירות למקוטעין. נכליל את המושג למקרים שבהם מהירות הגוף משתנה יותר מפעם אחת, ועקרונית מספר השינויים יכול להיות אין־סופי - כאשר היא משתנה ברציפות.

הגדרת המושג "מהירות ממוצעת" עבור תנועה בלשהי לאורך קו ישר:

כאשר גוף נע לאורך קו ישר בתנועה כלשהי, ובפרק זמן Δt העתקו הוא Δx, אזי המהירות הממוצעת, , של הגוף בפרק הזמן הנדון מוגדרת כיחס בין ההעתק לפרק הזמן שבו מתחולל ההעתק.

$=$ (5)

הערות:

1. כאשר התנועה היא שוות-מהירות - ערך המהירות הממוצעת אינו תלוי בשאלה אילו שתי נקודות בחרנו כדי לחשב את המהירות הממוצעת, כלומר המהירות הממוצעת קבועה, והיא מתלכדת עם המושג "המהירות של הגוף" שהגדרנו בסעיף 4.1, תת סעיף ג.
2. יחידות המהירות הממוצעת הן במובן אותן יחידות של המהירות כפי שהוגדרה עבור תנו־עה שוות-מהירות.
3. נניח שהעתקו של גוף מרגע $t_1 = 3\ s$ עד רגע $t_2 = 7\ s$ הוא $\Delta x = 12\ m$. המהירות הממוצעת היא:

$= \Delta x / \Delta t = 12 / 4 = 3\ m/s$. המשמעות של המהירות הממוצעת היא שאילו גוף דימיוני היה נע מ-

$t_1 = 3\ s$ עד $t_2 = 7\ s$ במהירות קבועה של $3\ m/s$, אז העתקו היה $\Delta x = 12\ m$, בדיוק כמו בתנועה האמיתית.

4. ערך המהירות הממוצעת אינו אומר דבר על הגודל האמיתי של המהירות; לדוגמה, אם מכונית נוסעת מתל-אביב לחיפה וחזרה לתל-אביב ומד המהירות מורה לכל אורך הנסי־עה על $100\ km/h$ - המהירות הממוצעת שווה לאפס (כי ההעתק שווה לאפס).

ב. המשמעות הגרפית של המהירות הממוצעת

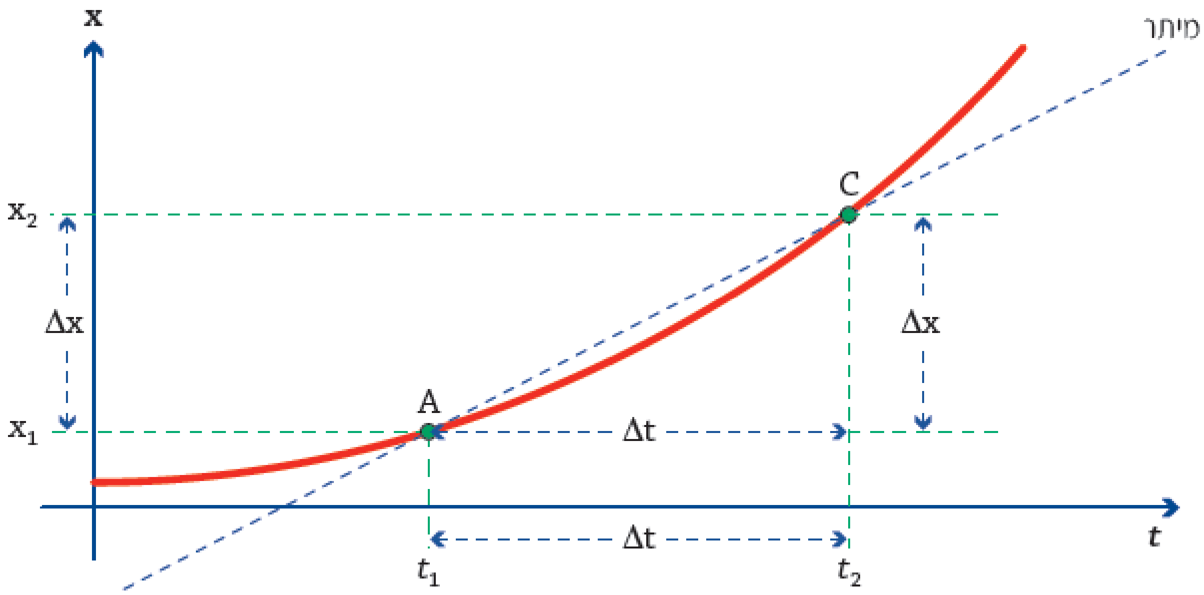
באיור 23 מסורטט גרף מקום-זמן של גוף הנע בתנועה כלשהי לאורך קו ישר. ברגע t_1 הגוף היה בנקודה ששיעורה x_1, וברגע t_2 בנקודה ששיעורה x_2.

מהי המשמעות הגרפית של המהירות הממוצעת מרגע t_1 עד רגע t_2?

באיור 23 מסומן הקטע Δx. באופן כללי (כלומר עבור עקומות שונות) Δx יכול להיות חיובי, וזה קורה כאשר העקומה בקטע הנדון עולה (זהו המצב באיור 23) או שלילי (כאשר בקטע הנדון העקומה יור־דת). כמו כן מסומן באיור קטע שאורכו שווה לפרק הזמן Δt (Δt חיובי תמיד כי t תמיד גדל). מהירות ממוצעת מוגדרת כ- $= \Delta x / \Delta t$; מאידך גיסא, הביטוי $\Delta x / \Delta t = (x_1-x_2)(t_1-t_2)$ מייצג את שיפוע המיתר AC מכאן:

המשמעות הגרפית של המהירות הממוצעת בגרף מקום-זמן:

המהירות הממוצעת ניתנת על ידי שיפוע המיתר המחבר את הנקודות המתאימות על עקומת מקום־זמן.

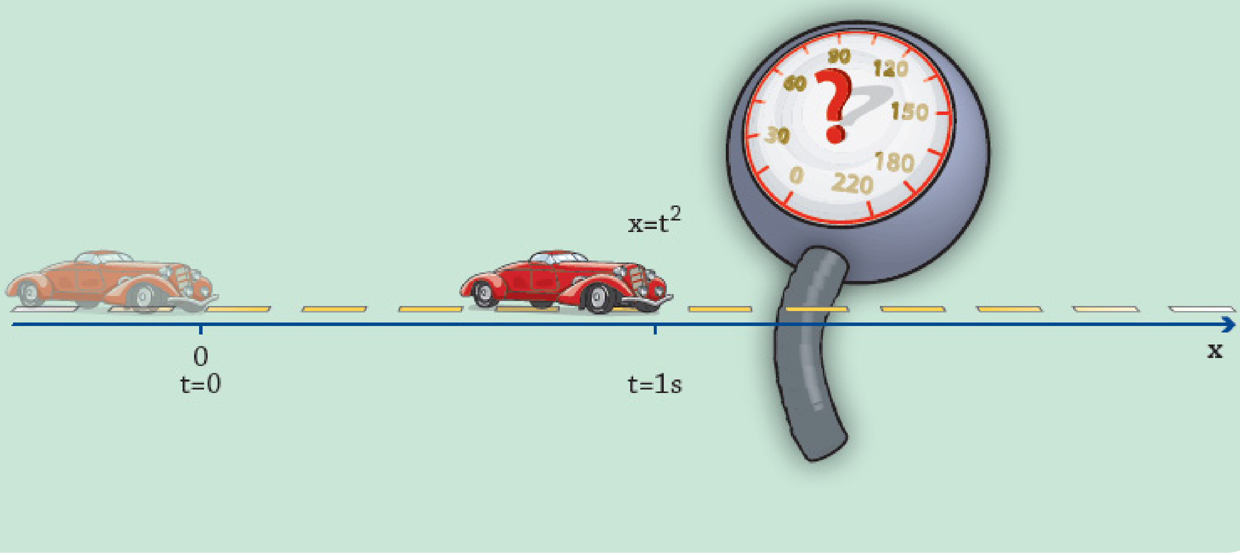


5.2 מהירות רגעית

א. הגדרת המושג "מהירות רגעית"

נדון בשאלה זו:

מכונית יוצאת לדרכה ברגע $t_o = 0$ מנקודה ששיעורה $x = 0$ ונוסעת על כביש ישר בכיוון החיובי של ציר ה-x. נוסחת מקום-זמן של תנועת המכונית היא $x = t^2$, כאשר t ו-x נמדדים ביחידות SI. לפניכם תרשים הבעיה.



מהי הוראת מד-המהירות של המכונית ברגע t = 1 s ?

מד-המהירות אינו מודד מהירויות ממוצעות של המכונית; מהירות ממוצעת מחושבת בין שני רגעים, ואילו מד-המהירות מציג את המהירות(ליתר דיוק את גודל המהירות) של המכונית בכל רגע ורגע.

לפני שנענה על השאלה נקיים דיון כללי (כלומר לאו דווקא לגבי המכונית הנדונה בשאלה): אנו יכולים לחשב מהירות ממוצעת בין רגע כלשהו t לבין רגע מאוחר יותר $t + \Delta t$. לדוגמה, אם Δt הוא 5 דקות, תתקבל המהירות הממוצעת בחמש הדקות שאחרי רגע t. אם נסתפק ב-Δt של דקה אחת בלבד, נקבל את המהירות הממוצעת בדקה הראשונה שאחרי רגע t. מהירות ממוצעת זו עשויה להיות שונה מן המהירות הממוצעת בחמש הדקות שחישבנו קודם, אך היא משקפת נכון יותר את המתרחש ברגע t. בכל שנקצר את Δt כן ייטב. כדי לשקף את מה שקורה ברגע t בצורה הטובה ביותר יהיה עלינו להקטין את Δt ללא גבול. בכל שפרק הזמן Δt קצר יותר – התנועה דומה יותר לתנועה שוות-מהירות, שעבורה המהירות מוגדרת על ידי $V = \Delta x / \Delta t$.

עלינו לברר אפוא, לאיזה ערך שואף היחס $\Delta x / \Delta t$ כאשר Δt שואף אפס. מסמנים את תהליך השאיפה כך:

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

קראו: הגבול (ה-lim) של הביטוי $\Delta x / \Delta t$ כאשר Δt שואף לאפס.

לגודל המתקבל קוראים המהירות הרגעית ברגע t ומסמנים אותו על ידי v (ללא הסימן "ממוצע").

הגדרת המושג "מהירות רגעית" של גוף הנע לאורך קו ישר:

כאשר גוף נע לאורך קו ישר, אזי מהירותו הרגעית, v, ברגע t מוגדרת בגבול של המהירויות הממוצעות מרגע t עד לרגע $t + \Delta t$, כאשר מרווח הזמן Δt שואף לאפס.

בלשון מתמטית:

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{x(t+\Delta t) - x(t)}{\Delta t} = \frac{dx(t)}{dt}$$

כאשר: -x(t) מקום הגוף, x, ברגע t. x(t) מסמל את x כפונקציה של t, ולא לדוגמא מכפלה של x ב-t. סימון זה דומה לסימון המוכר f(x).

$x(t=\Delta t)$ – מקום הגוף, x, ברגע $t=\Delta t$.

הערות:

1. המהירות הרגעית איננה מהירות ממוצעת; היא אינה מוגדרת עבור פרק זמן שבין שתי "נקודות זמן", אלא עבור "נקודת זמן" מסוימת.
2. המהירות הרגעית ברגע t היא המהירות שהייתה לגוף החל מרגע t לולא שינה את מהירותו מן הרגע t ואילך.
3. $\frac{dx(t)}{dt}$ מציין נגזרת של הפונקציה x(t) לפי t.

לפני שנענה על השאלה שבתחילת הסעיף בדבר הוראת מד המהירות של המכונית ברגע $t = 1$ s, נחשב כמה מהירויות ממוצעות של המכונית מרגע $t = 1$ s עד רגע מאוחר יותר.

1. נחשב את המהירותה הממוצעת מרגע 1 s עד רגע 2 s. נסמן מהירות ממוצעת זו ב $-_{1\rightarrow 2}$

מרווח הזמן בין הרגע הראשון לרגע השני הוא: $\Delta t=2-1=1$ s.

המהירות הממוצעת: $\bar{v}_{1\rightarrow 2} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x(t+\Delta t)-x(t)}{\Delta t} = \frac{x(1+1)-x(1)}{1} = \frac{x(2)-x(1)}{1}$

נוסחת מקום-זמן של המכונית היא $x=t^2$ לכן $x(2)=2^2$ מכאן:

$_{1\rightarrow 2}=2^2-1^2=3$ m/s

2. מהירותה הממוצעת של המכונית מרגע 1 s עד רגע 1.5 s:

$$\bar{v}_{1\rightarrow 1.5} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x(t+\Delta t)-x(t)}{\Delta t} = \frac{x(1+0.5)-x(1)}{0.5} = \frac{1.5^2-1^2}{0.5} = 2.5 \text{ m/s}$$

3. המהירות הממוצעת מרגע 1 s עד רגע 1.1 s :

$$\bar{v}_{1\rightarrow 1.1} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x(t+\Delta t)-x(t)}{\Delta t} = \frac{x(1+0.1)-x(1)}{0.1} = \frac{1.1^2-1^2}{0.1} = 2.1 \text{ m/s}$$

בכל שהקטנו את מרווח הזמן – המהירות הממוצעת שחישבנו משקפת נכון יותר את מהירותה של המכונית ברגע $t = 1$ s.

עתה נחשב

$$v = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta x}{\Delta t} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{[x(t+\Delta t)-x(t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{x(1+\Delta t)-x(1)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{(1+\Delta t)^2-1^2}{\Delta t} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta t^2+2\Delta t+1-1}{\Delta t} =$$

$$\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta t(\Delta t+2)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t\to 0}(\Delta t+2)$$

הגבול של הביטוי $2 + \Delta t$ כאשר Δt הולך וקטן ושואף לאפס הוא 2.

נכתוב זאת כך:

$$v=\lim_{\Delta t\to 0}(\Delta x+2) = 2 \text{ m / s}$$

התשובה לשאלה היא, אם כן: מהירות המכונית ברגע $t= 1$ s היא 2 מטר לשנייה, וזו הוראת מד המהירות של המכונית ברגע $t = 1$ s.

אפשר לראות כי המהירויות הממוצעות שחישבנו לעיל (3 מ\'ש', 2.5 מ\'ש' ו-2.1 מ\'ש') אכן הולכות ומתקרבות למהירות הרגעית(2 מ\'ש').

הערה: לבקיאים בחשבון דיפרנציאלי נציין כי חישוב המהירות הרגעית שערכנו לעיל הוא חישוב של ערך הנגזרת של הפונקציה $x = 2t^2 - t = 1$ s. בנוסחה(6) סימנו את הנגזרת ב-$\frac{dx}{dt}$. משמעות הסימן: נגזרת הפונקציה$x(t)$ לפי t.

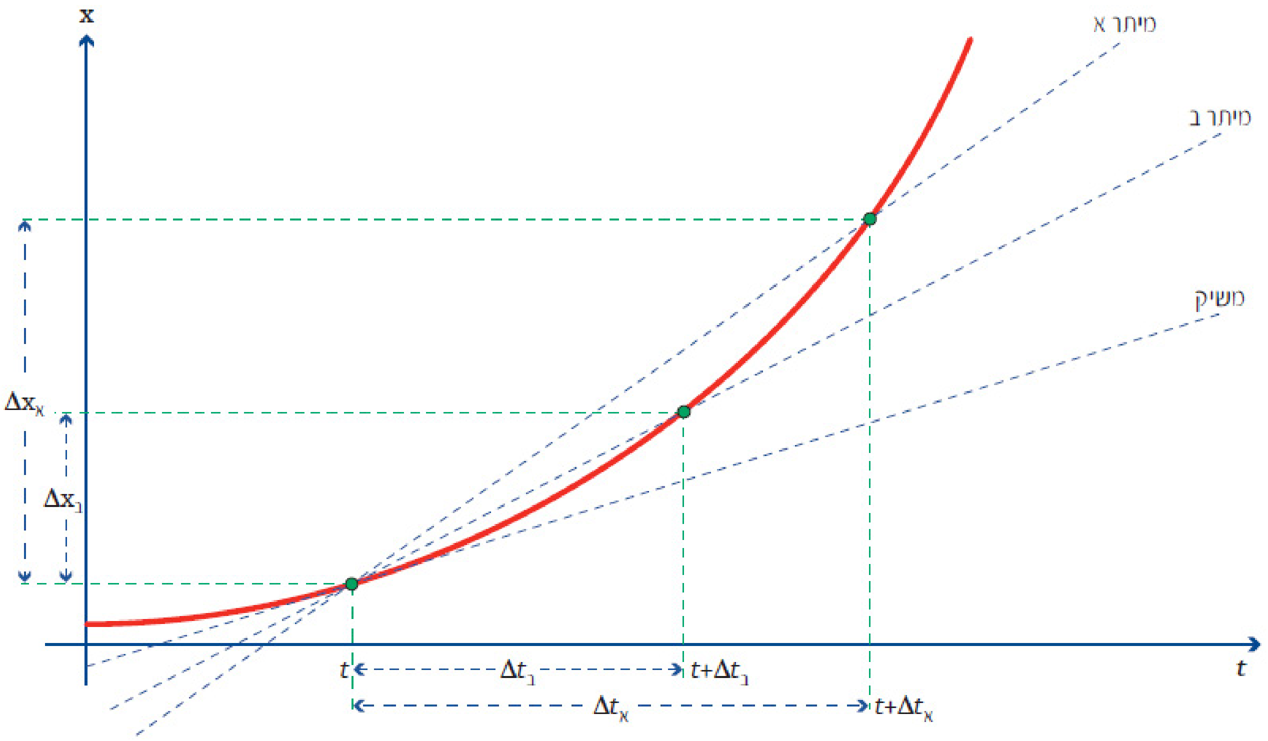
שימוש בחשבון דיפרנציאלי יעשה בפרק ד' בסעיף 5.1.

ב.המשמעות הגרפית של המהירות הרגעית

באיור 25 מוצג גרף מקום–זמן של גוף הנע לאורך קו ישר. באמור, המשמעות הגרפית של המהירות הממוצעת מרגע t עד לרגע $t + \Delta t$ היא שיפוע של המיתר המחבר את שתי הנקודות המתאימות על העקומה.

מהי המשמעות הגרפית של המהירות הרגעית ברגע t?

מהירות רגעית ברגע t מוגדרת כגבול המהירויות הממוצעות מרגע t עד לרגע $t + \Delta t$, כאשר Δt שואף לאפס. כל מהירות ממוצעת כזו מיוצגת על ידי שיפוע המיתר המתאים. נסרטט (איור 25) כמה מיתרים עבור מרווחי זמן Δt שונים.



אפשר לראות באיור 25 כי כאשר Δt הולך וקטן, הנקודות על העקומה המחוברות על ידי מיתר הולכות ומתקרבות זו לזו, כלומר המיתרים הולכים ומתקרבים למשיק לעקומה בנקודה t. לכן גם שיפועי המיתרים הולכים ומתקרבים לשיפועו של המשיק לעקומה בנקודה t.

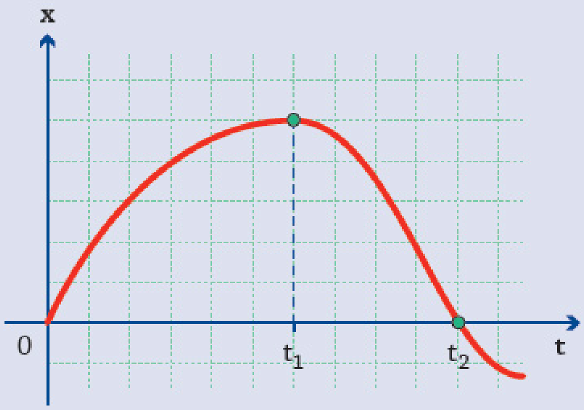
בגבול שבו $\Delta t \rightarrow 0$ שתי הנקודות על העקומה שמחוברות על ידי מיתר מתלכדות, והמיתר הופך למשיק לעקומת מקום–זמן.

המשמעות הגרפית של המהירות הרגעית בגרף מקום–זמן:

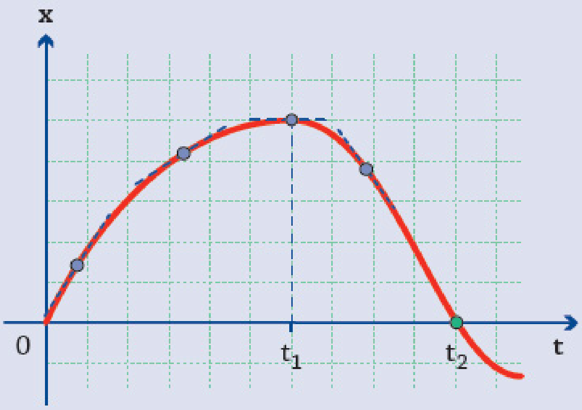
המהירות הרגעית ברגע t של גוף הנע לאורך קו ישר מיוצגת על ידי שיפוע המשיק לעקומת מקום–זמן בנקודה המתאימה.

דוגמה 6: קביעת השינויים במהירות של גוף על-פי גרף מקום-זמן

באיור 26א מוצג גרף מקום-זמן של גוף הנע לאורך קו ישר. קבעו עבור פרק הזמן מ- $t = 0$ עד t_1, ועבור פרק הזמן מ-t_1 עד t_2, את כיוון התנועה של הגוף ואת מגמת השתנות המהירות.



א. גרף מקום-זמן הנתון בשאלה



ב. משיקים לצורך פתרון הבעיה

פתרון:

קטע התנועה מ- $t=0$ עד t_1 (איור 26ב): בקטע זה שיפועי המשיקים לעקומה הם חיוביים, כלומר הגוף נע בכיוון החיובי של ציר המקום. בנוסף לכך אפשר לראות כי שיפועי המשיקים הולכים וקטנים. מכאן שמהירות הגוף הולכת וקטנה. ברגע t_1 המשיק מקביל לציר הזמן, כלומר שיפועו שווה לאפס. מכאן שברגע t_1 הגוף נעצר(רגעית).

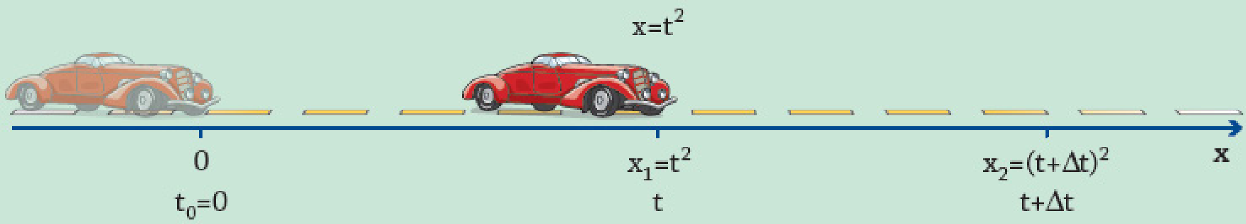
קטע התנועה מרגע t_1 עד רגע t_2: בקטע זה שיפועי המשיקים לעקומה הם שליליים, כלומר הגוף נע בכיוון השלילי עול ציר המקום, לאחר שהוא נעצר רגעית ב-t_1. ברגע t_2 הגוף חולף בנקודת הראשית של ציר המקום.

ג.גזירת נוסחת מהירות-זמן מנוסחת מקום-זמן

נדון שוב בתנועת המכונית שבה דנו בתחילת סעיף 2.5:

כזכור, המכונית יוצאת לדרכה ברגע $t = 0$ מנקודה ששיעורה $x = 0$ ונוסעת על כביש ישר בכיוון החיובי של ציר ה-x.

נוסחת מקום-זמן של תנועת המכונית היא $x = t^2$, כאשר t ו- x נמדדים יחידות SI. איור 27 הוא תרשים הבעיה.



מהי הנוסחה המתארת את מהירת המכונית בכל רגע ורגע?

הפעם איננו מסתפקים במציאת המהירות ברגע מסוים $t = 1\ s$, אלא מעוניינים במציאת נוסחה שבאמצ־עותה נוכל לחשב את מהירות המכונית בכל רגע ורגע.

נפתור את השאלה באופן דומה לחישוב המהירות הרגעית ברגע $t = 1\ s$, אלא שהפעם נתייחס לרגע t כללי. הביטוי $x = t^2$ קובע את מקומה של המכונית בכל רגע ורגע. ברגע t המכונית נמצאת בנקודה ששיעורה $x_1=t^2$, וברגע מאוחר יותר, $t + \Delta t$, המכונית נמצאת בנקודה ששיעורה $x_2 = (t + \Delta t)^2$. נחשב את המהירות הרגעית ברגע t:

$$v = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta x}{\Delta t} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{[x(t+\Delta t)-x(t)]}{\Delta t} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{(t+\Delta t)^2-t^2}{\Delta t} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{t^2+2t\Delta t+\Delta t^2-t^2}{\Delta t} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta t(\Delta t+2)}{\Delta t}$$

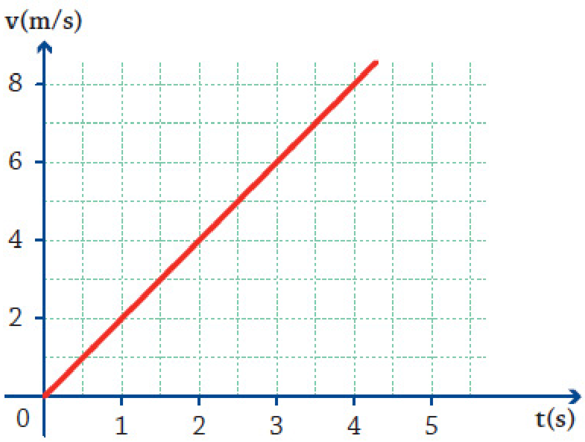
$$= \lim_{\Delta t\to 0}(2t+\Delta t) = 2t$$

כלומר מהירות המכונית בכל רגע t ניתנת על ידי: $v = 2t$

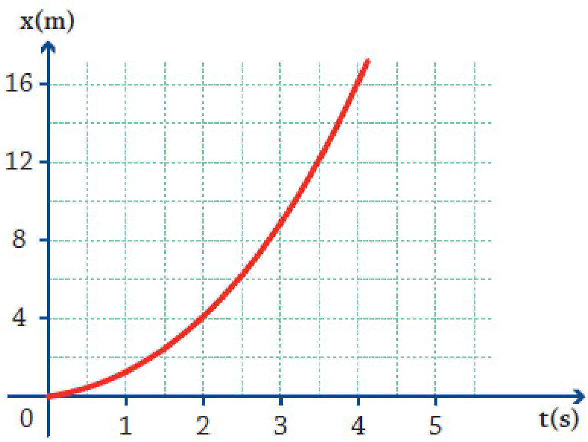
מצאנו נוסחה המציגה את המהירות הרגעית של המכונית כפונקציה של הזמן. נוסחה זו מכונה נוסחת מהירות-זמן.

בכל רגע t יש למכונית הנירות רגעית המתאימה לאותו רגע. לדוגמה, ברגע $t=1\ s$ מהירות המכונית היא 2 מ'\ש' (הצבת $t = 1\ s$ בביטוי $v = 2t$) כפי שמצאנו כבר בסעיף 5.2א.

מהגרף מקום-זמן המתאר את תנועת המכונית (איור 28א) אפשר לראות כי בכל שהזמן גדל - שיפועי המשיקים לעקומה הולכים וגדלים. דבר זה עומד בהתאמה לנוסחה שמצאנו: $v = 2t$ כי גם על פי נוסחה זו בכל שהזמן גדל - מהירות המכונית הולכת וגדלה. באיור 28ב מוצג גרף של מהירות המכונית v כפונ־קציה של הזמן t. גרף כזה מכונה גרף מהירות-זמן.



ב. גרף מהירות-זמן של המכונית



א. גרף מקום-זמן של המכונית

כדי לגזור את נוסחת מהירות-זמן מתוך נוסחת מקום-זמן קיים הליך פשוט מזה של שימוש בהגדרה כפי שעשינו לעיל. הדבר דורש ידע בחשבון דיפרנציאלי. על כך בפרק ד' סעיף 5.1.

5.3 תפיסה מוטעית - המושג "מהירות"

נציג תפיסה מוטעית רווחת. מודעות לתפיסה המוטעית עשויה לעזור לך להימנע ממנה.

תפיסה מוטעית - המושג "מהירות":

כאשר גודל המהירות (speed) גדל גם המהירות (velocity) גדלה, וכאשר המהירות קטן גם המהירות קטנה.

טעות זו קשורה לשפה(העברית); היא נובעת מהשוני בין משמעות המושג "מהירות" בפיזיקה לבין משמעותו בחיי היום יום. נסביר זאת:

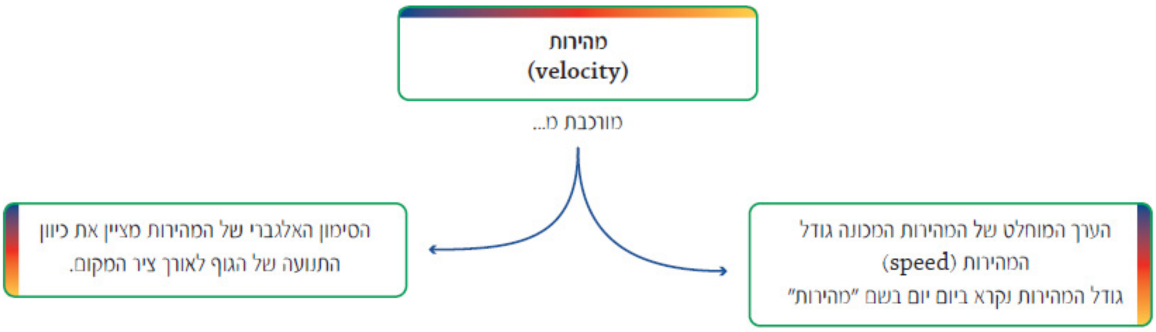
מבין המונחים המשמשים אותנו בשפת היום-יום יש לרבים מהם כמה משמעויות. זה העושר והיופי של שפה. לעתים מצטרפת למשמעויות היום-יומיות גם משמעות מדעית. כזה הוא המונח "מהירות".

המונח "מהירות" בפיזיקה כולל שני מרכיבים: גודל וכיוון. לעומת זאת המונח "מהירות" בחיי היום-יום מתייחס רק לגודל המהירות. באנגלית לא קיימת בעיה כזו כי ביום-יום משתמשים במונח speed, ובפיזיקה משתמשים במונח velocity.

כאשר אומרים בחיי היום-יום שמהירותה של מכונית גדלה - מתכוונים לכך שגודל המהירות גדל (הנהג לוחץ על דוושת הדלק); נניח לדוגמה כי גודל מהירות של מכונית הוא ברגע מסוים 10 s/m, לאחר מכן 20 s/m ואחר כך 30 s/m.

העניין הוא שהסימן האלגברי של המהירות תלוי בכיוון ציר המקום: אם בחרנו את הכיוון החיובי של ציר המקום במנוגד לכיוון תנועת המכונית, אזי מהירות מכונית זו משתנה מ-s/m (‎-10) ל-s/m (‎-20), ואחר-כך ל-s/m (‎-30).

עבור בחירה זו של הציר המהירות של המכונית דווקא קטנה למרות שגודלה גדל, כי (‎-10) > (‎-20) > (‎-30).

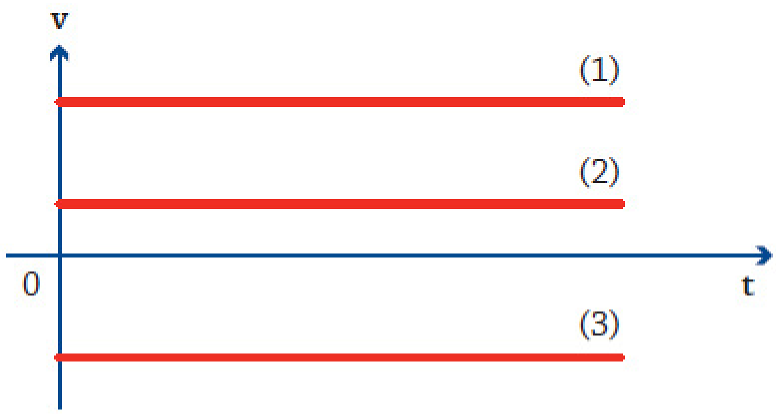


5.4 גוף מהירות-זמן

א. גרף מהירות-זמן בתנועה שוות-מהירות

הגדרנו עבור תנועה שוות-מהירות את המושג "המהירות של גוף". אפשר ליחס לגוף שנע במהירות קבועה גם מהירות רגעית, לכל רגע ורגע. קל להראות כי המהירויות הרגעיות שוות למה שהגדרנו "המהירות של הגוף".

גרף מהירות-זמן המתאים לגוף שתנועתו היא שוות-מהירות היא קו ישר המקביל לציר הזמן. אם הגוף נע בכיוון החיובי של ציר המקום אזי מהירותו חיובית, וגרף מהירות-זמן יחתוך את ציר המהירות בנקודה ששיעורה חיובי, לדוגמה עקומות(1) ו-(2) המוצגות באיור 30. מהירותו של גוף (1) גדולה מזו של גוף (2). אם הגוף נע בכיוון השלילי של ציר המקום - הגרף מהירות-זמן יחתוך את ציר המהירות בנקודה ששיעורה שלילי, לדוגמה עקומה (3) באיור 30.

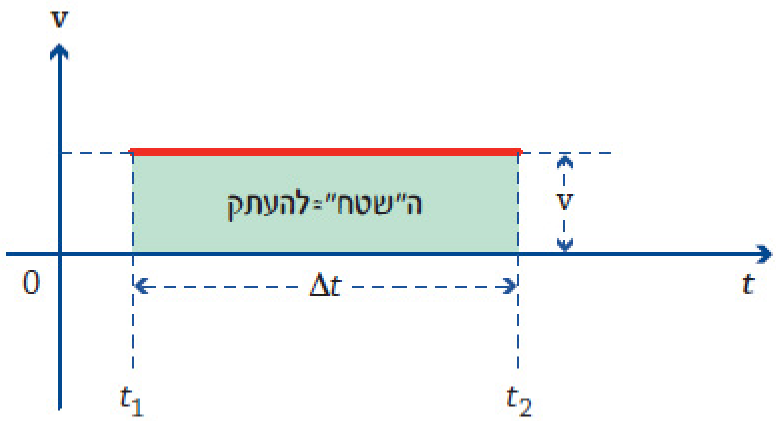


ב.חישוב העתק על-פי גרף מהירות-זמן

על-פי פונקציית מקום-זמן אפשר למצוא את פונקציית מהירות-זמן. האם אפשר גם ההפך? כלומר

האם אפשר למצוא את פונקציית מקום-זמן על-פי פונקציית מהירות-זמן?

נתחיל מהמקרה הפשוט ביותר - תנועה שוות-מהירות. איור 31 הוא גרף מהירות-זמן.



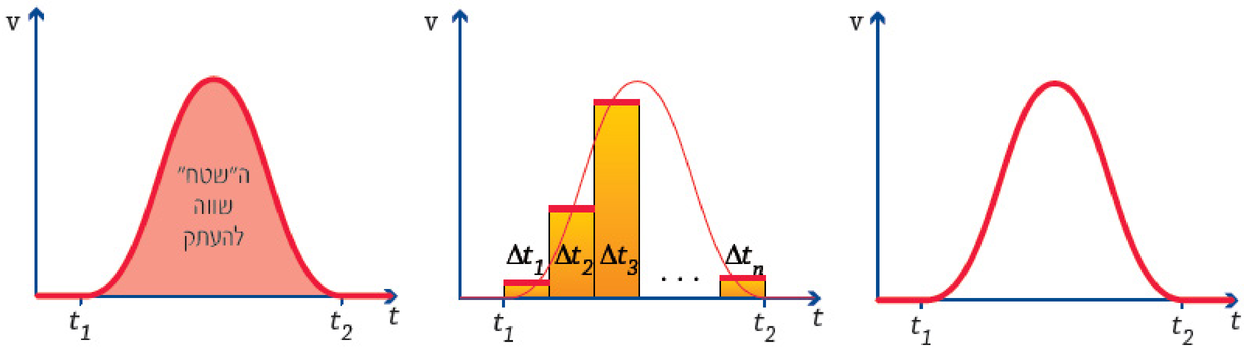
מהגדרת המהירות בתנועה שוות-מהירות נובע כי $\Delta x = v \cdot \Delta t$. התבוננות באיור 31 מורה כי המכפלה $V \cdot \Delta t$ היא "שטח" המלבן הצבעוני (Δt הוא הבסיס ו-v הוא הגובה של המלבן). כאשר סימן המהירות הוא שלילי גם "גובה" המלבן (v) שלילי, לכן גם ה"שטח" (Δx) שלילי. כלומר מהירות שלילית מביאה להעתק שלילי, כנדרש.

הערה: שימו לב כי ה"שטח" אינו נמדד כאן ביחידת שטח (כגון מטר רבוע), מפני שה"בסיס" וה"גובה" אינם נמדדים ביחידות אורך. יחידת הבסיס היא יחידת זמן (שנייה), ויחידת ה"גובה" היא יחידת מהירות(מ'\ש'). מכפלתן נותנת יחידת אורך, כנדרש להעתק. נכתוב זאת במסקנה:

> המשמעות הגרפית של ההעתק בגרף מהירות-זמן:
>
> ה"שטח" התחום בין עקומת מהירות-זמן בתנועה שוות-מהירות לבין ציר הזמן מייצג את ההעתק הגוף.

ב.גרף מהירות זמן בתנועה כלשהי וחישוב ההעתק על-פי גרף זה

עתה נעבור למקרה הכללי שבו מהירות הגוף משתנה בכל רגע ורגע, לכן עקומת מהירות זמן היא בעלת צורה כלשהי, כמתואר באיור 32א.



א. עקומת מהירות-זמן

ב. קרוב העקומה על ידי עקומת תנועה שוות מהירות למקוטעין

ג. ההעתק שווה ל"שטח" התחום "מתחת" לעקומת מהירות-זמן

אנו רוצים לחשב את העתק הגוף מרגע t_1 עד לרגע t_2. לשם כך נחלק את מרווח זמן זה ל-n מרווחי זמן קצרים ושווים המסומנים על ידי $\Delta t_1,\Delta t_2,...,\Delta t_n$ (איור 32ב). מרגע t_1 עד לרגע t_2 מהירות הגוף יכולה להשתנות במידה ניכרת, אך בכל אחד ממרווחי הזמן הקצרים מידת השתנות המהירות היא קטנה. בכל אחד ממרווחי הזמן הקצרים נבחר נקודת זמן כלשהי (לא משנה איזו), נמצא את גודל המהירות בנקודה זו, ונייחס ערך זה של המהירות לכל מרווח הזמן הקצר (איור 32ב). בסיומו של התהליך מתקבלת עקומה של תנועה שוות-מהירות למקוטעין.

נמצא את ההעתק של התנועה שוות-המהירות למקוטעין על ידי חישוב "שטחי" המלבנים ש"מתחת" לעקומה וחישוב סכומם. העתק זה מבוטא על ידי המשטח הצבעוני באיור 32ב.

עקומת התנועה שוות-המהירות למקוטעין אינה זהה לעקומה האמיתית. אולם בכל שנקטין את גודלו של כל מרווח זמן קצר (דבר המחייב הגדלת מספר מרווחי הזמן הקצרים) - עקומת התנועה שוות-המהירות למקוטעין תהיה קרובה יותר ויותר לעקומה האמיתית, עד לכל דרגת קירוב שנרצה. הגבול של "שטחי" המלבנים, באשר אורכו של כל קטע קטן Δt שואף לאפס, הוא ההעתק של התנועה האמיתית (איור 32ג). נרשום זאת במסקנה:

המשמעות הגרפית של ההעתק בגרף מהירות-זמן:

ה"שטח" התחום בין עקומת מהירות-זמן כלשהי לבין ציר הזמן שווה להעתק הגוף בפרק הזמן הנדון.

מציאת ההעתק של גוף על-פי פונקציית מהירות-זמן - הלכה למעשה

נציע כמה דרכים לחישוב העתק בהתאם לאופי המידע הנתון.

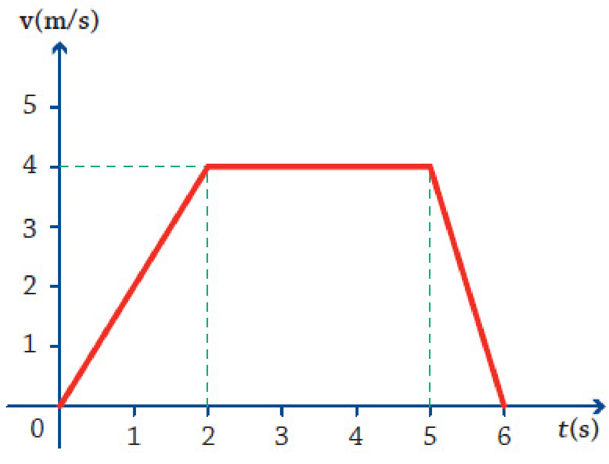
א. אם הפונקציה $v(t)$ נתונה בצורה גרפית אזי:

(1) אם אפשר "לפרק" את הצורה הגאומטרית הנתחמת על ידי העקומה והציר האופקי לצורות גאומטריות שעבורן יש נוסחאות מוכרות לחישוב השטח (לדוגמה משולשים, מלבנים, טרפזים, חצאי מעגלים) - נחשב את ה"שטח" באמצעות הנוסחאות.

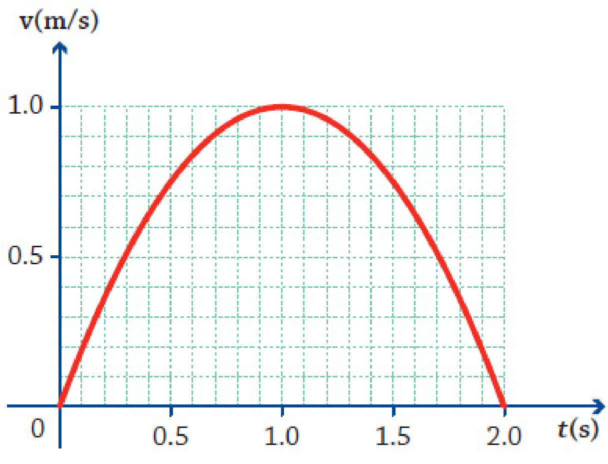
דוגמה: העקומה באיור א33 תוחמת טרפז. ידוע מ ריה כי שטח טרפז שווה למכפלת מחצית סכום בסיסיו בגובהו. לכן שטחו של הטרפז הוא: $\frac{(6+3)\cdot 4}{2} = 18\ m$ מכאן שהעתק הגוף הוא 18 מטר.

(2) אם צורת העקומה היא כזאת שאי אפשר ליישם את דרך א(1), נוכל לפרוש על הגרף רשת קווים אופקיים ואנכיים. נחשב את ה"שטח" של משבצת אחת, נמנה את המשבצות הנמצאות בין העקומה לבין ציר הזמן, ונחשב את ההעתק. בדרך-כלל חלק מהמשבצות נחתכות על ידי העקומה, וניאלץ להעריך את השטח שלהן שנמצא "מתחת" לעקומה.

דוגמה: נתבונן באיור ב33: מרגע $t_1 = 0$ עד לרגע $t_2 = 2\ s$ יש כ- 133 משבצות שלמות "מתחת" לעקומה. "שטחה" של כל משבצת מייצג העתק של 0.01 מטר. לכן ההעתק מ-t_1 ל-t_2 שווה ל- 1.33 מטר ($0.01 \times 133 = 1.33$).



א. עקומה התוחמת צורה גאומטרית פשוטה



ב. כיסוי משטח הגרף במשבצות לשם חישוב ה"שטח"

ב. אם הפונקציה $v(t)$ נתונה על ידי ביטוי מתמטי, אזי:

אפשר לחשב את ה"שטח" הכלוא בינה לבין ציר הזמן באמצעות כלי מתמטי הנקרא אינטגרל. נרחיב על כך מעט בפרק ד סעיף 5.1.

6. תנועה שוות-תאוצה

6.1 מושגים הקשורים בתנועה שוות-תאוצה

נדון במצב המתואר להלן:

שלושה נהגים נוסעים על כביש ישר בשלוש מכוניות א, ב ו-ג. כל נהג רושם, על-פי הוראת מד-המהירות של מכוניתו, את המהירות הרגעית של מכוניתו במרווחי זמן של שנייה אחת. לאחר מכן כל נהג מבטא ביחידה מ'\ש' את ערכי המהירות שהוא מדד. תוצאות המדידות רשומות בטבלה 5.

זמן - t (ש')	0	1	2	3	4	5
מהירות - v (מ'\ש') - מכונית א	0	8	11	16	17	16
מהירות - v (מ'\ש') - מכונית ב	0	5	6	10	12	15
מהירות - v (מ'\ש') - מכונית ג	0	2	4	6	8	10

טבלה 5: מהירויותיהן של שלוש מכוניות במרווחי זמן של שנייה אחת

תנועתה של איזה מכונית היא הפשוטה ביותר לתיאור?

מהתבוננות בערכים שבטבלה אפשר לראות כי מהירותה של כל אחת משלוש המכוניות משתנה, אולם מהירותה של מכונית ג משתנה בצורה הפשוטה ביותר לתיאור – בכל שנייה היא גדלה באותה מידה – ב-2 מטר לשנייה.

הגדרת המושג "תנועה שוות-תאוצה":

תנועתו של גוף היא שוות-תאוצה אם בפרקי זמן שווים מהירותו משתנה באותה מידה.

על-פי הגדרה זו, תנועתה של מכונית ג היא שוות-תאוצה.

אפשר לראות תנועה שוות-מהירות במקרה פרטי של תנועה שוות-תאוצה, שבה השינוי במהירות בכל פרק זמן הוא קבוע, ושווה לאפס.

הגדרת המושג "תאוצה" עבור תנועה שוות-תאוצה:

תאוצה של גוף הנע בתנועה שוות-תאוצה היא שינוי המהירות ביחידת זמן.

בניסוח מתמטי:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \qquad (7)$$

כאשר: Δv – שינוי המהירות;

Δt – מרווח הזמן שבו מתחולל שינוי זה במהירות;

a – תאוצת הגוף.

הערות:

1. מסמנים תאוצה באות a כי זו האות הראשונה של המילה acceleration – תאוצה באנג־לית.
2. יחידות התאוצה: על-פי הגדרת התאוצה (קשר(7) לעיל), יחידת התאוצה היא יחס בין יחידת מהירות לבין יחידת זמן. במערכת יחידות SI יחידת התאוצה היא m/s /s (מטר לשנייה חלקי שנייה). כדי לא לגרור רישום מסורבל זה של היחידה, נשנה את צורת הכתיבה של יחידת התאוצה:

$$\frac{m}{s}/s = \frac{m}{s}\cdot\frac{1}{s} = \frac{m}{s^2}$$

לדוגמה: אם תאוצתו של גוף שווה ל- $+2\ \frac{m}{s^2}$ הדבר אומר שבכל שנייה מהירות הגוף גדלה ב-2 מטר לשנייה.

במילים אחרות מהירות הגוף גדלה ב-2 מטר לשנייה – בכל שנייה.

אם תאוצתו של גוף היא $(-3)\ \frac{m}{s^2}$ הדבר אומר שבכל שנייה מהירות הגוף קטנה ב-3 מטר לשנייה.

6.2 תפיסה מוטעית – המושג "תאוצה"

נציג תפיסה מוטעית רווחת כדי שתהיה מודע לה, ותיעזר בידע זה כדי להימנע ממנה.

תפיסה מוטעית – המושג "תאוצה":

כאשר גודל המהירות של גוף גדל – לגוף יש תאוצה, ותאוצה היא תמיד גודל חיובי.
כאשר גודל המהירות קטן – לגוף יש תאוטה, ותאוטה היא תמיד גודל שלילי.

זו תפיסה מוטעית בהבנת המושג "תאוצה" הקשורה לשפה. היא נובעת מהשוני בין משמעות המו־שג "תאוצה" בפיזיקה לבין משמעות מושג זה בחיי היום יום. כאשר משתמשים בחיי היום-יום במילה "תאוצה" מתייחסים למצב שבו הגודל של המהירות גדל. לדוגמה, כאשר נהג לוחץ על דוושת הדלק והוראת מד המהירות הולכת וגדלה – אומרים בשפה היום-יומית כי "המכונית נעה בתאוצה". כאשר נהג לוחץ על בלם המכונית, והוראת מד המהירות הולכת וקטנה – אומרים בשפת היום-יום כי "המכונית נעה בתאוטה". כלומר המילים "תאוצה" ו"תאוטה" מתייחסות לשינויים בגודל המהירות. לעומת זאת בפיזיקה הדברים שונים: ראשית איננו משתמשים בפיזיקה במילה "תאוטה". שנית, המילה "תאוצה" מתייחסת לשינויים במהירות, ולא בגודל המהירות. כאשר נהג לוחץ על דוושת הדלק והוראת מד המהירות הולכת וגדלה – התאוצה עשויה להיות חיובית או שלילית – בהתאם לכיוון הציר שבחרנו: אם הציר בכיוון הת־נועה – לא רק גודל המהירות גדל, אלא גם המהירות גדלה(ערכים חיוביים שהולכים וגדלים), והתאוצה חיובית. לעומת זאת אם בחרנו את כיוון הציר בכיוון מנוגד לתנועה – גודל המהירות גדל, למשל מ- 10 m/s ל- 20 m/s, ואחר כך ל- 30 m/s וכן הלאה, אך המהירות קטנה(בתחילה היא(10-) m/s ואחר-כך(20-) m/s, (30-) m/s לכן התאוצה שלילית (Δv שלילי).

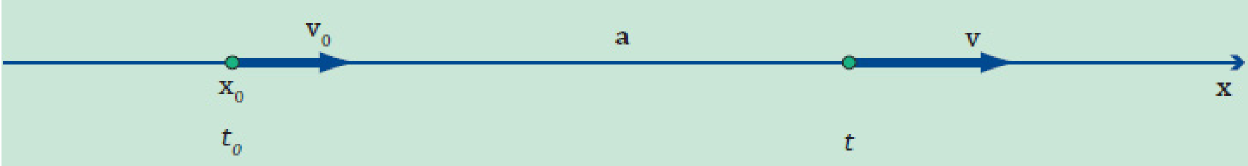
כאשר הנהג לוחץ על בלם המכונית והוראת מד המהירות הולכת וקטנה: אם הציר בכיוון התנועה התאוצה שלילית (Δv שלילי), ואם ביוון הציר מנוגד לכיוון התנועה – התאוצה חיובית(Δv חיובי), למרות שהוראת מד המהירות הולכת וקטנה.

6.3 פיתוח נוסחאות לתנועה שווה-תאוצה

א. פונקציית מהירות-זמן

נדון במצב הבא:

גוף נע לאורך קו ישר בתאוצה קבועה a. ברגע t_o הגוף נמצא בנקודה ששיעורה x_o, ומהירותו v_o. ברגע כלשהוt מהירות הגוף מסומנת באות v. לפניכם תרשים הבעיה.



מהי הנוסחה המתארת את מהירות הגוף כפונקציה של הזמן?

נכתוב ביטוי לתאוצת הגוף על-סמך הגדרת התאוצה, כשזו מיושמת למרווח הזמן מ- t_o עד לרגע כלשהו t.

$$a = \frac{v-v_0}{t-t_0} = \frac{v-v_0}{\Delta t}$$

מקשר זה נקבל:

$$(8) \quad a\Delta t + v_o = v$$

במקרים שבהם נוכל לבחור $t_o = 0$, נכתוב את נוסחה (8) בצורה:

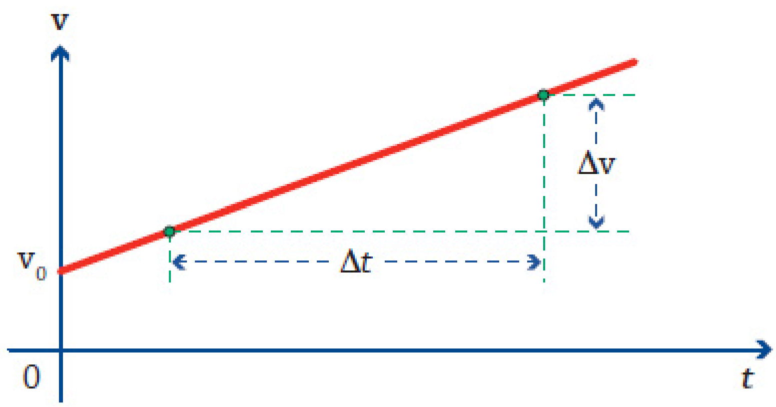
$$(8') \quad at + v_o = v$$

נוסחה זו מתארת את מהירות הגוף כפונקציה של הזמן, כלומר זו נוסחת מהירות-זמן לתנועה שווה-תאוצה.

הערות:

1. משמעות נוסחה (8'): המהירות ברגע כלשהו שווה לסכום של המהירות v_o שהייתה לגוף ברגע $t_o = 0$, ושל תוספת המהירות מאז - at. המכפלה at מייצגת את תוספת המהירות כי a הוא תוספת המהירות בשנייה אחת, לכן at מייצג את תוספת המהירות בעבור t שניות.
2. הגדלים v ו- t הם משתנים, והגדלים v_o ו-a הם קבועים.
3. כאשר מציבים בקשר(8) $a = 0$ מקבלים $v = v_o$. וזה אכן מתאים לתנועה שווה-מהירות.

על-פי קשר (8') העקומה המתארת את v כפונקציה של t (כלומר עקומת מהירות-זמן) היא קו ישר (איור 35).

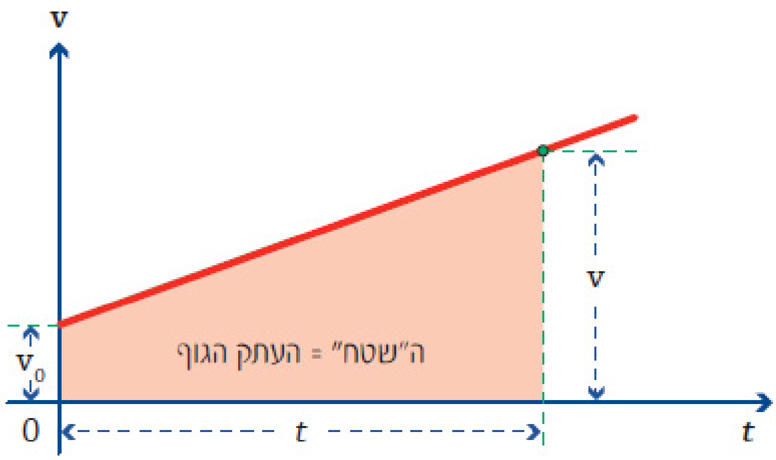


כללים לגבי גרף מהירות-זמן בתנועה שוות-תאוצה:

1. גרף מהירות-זמן הוא קו ישר(לינארי). על-פי הגרף אפשר לדעת באופן ישיר מהי המהירות v בכל רגע t שיעור נקודת החיתוך הישר עם הציר האנכי (v) מייצג את המהירות ההתחלתית, v_0.
2. שיפוע הישר מייצג את תאוצת הגוף.
3. על־פי סעיף 25.4, השטח התחום בין הישר לציר הזמן מייצג את העתק הגוף.

ב. פונקציית מקום-זמן

איור 36 הוא גרף מהירות-זמן של תנועה שוות-תאוצה. השטח הצבעוני באיור זה מייצג את ההעתק. צורת המשטח הצבעוני היא טרפז שבסיסיו מאונכים לציר הזמן והם המהירות ההתחלתית v_0, והמהירות v ברגע t. "גובה" הטרפז הוא t.



שטח הטרפז שבאיור 36, שהוא גם העתקו של הגוף (ראו דיון לגבי איור 32) נתון על ידי הביטוי:

$$\Delta x = \frac{v+v_0}{2} \cdot t = \frac{(v_0+at)+v_0}{2} \cdot t = v_0 \cdot t + \frac{1}{2}at^2$$

מכאן מתקבלת נוסחת מקום-זמן בתנועה שוות-תאוצה:

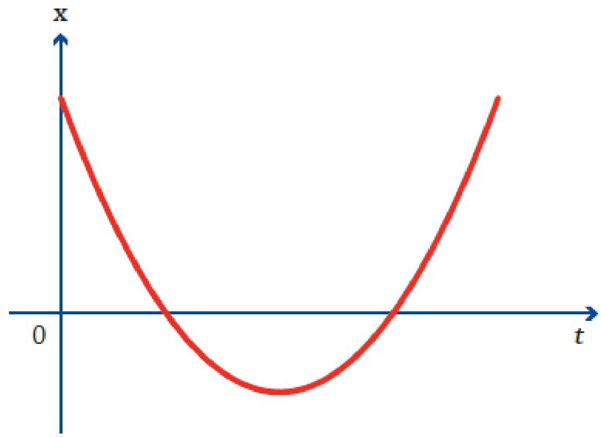
$$x = x_0 + v_0 x + \frac{1}{2}at^2 \qquad (9)$$

הערות:

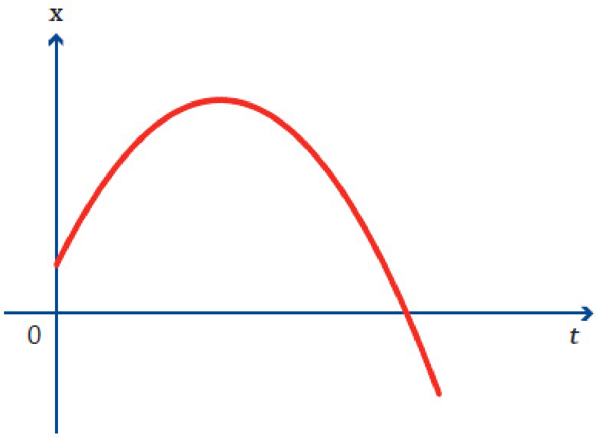
1. בנוסחה (9) המשתנה t הוא הבלתי תלוי, ו- x הוא המשתנה התלוי. x_0, v_0 ו- a הם קבועים.
2. אגף ימין של נוסחה (9) מורכב משלושה איברים: הראשון הוא המקום ההתחלתי. השני הוא השינוי במקום כתוצאה מקיומה של המהירות ההתחלתית. השלישי הוא התוספת הנובעת מכך שהמהירות משתנה.
3. נוסחת מקום-זמן של תנועה שוות-מהירות מתקבלת מנוסחה (9) כאשר מציבים בה 0 = a.

עתה נבנה את גרף מקום-זמן עבור תנועה שוות-תאוצה: נוסחת מקום-זמן (קשר(9)) היא פונקציה ריבועית שתבניתה המתמטית היא: $x = At^2 + Bt + c$ כאשר: $B = v_0$, $A = \frac{1}{2}a$, ו- $c = x_0$.

הגרף המתאים לפונקציה ריבועית הוא פרבולה. הצורה והמיקום של פרבולה נקבעים על ידי הקבועים (באופן כללי על ידי B,A ו-C , ובמקרה שלנו על ידי $\frac{1}{2}a$, v_0 ו-$(x_0$. למשל, אם התאוצה חיובית ($a > 0$) לפרבולה יש נקודת מינימום, (איור 37א) ואם התאוצה שלילית ($a < 0$) לפרבולה יש נקודת מקסימום (איור 37ב).



א. תאוצה חיובית ($a > 0$)



ב. תאוצה שלילית ($a < 0$)

ג.שני קשרים אלגבריים נוספים

נוסחאות (8) ו-(9) מאפשרות פתרון של כל בעיית תנועה שוות-תאוצה באמצעים אלגבריים. אולם לעתים יהיה לנו נוח להשתמש בשתי נוסחאות אחרות שנפתח עתה.

פיתוח הנוסחה השלישית: ממשוואה(8'): $t = \frac{v-v_0}{a}$. לאחר הצבת ביטוי זה במקום t במשוואה (9) מקבלים:

$$x = x_0 + v_0\frac{v-v_0}{a} + \frac{a}{2}\frac{(v-v_0)^2}{a^2} \Rightarrow x = x_0 + \frac{v^2-{v_0}^2}{2a}$$

ולבסוף:

$$2a\Delta x + {v_0}^2 = v^2 \qquad (10)$$

פיתוח הנוסחה הרביעית (ואחרונה): נציב את הביטוי ל-a המתקבל מנוסחה (8') במקום a שבנוסחה (9), ולאחר כמה פעולות אלגבריות נקבל:

$$x = x_0 + \frac{v_0+v}{2}t \qquad (11)$$

הערה לנוסחה (11):

מנוסחה זו מתקבל כי $\frac{\Delta x}{t} = \frac{v+v_0}{2}$. כלומר: המהירות הממוצעת ($\frac{\Delta x}{t}$)שווה לממוצע המהירות v_0 ו- v ($\frac{v+v_0}{2}$).

אולם חשוב לזכור ולהבין שהמושגים "מהירות ממוצעת" ו"ממוצע מהירות" הם מושגים שונים. אמנם בתנועה שוות-תאוצה יש להם אותו ערך מספרי, אך אם התנועה אינה שוות-תאוצה – תוצאה זו כבר אינה נכונה.

הערות לארבע הנוסחאות (8), (9), (10) ו-(11):

1. מתוך ארבע הנוסחאות רק שתיים הן בלתי תלויות, כי את השתיים האחרות אפשר לפתח מהשתיים הראשונות.
2. ארבע נוסחאות אלה הן כלים לטפל בתנועות שוות-תאוצה באופן אלגברי. כיצד תבחרו את הנוסחה המתאימה כדי לפתור בעיה מסוימת? רשמו לפניכם איזה גודל מבוקש, ואילו גדלים נתונים, ובחרו את הנוסחה הכוללת את גדלים אלה. לדוגמה, אם נתונים מהירותו ההתחלתית v_o, תאוצתו a, והעתקו Δx, ועליכם לחשב את מהירותו הסופית v (כלומר את המהירות לאחר העתק Δx) – נוח להשתמש בנוסחה (10) כי אז תתקבל משוואה אחת עם נעלם יחיד – הגודל המבוקש.
3. ארבע נוסחאות אלה תקפות רק לתנועה שוות-תאוצה והן אינן תקפות לתנועה בתאוצה משתנה.

6.4 דוגמאות להתרת תרגילים – תנועה שוות-תאוצה

דוגמה 7: האצת מכונית לאורך כביש ישר

מכונית מואצת בתאוצה קבועה לאורך כביש ישר. המכונית יוצאת לדרכה ממנוחה, ומגיעה בעבור 10 s למהירות 30 m/s.

א. חשבו את תאוצת המכונית.

ב. לאורך איזו דרך מתרחשת ההאצה?

ג. מהי מהירותה הממוצעת של המכונית ב- 10 השניות הללו?

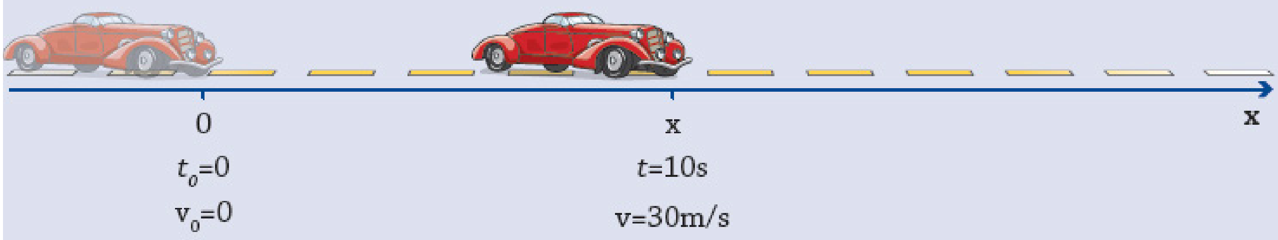
ד. האם בחמש השניות הראשונות המכונית עוברת מחצית הדרך הכוללת, יותר ממחצית הדרך או פחות ממנה?

ה. מהי מהירות המכונית ברגע שעברה 75 מטר?

ו. במשך כמה זמן חולפת המכונית על פני 24 מטר הראשונים?

פתרון:

תחילה נגדיר ציר מקום, x: ראשיתו בנקודה שממנה יצאה המכונית לדרכה, וכיוונו החיובי בכיוון נסיעת המכונית (איור 38). רגע $t = 0$ ייבחר כרגע שבו המכונית יצאה לדרכה. על-פי בחירה זו $x_o = 0$, $t_o = 0$, ו- $v_o = 0$.



א. חישוב תאוצת המכונית בעזרת נוסחה (8'):

$$v = v_o + at \Rightarrow 30 = 0 + a \cdot 10 \Rightarrow a = 3 m/s^2$$

ב. נחשב בעזרת נוסחה (9) את שיעור הנקודה שאליה מגיעה המכונית בעבור 10 שניות:

$$x = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2 = 0 + 0 + \frac{1}{2}\cdot 3 \cdot 10^2 = 150\ m$$

המכונית יוצאה לדרכה מ-$x_0 = 0$ ונעה כל הזמן באותו כיוון עד ל-$x = 150\ m$, לכן היא נעה לאורך $150\ m$.

ג. נחשב את המהירות הממוצעת על-פי הגדרתה:

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{150-0}{10-0} = 15\ m/s$$

ציינו כי בתנועה שוות-תאוצה (ובתנועה שוות-תאוצה בלבד) המהירות הממוצעת שווה גם לממוצע של המהירות התחילית והסופית. נחשב את המהירות הממוצעת גם בדרך זו:

$$\bar{v} = \frac{v_0+v}{2} = \frac{0+30}{2} = 15\ m/s$$

שתי התוצאות זהות, כנדרש.

ד. נחשב את המרחק שהמכונית עוברת בחמש השניות הראשונות לתנועתה:

$$x = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2 = 0 + 0 + \frac{1}{2}\cdot 3 \cdot 5^2 = 37.5\ m$$

כלומר במחצית הראשונה של הזמן המכונית עברה פחות ממחצית הדרך הכוללת(שחושבה בסעיף ב). הסיבה לכך היא שבכל שהזמן מתקדם המכונית נוסעת יותר ויותר מהר. לכן ב-5 השניות האחרונות לתנועתה המכונית עברה מרחק גדול מאשר ב-5 השניות הראשונות.

ה. נחשב את מהירות המכונית ברגע שעברה 75 מטר:

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x \Rightarrow v^2 = 0 + 2\cdot 3\cdot 75 \Rightarrow v_{1,2} = \pm\sqrt{2\cdot 3\cdot 75} = \pm 21.1 m/s$$

בחרנו את כיוון התנועה כחיובי, לכן רק הפתרון החיובי קביל.

ו. נחשב במשך כמה זמן המכונית חולפת על פני 24 המטרים הראשונים:

$$x = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow x = 0 + 0 + \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow t_{1,2} = \pm\sqrt{\frac{2x}{a}} = \pm\sqrt{\frac{2\cdot 24}{3}} = \pm 4s$$

הגדרנו שהתנועה מתחילה ברגע $t_0 = 0$, לכן בתנאים אלה רק הפתרון החיובי קביל. המכונית חולפת על פני 24 המטרים הראשונים במשך 4 השניות הראשונות לתנועתה.

דוגמה 8: האטת מנוסת לאורך כביש ישר

מכונית נוסעת במהירות של $108\ km/h$. החל מרגע מסוים היא מאיטה בקצב קבוע של $5\ m/s^2$.

א. כמה זמן נמשכת ההאטה עד לעצירה?

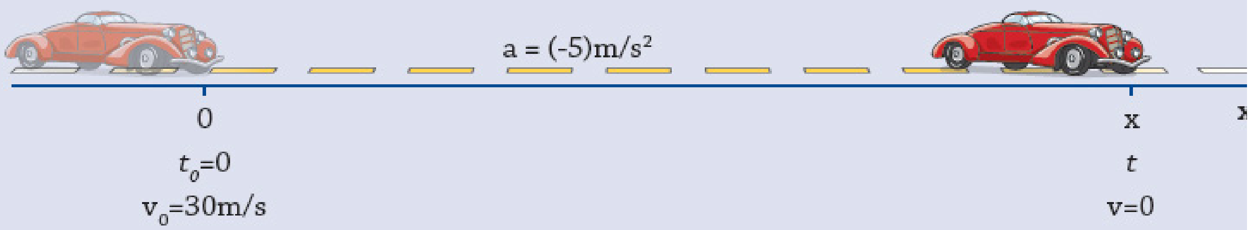
ב. מהו המרחק מתחילת ההאטה עד לעצירה?

ג. סרטטו גרף מהירות-זמן מתחילת ההאטה עד לעצירה.

ד. סרטטו גרף מקום-זמן מתחילת ההאטה עד לעצירה.

פתרון:

איור 39 הוא תרשים הבעיה. הגדרנו ציר מקום, x, וכן רגע $t_0 = 0$ כמתואר באיור.



1. ביחס לכיוון ציר המקום שבחרנו, המהירויות חיוביות והן הולכות וקטנות, לכן התאוצה שלילית. נכתוב אפוא: a = (-5) m/s². המהירות ההתחלתית נתונה ביחידה km/h, ונמיר אותה ליחידה m/s:

$$v_0 = 108\frac{km}{h} = 108\frac{1000m}{3600s} = 30\ m/s$$

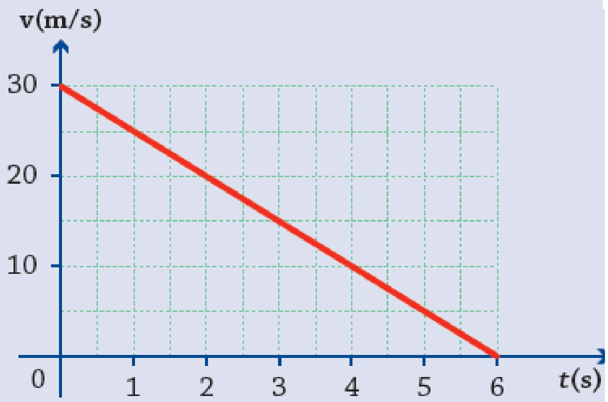
נשתמש בנוסחה(8'), ובעובדה שהמהירות הסופית היא אפס:

$$v = v_0 + at \Rightarrow 0 = 30 + (-5)t \Rightarrow t = 6\ s$$

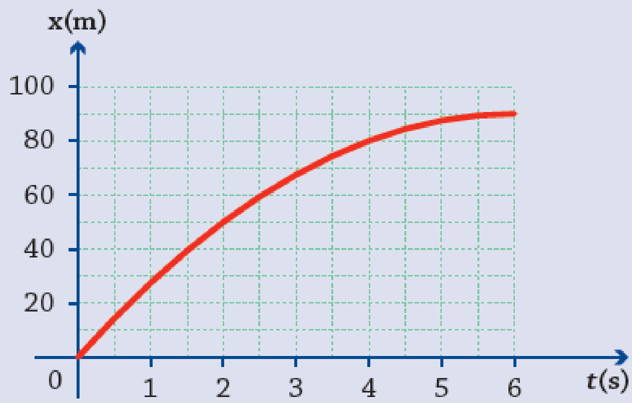
2. חישוב המרחק מתחילת הבלימה עד לעצירה:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow x = 0 + 30 \cdot \frac{1}{2} \cdot (-5) \cdot 6^2 = 90\ m$$

3. בדרך-כלל, לפני שנסרטט גרף, נציג את הנוסחה המתאימה. אולם במקרה הנדון קל לסרטט את הגרף. לכן נסתפק בשיקולים אלה: מדובר בתנועה שוות-תאוצה, לכן הגרף לינארי. בנוסף לכך התאוצה שלילית, לכן שיפוע הגרף שלילי. יותר על כן, אנו יודעים כי ברגע $t_0 = 0$ המהירות היא $v_0 = 30\ m/s$, וברגע $t = 6\ s$ המהירות היא $v = 0$. לכן איור 40א הוא הגרף המבוקש.



א. גרף מהירות-זמן

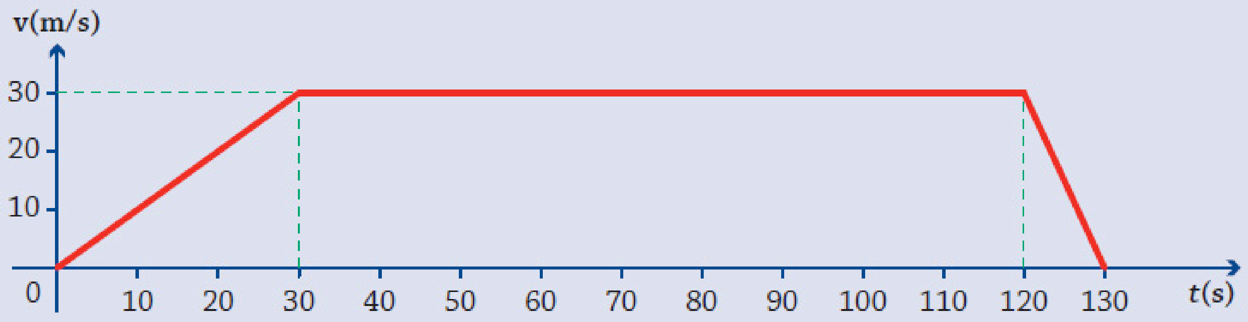


ב. גרף מקום-זמן

4. אנו יודעים שעקומת מקום-זמן בתנועה שוות-תאוצה היא פרבולה. ברגע $t_0 = 0$ מקום המכונית נבחר ב- $x_0 = 0$, וברגע $t = 6\ s$ המכונית הגיעה לנקודה ששיעורה $x = 90\ m$. ברגע זה המכונית נעצרת – המהירות אפס. לכן המשיך לעקומה ברגע זה מקביל לציר הזמן, כלומר זו נקודת המקסימום של הפרבולה. הפרבולה מתוארת באיור 40ב.

דוגמה 9: תנועה שווה-תאוצה למקוטעין

איור 41 הוא גרף מהירות-זמן של רכבת הנוסעת על מסילה ישרה.



א. ציינו מהם סוגי התנועה של הרכבת בקטעי התנועה השונים. נמקו את תשובותיכם.

ב. חשבו את תאוצת הרכבת בקטעי התנועה השונים.

ג. חשבו את המרחק הכולל שהרכבת עוברת.

פתרון:

1. בקטע התנועה הראשון, מרגע $t = 0$ עד רגע $t = 30$ s תנועת הרכבת היא שווה-תאוצה, כי גרף מהירות-זמן הוא ליניארי. בקטע התנועה השני, מרגע $t = 30$ s עד רגע $t = 120$ s הרכבת נעה בתנועה שווה-מהירות כי גרף מהירות-זמן מקביל לציר הזמן. בקטע הת־נועה השלישי, מרגע $t = 120$ s עד רגע $t = 130$ s הרכבת נעה בתנועה שווה-תאוצה - הגרף ליניארי.

2. אפשר לחשב את התאוצה באופן אלגברי, ואפשר לחשב אותה על-פי שיפוע הגרף. נבחר באפשרות השנייה.

התאוצה בקטע התנועה הראשון:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{30-0}{30-0} = 1\ m/s^2$$

בקטע בתנועה השני התאוצה שווה לאפס(שיפוע הגרף שווה לאפס).

נחשב את התאוצה בקטע התנועה השלישי על-פי שיפוע הגרף:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0-30}{130-120} = (-3)\ m/s^2$$

3. אפשר לחשב את המרחק שהרכבת עברה באופן אלגברי וגם על-פי הגרף. נחשב על-פי הגרף. העתק הרכבת שווה לשטח התחום בין העקומה לבין ציר הזמן. זהו שטח של טרפז שאורך בסיסו הגדול 130 s, אורך בסיסו הקטן 90 s, וגובהו 30 m/s. מכאן שההעתק:

$$\Delta x = \frac{130+90}{2} \cdot 30 = 3300\ m$$

כלומר הרכבת עוברת מרחק כולל של 3,300 מטר.

דוגמה 10: מפגש בין שתי מכוניות

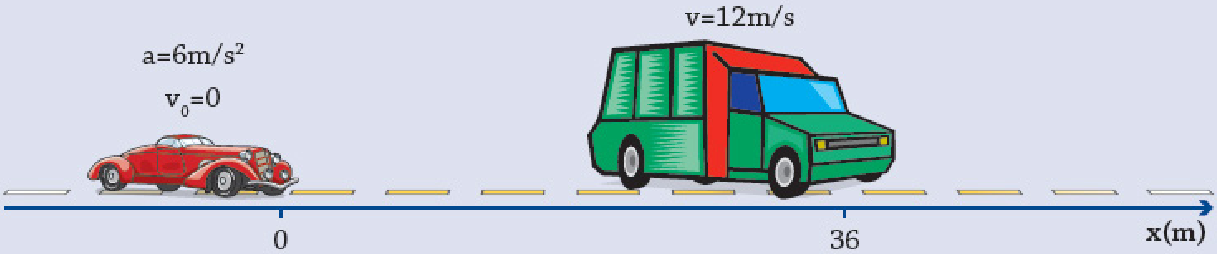
משאית נוסעת על כביש ישר במהירות קבועה שגודלה 12 m/s. ברגע מסוים, יוצאת לדרכה מונית מנ־קודה

הנמצאת במרחק 36 m מאחורי המשאית, ונוסעת בכיוון תנועתה של המשאית, בתאוצה קבועה של $6\ m/s^2$.

מתי משיגה המונית את המשאית?

פתרון:

איור 42 הוא תרשים הבעיה.



בחרנו ציר מקום, x, שראשיתו בנקודה שממנה המונית יצאה לדרכה, ורגע t = 0 כאשר המונית יצאה לדרכה.

נוסחת מקום-זמן של המשאית:

(א) $x_{משאית} = x_0 + vt \Rightarrow x_{משאית} = 36 + 12t$

נוסחת מקום-זמן של המונית:

(ב) $x_{מונית} = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow x_{מונית} = 0 + 0 + \frac{1}{2}\cdot 6t^2$

רגע המפגש הוא רגע t שעבורו:

$x_{מונית} = x_{משאית}$

נשווה בין אגף ימין של קשר (א) עם אגף ימין של קשר (ב). תתקבל משוואה עם נעלם t שהוא רגע המ־פגש:

$36 + 12t = \frac{1}{2}\cdot 6\cdot t^2 \Rightarrow t_1 = 6s\ ;\ t_2 = (-2)s$

הפתרון $t_2 = (-2)$ s אינו קביל כי נוסחה (ב) אינה מתארת את תנועת המונית לפני רגע t = 0 לכן, כת־שובה לשאלה נכתוב שהמונית השיגה את המשאית 6 שניות לאחר צאתה לדרך.

7.ניתוח ערכי מקום בפונקציה של הזמן שהתקבלו בניסוי

נדון במצב המתואר להלן:

תלמיד מפיק תרשים עקבות של גוף הנע לאורך קו ישר. לאחר שהוא מגדיר ציר x ורגע $t_0 = 0$ הוא כותב ערכים של מקום הגוף בפונקציה של ערכי הזמן. התוצאות רשומות בטבלה 6 שלפניכם.

זמן - t (ש')	מקום - x (מ')
0	0
0.02	0.001
0.04	0.007
0.06	0.028
0.08	0.066
0.10	0.125
0.12	0.220
0.14	0.350
0.16	0.518
0.18	0.740
0.20	1.020
0.22	1.340
0.24	1.750

טבלה 6: תוצאות של מדידות

ביצד נוכל לחשב (או להעריך הקירוב טוב) את מהירויות הגוף ברגעים השונים?

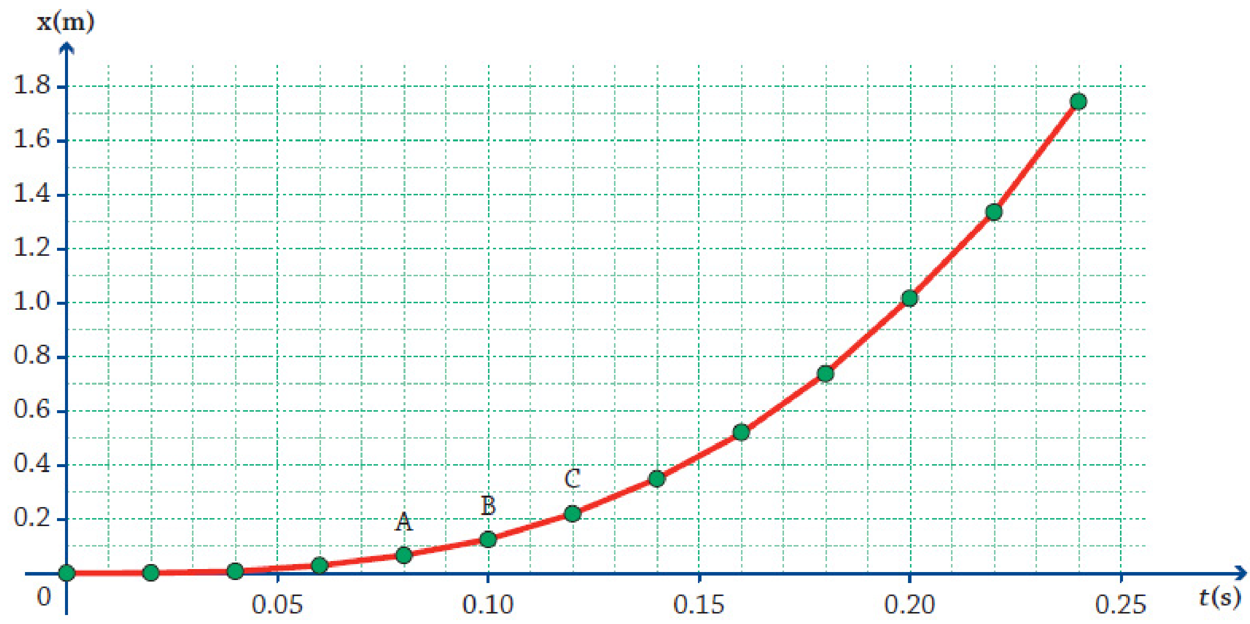
תחילה נחשב (באופן מקורב) את המהירות ברגע $t = 0.10$ s. לא נוכל לחשב אותה בעזרת הגדרת המהירות הרגעית (נוסחה(6)), כי אין לנו מידע אודות העתקי הגוף במרווחי זמן שהולכים וקטנים ללא גבול.

כדי לפתח שיטה אופרטיבית נסרטט את גרף מקום-זמן של התנועה (איור 43) על-פי טבלה 6.

על-פי רעיון הגדרת המהירות הרגעית כדאי לחשב מהירות ממוצעת בקטע קטן, כך שזו תשקף את המהירות הרגעית בנקודה B. השאלה באיזה קטע כדאי לבחור.

נתבונן בגרף: אפשר לראות כי שיפוע המיתר המחבר את הנקודות B ו-C גדול משיפוע המשיק לעקומה בנקודה B.

משמעות הדבר היא שהמהירות הממוצעת מ- $t = 0.10$ s ל- $t = 0.12$ s גדולה מן המהירות הרגעית ב-t = 0.10 s.



מאידך גיסא, שיפוע המיתר המחבר את הנקודות A ו-B קטן משיפוע המשיק לעקומה בנקודה B. משמעות הדבר היא שהמהירות הממוצעת מ- t = 0.08 s ל- t = 0.10 s קטנה מן המהירות התעית ב-t = 0.10 s.

לעומת זאת, אפשר לראות כי המיתר המחבר את הנקודות A ו-C מקביל בקירוב למשיק לעקומה בנקודה B.

משמעות הדבר היא שהמהירות הממוצעת מרגע t = 0.08 s לרגע t = 0.12 s שווה בקירוב למהירות הרגעית

ב-t = 0.10 s. נכתוב מסקנה חשובה זו:

שיטת הערכה של מהירות רגעית:

באשר נתונים ערכי מקום של גוף כפונקציה של ערכי הזמן, כך שמרווחי הזמן שווים, ורוצים לחשב את המהירות הרגעית ברגע מסוים, מחשבים את המהירות הממוצעת בפרק הזמן החל מהנקודה שלפני הרגע המסוים עד לנקודה שאחרי הרגע המסוים. תוצאת החישוב שווה בקירוב טוב למהירות הרגעית ברגע המסוים.

נשתמש במסקנה זו ונחשב את המהירות הממוצעת בקטע המתאים:

$$\bar{v}_{0.08\rightarrow0.12} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2-x_1}{t_2-t_1} = \frac{0.220-0.066}{0.12-0.08} = 3.85 \text{ m/s}$$

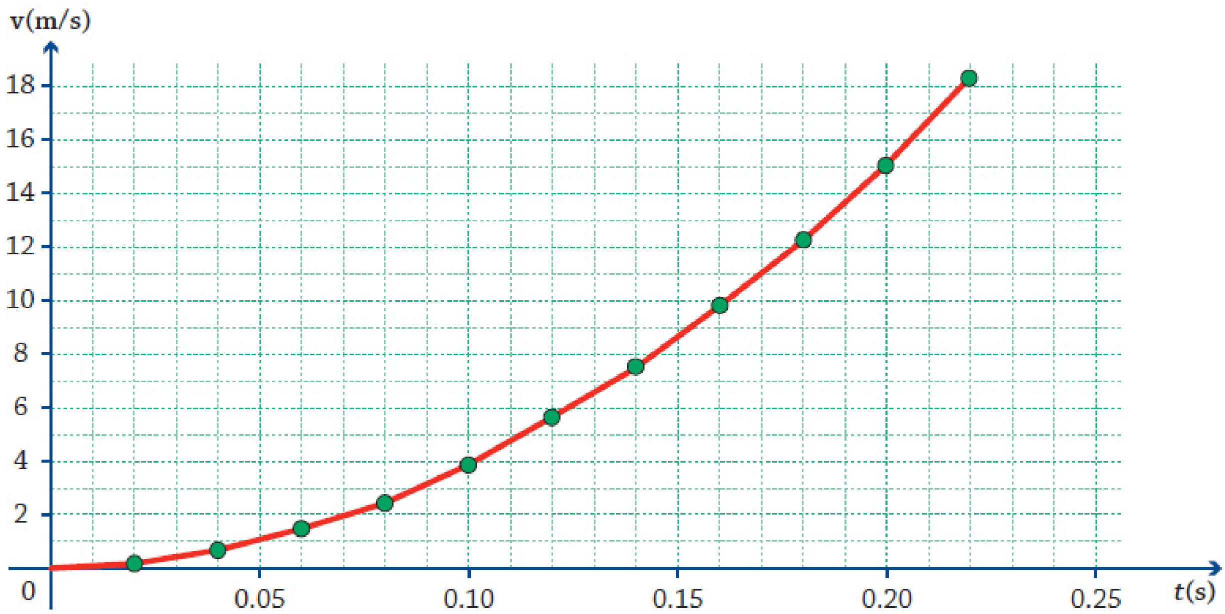
המהירות ברגע t = 0.10 s שווה בקירוב למהירות ממוצעת זו, כלומר ל-3.85 מטר לשנייה.

בשיטה זו חישבנו את המהירויות ברגעים האחרים (ראה טבלה 7), פרט לרגע הראשון (אין לנו מידע לגבי מקום הגוף בנקודת זמן קודמת) ופרט לרגע האחרון(אין לנו מידע לגבי מקום הגוף בנקודת זמן מאוחרת).

זמן - t (ש')	מקום - x (מ')	מהירות - v (מ'\ש')
0	0	-----
0.02	0.001	0.175
0.04	0.007	0.675
0.06	0.028	1.475
0.08	0.066	2.425
0.10	0.125	3.850
0.12	0.220	5.625
0.14	0.350	7.450
0.16	0.518	9.750
0.18	0.740	12.550
0.20	1.020	15.000
0.22	1.340	18.250
0.24	1.750	-----

טבלה 7: ערכי המהירות בנקודות הזמן השונות

באיור 44 סרטטנו, על-פי טבלה 7, את גרף מהירות הגוף בפונקציה של הזמן.



דוגמה 11: חקירת תנועה על-פי ערכי מקום כפונקציה של ערכי הזמן

תלמיד הפיק תרשים עקבות של גוף נע. הוא הגדיר את הרגע שבו הגוף חלף באחת העקבות כ-$t = 0$ (ברגע זה מהירות הגוף אינה בהכרח אפס), והוא הגדיר ציר מקום x בכיוון תנועת הגוף, כך שראשיתו נמצאת במקום שהגוף היה ברגע $t = 0$. הוא מדד את מקומו של הגוף במרווחי זמן שווים. תוצאות המדידות רשומות בטבלה 8.

זמן - t (ש')	מקום - x (ס"מ)
0	0
0.02	1.20
0.04	2.88
0.06	5.04
0.08	7.68
0.10	10.8
0.12	14.4
0.14	18.48
0.16	23.04
0.18	28.08
0.20	33.60
0.22	39.60

טבלה 8: ערכי זמן ומקום שבדוגמה 11

א. סרטטו, על-פי תוצאות המדידות, גרף מקום-זמן של תנועת הגוף.

ב. קבעו, על-פי גרף מקום-זמן אם מהירות הגוף גדלה עם הזמן, קטנה או אינה משתנה.

ג. כיצד אפשר היה לענות על סעיף ב על-פי תרשים העקבות?

ד. חשבו את מהירויות הגוף ברגעים השונים.

ה. סרטטו גרף מהירות-זמן של תנועת הגוף.

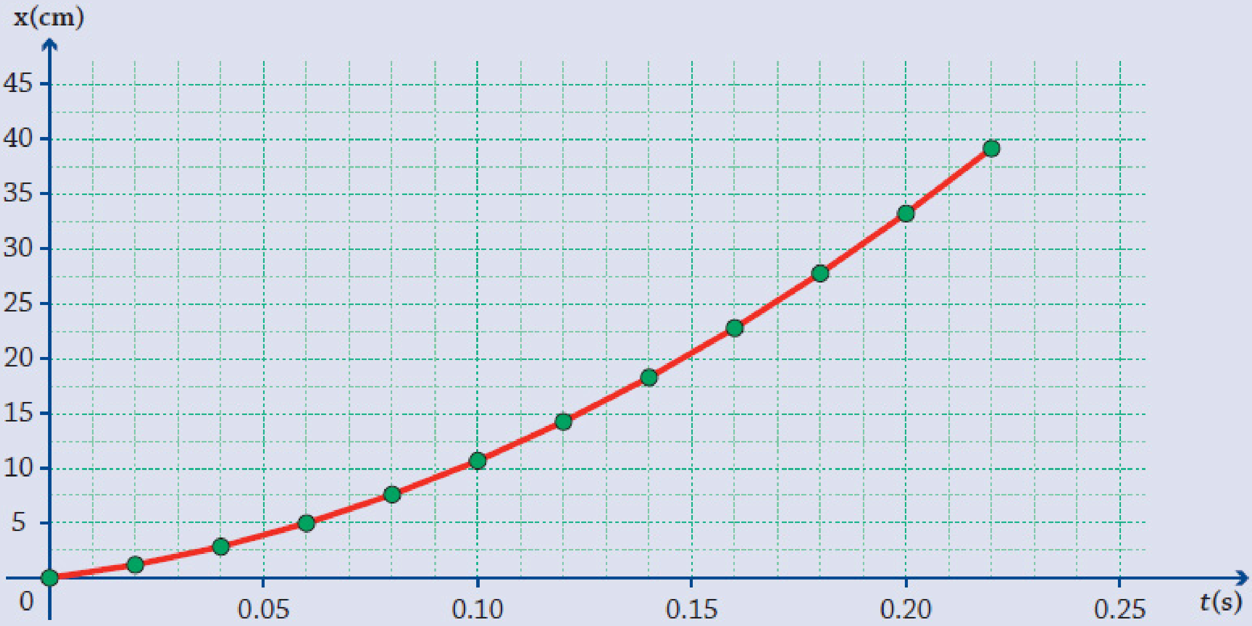
ו. האם תאוצת הגוף קבועה? אם לא - הסבירו מדוע. אם כן - הסבירו מדוע התאוצה קבועה, וחשבו את גודלה.

ז. אילו הגדיר התלמיד את ציר ה-x בכיוון מנוגד לתנועת הגוף, האם הסימן האלגברי של התאוצה היה שונה?

נמקו.

פתרון:

1. לפניכם גרף מקום-זמן של תנועת הגוף:



2. רואים כי ככל שהזמן חולף שיפוע העקומה הולך וגדל. מכאן שהמהירויות הרגעיות הול־
כות וגדלות.

3. אם המרחקים בין העקבות הולכים וגדלים – הדבר מעיד שמהירות הגוף הולכת וגדלה.

4.

זמן - t (ש')	מקום - x (ס"מ)	מהירות - v (ס"מ\ש')
0	0	----
0.02	1.20	72
0.04	2.88	96
0.06	5.04	120
0.08	7.68	144
0.10	10.8	168
0.12	14.4	192
0.14	18.48	216
0.16	23.04	240
0.18	28.08	264
0.20	33.60	288
0.22	39.60	----

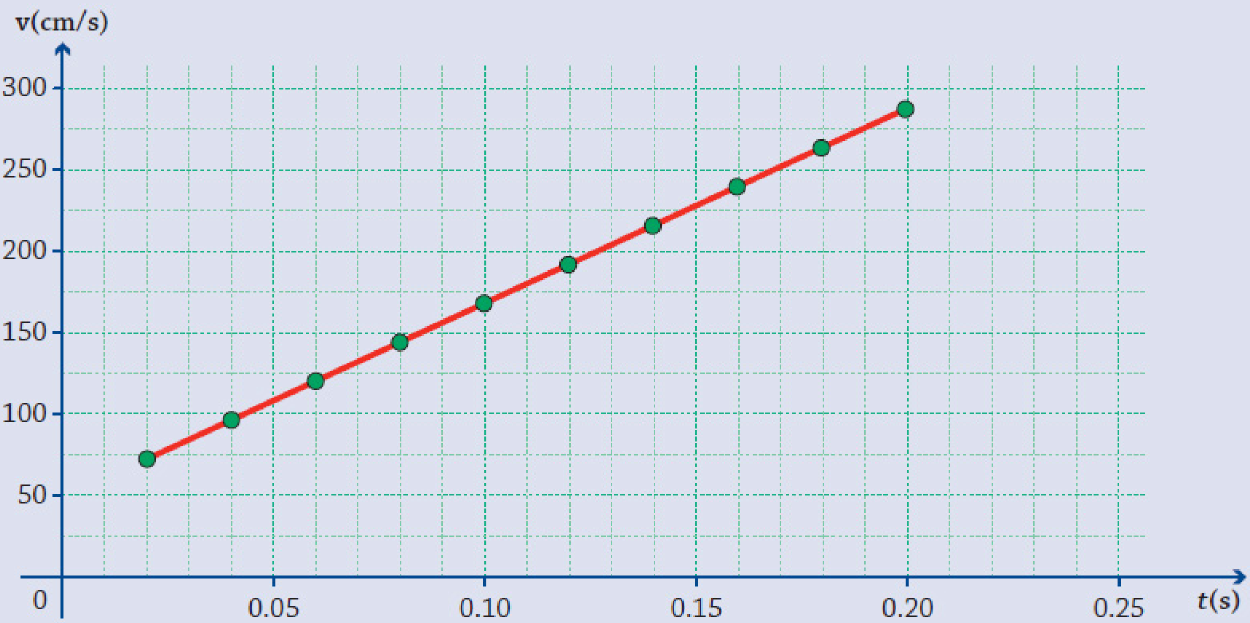
טבלה 9: ערכי המהירויות שחושבו

המהירויות ברגעים השונים חושבו על-פי מהירויות ממוצעות (שיטה זו אינה מאפשרת לחשב את המהירויות הרגעיות ב-$t = 0$ ובו-$t = 0.22\ s$). מבחינת שיטת חישוב המהירויות, ערכי המהירויות (טבלה 9) הם מקורבים אם התנועה אינה שוות-תאוצה, ואם התנועה היא שוות-תאוצה - הערכים מדויקים ברמה העקרונית – ראו תרגיל 74ג(1)) (הם עלולים להיות לא מדויקים בגלל אי-ודאות במדידה).

לדוגמה, המהירות ב-$t = 0.04\ s$ חושבה כך:

$$v_{0.04} \approx \bar{v}_{0.02\to0.06} = \frac{5.04-1.20}{0.06-0.02} = 96\ cm/s$$

5. לפניכם גרף מהירות-זמן של תנועת הגוף:



6. התאוצה קבועה כי גרף מהירות-זמן הוא לינארי. התאוצה שווה לשיפוע הגרף. נחשב אותה על-פי שתי הנקודות (($0.02\ s$, $75\ cm/s$) ו-($0.19\ s$, $275\ cm/s$)) הנמצאות על הקו:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{275-75}{0.19-0.02} = 1180\ cm/s = 11.8\ m/s$$

7. אילו הגדיר התלמיד את ציר ה-x בכיוון מנוגד - הסימן האלגברי של התאוצה היה משתנה (הופך למינוס).

הסבר: הסימנים האלגבריים של ההעתקים היו הופכים לשליליים□ וערכיהם המוחלטים של ההעתקים היו הולכים וגדלים. לכן הסימנים האלגבריים של המהירויות היו שליליים, וגם הערכים המוחלטים של המהירויות היו הולכים וגדלים, לכן ערכי התאוצה היו שליליים.

8.נפילה חופשית

נדון במצב זה:

אדם מחזיק בידיו חפץ ברובה מסוים מעל פני הקרקע, ומשחרר אותו ממנוחה.

מהו סוג התנועה של החפץ?

נשחרר דף נייר מנקודה הנמצאת מעל הקרקע ונתבונן בו במהלך נפילתו. לאחר מכן נקמט את הדף ונביאו לצורה דמוית כדור, ושוב נשחרר אותו ונתבונן במהלך נפילתו. מתצפיות אלה מתברר, גם ללא מדידות מדויקות, כי נפילת הנייר בשני המצבים שונה. השוני נובע מכך שהתנגדות האוויר לנפילת דף הנייר שונה בשני המצבים.

כדי לחקור נפילת גופים המתרחשת ללא השפעת התנגדות האוויר, נעסוק ב"נפילה חופשית" של הגופים. תחילה נבהיר מושג זה, ולאחר מכן נענה על שאלת סוג התנועה של חפץ המשוחרר מרובה מסוים מעל הקרקע.

8.1 המושג "נפילה חופשית"

הגדרת המושג "נפילה חופשית":

"נפילה חופשית" היא תנועת גוף בהשפעת כוח הכובד בלבד.

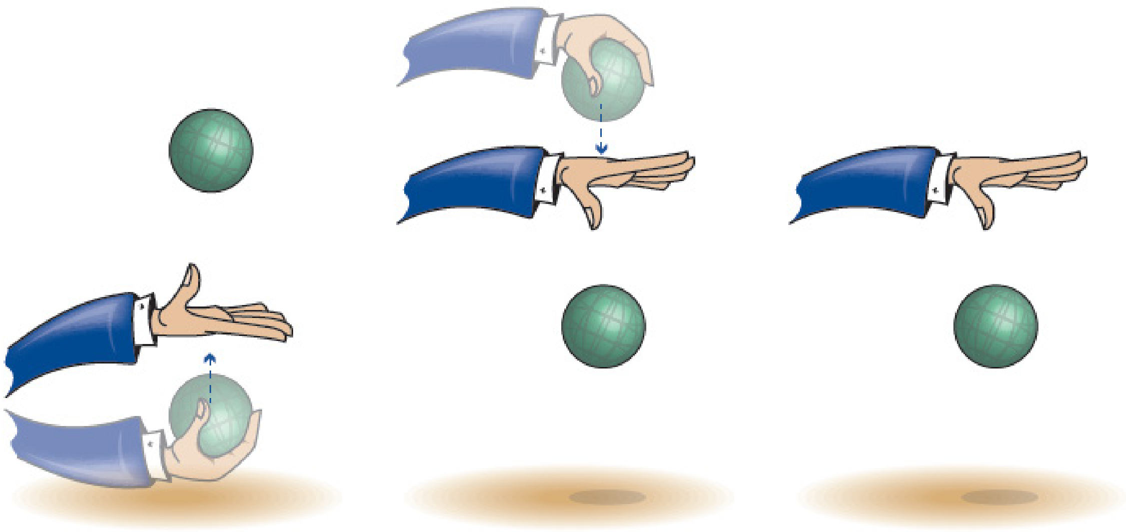
כדי לחקור נפילה חופשית של גוף עלינו לשחרר אותו בריק, כדי שמלבד כוח הכובד לא יפעלו עליו כוחות נוספים, כגון התנגדות האוויר. בגלל הקושי הטכני הכרוך בעריכת ניסויים בריק, נערוך בעיקר ניסויים שבהם הגופים ינועו אמנם באוויר (ולא בריק), אולם נבחר גופים שמשקלם גדול, במובן זה שהתנגדות האוויר שתפעל עליהם תהיה קטנה לעומת משקלם. במקרים אלה נוכל להזניח את התנגדות האוויר, ותנועת הגופים תהיה בקירוב "נפילה חופשית".

ה"נפילה החופשית" אינה מוגבלת לתנועת גוף המשוחרר ממנוחה (איור 47א); גם התנועה המתקבלת לאחר הטלת גוף אנכית מטה (איור 47ב)(כלומר החל מהרגע שהיד המטילה אותו מרפה ממנו) או התנועה של גוף לאחר הטלתו אנכית מעלה(איור 47ג) הן "נפילה חופשית". שני המקרים האחרונים מכונים "זריקה אנכית". גם זריקה משופעת, כגון זו של כידון שמוטל בכיוון משופע כמתואר באיור 47ד היא נפילה חופשית לאחר השתחררותו מידו של מטיל הכידון.

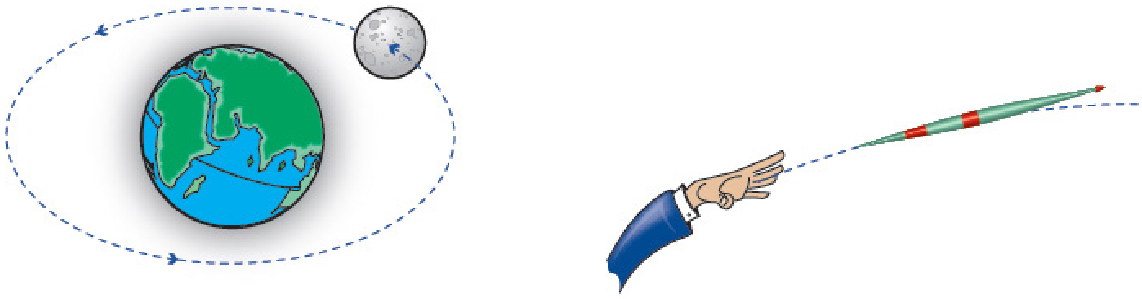
אף תנועת הירח (איור 48ה) עונה על ההגדרה של "נפילה חופשית".

כאשר גוף נזרק אנכית מטה, כמו באיור 47ב, כל עוד הוא נע יחד עם ידו של הזורק האוחזת בו – תנועתו עדיין אינה "נפילה חופשית" (בגלל שהתנועה מושפעת מפעולת היד). מרגע שהגוף משתחרר מן היד – תנועתו היא "נפילה חופשית". היכן נלקחת בחשבון השפעת היד על תנועת הגוף? הדבר נלקח בחשבון בכך שהגוף מתחיל את נפילתו החופשית עם מהירות התחלתית שכיוונה אנכית מטה, וזאת בניגוד למה שקורה באיור 47א. מהירות התחלתית זו היא תוצאה של הכוח שהיד מפעילה. מצב דומה מתרחש בזריקה אנכית מעלה ובזריקה משופעת – תנועות שנבדלות במהירות ההתחלתית.

בפרק זה נגביל עצמנו לנפילה חופשית המתנהלת לאורך מסלול אנכי (איורים 47א, 47ב ו-47ג). בתנועות כגון זו המתוארת באיור 47ד נעסוק בפרק ה – תנועות במישור, ובתנועות כגון זו המתוארת באיור 47ה נעסוק בפרק ט – "בבידה".



א. כדור משוחרר ממנוחה   ב. כדור נזרק אנכית מטה   ג. כדור נזרק אנכית מעלה



ד. כידון נזרק בכיוון משופע   ה. הירח נע סביב הארץ

8.2 אפיון נפילה חופשית לאורך מסלול אנכי

א. אופי הנפילה החופשית לאורך מסלול אנכי

נענה עתה על השאלה המוצגת בראש סעיף 8 בדבר אופייה של הנפילה החופשית. לא קשה להפיק תרשים עקבות של גוף הנופל חופשית. נעשה זאת במסדרת הספר "מכניקה ניוטונית – פעילויות (לכרכים א ו-ב)".

מניתוח איורי עקבות של גופים הנופלים חופשית במסלול אנכי מתברר כי תנועתם היא שוות-תאוצה. יתר על כן מתברר כי בקרבת הארץ לכל הגופים הנופלים חופשית יש אותה תאוצה, אף אם הגופים שונים במשקלם. גודל תאוצת הנפילה החופשית (כאשר הגופים נעים בקרבת הארץ) הוא בקירוב $9.8\ m/s^2$. נסמן גודל זה באות מיוחדת – g, כי זו תאוצה שנובעת מכוח הכובד – gravitation, והאות הראשונה של מילה זו היא g. נדגיש כי האות g מסמלת את גודל התאוצה; סימן התאוצה נקבע על-פי הכיוון של ציר ה-y, כפי שנפרט בהמשך.

נרשום:

$$g = 9.8\ m/s^2$$

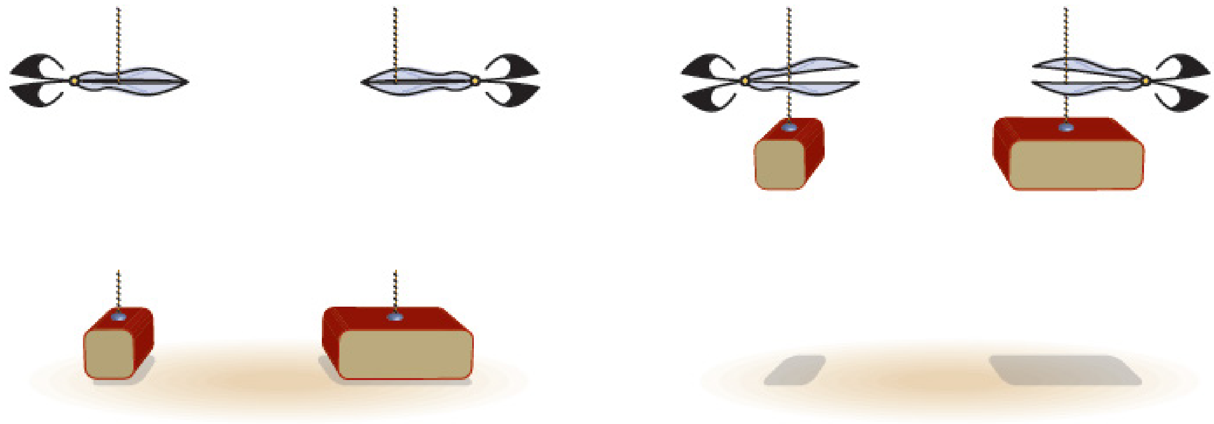
כאשר נערוך ניסויי מעבדה נשתמש בערך s2/m 9.8, אולם לצורך פתרון תרגילים נעגל אותו לערך:

g ≈ 10 s2/m

עיגלנו את הערך של g כי קל יותר לערוך חישובים עם הערך המעוגל. לדוגמה, כאשר גוף נופל חופשית ממנוחה, והכיוון החיובי של ציר ה-y מצביע מטה, אז ברגע 0 מהירותו היא 0, כעבור שנייה אחת המהירות היא s/m 10, כעבור שתי שניות – s/m 20, כעבור שלוש שניות – s/m 30, וכך הלאה.

דוגמה שנייה: אם הכיוון החיובי של ציר ה-y מצביע מעלה, וזורקים גוף אנכית מעלה במהירות s/m 30 אז כעבור שנייה המהירות היא s/m 20, כעבור שתי שניות s/m 10, וכעבור 3 שניות היא 0, כלומר הגוף מגיע ברגע זה לשיא הגובה. כעבור שנייה נוספת מהירות הגוף היא(s/m 10-), כלומר הגוף נע ברגע זה מטה.

נדגיש כי בגלל אי תלות תאוצת הנפילה החופשית במשקל הגוף, שני גופים שונים במשקלם אשר ישוחררו מאותו גובה מעל הקרקע, יפגעו בקרקע בו זמנית (אם התנועה היא אכן "נפילה חופשית")(איור 48).



א. שחרור גופים מאותו גובה

ב. הגופים כהרף עין לפני פגיעתם בקרקע

נסכם:

כאשר גוף נופל חופשית בקרבת הארץ אזי:

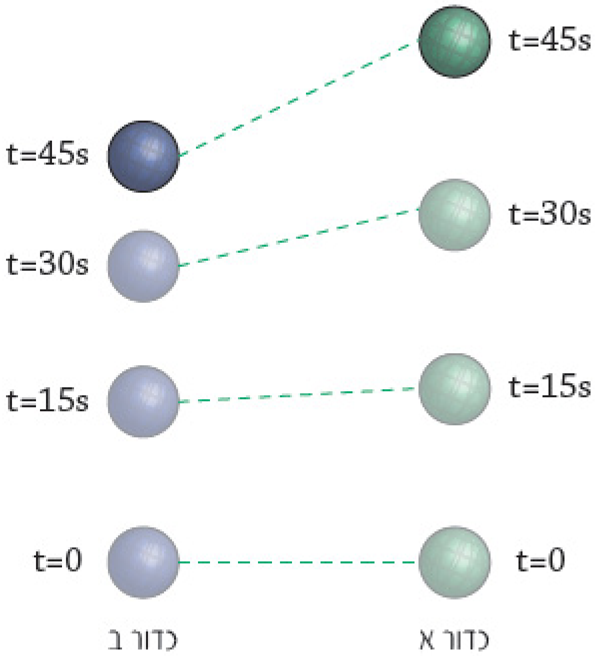
א. תנועתו היא שוות-תאוצה.

ב. תאוצתו אינה תלויה במשקלו (כלומר היא זהה לכל הגופים). גודלה סמוך לפני הארץ: g = s/m 9.8.

תנועת גוף שנזרק אנכית מעלה נקראת נפילה (חופשית) גם בשלב העלייה של הגוף.

מדוע אנו מכנים תנועה כלפי מעלה ב"נפילה"?

הסיבה היא שגוף הנזרק אנכית מעלה ונע בהשפעת כוח הכובד "נופל" לעומת גוף שהיה נזרק כלפי מעלה בתנאים של העדר כוח כובד, כלומר הוא נמצא בכל הרגעים t > 0 נמוך יותר, כמתואר באיור 49.



ב.הטיפול האלגברי בנפילה חופשית לאורך מסלול אנכי

כיוון שנפילה חופשית לאורך מסלול אנכי היא שוות-תאוצה, נוכל להשתמש בנוסחאות(8), (9), (10) ו-(11) שפיתחנו עבור תנועה שוות-תאוצה כלשהי גם עבור נפילה חופשית אנכית.

כיוון שציר מקום המתאים לתיאור תנועתו של גוף הוא אנכי, נסמן אותו באות y (במקום באות x המשמשת בדרך-כלל לסימון ציר אופקי). לכן נרשום את נוסחאות(8), (9), (10) ו-(11) עבור נפילה חופשית אנכית עם האות y במקום עם האות x (ראו דוגמאות 12-14 להלן).

את ראשיתו ואת כיוונו של ציר ה-y אנו חופשיים כמובן לבחור כרצוננו. נראה איך משפיע כיוון הציר על הסימנים האלגבריים של v ושל a.

הסימן האלגברי של v: כאשר גוף הנופל חופשית בכיוון אנכי נע בכיוון החיובי של ציר ה- y(בין אם ציר ה-y מצביע מטה או מעלה) - המהירות חיובית, וכאשר הוא נע בכיוון השלילי של ציר ה- y המהירות שלילית.

הסבר: הסימן האלגברי של v נקבע על ידי הסימן האלגברי של ההעתק Δy. כאשר הגוף נע בכיוון החיובי של ציר ה- y ערכי ההעתק חיוביים גם אם ערכי y חיוביים וגם אם הם שליליים) לכן מהירותו חיובית. כאשר הגוף נע בכיוון השלילי של ציר ה-y ערכי Δy שליליים, לכן מהירותו שלילית.

הסימן האלגברי של a: נפריד את הדיון לשני מקרים א ו-ב:

מקרה א: כיוונו החיובי של ציר ה-y נבחר מטה: הסימן האלגברי של התאוצה חיובי כאשר הגוף נע מעלה וגם כאשר הוא נע מטה.

הסבר: סימן התאוצה נקבע על-פי הסימן של Δv. אם הגוף נע מטה - מהירותו חיובית והערכה המוחלט הולך וגדל לכן Δv חיובי. אם הגוף נע מעלה - מהירותו שלילית והערכה המוחלט הולך וקטן לכן גם הפעם Δv חיובי.

מקרה ב: כיוונו החיובי של ציר ה-y נבחר מעלה: הסימן האלגברי של התאוצה הוא שלילי בעליה ובירידה.

הסבר: סימן התאוצה נקבע על-פי הסימן של Δv אם הגוף נע מטה - מהירותו שלילית והערכה המוחלט הולך וגדל, לכן Δv שלילי. אם הגוף נע מעלה - מהירותו חיובית והערכה המוחלט הולך וקטן, לכן גם במקרה זה Δv שלילי.

נסכם:

כללי סימנים אלגבריים של המהירות ושל התאוצה עבור גוף הנופל חופשית לאורך מסלול אנכי:

א. הסימן האלגברי של המהירות: מהירות הגוף חיובית כאשר הגוף נע בכיוון החיובי של ציר ה-y, ושלילית כאשר הגוף נע בכיוון השלילי של ציר ה-y.

ב. הסימן האלגברי של התאוצה: כאשר הכיוון החיובי של הציר פונה מעלה - התאוצה שלילית (בכל המצבים האפשריים). כאשר הכיוון החיובי של הציר פונה מטה - התאוצה חיובית (בכל המצבים).

8.3 תפיסה מוטעית - נפילה חופשית של גופים שוני משקל

הכלל שבל הגופים נופלים חופשית באותה תאוצה נוגד את האינטואיציה ואת ה"שבל הישר".

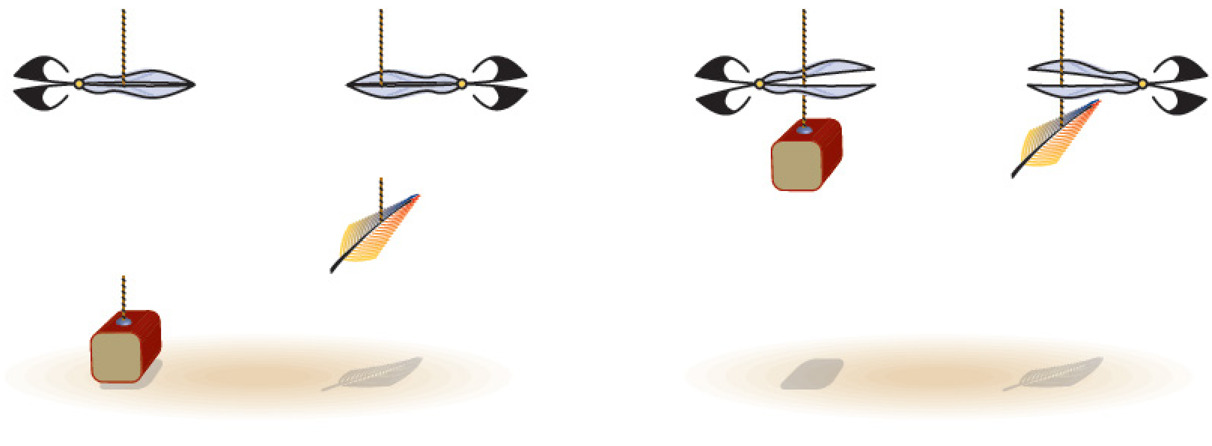
תפיסה מוטעית - נפילה חופשית של גופים שוני משקל:

באשר משחררים מאותו גובה גוף קל וגוף כבד בתנאים שבהם התנגדות האוויר אינה משפיעה - הגוף הכבד יגיע לקרקע לפני הגוף הקל.

זו תהיה תשובתם המיידית של רוב בני-האדם (שלא למדו את הנושא) לשאלה מי מגיע ראשון לקרקע - גוף קל או גוף כבד. תשובות אנשים אלה נסמכות בדרך-כלל על שני טיעונים:

טיעון א: מההתנסות היום-יומית מגיל צעיר יודעים שבאשר משחררים מאותו גובה בו-זמנית גופים שוני משקל, למשל נוצה ואבן - הגוף הכבד מגיע לקרקע לפני הגוף הקל, במתואר באיור 50.

התנסות זו גורמת לגיבוש התפיסה המוטעית הרשומה לעיל.



א. נוצה וגוף כבד משוחררים בו-זמנית ממנוחה

ב. הגוף הכבד מגיע לקרקע לפני הנוצה

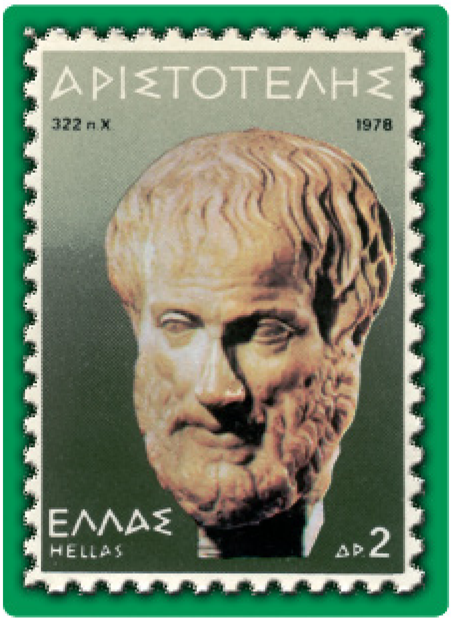
איננו חיים בתנאים של העדר התנגדות אוויר, לכן לא פיתחנו אינטואיציה למצב זה. באשר יש התנגדות אוויר, אבן אבן מגיעה לקרקע לפני נוצה המשוחררת באותו רגע מאותו גובה. השפעת התנגדות האוויר על תנועת האבן היא קטנה, ואילו על הנוצה היא רבה. אי אפשר להשליך מתוצאה זו שהיא תישאר תקפה גם בהעדר התנגדות אוויר.

טיעון ב: משמעות הדבר ש"גוף כבד יותר" היא שהגוף נמשך בכוח גדול יותר, לכן הוא יקדים את הגוף הקל.

מדוע טיעון ב אינו נכון? נרחיב על כך בפרק ד, אולם נציין כאן כי הכוח שהארץ מפעילה על האבן הוא אכן גדול יותר, אך מצד שני קשה יותר להאיץ את האבן הכבדה. שתי תכונות אלה של האבן (מצד אחד היא נמשכת בכוח גדול יותר ומצד שני קשה יותר להאיץ אותה) מקזזות אחת את השנייה כך שבסופו של דבר תאוצת האבן משתווה לזו של הנוצה (בהעדר התנגדות אוויר).

8.4 נפילה חופשית - מבט היסטורי

א.אריסטו ושאלת הנפילה של גופים



אודות אריסטו: הפילוסוף היווני אריסטו (Aristoteles, 384bce - 322bce) היה תלמידו של אפלטון, ומחנכו של אלכסנדר הגדול. לזכותו נזקפות זכויות רבות, ולא רק בתחום המדע. הוא היה אחד מגדולי המחשבה וההגות האנושית. כתביו על מדיניות וכלכלה הן יצירות מופת, ועבודותיו על האתיקה והמטפיזיקה מהוות עד היום אתגר מחשבתי לפילוסופים.

אריסטו נחשב לאבי הביולוגיה; הוא היה הראשון שמיין בעלי חיים. בין השאר חקר את האמבריולוגיה של האפרוח.

אריסטו הדגיש את חשיבות ההסתכלות לא רק בביולוגיה, אלא גם במדעים אחרים, ובעיקר באסטרונומיה. לדוגמה, הוא הסיק על פי צורת הצללית שהארץ מטילה על הירח בשעת ליקוי לבנה שהארץ היא כדורית. "הפיזיקה הישנה" של יוון העתיקה מכונה לעתים "הפיזיקה של אריסטו", כי הוא היה דוברה העיקרי. פיזיקה זו נסמכת על כך שהארץ נחה.

הכנסייה אימצה את השקפותיו של אריסטו. נקודות מתורתו של אריסטו מוזכרות בשני הכרכים של ספר זה.

נפילת גופים לפי אריסטו: כאשר משחררים גוף והוא נופל לקרקע, אזי ככל שגוף כבד יותר כך משך זמן הנפילה שלו קצר יותר.

ב.גלילאו גליליי ושאלת הנפילה החופשית

אודות גלילאו: גלילאו גליליי(Galilei Galileo, 1564 - 1642) היה פיזיקאי ואסטרונום איטלקי. הוא דמות מפתח במהפכה המדעית שהתחוללה במאה ה-17. הוא החל ללמוד רפואה באוניברסיטת פיזה, אך כעבור זמן מה עבר לעסוק במתמטיקה ובחקר הטבע. בגיל 26 הוא מונה כפרופסור למתמטיקה באוניברסיטת פיזה. הוא הגיע להישגים מרשימים בתחום הפיזיקה; תיאורים של חלק מהישגים אלה משובצים בשני הכרכים של ספר זה. בשנה שבה גלילאו הלך לעולמו נולד אייזיק ניוטון, שהביא את המהפכה המדעית להישגים מרשימים.

נפילה חופשית לפי גלילאו: גלילאו הוא האדם הראשון שנודע כמי שטען שלכל הגופים הנופלים חופשית לארץ יש אותו גודל תאוצה. בכך הוא שינה את התפיסה שגובשה על ידי אריסטו, ואשר הייתה מקובלת באלפיים שנה עד תקופתו של גלילאו. וכך הוא כתב:

אריסטו אומר כי "כדור ברזל בן מאה ליטראות הנופל מגובה מאה אמות מגיע לארץ קודם שהספיק כדור בן ליטרה אחת ליפול אמה אחת". ואני אומר ששניהם מגיעים בבת אחת.

8.5 דוגמאות להתרת תרגילים - נפילה חופשית

דוגמה 12: גוף נזרק בלפי מטה

כדור נזרק מטה במהירות שגודלה 5 מ'\ש' מגובה 60 מטר מעל הקרקע. חשב תוך כמה זמן הכדור מגיע לקרקע.

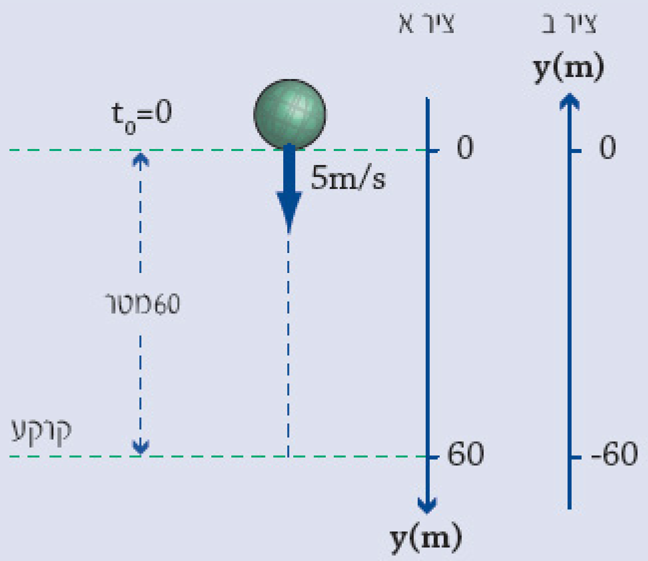
פתרו פעמיים - ביחס לשני צירי y שראשיתם בנקודה שממנה הגוף נזרק, וכיוונם החיובי מצביע -

א. כלפי מטה.

ב. כלפי מעלה.

פתרון:

איור 52 הוא תרשים הבעיה שבו מסורטטים שני הצירים א ו-ב. נבחר את רגע שחרור הכדור כ-$0 = t_0$.



1. נשתמש בנוסחה (9): $y = y_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2$

נציב בה: $y_0 = 0$, $y = +60\ m$, $v_0 = +5\ m/s$, $a = +g$ ונקבל:

$$60 = 0 + (+5)t + \frac{1}{2}\cdot(+10)t^2 \Rightarrow t_1 = 3\ s\ ;\ t_2 = -4\ s \quad (\text{א})$$

לתנאיי הבעיה מתאים רק הפתרון החיובי (בחרנו ציר זמן כך שהתנועה מתרחשת בזמן $t \geq 0$).

2. נשתמש באותה נוסחה (9) ונציב בה: $y_0 = 0$, $y = -60\ m$, $v_0 = -5\ m/s$, $a = -g$ ונקבל:

$$-60 = 0 + (-5)t + \frac{1}{2}\cdot(-10)t^2 \Rightarrow t_1 = 3\ s\ ;\ t_2 = -4\ s \quad (\text{ב})$$

התקבל אותו פתרון כמו בסעיף א. אפשר להסביר זאת מנקודת ראות פיזיקלית כך: לא יתכן שמשך התנועה של הכדור יהיה תלוי בציר המקום שבחרנו. מבחינה מתמטית – נוסחה (ב) מתקבלת מנוסחה (א) כאשר כופלים את שני אגפי משוואה (א) ב-(1-), כלומר שתי המשוואות (א) ו-(ב) שקולות זו לזו, לכן הפתרונות שלהן זהים.

דוגמה 13: גוף נזרק כלפי מעלה

אדם זורק כדור אנכית מעלה במהירות שגודלה 30 מ'\ש'.

א. תוך כמה זמן מגיע הכדור לשיא הגובה?

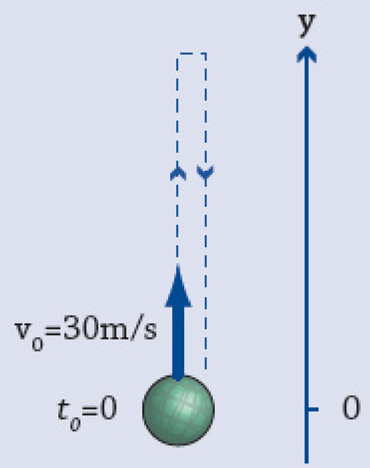
ב. מהו שיא הגובה?

ג. תוך כמה זמן מרגע זריקתו חוזר הכדור לידיו של הזורק?

ד. סרטטו גרפי תאוצה-זמן, מהירות-זמן ומקום-זמן עבור פרק הזמן החל מרגע הזריקה עד שהכדור חוזר לידיו של הזורק.

פתרון:

לפניכם תרשים הבעיה:



בחרנו ציר מקום, y, שראשיתו בנקודת הזריקה של הכדור וכיוונו החיובי מצביע מעלה.

א. נשתמש בנוסחה (8') לתנועת הכדור מרגע התנתקותו מידו של האדם עד הגיעו לשיא הגובה, שבו $V = 0$.

$$v = v_0 + at \Rightarrow 0 = 30 + (-10)t \Rightarrow t = 3\ s$$

ב. נשתמש בנוסחה (9) לגבי תנועת הכדור מרגע היותו חופשי עד לרגע הגיעו לשיא הגובה.

$$y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow y = 0 + (+30)\cdot 3 + \frac{1}{2}\cdot(-10)\cdot 3^2 = 45\ m$$

ג. נשתמש בנוסחה (9) לגבי תנועת הכדור מרגע התנתקותו מידו של האדם עד לרגע חזרתו לנקודה שממנה נזרק, ששיעורה $y = 0$.

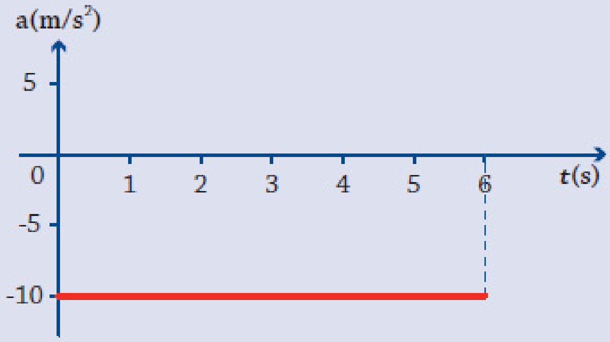
$$y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow y = 0 + 30t + \frac{1}{2}\cdot(-10)\ t^2 \Rightarrow t_1 = 0\ ;\ t_2 = 6\ s$$

הפתרון $t_1 = 0$ מתאים לרגע זריקת הכדור (שהרי גם ברגע זה $y = 0$). הפתרון $t_2 = 6$ s מתאים לרגע שבו הכדור חזר לגובה שממנו הוא נזרק.

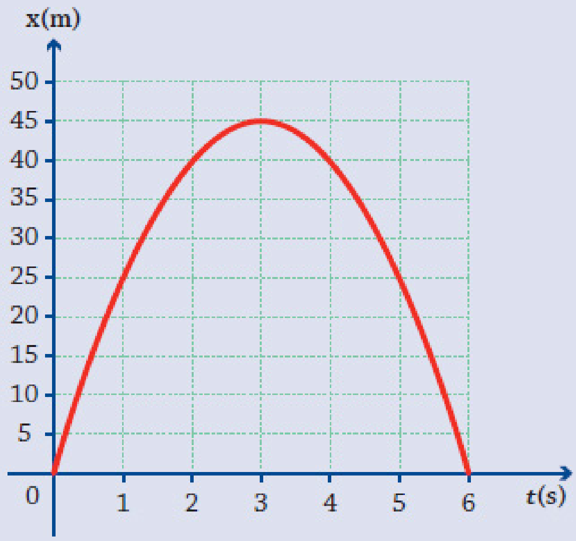
היינו יכולים לחשב בנפרד את משך העלייה ואת משך הירידה ולחבר שני זמנים אלה, אך דרך פתרון זו מעט יותר מסורבלת, לכן לא נקטנו בה.

הערה: מהפתרון נובע שגם משך העלייה וגם משך הירידה שווים ל- 3 שניות. זוהי תוצאה כללית: בזריקה מעלה משך העלייה שווה למשך הירידה לגובה המקורי(בהעדר התנגדות אוויר).

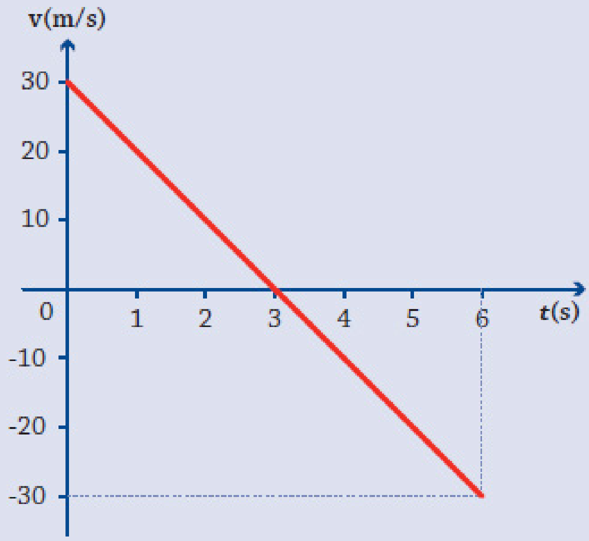
ד. נסרטט את הגרפים ביחס לציר מקום המופיע באיור 53. גרף תאוצה זמן מוצג באיור 54א. ביחס לציר הנדון, תאוצת הנפילה החופשית שלילית הן בעליה והן בירידה. גרף מהירות-זמן מוצג באיור 54ב, הוא נבנה על פי הנוסחה $v = v_o + at$ ובעזרת נתוני השאלה, בהתאם לציר המקום. גרף מקום זמן מוצג באיור 54ג. הוא נבנה על פי הנוסחה $y = y_0 + v_0t + \frac{at^2}{2}$ ובעז־רת נתוני השאלה, בהתאם לציר המקום.



א. גרף תאוצה-זמן



ג. גרף מקום-זמן



ב. גרף מהירות-זמן

לבקיאים בחשבון דיפרנציאלי: השיפועים של גרף 54ג שווים לערכי הציר האנכי של גרף 54ב. השיפוע של גרף 54ב שווה לערך הציר האנכי של גרף 54א.

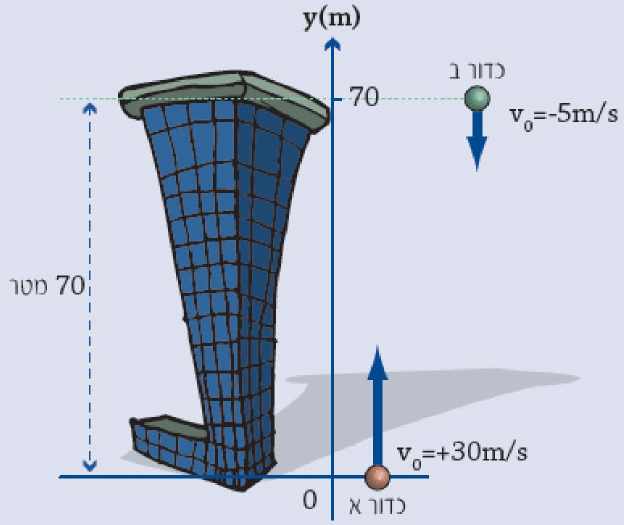
דוגמה 14: מפגש בין שת גופים הנופלים חופשית

כדור א נזרק אנכית מעלה מרגלי בניין שגובהו 70 m במהירות שגודלה 30 m/s. בו זמנית נזרק כדור ב מגובה גג הבניין אנכית מטה במהירות שגודלה 5 m/s. הניחו שהכדורים אינם מתנגשים, אלא חולפים זה ליד זה.

א. בעבור כמה זמן מרגע זריקת שני הכדורים הם "ייפגשו" (כלומר יימצאו באותו גובה)?

ב. היכן ייפגשו שני הכדורים?

ג. האם ברגע הפגישה בין הכדורים יהיה כדור א בדרכו מעלה או בדרכו מטה? נמקו.



פתרון:

נגדיר ציר y שראשיתו 0 בגובה הקרקע וכיוונו החיובי מצביע מעלה (ראו איור 55).

נשתמש בנוסחה (9): $y = y_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2$ עבור כל אחד משני הכדורים

1. נוסחת מקום-זמן של כדור א:

$$y_{\text{כדור א}} = 0 + (+30)t + \frac{1}{2}\cdot(-10)t^2$$

נוסחת מקום-זמן של כדור ב:

$$y_{\text{כדור ב}} = +70 + (-5)t + \frac{1}{2}\cdot(-10)t^2$$

ברגע המפגש t, המקום (y) של שני הכדורים שווה. נשווה, את האגפים הימניים של משוואות (א) ו-(ב):

$$(+30)t + \frac{1}{2}\cdot(-10)t^2 = 70 + (-5)t + \frac{1}{2}\cdot(-10)t^2 \Rightarrow t = 2\ s$$

2. נחשב את מקומו של כדור א ברגע t = 2 s:

$$y = y_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow y = 0 + (+30)\cdot 2 + \frac{1}{2}\cdot(-10)\cdot 2^2 = 40\ m$$

כלומר ברגע המפגש כדור א נמצא בנקודה ששיעורה y = 40 m, במילים אחרות בגובה 40 מטר מעל הקרקע. תוכלו להציב t = 2 s בנוסחת מקום-זמן של כדור ב, ולהיווכח שגם הוא נמצא ברגע זה ב- y = 40 m, כנדרש.

3. נחשב את מהירותו של כדור א ברגע המפגש (בעזרת נוסחה('8)):

$$v = v_0 + at \Rightarrow v = 30 + (-10)\cdot 2 = +10\ m/s$$

כיוון שמהירותו של כדור א ברגע המפגש חיובית - אנו מבינים שהוא נע עדיין כלפי מעלה.

9. פונקציית תאוצה-זמן

עד כה עסקנו בתנועות שבהן פונקציית מהירות-זמן לינארית, והגוף נע בתאוצה קבועה. נדון עתה בפונקציית מהירות-זמן שאינה לינארית, ונפתח את המושגים "תאוצה ממוצעת", "תאוצה רגעית" ו"פונקציית תאוצה-זמן".

9.1 תאוצה ממוצעת

א.הגדרת המושג "תאוצה ממוצעת"

הגדרת המושג "תאוצה ממוצעת" עבור תנועה כלשהי לאורך קו ישר:

כאשר גוף נע לאורך קו ישר, ובפרק זמן Δt השינוי במהירותו הוא Δv אזי התאוצה הממוצעת, , של הגוף בפרק הזמן הנדון מוגדרת כיחס בין השינוי במהירות לבין פרק הזמן שבו מתרחש השינוי.

בשפה מתמטית:

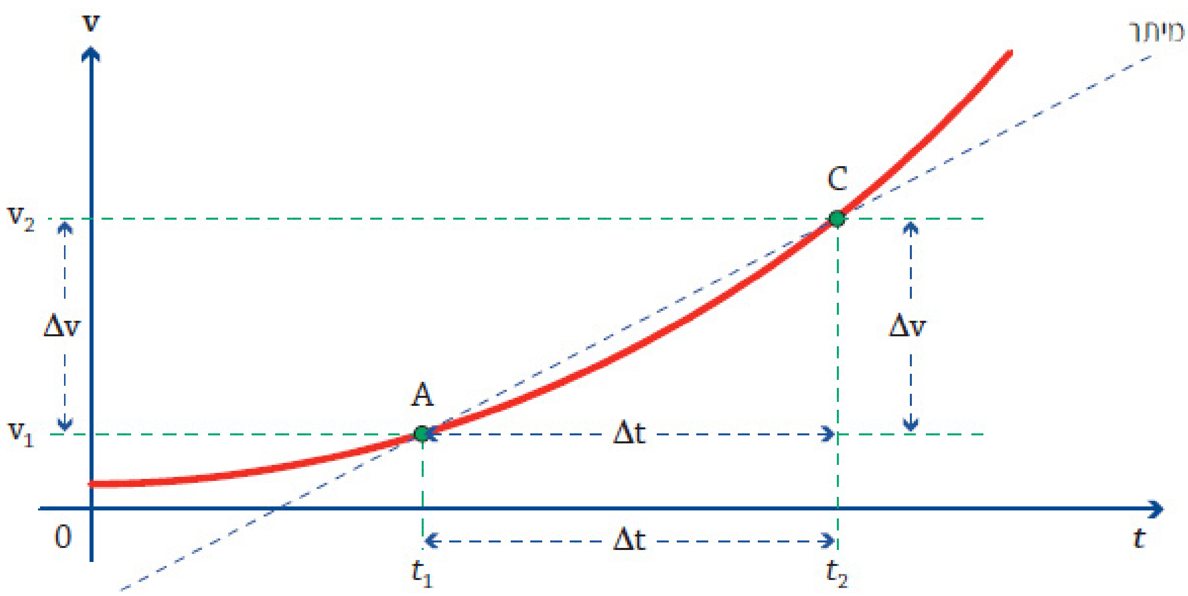
$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \qquad (12)$$

הערה:

הקשר בין המושרים "תאוצה ממוצעת" ו"תאוצה בתנועה שוות-תאוצה": כאשר התנועה היא שוות-תאוצה – ערך התאוצה הממוצעת אינו תלוי בפרק הזמן Δt שבו מחלקים את השינוי במהירות כלומר התאוצה קבועה, והיא מתלכדת עם המושג "התאוצה של הגוף" שאותה הגדרנו בסעיף 6.1.

ב.המשמעות הגרפית של התאוצה הממוצעת

באיור 56 מסורטט גרף מהירות-זמן של רוך הנע בתנועה כלשהי לאורך קו ישר. ברגע t_1 הגוף נע במהירות וברגע t_2 מהירותו v_2. באיור מסומנים הקטעים Δt ו- Δv.



תאוצה ממוצעת מורדות ב- = $\Delta v/\Delta t$; מאידך גיסא, הביטוי $\Delta v/\Delta t = (v_1 - v_2) / (t_1 - t_2)$ מייצג את שיפוע המיתר AC מכאן:

> התאוצה הממוצעת ניתנת על ידי שיפוע המיתר המחבר את הנקודות המתאימות על עקומת מהירות-זמן.

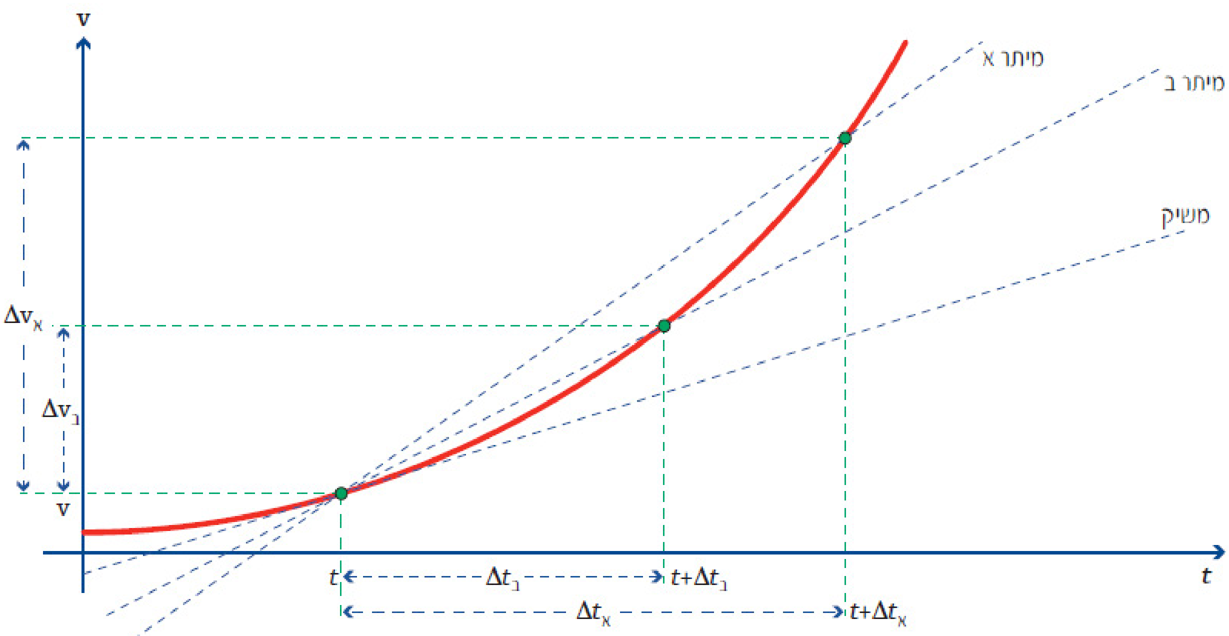
9.2 תאוצה רגעית

א.הגדרת המושג "תאוצה רגעית"

> הגדרת המושג "תאוצה רגעית" של גוף הנע לאורך קו ישר:
>
> כאשר גוף נע לאורך קו ישר אזי תאוצתו הרגעית, a, ברגע t מוגדרת כגבול של התאוצות הממוצעות מרגע t עד לרגע $t + \Delta t$, כאשר מרווח הזמן Δt שואף לאפס.
>
> בלשון מתמטית:
>
> $$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{v(t+\Delta t) - v(t)}{\Delta t} = \frac{dv(t)}{dt} \qquad (13)$$
>
> כאשר: $v(t)$ – מהירות הגוף ברגע t
>
> $v(t + \Delta t)$ – מהירות הגוף ברגע $t + \Delta t$

ב.המשמעות הגרפית של התאוצה הרגעית

באיור 57 מוצג גרף מהירות-זמן של גוף הנע לאורך קו ישר. המשמעות הגרפית של המהירות הממוצעת מרגע t עד לרגע $t + \Delta t$ היא שיפוע של המיתר המחבר את שתי הנקודות המתאימות על העקומה.



תאוצה ברגע t מוגדרת כגבול התאוצות הממוצעות מרגע t עד לרגע $t+\Delta t$, כאשר Δ שואף לאפס. כל תאוצה ממוצעת כזו מיוצגת על ידי שיפוע המיתר המתאים. נסרטט (איור 57) כמה מיתרים עבור מרווחי זמן Δt שונים.

אפשר לראות באיור כי כאשר Δt הולך וקטן, הנקודות על העקומה המחוברות על ידי מיתר הולכות ומת־קרבות זו לזו, כלומר המיתרים הולכים ומתקרבים למשיק של העקומה ברגע t, ושיפועי המיתרים הולכים ומתקרבים לשיפועו של המשיק לעקומה ברגע t.

בגבול שבו $\Delta t \to 0$ שתי הנקודות על העקומה שמחוברות על ידי מיתר מתלכדות, והמיתר הופך למשיק לעקומת מהירות-זמן.

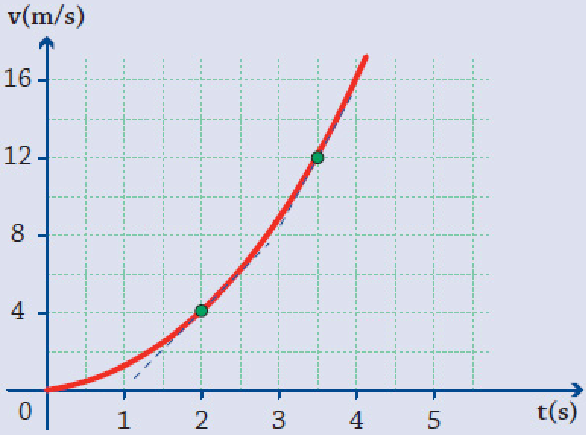
המשמעות הגרפית של התאוצה הרגעית:

התאוצה הרגעית ברגע t של גוף הנע לאורך קו ישר מיוצגת על ידי שיפוע המשיק לעקומת מהירות-זמן בנקודה המתאימה.

דוגמה 15: קביעת התנהגות תאוצה של גוף על-פי גרף מהירות-זמן

באיור 58א מוצג גרף מהירות-זמן של גוף הנע לאורך קו ישר.

א. גרף מהירות-זמן של גוף



ב. משיקים לעקומה לצורך פתרון הבעיה

מתי תאוצת הגוף גדולה יותר - ברגע $t = 2$ s או ברגע $t = 3.5$ s ? נמקו.

פתרון:

נסרטט משיקים לעקומת מהירות-זמן המתאימים לרגעים - $t = 2$ s ו- $t = 3.5$ s (איור 58ב). אפשר לראות כי שיפוע המשיק ברגע $t = 3.5$ s גדול מזה של המשיק ברגע $t = 2$ s. לכן התאוצה ברגע $t = 3.5$ s גדולה יותר.

ג.גזירת נוסחת תאוצה-זמן מנוסחת מהירות-זמן

נדון בתנועת חלקיק שנוסחת מהירות-זמן שלו היא $V = 2t^2 + 1$

נמצא את נוסחת תאוצה-זמן של החלקיק בהליך דומה לזה שבאמצעותו גזרנו את הנוסחה מהירות-זמן מנוסחת מקום-זמן בסעיף 5.2 של פרק זה.

ברגע t מסוים מהירות החלקיק היא $v_1 = 2t^2 + 1$, וברגע מאוחר יותר, $t + \Delta t$, מהירות החלקיק $v_2 = 2(t+\Delta t)^2 + 1$. נחשבו את התאוצה הרגעית ברגע t:

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{v(t+\Delta t) - v(t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{2(t+\Delta v)^2 + 1 - 2t^2 - 1}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{2t^2 + 4t\Delta t - 2\Delta t^2 + 1 - 2t^2 - 1}{\Delta t}$$

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} (4t + 2\Delta t) = 4t$$

כלומר תאוצת החלקיק בכל רגע t ניתנת על ידי: $a = 4t$

מצאנו נוסחה המציגה את התאוצה הרגעית של החלקיק כפונקציה של הזמן. נוסחה כזו מכונה נוסחת תאוצה-זמן.

בכל רגע t יש למכונית תאוצה רגעית המתאימה לאותו רגע. למשל, ברגע $t = 1\ s$ תאוצת המכונית היא 4 מ'\ש'^{2} (הצבת $t = 1\ s$ בביטוי $a = 4t$). הגרף המתאר תאוצה של גוף כפונקציה של הזמן מכונה בקצרה גרף תאוצה-זמן.

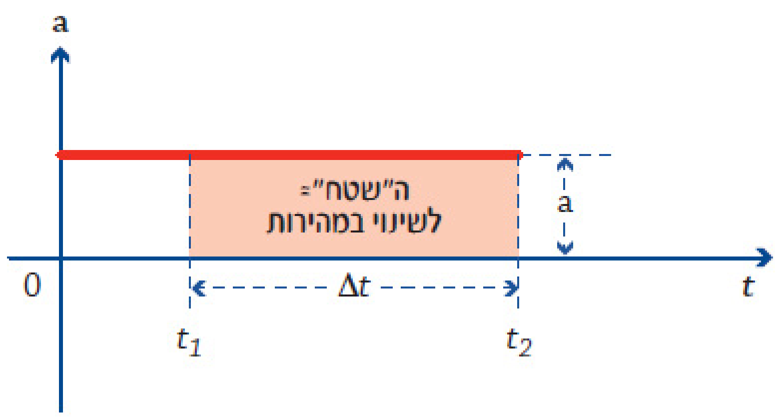
כדי לגזור את נוסחת תאוצה-זמן מתוך נוסחת מהירות-זמן קיים הליך פשוט מזה של חישוב על-פי ההגדרה, כפי שעשינו לעיל. הדבר דורש ידע בחשבון דיפרנציאלי. על כך בפרק ד' סעיף 5.1.

9.3 חישוב השינוי במהירות על-פי גוף תאוצה-זמן

על־פי פונקציית מהירות-זמן אפשר למצוא את פונקציית תאוצה-זמן. האם אפשר גם ההפך? כלומר:

האם אפשר למצוא את פונקציית מהירות-זמן על-פי פונקציית תאוצה-זמן?

נתחיל מהמקרה הפשוט ביותר - תנועה שוות-תאוצה. איור 59 הוא גרף תאוצה-זמן בתנועה שוות-תאוצה.



על-פי הגדרת התאוצה בתנועה שוות-תאוצה מתקיים הקשר $\Delta v = a\Delta t$. התבוננות באיור 59 מורה כי המכפלה $a\Delta t$ היא שטח המלבן הצבעוני (Δt הוא הבסיס ו-a הוא הגובה של המלבן).

נכתוב זאת במסקנה:

ה"שטח" התחום בין עקומת תאוצה-זמן בתנועה שוות-תאוצה לבין ציר הזמן מבטא את השינוי במהירות הגוף.

באופן דומה לדרך שבה הראינו שהשטח התחום בין גרף מהירות-זמן לבין ציר הזמן מבטא את העתק הגוף (איורים 32), נוכל להראות את המסקנה הבאה:

המשמעות הגרפית של שינוי המהירות בגרף תאוצה-זמן:

ה"שטח" התחום בין עקומת תאוצה-זמן כלשהי לבין ציר הזמן, בפרק זמן כלשהו, שווה לשינוי במהירות הגוף שחל בפרק הזמן הנדון.

מציאת השינוי במהירותו של גוף על-פי גרף תאוצה-זמן - הלכה למעשה: אפשר למצוא את השינוי במהירות בשיטות דומות לאלה שפורטו בסעיף 5.4ב.

באיור 60 מוצגים הקשרים בין גרפי מקום-זמן, מהירות-זמן ותאוצה זמן.

10. יחסיות התנועה

10.1 מנוחה ותנועה

האם הקביעה שגוף אחד נייח ושגוף אחר נע היא קביעה מוחלטת או קביעה יחסית?

נניח שאדם עומד על מרפסת ביתו ומסתכל על הרכבת המסיעה נוסעים מעיר אחת לשכנתה. האדם אומר "כמובן שהאנשים שברכבת, הממהרים למקום עבודתם, נמצאים כולם בתנועה". על רכבת שנייה, החונה על מסילה המקבילה לזו של הרכבת הנעה, הוא אומר "היא כמובן במנוחה. הרי נוסעים עולים עליה".

נניח שאדם מסוים ברכבת הראשונה מנצל את שעת הנסיעה כדי לחטוף תנומה קלה. מה תהיה תשובת חברתו, היושבת לידו, לשאלה האם הוא נייח או נע? היא תאמר "הוא ישן, וכמובן שאינו נע". נניח שהיא מפנה את מבטה לרכבת השנייה. היא תאמר "הרכבת השנייה נראית לי נעה".

אז מי צודק - האדם על המרפסת או החברה?

אנו רואים אפוא שהתשובה לשאלה אם גוף הוא נייח או נע תלויה בצופה. לאדם על המרפסת - נראה האדם ברכבת הראשונה נע, ואילו הרכבת השנייה נראית לו נייחת. לחברתו של האדם ברכבת הראשונה - נראה האדם הישן נייח, והרכבת השנייה נראית נעה. נסיק מכאן מסקנה חשובה:

תנועה ומנוחה:

תנועה ומנוחה אינם מושגים מוחלטים, אלא הם יחסיים - הקביעה אם גוף נייח או נע תלויה בצופה.

10.2 המיקום בגודל יחסי

כיצד אפשר להסביר את הסתירה, לכאורה, בין הצופים השונים?

אם האדם שעל המרפסת ימדוד באמצעות מכשיר זה או אחר את מיקומי הרכבת הראשונה והשנייה ביחס למערכת צירים y, x ו- z ה"צמודה" אליו, הוא ימצא כי מיקום הרכבת הראשונה משתנה, כלומר היא נעה ביחס אליו, ואילו מיקום הרכבת השנייה אינו משתנה, כלומר היא נחה ביחס אליו.

לעומת זאת החברה של האדם הישן רואה שמיקום האדם הישן במערכת צירים 'y', x ו- 'z ה"צמודה" אליה אינו משתנה.

לכן ביחס אליה הוא נייח. מיקום הרכבת השנייה, זו שאנשים עולים עליה, דווקא כן משתנה, לכן ביחס אליה היא נעה.

אנו יכולים לתאר את תנועתו של גוף ביחס לצירי מקום שונים שעשויים לנוע זה ביחס לזה. לכן אם ביחס למערכת צירי מיקום אחת הגוף נח, הרי ביחס למערכת צירי מיקום אחרת הוא עשוי לנוע.

הגדרת המושג "מערכת ייחוס"(reference of frame):

מערכת של צירי מיקום שביחס אליה מתארים את תנועתו של גוף נקראת מערכת ייחוס.

נוכל לתאר את תנועתו של גוף ביחס לאינסוף מערכות ייחוס.

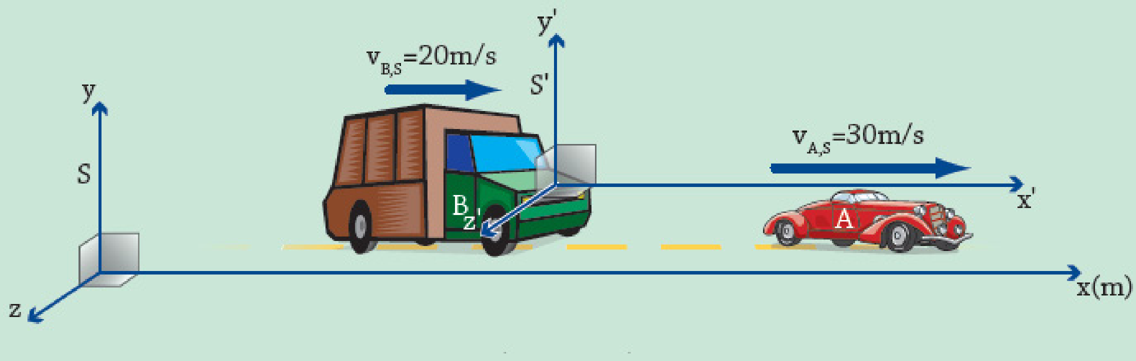
מערכת ייחוס נקראת גם צופה (observer), כי בחירת מערכת ייחוס שקולה להצבת צופה (בלתי מורגש) המודד גדלים ונע יחד עם מערכת הייחוס.

10.3 המהירות בגודל יחסי

נדון במצב הבא:

מכונית A ומשאית B נוסעות במהירות קבועה לאורך כביש ישר (איור 61). מערכת ייחוס S "צמודה" לכביש, ומערכת ייחוס S' "צמודה" למשאית B. הכיוונים החיוביים של שתי מערכות הייחוס זהים.

מהירויותיהן של מכוניות A ו- B ביחס לכביש (מערכת ייחוס s) הן: ${}_{S,}v_A = 30$ m/s · ${}_{S,}v_B = 20$ m/s.



מהי המהירות ${}_{B,}v_A$ של מכונית A ביחס למשאית B כלומר ביחס למערכת הייחוס S'?

לשם פשטות, לא נציג פתרון כללי, אלא נבחן את תנועות המכוניות בפרק זמן מסוים, למשל $\Delta t = 3$ s. בפרק זמן זה מכוניות A ו- B העתיקו את מיקומן ביחס למערכת S בשיעור של 90 מטר ו- 60 מטר בה־תאמה. לכן מכונית A העתיקה את מקומה ביחס למשאית B בשיעור של ${}_{B,}\Delta x_A = 30$ m. לפיכך מהירות מכונית A ביחס למשאית B היא:

$$v_{A,B} = \frac{\Delta x_{A,B}}{\Delta t} = \frac{30}{3} = 10 \text{ m/s}$$

אפשר לראות כי מתקיים הקשר: ${}_{S,}v_A = {}_{B,}v_A - {}_{S,}v_B$

קשר זה נכון גם באופן כללי(ולא רק בדוגמה המספרית שבחרנו).

כלל הטרנספורמציה של גלילאו גלילי עבור מהירויות:

כאשר שני גופים A ו B- נעים במהירויות ${}_{S,}v_A$ ו- ${}_{S,}v_B$ בהתאמה ביחס למערכת ייחוס S, ומערכת ייחוס S' שכיוונה החיובי זהה לזה של מערכת S צמודה לגוף B, אזי המהירות של גוף A ביחס לגוף B, ${}_{B,}v_A$, נתונה על ידי:

$${}_{S,}v_A = {}_{B,}v_A - {}_{S,}v_B \qquad (14)$$

$${}_{S,}v_B = {}_{A,}v_B - {}_{S,}v_A \qquad (15)$$

שימו לב, כדי שיהיה לכם קל לזכור ש- $v_{A,B}$ מסמל מהירות של A ביחס ל- B (ולא של B ביחס ל- A) סדר האותיות A ו- B בסימון $v_{A,B}$ זהה לסדר הופעתן של האותיות במשפט "המהירות של A ביחס ל- B".

לדוגמה: מהירות המשאית B ביחס למכונית A היא:

$$v_{B,A} = v_{B,S} - v_{A,S} = 20 - 30 = (-10)\ m/s$$

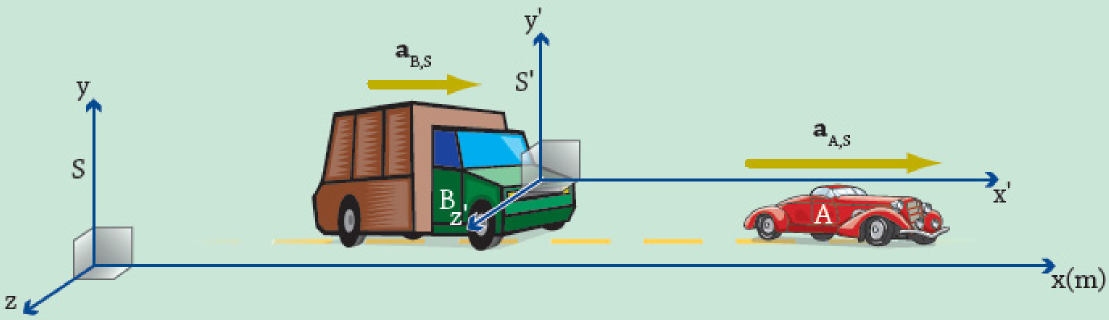
כלומר אם מודדים את מהירות משאית B ביחס לציר מקום ה"צמוד" למכונית A מתקבלת התוצאה (-10) מטר לשנייה, שמשמעותה: צופה במכונית A רואה את המשאית נעה אחורה, בקצב של 10 מטר בכל שנייה.

10.4 התאוצה בגודל יחסי

קשר (14) מבטא את מהירותו של גוף ביחס לגוף אחר. נפתח עתה ביטוי לתאוצתו של גוף ביחס לגוף אחר, שאף הוא מואץ ביחס לכביש.

נדון במצב הבא:

מכונית A נעה ימינה בתאוצה קבועה, $a_{A,S}$, ביחס למערכת ייחוס S ה"צמודה" לכביש. מערכת ייחוס שנייה, S', "צמודה" אל משאית B הנעה ימינה בתאוצה קבועה, $a_{B,S}$ ביחס ל- S (איור 62).



מהי התאוצה של מכונית A ביחס למשאית B?

בתור דוגמא, רשמנו בשורה הראשונה, השניה והשלישית של טבלה 10 ערכים אחדים של הזמן, של מהירות המכונית ביחס למערכת הכביש, $v_{A,S}$ ושל מהירות משאית B ביחס למערכת הכביש $v_{B,S}$.

$a_{A,S} = 5\ m/s^2$

$a_{B,S} = 2\ m/s^2$

$a_{A,B} = 3\ m/s^2$

t (ש')	0	1	2	3	4	5
$v_{A,S}$ (מ'\ש')	5	10	15	20	25	30
$v_{B,S}$ (מ'\ש')	3	5	7	9	11	13
$v_{A,B}$ (מ'\ש')	2	5	8	11	14	17

$a_{A,S} = 5\ m/s^2$

$a_{B,S} = 2\ m/s^2$

$a_{A,B} = 3\ m/s^2$

טבלה 10: מהירויותיהם של שני כלי רכב ביחס למערכת הצמודה לכביש, ומהירותו של האחד (A) ביחס לשני (B).

בעזרת נוסחה (14) חישבנו את המהירויות של מכונית A ביחס למשאית $v_{A}\,_{B,}$,B, וכתבנו את תוצאות החישובים בשורה הרביעית.

נחשב עתה את התאוצות:

על-פי השורה השנייה, תאוצתה של מכונית A ביחס ל- $_{S,}a_A = 5\ m/s^2$:S.

על-פי השורה השלישית, תאוצתה של משאית B ביחס ל- S $_{S,}a_B = 2\ m/s^2$.

על-פי השורה הרביעית, מהירות מכונית A ביחס למשאית B משתנה בקצב של 3 m/s בכל שנייה, כלומר תאוצתה של A ביחס ל- $_{B,}a_A = 3\ m/s^2$:B.

לכן:

$$_{B,}a_A = {}_{S,}a_A - {}_{S,}a_B$$

מסקנה זו נכונה גם באופן כללי.

כלל הטרנספורמציה של גלילאו גליליי עבור תאוצות:

כאשר שני גופים A ו-B נעים בתאוצות $_{S,}a_A$ ו- $_{S,}a_B$ בהתאמה ביחס למערכת ייחוס S, ומערכת ייחוס 'S שכיוונה החיובי זהה לזה של מערכת S צמודה לגוף B, אזי התאוצה של גוף A ביחס לגוף B, $_{B,}a_A$, נתונה על ידי:

$$_{B,}a_A = {}_{S,}a_A - {}_{S,}a_B \qquad (16)$$

$$_{A,}a_B = {}_{S,}a_B - {}_{S,}a_A \qquad (17)$$

יחסיות תאוצת הנפילה החופשית

בעמוד 64 רשמנו כי גודל תאוצת הנפילה החופשית הוא $g \approx 10\ m/s^2$. עתה, לאחר שלמדנו שתאוצה היא גודל יחסי, ראוי לציין במפורש שמדובר בגודל תאוצת הנפילה החופשית ביחס לארץ, כלומר:

$$g_{\text{ארץ}} \approx 10\ m/s^2$$

גודל תאוצת הנפילה החופשית עשוי לקבל ערכים שונים ביחס למערכות ייחוס שונות.

למשל ביחס למעלית שעולה בתאוצה של 2 m/s2 (יחסית לארץ), גודל תאוצת הנפילה החופשית הוא:

$$g_{\text{מעלית}} \approx 12\ m/s^2$$

וביחס ללוויין של כדור הארץ:

$$g_{\text{לוויין}} \approx 0$$

אולם, במקרים שבהם יהיה ברור שמדובר בתאוצה ביחס לארץ, לא נטרח בדרך כלל לרשום זאת במפורש, ונסתפק בכתיבה:

$$g \approx 10\ m/s^2$$

עיקרי הדברים - פרק א

1. תיאור תנועה הוא הצגת מקום הגוף כפונקציה של הזמן. המקום נקבע ביחס לציר מקום, x. ציר מקום מאופיין על ידי מקום הראשית, הכיוון של הציר ויחידת האורך. דרכים להצגת הפונקציה הם: טבלה, גרף נוסחה.

2. תנועה קצובה היא תנועה שבה הגוף עובר דרכים שוות בפרקי זמן שווים.

תנועה שוות-מהירות היא שבה הגוף עובר העתקים שווים בפרקי זמן שווים.

העתק מוגדר כך: $\Delta x = x_2 - x_1$

בתנועה לאורך קו ישר כל תנועה קצובה היא שוות-מהירות ולהיפך.

המהירות בתנועה קצובה מוגדרת כך: $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$

המהירות אינה תלויה בפרק הזמן Δt שנבחר.

בתנועה קצובה: נוסחת מקום-זמן: $x = x_0 + v\Delta t$

גרף מקום-זמן: ישר $\bar{v} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$

3. בתנועה כללית: $v = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \frac{[x(t+\Delta t)-x(t)}{\Delta t}$

מהירות רגעית:

תאוצה ממוצעת: $\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$

תאוצה רגעית: $a = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \frac{v(t+\Delta t)-v(t)}{\Delta t}$

4. תנועה שוות-תאוצה היא תנועה שבה בפרקי זמן שווים המהירות משתנה במידה שווה.

בתנועה שוות-תאוצה: נוסחת מהירות-זמן: $v = v_0 + a\Delta t$

גרף מהירות-זמן: ישר

נוסחת מקום-זמן: $x = x_0 + v_0x + \frac{1}{2}at^2$

גרף מקום-זמן: פרבולה

קשרים נוספים: $v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$

$x = xo + \frac{v_2+v}{2}t$

בהינתן גרף מקום-זמן: שיפוע משיק מייצג את המהירות הרגעית. אם הגרף הוא ישר אז שיפוע המשיק הוא שיפוע הישר, ואז זהו השיפוע של הקו הישר, והוא מייצג את המהירות הקבועה של הגוף.

בהינתן גרף מהירות-זמן: שיפוע משיק מייצג את התאוצה הרגעית. אם הגרף הוא ישר אז שיפוע המשיק הוא שיפוע הישר, ואז זהו השיפוע של הקו הישר, והוא מייצג את התאוצה הקבועה של הגוף.

"השטח" הכלוא בין הגרף לבין ציר הזמן מייצג את העתק הגוף.

בהינתן גרף תאוצה-זמן: "השטח" הכלוא בין הגרף לבין ציר הזמן מייצג את שינוי המהירות של הגוף.

5. נפילה חופשית היא תנועת גוף בהשפעת כוח הכובד בלבד.

סוג התנועה: שוות תאוצה; לכל הגופים אותו גודל תאוצה בקרבת הארץ.

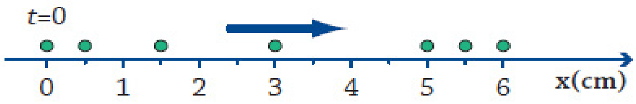
שאלות, תרגילים ובעיות

תרגילים מותאמים לסעיפי הפרק

תרגילים 1- 71 ממוינים על-פי סעיפי הפרק והם נו־עדו בעיקר לתרגול החומר המופיע באותם סעיפים. תרגילי סיכום אינטגרטיביים מופיעים אחרי תרגילים אלה.

סעיף 3: פונקציית מקום-זמן

1. לפניכם תרשים עקבות של גוף הנע ימינה בכיוון ציר x. העקבות נתונות במרווחי זמן של 1 שנייה.



הציגו את תנועת הגוף באמצעות טבלת מקום-זמן.

2. לפניכם טבלת מקום-זמן של גוף הנע לאורך קו ישר. ערכי המקום נקבעו ביחס לציר מקום, x, המקביל למסלול התנועה ומצביע צפונה.

t (s)	x (cm)
0	0
1	4
2	5
3	9
4	7
5	3
6	-2

1. סרטטו גרף מקום-זמן של תנועת הגוף.
2. ציינו מהם כיווני התנועה של הגוף(צפונה או דרומה) בפרקי הזמן השונים.

3.

1. ציינו ארבעה אמצעים שבעזרתם אפשר להפיק תרשים עקבות של גוף הנע לאורך קו ישר.
2. תארו כיצד אפשר להפיק טבלת מקום-זמן באמצעות אחד האמצעים שציינתם בתשו־בתכם לסעיף א.

סעיף 4: תנועה שוות-מהירות

4.1 המושג "תנועה שוות-מהירות"

ב. העתק

4. ארבעה גופים נעים לאורך קו ישר. בטבלה שלפניכם רשום מקומו ההתחלתי x_1 ומקו־מו הסופי x_2, של כל גוף. חשבו את העתקו של כל גוף, ורשמו אותו בעמודה המתאימה בטבלה. רשמו מתחת לביטוי Δx שבטבלה את יחידת ההעתק.

	x_1 (m)	x_2 (m)	Δx
גוף א	1	3	
גוף ב	8	3	
גוף ג	7	-2	
גוף ד	-10	-4	

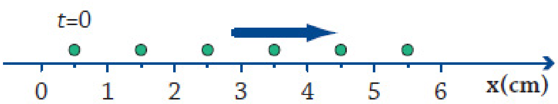
5. אתם קוראים את מד-הקילומטרים של מכוניתכם בתחילת היום ובסוף היום. באילו תנאים מייצג הפרש שתי הקריאות את גודל ההעתק?

לדוגמה, אם בתחילת היום מד-הקילומטרים מראה 30,000 ק"מ ובסוף היום 30,300 ק"מ, באילו תנאים ההפרש - 300 ק"מ מייצג את גודל ההעתק?

4.2 פונקציית מקום-זמן עבור תנועה שוות-מהירות

שאלות 6-12 שלהלן עוסקות בתנועת גוף יחיד.

6. לפניכם תרשים עקבות של גוף הנע ימינה לאורך ציר x. העקבות נתונות במרווחי זמן של 0.5 שנייה.

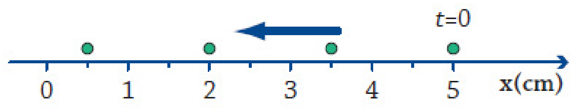


1. מדוע תנועת הגוף היא שוות-מהירות?
2. הציגו את פונקציית מקום-זמן בעזרת -

(1) טבלה (2) גרף (3) נוסחה

3. מצאו את מהירות הגוף על-פי תרשים העקבות ועל-פי כל אחד משלושת הייצוגים המוזכרים בסעיף ב.

.7 לפניכם ארבע העקבות הראשונות של גוף הנע שמאלה במהירות קבועה לאורך ציר x. העקבות נתונות במרווחי זמן של 1 שנייה.



.1 מצאו את מהירות הגוף.

.2 מצאו את מקום הגוף ברגעים t = 2.5 s ו- t = 20 s (הניחו כי מהירות הגוף קבועה בכל מהלך תנועתו).

.8 אצן רץ במהירות קבועה של 4 מ\ש' לאורך מסלול ישר. מקומו של האצן נקבע ביחס לציר x שכיוונו החיובי בכיוון ריצתו. ברגע שהפעילו את שעון העצר (רגע t= 0) היה האצן בנקודה ששיעורה X = 10 m.

.1 כתבו נוסחת מקום-זמן המתאימה לתנועת האצן.

.2 מהו מקום האצן (ביחס לציר ה-x) ברגע t = 12 s?

.3 מהו העתק האצן מרגע t= 0 עד רגע t = 12 s ?

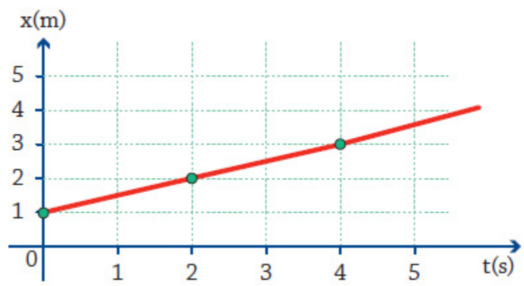
.9 רוכב אופניים נע על כביש ישר בכיוון החיובי של ציר x במהירות 3 מ\ש', ברגע t = 0 הרוכב היה בנקודה ששיעורה 2 מ',

.1 מה שיעור הנקודה שאליה מגיע רוכב האופניים ברגע t= 10 s ?

ב. איזה מרחק עובר הרוכב ב-10 השניות הראשונות לתנועתו?

ג. ענו על סעיפים א ו-ב לעיל אם מהירות הרוכב היא (3-) מ\ש',

.10 לפניכם גרף מקום-זמן של גוף. מקום הגוף נקבע ביחס לציר x שכיוונו החיובי מצביע ימינה.



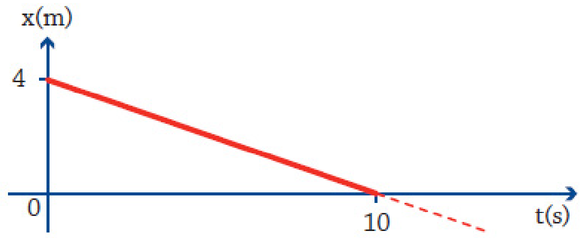
.1 הסבירו מדוע תנועת הגוף היא שוות-מהירות.

.2 מהו כיוון תנועת הגוף(ימינה או שמאלה)? נמקו.

.3 היכן נמצא הגוף ברגע t = 0?

.4 מהי מהירות הגוף?

.11 לפניכם גרף מקום-זמן של הולך רגל הצועד על מדרכה ישרה.



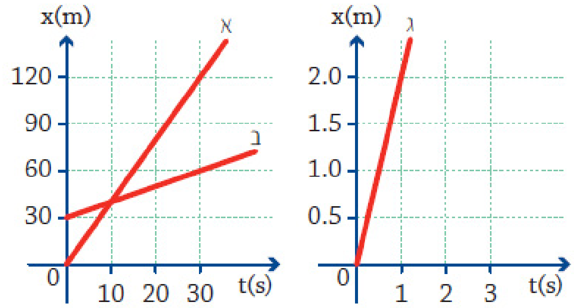
.1 היכן נמצא הולך הרגל ברגע אפס?

.2 האם הולך הרגל חולף בראשית של ציר המ־קום? אם כך מתי?

.3 מצאו את נוסחת מקום-זמן של תנועת הולך הרגל.

.4 היכן נמצא הולך הרגל ברגע t= 17 s, בהנחה שהוא ממשיך לצעוד באותה מהירות.

.12 לפניכם גרפי מקום-זמן של שלושה גופים א, ב ו-ג.



לאיזה גוף מהירות הגדולה ביותר, ולאיזה הקטנה ביותר? נמקו.

שאלות 13-18 שלהלן עוסקות בתנועת שני גופים.

.13 באיור מוצגים גרפי מקום-זמן של שלושה גו־פים הנעים לאורך מסלול ישר משותף. העקו־מה המתאימה לגוף א מקבילה לציר הזמן.

.1 מה מייצגת הנקודה A?

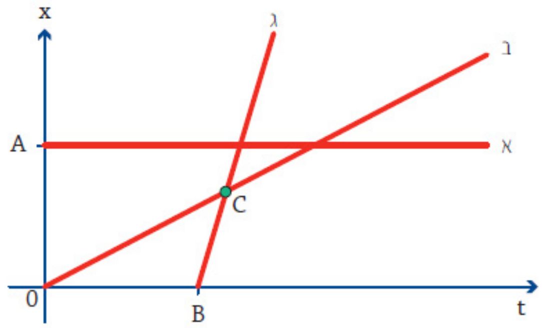
.2 מה מייצגת הנקודה B?

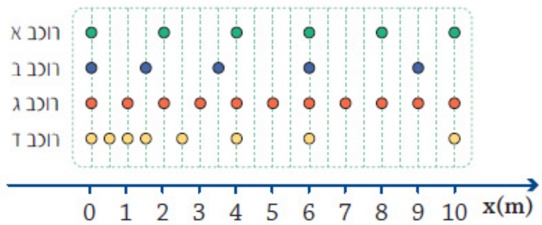
.3 מה מייצגת הנקודה C?

.4 האם מהירויות הגופים ב ו-ג ברגע המתאים לנקודה C שוות? נמקו.

.5 איזה מבין הגופים נע במהירות הגדולה ביותר? נמקו.

.14 לפניכם תרשים עקבות של ארבעה רוכבי אופניים במרווחי זמן של שנייה אחת. ארבעת רוכבי האופניים נעים בכיוון החיובי של הציר x, וברגע t=0 חלפו כולם בנקודות ששיעוריהן x=0.





.1 אילו רוכבי אופניים נעים במהירות קבועה? נמקו.

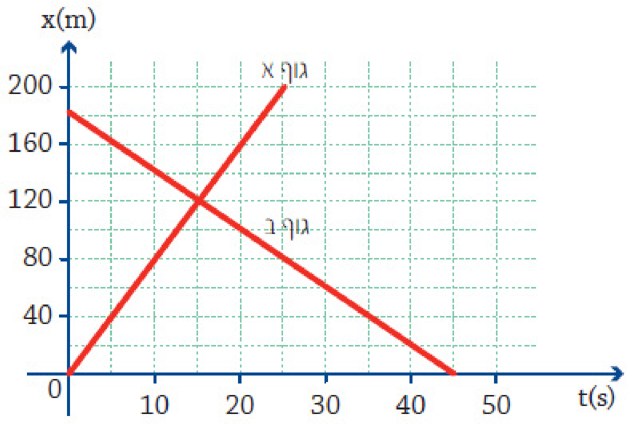
.2 (1) מצאו את מהירותו של כל אחד ממכבי האופניים שנע במהירות קבועה.

(2) סרטטו במערכת צירים אחת גרפי מקום-זמן של רוכבי האופניים שנעים במהירות קבועה.

.3 קבעו על-פי תרשימי העקבות אם הרוכבים ג ו-ד נפגשים. אם כן - קבעו על-פי התרשים באיזה רגע (או באילו רגעים) מתרחש המפגש.

.4 למערכת הצירים שסרטטתם הוסיפו גרף מקום-זמן של רוכב ד, ובדקו תשובתכם לסעיף ג.

.15 לפניכם גרפי מקום-זמן של שני גופים - גוף א וגוף ב - המסורטטים במערכת צירים אחת; מקומם של שני הגופים נקבע ביחס לציר x שכיוונו החיובי פונה ימינה.



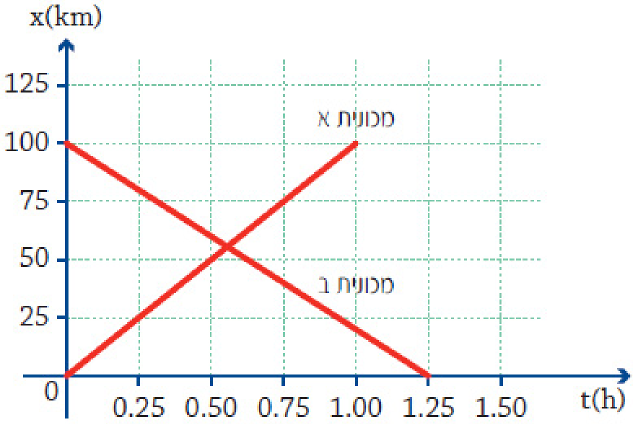
.1 מהו כיוון תנועתו (ימינה או שמאלה) של גוף א ומהו כיוון תנועתו של גוף ב? נמקו.

.2 חשבו את מהירותו של כל אחד משני הגופים.

.3 מתי שני הגופים נפגשו? נמקו.

.16 שתי מכוניות נוסעות במהירות קבועה זו לקראת זו על כביש ישר העובר דרך שתי ערים A ו-B. ברגע t = 0 חולפת מכונית א בעיר A בדרכה לעיר B, ומכונית ב חולפת בעיר B לדרכה לעיר A.

הגרף מציג את המקום של כל מכונית בפונקציה של הזמן. הראשית של ציר ה-x נבחרה בעיר A, והכיוון החיובי פונה לעבר העיר B.



.1 מהו המרחק בין הערים A ו-B ?

.2 כמה זמן לאחר צאתה מגיעה מכונית א לעיר B?

.3 חשבו את המהירות של כל אחת משתי המכוניות.

.4 כמה זמן לאחר צאתן לדרך חולפות המכוניות זו על-פני זו?

.17 משאית יוצאת מתל-אביב ונוסעת לכיוון חיפה במהירות שגודלה 70 קמ"ש, ובאותו רגע יוצאת מונית מחיפה ונוסעת לכיוון תל-אביב במהירות שגודלה 90 קמ"ש. המרחק בין הערים הוא 80 ק"מ.

.1 סרטטו את תרשים הבעיה, הגדירו ציר x, והוסיפו תרשים שלו לתרשים הבעיה.

.2 כתבו נוסחת מקום-זמן של המשאית ביחס לציר

ה-x.

3. כתבו נוסחת מקום-זמן של המונית ביחס לציר ה-x.

4. מתי, ובאיזה מרחק מתל-אביב תפגשנה שתי המכוניות?

5. פתרו את סעיף ד בדרך גרפית.

18. תחנת דלק ב נמצאת 10 ק"מ דרומית לתחנת דלק א. משאית יוצאת מתחנת דלק א צפונה במהירות קבועה שגודלה 70 ק"מ לשעה. חצי שעה לאחר צאתה, יוצא רוכב אופנוע מתחנת דלק ב צפונה, בעקבותיה של המשאית. רוכב האופנוע נוסע במהירות קבועה שגודלה 100 ק"מ לשעה.

1. סרטטו את תרשים הבעיה. הגדירו ציר x, והוסיפו איור שלו לתרשים הבעיה. כתבו נוסחת מקום-זמן של המשאית ביחס לציר ה-x שבחרתם.

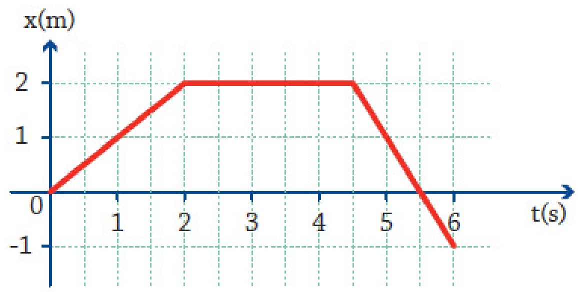
2. כתבו נוסחת מקום-זמן של רוכב האופנוע ביחס לציר ה-x שבחרתם.

3. כמה זמן לאחר צאתה של המשאית משיג אותה האופנוען?

4.3 תנועה שוות-מהירות למקוטעין

19. גוף נע לאורך ציר x. לפניכם גרף מקום-זמן של תנועתו.

1. מתי הגוף חלף בנקודה ששיעורה $x = 1.5$ m?



2. חשבו את מהירות הגוף בקטעי התנועה השונים.

3. חשבו את ההעתק הכולל של הגוף (עד רגע $t= 6$ s).

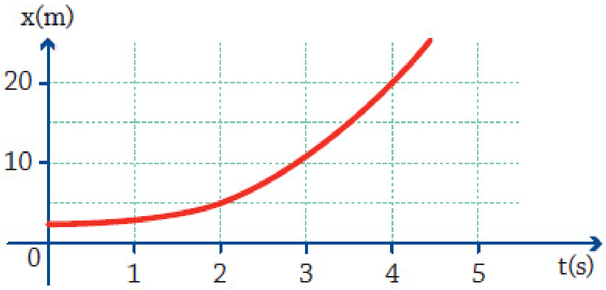
4. חשבו את אורך הדרך הכוללת שהגוף עבר במהלך תנועתו (עד רגע $t= 6$ s).

סעיף 5: פונקציית מהירות-זמן

5.1 מהירות ממוצעת

20. שיא העולם בריצת 100 מטר(לגברים) נקבע על-ידי קרל לואיס מארה"ב בשנת 1991, והיה 9.86 ש', שיא העולם בריצת 200 מטר(לגברים) נקבע על-ידי מייקל ג'ונסון מארה"ב בשנת 1996 והיה 19.32 ש', מה הייתה המהירות הממוצעת בכל אחת משתי הריצות? (השיאים מעודכנים לחודש מאי 2006)

21. לפניכם גרף מקום-זמן של גוף הנע לאורך קו ישר.



1. חשבו את המהירות הממוצעת של הגוף מרגע $t= 2s$ עד רגע $t= 4s$.

2. מהי המשמעות הגרפית של המהירות שחישבתם?

5.2 מהירות רגעית

22. נוסחת מקום-זמן של גוף הנע לאורך קו ישר היא $x + 4 = t^2$, כאשר x-ו-t מבוטאים ביחידות SI. חשבו, על-פי הגדרת המהירות הרגעית, את מהירות הגוף ברגע $t= 2$ s.

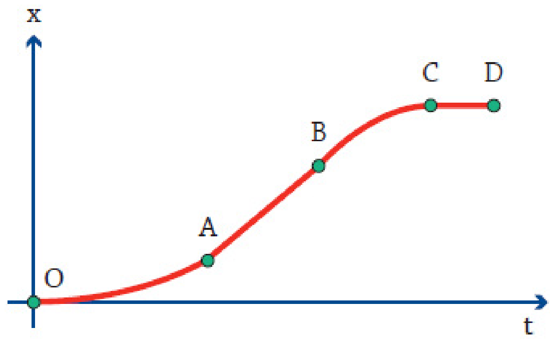
23. נוסחת מקום-זמן של גוף הנע לאורך קו ישר היא $x+4 = t^2 + 2t$, כאשר t ו-x מבוטאים ביחידות SI.

1. היכן היה הגוף ברגע $t=0$?

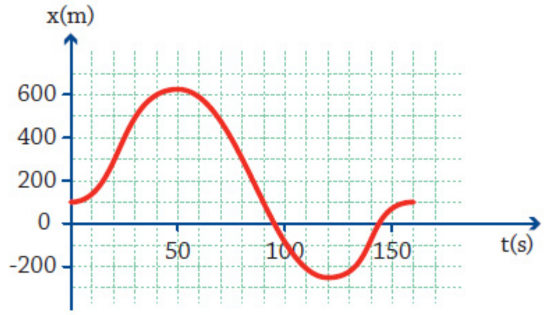
2. היכן היה הגוף ברגעs $t= 3$?

3. חשבו, על-פי הגדרת המהירות הרגעית, את מהירות הגוף ברגע $t= 3$ s.

24. הגרף מתאר את מקומו של גוף הנע לאורך קו ישר בפונקציה של הזמן (הקטע CD מקביל לציר הזמן). לגבי כל אחד מארבעת קטעי התנועה, ציינו אם מהירות הגוף שווה לאפס, קבועה אך שונה מאפס, הולכת וקטנה או הולכת וגדלה. נמקו את תשובותיכם.



25. לפניכם גרף מקום-זמן של גוף הנע לאורך קו ישר. הכיוון החיובי של ציר המקום נבחר ימינה.



1. תארו את תנועת הגוף - ציינו מהם כיווני תנועתו בפרקי הזמן השונים, ומתי הגוף משנה את כיוון תנועתו.
2. מתי מהירות הגוף שווה לאפס? נמקו.
3. מהו המרחק המרבי ימינה לנקודת המוצא שאליו מגיע הגוף?

5.3 גרף מהירות-זמן

א. גרף מהירות-זמן בתנועה שווה-מהירות

26. לפניכם ערכי המהירות של ארבעה גופים, שכל אחד נע במהירות קבועה.

גוף(1): $v = +2$ m/s

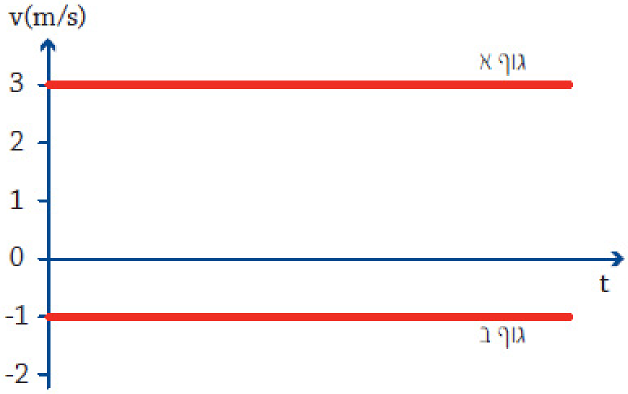
גוף(2): $v = +4$ m/s

גוף(3): $v = -3$ m/s

גוף(4): $v = -5$ m/s

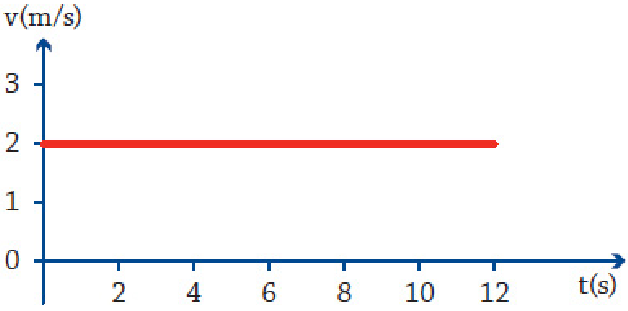
סרטטו במערכת צירים אחת את גרפי מהירות-זמן של כל אחד מארבעת הגופים, וסמנו את הגרפים ב-(1) – (4) בהתאם לסימון הגופים.

27. לפניכם גרפי מהירות־זמן של שני גופים - גוף א וגוף ב. תנועת הגופים מתוארת ביחס לציר מקום שכיוונו החיובי פונה ימינה.



ציינו את כיוון התנועה(ימינה או שמאלה) של כל אחד משני הגופים.

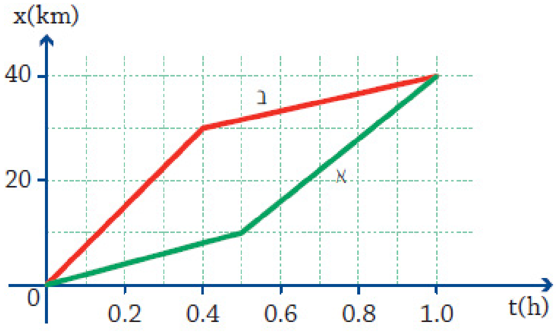
28. לפניכם גרף מהירות-זמן של תנועת גוף. ברגע $t=0$ הגוף היה בנקודה ששיעורה $X = 5$ m.



1. מצאו את העתק הגוף מרגע $t= 0$ עד לרגע $t=10$ s.
2. האם הגוף נע בכיוון החיובי של ציר ה- x או בכיוונו השלילי? נמקו.
3. חשבו את מקום הגוף ברגע $t= 10$ s.

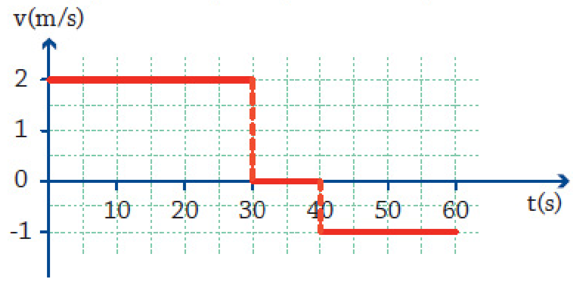
29. באיור מתוארים גרפי מקום-זמן של מכוניות א ו-ב הנוסעות על כביש ישר.

1. סרטטו גרף מהירות-זמן של מכונית א.
2. לגבי פרק הזמן מ-$t = 0$ עד $t= 1$ h: האם המהירות הממוצעת של מכונית ב גדולה מזו של מכונית א, קטנה ממנה, או שווה לה? נמקו.



ב. חישוב העתק על-פי מהירות-זמן

.30 לפניכם גרף מהירות-זמן של גוף הנע לאורך קו ישר.

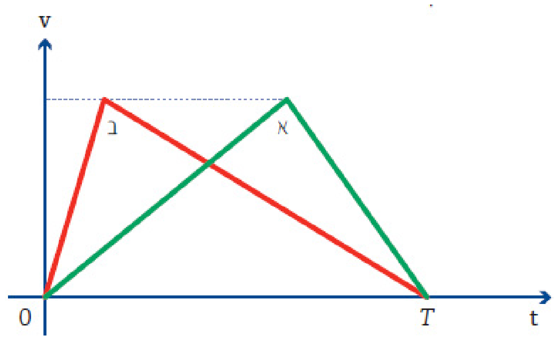


ברגע t= 0 היה הגוף בנקודה ששיעורה x_0 = 20 m.

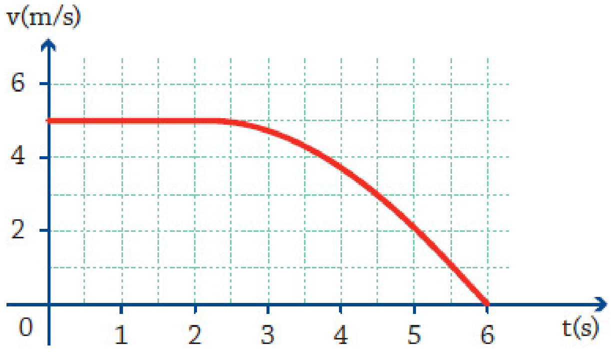
סרטטו גרף מקום-זמן של תנועת הגוף.

.31 באיור מוצגים גרפי מהירות-זמן של גופים א ו-ב הנעים לאורך קו ישר(הקו המקווקו באיור מקביל לציר הזמן).

איזה משני הגופים עובר דרך ארוכה יותר מרגע t= 0 עד רגע T? נמקו.



.32 לפניכם גרף מהירות-זמן של גוף הנע לאורך קו ישר, ביחס לציר x המצביע בכיוון תנועת הגוף. ברגע t= 0 הגוף היה בנקודה ששיעורה x_0 = 20 m.



.1 העריכו את העתק הגוף מרגע t= 0 עד רגע t= 6 s.

.2 חשבו את מקום הגוף ברגע t= 6 s.

סעיף 6: תנועה שוות-תאוצה

תרגילים 33 - 45 שלהלן עוסקים בתנועת גוף יחיד.

.33 מכונית הנוסעת בכיוון החיובי של ציר x מואצת ממנוחה בתאוצה של 2 מ'\ש'², ולאחר 12 שניות ממשיכה את נסיעתה במהירות קבועה.

.1 הסבירו את משמעות המשפט: "המכונית מואצת בתאוצה של 2 מ'\ש'²".

.2 מהי מהירות המכונית כעבור 5 ש'?

.3 מהו המרחק שהמכונית עוברת במשך 5 השניות הראשונות של תנועתה?

.4 מהי מהירותה המרבית?

.5 סרטטו גרף מהירות-זמן של תנועת המכונית ב-20 השניות הראשונות לתנועתה.

.6 מהו המרחק שהמכונית עוברת במשך 20 השניות הראשונות של תנועתה?

.34 מכונית מואצת בתאוצה קבועה במשך 6 שניות לאורך כביש ישר ממהירות שגודלה 18 קמ"ש\שעה למהירות שגודלה 72 קמ"ש\שעה.

.1 מהי תאוצת המכונית המבוטאת ביחידה מ'\ש'²?

.2 מהו המרחק שהמכונית עוברת בפרק זמן זה?

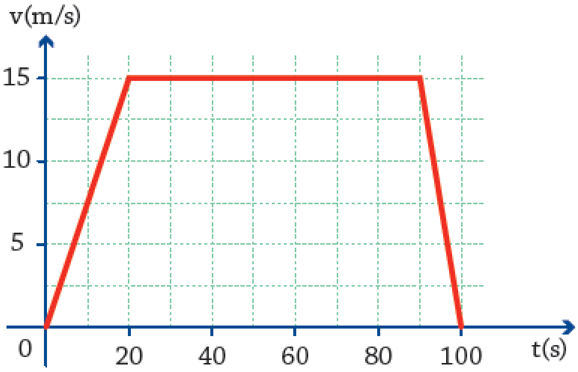
.35 מטוס מואץ ממנוחה בתאוצה קבועה על מסלול המראה, וממריא כעבור 6 ש', לאחר שעבר מרחק של 600 מ' על פני המסלול. חשבו את מהירותו ברגע ההמראה.

36. ילד הודף תיבה על פני הרצפה, ומגלה כי לאחר תום שלב ההדיפה, התיבה ממשיכה לנוע במשך 1.2 ש' נוספות עד לעצירתה, ועוברת בפרק זמן זה מרחק של 2 מ', חשבו את תאוצת התיבה לאחר תום ההדיפה, בהנחה שזו קבועה.

37. רכבת מתחילה את מסעה ממנוחה, ונוסעת בתאוצה של 1.5 מ'\ש'² במשך 20 שניות. לאחר מכן היא נוסעת במהירות קבועה במשך 4 דקות, ולבסוף מאיטה בתאוצה של (‎-2.5) מ'\ש'², עד שהיא נעצרת בתחנה הבאה.

1. סרטטו גרף מהירות-זמן של תנועת הרכבת.
2. חשבו את המרחק הכללי שהרכבת עברה.

38. לפניכם גרף מהירות-זמן של מכונית הנעה על כביש ישר.

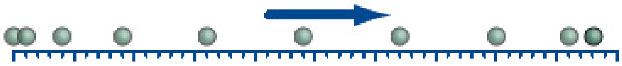


1. באיזה סוג של תנועה נעה המכונית(מנוחה, תנועה שוות-מהירות, תנועה שוות-תאוצה או תנועה אחרת) בכל אחד מחלקי התנועה השונים?
2. מהו המרחק שעוברת המכונית מתחילת תנועתה עד לעצירתה?
3. מתי עוברת המכונית 450 מ'?

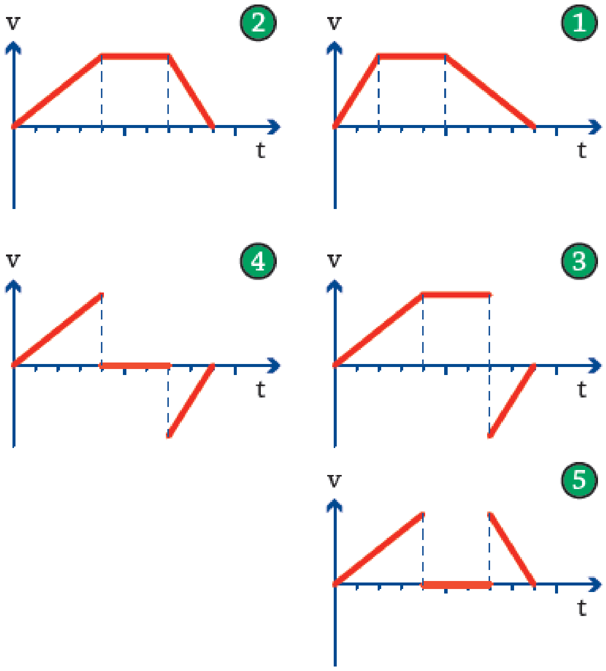
39. אורכו של מסלול המראה הוא 500 מ'. מטוס צריך להגיע למהירות מזערית של 180 ק"מ\שעה על מנת להמריא.

1. מהי התאוצה המזערית הדרושה לו כדי שימריא, אם הוא נע על המסלול בתאוצה קבועה?
2. מהו אורך המסלול הנדרש למטוס זה להמראה אם תאוצתו היא 3 מ'\ש'²?

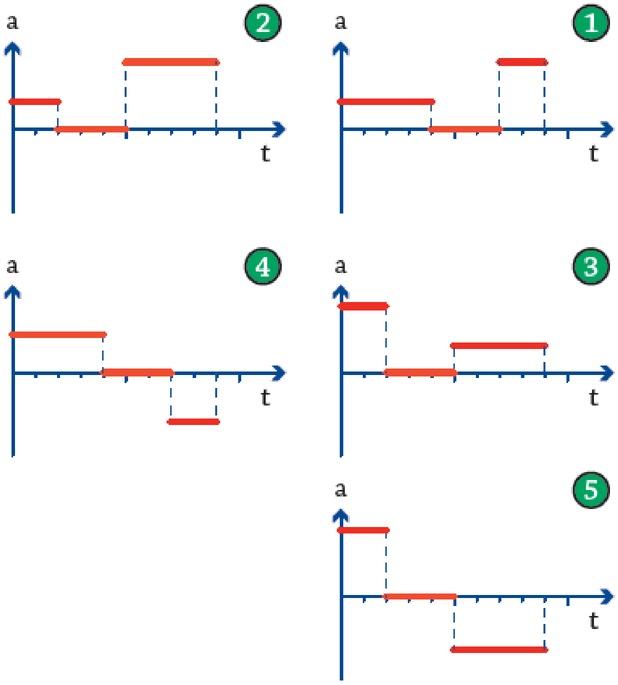
40. לפניכם תרשים עקבות של חלקיק הנע ימינה. העקבה הראשונה מתאימה לרגע שבו החלקיק החל לנוע, והעקבה האחרונה מתאימה לרגע שבו הוא נעצר.



1. איזה גרף מהירות-זמן מתאים לתנועת החלקיק?



2. איזה גרף תאוצה-זמן מתאים לתנועת החלקיק?



14. "משך התגובה" של נהג הוא 0.7 ש' (משך התגובה הוא פרק הזמן החולף מרגע שעין הנהג קולטת אות לעצור עד להפעלת הבלמים). המכונית ניתנת להאטה בקצב של 5 מ'\ש'².

חשבו את המרחק הכללי שהמכונית עוברת מרגע קליטת האות עד עצירתה, אם מהירותה לפני הבלימה היא 72 קמ"\שעה.

42. ענו והסבירו או הדגימו את תשובותיכם לשאלות שלפניכם.

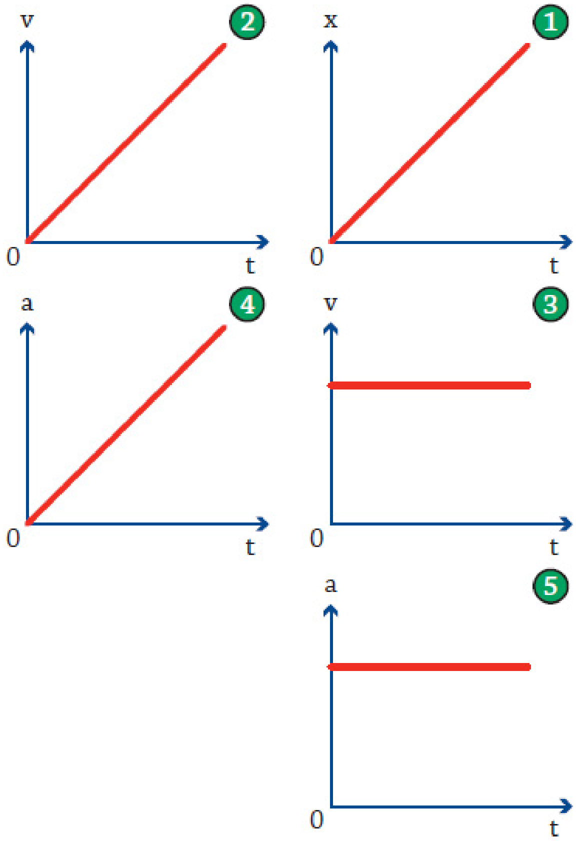
1. האם יתכן שהדרך שגוף עובר בפרק זמן מסוים גדולה מגודל ההעתק שלו בפרק זמן זה?

2. האם יתכן שההעתק של גוף בפרק זמן מסוים גדול מהדרך שהגוף עובר בפרק זמן זה?

3. האם יתכן שמהירותו של גוף גדלה בגודלה(בערכה המוחלט) ותאוצתו שלילית?

4. האם יתכן שברגע מסוים מהירותו של גוף מתאפסת ותאוצתו שונה מאפס?

43. אילו מהגרפים שלפניכם מייצגים תנועה במהירות קבועה? שימו לב למשתנים השונים על הציר האנכי.



44. אילו מהגרפים שבתרגיל 43 מייצגים תנועה בתאוצה קבועה (השונה מאפס)?

45. לפניכם שש נוסחאות של גופים שונים שכל אחד נע לאורך קו ישר.

1. $x = 2+3t$
2. $x = -t^2+t$
3. $v = 1-4t$
4. $v = 3$
5. $x = -1$
6. $x = 3t^2-4+2t$

x ו- t, v המופיעים בנוסחאות נמדדים ביחידות SI. קבעו, בעזרת הנוסחאות לתנועה שוות-תאוצה, את סוגי התנועה (מנוחה, תנועה שוות-מהירות, תנועה שוות-תאוצה) של כל אחד מהגופים.מצאו, במידת האפשר, את קבועי התנועה של כל גוף - מקום ברגע אפס, מהירות ברגע אפס, מהירות (כאשר התנועה שוות-מהירות) תאוצה (כאשר התנועה שוות- תאוצה).

תרגילים 46-51 שלהלן עוסקים בתנועת שני גופים.

46. שתי מכוניות נוסעות על אותו כביש.

1. הסבירו במילים את משמעות המשפט "המכוניות נפגשות"; השתמשו במונחים: מקום, זמן, מהירות, תאוצה (או בחלקם).

2. כיצד תקבעו את רגע המפגש בין המכוניות -

(1) כאשר נתונים במערכת צירים אחת גרפי מקום-זמן של שתי המכוניות?

(2) כאשר נתונים במערכת צירים אחת גרפי מהירות-זמן של שתי המכוניות? (הניחו כי המכוניות יצאו מאותו מקום).

(3) כאשר נתונות נוסחאות מקום-זמן של שתי המכוניות?

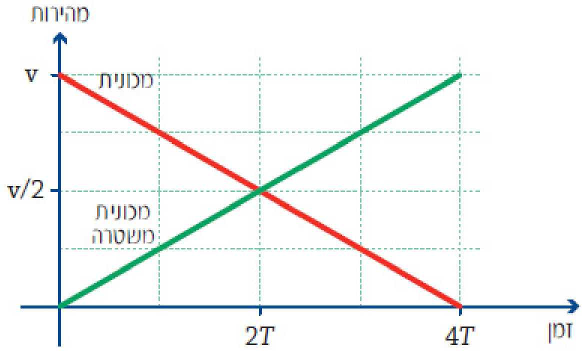
(4) כאשר נתונה טבלת מקום-זמן של שתי המכוניות?

(5) כאשר נתונים תרשימי העקבות של שתי המכוניות?

47. מרגע בו מכונית חולפת על פני מכונית משטרה נייחת, היא מאיטה בקצב קבוע. מאותו רגע מתחילה מכונית המשטרה להאיץ בקצב קבוע. לפניכם גרפי מהירות-זמן של שתי המכוניות.

1. מכונית המשטרה משיגה את המכונית השנייה ברגע:

(1) T (2) T2 (3) T3 (4) 4א נמקו את בחירתכם.

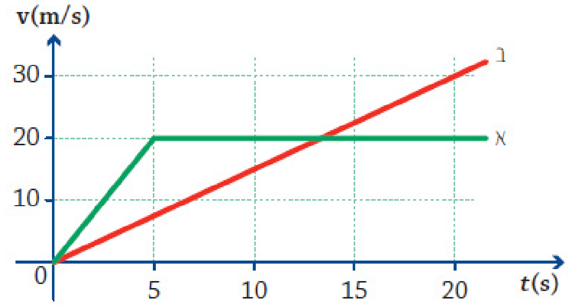


2. התבוננו בתשובה לסעיף א המופיעה בתשובות לשאלות. אם תשובתכם לסעיף א שגויה – רשמו מה היה השיקול (השגוי) שהביא אתכם לתשובה השגויה.

48. חידה: המרחק בין שני הישובים פרדסיה ורחובות הוא 50 ק"מ. מכונית יוצאת מפרדסיה לכיוון רחובות במהירות שגודלה 80 ק"מ\שעה. רבע שעה לאחר צאתה לדרך, יוצאת מכונית שנייה מרחובות לכיוון פרדסיה במהירות שגודלה 100 ק"מ\שעה.איזו משתי המכוניות קרובה יותר לרחובות ברגע שהן חולפות זו על פני זו?

49. חידה: שתי רכבות הנמצאות במרחק 80 ק"מ זו מזו נעות האחת לקראת השנייה, כל אחת במהירות שגודלה 40 ק"מ\שעה. צפור עפה (לאורך קו ישר) מרכבת אחת לשנייה וחוזרת אל הרכבת הראשונה וכך הלאה. הגודל הממוצע של מהירות הציפור היא 60 ק"מ\שעה.מהי הדרך שהציפור עוברת עד שהרכבות נפגשות?

50. לפניכם גרפי מהירות–זמן של שתי מכוניות א ו–ב, הנמצאות ברגע t= 0 באותו מקום.



1. תארו את תנועתה של כל אחת משתי המכוניות.

2. מצאו את מרחקה של מכונית א ממכונית ב ברגעים t = 1 ש', 5 ש' ו-10 ש', וציינו איזו מכונית מקדימה את האחרת.

3. מתי שתי המכוניות נפרשות?

51. מכונית נוסעת לאורך כביש ישר במהירות קבועה שגודלה 18 m/s.

ברגע t=0 יוצא אופנוע ממנוחה בעקבות המכונית מנקודה הנמצאת במרחק 20 m מאחורי המכונית. האופנוע נע בתאוצה קבועה של 4 m/s².

מתי משיג האופנוע את המכונית?

סעיף 7: ניתוח ערכי מקום בפונקציה של הזמן שהתקבלו בניסוי

52. תלמיד שחרר קרונית מהקצה העליון של מסילה משופעת וישרה. מרגע מסוים, המוגדר כ- t= 0, הוא מדד את מקומה של הקרונית במרווחי זמן של 0.02 s. ברגע t= 0 מהירות הקרונית אינה שווה בהכרח לאפס. ציר המקום, x, נבחר כך שראשיתו בנקודה שבה נמצאת הקרונית ברגע t=0, וכיוונו החיובי הוא בכיוון תנועת הקרונית. תוצאות המדידות רשומות בטבלה שלפניכם.

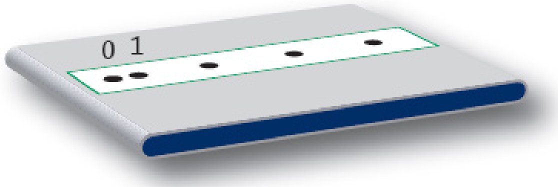
זמן - t (s)	מקום - x (m)
0	0
0.02	0.005
0.04	0.012
0.06	0.021
0.08	0.032
0.10	0.045
0.12	0.060

1. חשבו על-פי הטבלה את מהירות הקרונית ברגעים 0.02 s, 0.04 s, 0.06 s, 0.08 s, 0.1 s =t. (אל תסתמכו בחישוביכם על תאוצה קבועה לקרונית).

2. הציבו בטבלה את תוצאות החישובים של חמש המהירויות שחישבתם בסעיף א, וסרטטו גרף מהירות–זמן של הקרונית.

3. האם תאוצת הקרונית קבועה? אם כן – חשבו אותה. אם לא – הסבירו כיצד קבעתם זאת.

.53 לפניכם איור של הנקודות הראשונות שנרשמו על ידי רשם זמן על סרט נייר. נקודה מספר 0 היא הנקודה שהתקבלה ממספר רב של הקשות, לפני שהגוף שהיה מחובר לסרט יצא לדרכו.



רשם הזמן הקיש על סרט הנייר במרווחי זמן שווים של 0.02 s. מדוע מרווח הזמן בין נקודה 0 לנקודה 1 אינו בהכרח 0.02 s?

סעיף 8: נפילה חופשית

הערות:

- בתשובותיכם לתרגילים 54 - 64 הניחו כי התנגדות האוויר ניתנת להזנחה.
- גודל תאוצת הנפילה החופשית ביחס לארץ ייחשב ל- $g = 10\ m/s^2$.

שאלות 54 - 61 שלהלן עוסקות בנפילת גוף יחיד.

.54 מהו המרחק בין פי באר לבין פני המים, אם אבן המשוחררת מפי הבאר פוגעת בפני המים בעבור 4 ש'? פתרו ביחס לציר מקום שכיוונו החיובי כלפי מעלה, ואחר-כך ביחס לציר מקום שכיוונו החיובי כלפי מטה.

.55 א.באיזו מהירות יש לזרוק כדור כלפי מעלה על מנת שיעלה לגובה מרבי של 5 מ'?

ב.כמה זמן לאחר זריקתו חוזר הכדור לידיו של הזורק?

.56 כדור נזרק כלפי מעלה מגג בנין שגובהו 80 מ' במהירות התחלתית בת 30 מ\ש', ברדתו עובר הכדור סמוך לקצה הגג.

1. מצאו את מהירותו ומקומו של הכדור (ביחס לגג) בעבור 1 ש', 2 ש', 3 ש', 4 ש', 5 ש' ו-6 ש' (מרגע הזריקה).
2. בעבור כמה זמן (מרגע הזריקה) מגיע הכדור לקרקע?
3. סרטטו גרף מהירות-זמן של תנועת הכדור מרגע הזריקה עד לרגע הגיעו לקרקע.
4. בעבור כמה זמן מרגע הזריקה היה הכדור מגיע לקרקע, אילו הוא היה ניזרק מטה במהירות 30 מ\ש'.

.57 אדם עומד על גשר הנמתח מעל נהר, וזורק שני כדורים - כדור א אנכית מעלה וכדור ב אנכית מטה. לשני הכדורים ניתנות מהירויות התחלתיות השוות בגודלן. האם מהירות הפגיעה של כדור א בפני המים גדולה מזו של כדור ב בפני המים, קטנה ממנה או שווה לה? הסבירו תשובתכם.

.58 אתם משחררים אבן ממנוחה מגובה h. האבן מגיעה לקרקע לאחר פרק זמן t.

אילו הייתם משחררים את האבן מגובה h2, האם משך זמן הנפילה היה קטן מ-t2, גדול ממנו או שווה לו?

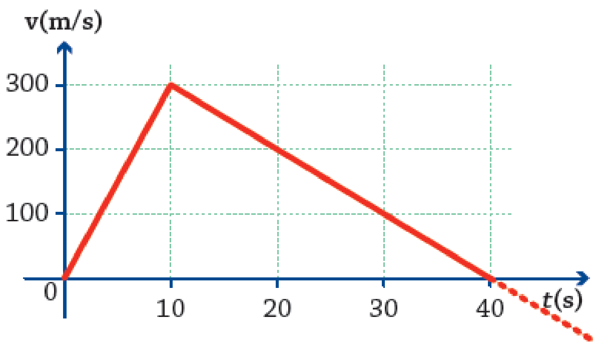
הסבירו תשובתכם –

1. באופן מילולי.
2. בעזרת גרף.
3. בעזרת נוסחאות.

.59 מראש מגדל שגובהו 24 מ' נזרקת אבן. לאיזה כיוון (אנכית מעלה או מטה) ובאיזו מהירות נזרקה האבן, אם היא מגיעה לקרקע-

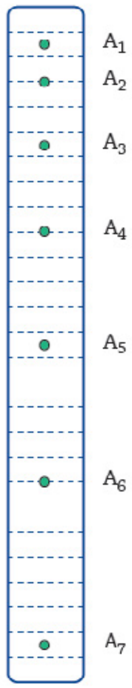
1. בעבור 2 ש'?
2. בעבור 4 ש'?

.60 לפניכם גרף מהירות-זמן של טיל המשוגר אנכית מעלה. ברגע מסוים אזל הדלק.



1. מתי מגיע הטיל לגובה המרבי? נמקו.
2. התבוננו בתשובה לסעיף א המופיעה בתשובות לשאלות. אם תשובתכם לסעיף א שגויה - רשמו את השיקול (השגוי) שהביא אתכם לתשובה השגויה.
3. מהו הגובה המרבי שאליו מגיע הטיל?
4. באיזו מהירות פוגע הטיל בקרקע?

61. לפניכם תרשים עקבות במרווחי זמן של 0.05 שלגוף הנופל חופשית על פני כוכב לכת דמיוני. ב- A_1 מהירות הגוף אינה שווה בהכרח לאפס. המרווח בין שני קווים אופקיים עוקבים באיור מייצג מרחק של 1 ס"מ במציאות.



1. העתיקו את הטבלה שלפניכם, ורשמו עבור הנקודות A_1-A_7 את ערכי המקום והזמן ביחס לציר מקום וביחס לרגע t= 0 שתבחרו.

נקודה	זמן (s)	מקום (cm)
A_1		
⋮		

2. סרטטו גרף מקום-זמן של הגוף.

3. הוסיפו לטבלה עמודה רביעית עבור מהירות הגוף.

חשבו את מהירויות הגוף בנקודות A_2 - A_6 ורשמו את ערכיהן בטבלה.

מדוע לא ניתן לחשב (בקירוב טוב) את מהירות הגוף בנקודות A_1 ו-A_7?

4. סרטטו גרף מהירות-זמן של תנועת הגוף.

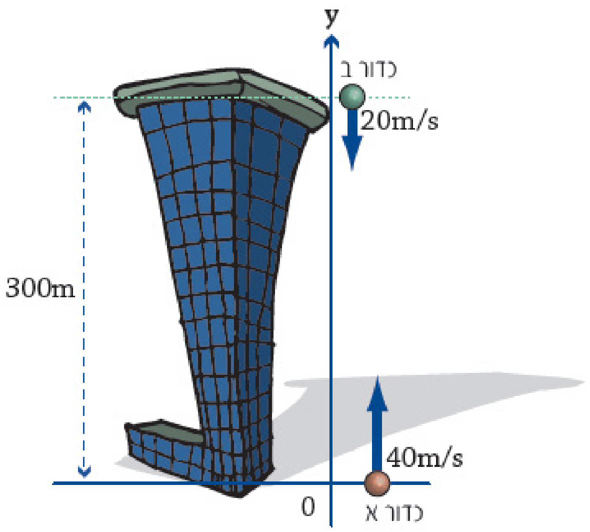
5. הראו כי תאוצת הגוף קבועה, וחשבו את גודלה.

6. חשבו את מהירויות הגוף בנקודות A_1 ו-A_7

שאלות 62 - 64 שלהלן עוסקות בנפילת שני גופים.

62. הגובה של בניין הוא 300 m. כדור א נזרק מרגלי הבניין כלפי מעלה במהירות שגודלה 40m/s . ברגע הזריקה של כדור א, נזרק כדור ב מגובה גג הבניין כלפי מטה במהירות שגודלה 20m/s. הניחו שהכדורים אינם מתנגשים, אלא חולפים זה ליד זה. נגדיר ציר y שראשיתו בגובה הקרקע וכיוונו החיובי כלפי מעלה (ראו איור). פתרו את הסעיפים שלפניכם רק ביחס לציר זה.

1. בעבור כמה זמן מרגע זריקת שני הכדורים הם "ייפגשו" (כלומר יימצאו באותו גובה)?
2. היכן ייפגשו שני הכדורים?
3. האם ברגע הפגישה בין הכדורים נע כדור א מעלה או מטה? נמקו.



63. אבן משוחררת ממנוחה מראש צוק, ושנייה אחת לאחר מכן נזרקת מאותו מקום אבן שנייה כלפי מטה במהירות התחלתית שגודלה 12 מ'\ש',

1. בעבור כמה זמן מרגע זריקת האבן השנייה, היא משיגה את הראשונה?
2. באיזה מרחק מראש הצוק משיגה האבן השנייה את הראשונה?

64. כדור א נזרק כלפי מעלה מגובה הקרקע במהירות שגודלה 10m/s. בעבור שנייה אחת נזרק כדור ב מגובה הקרקע כלפי מעלה במהירות שגודלה 15m/s.

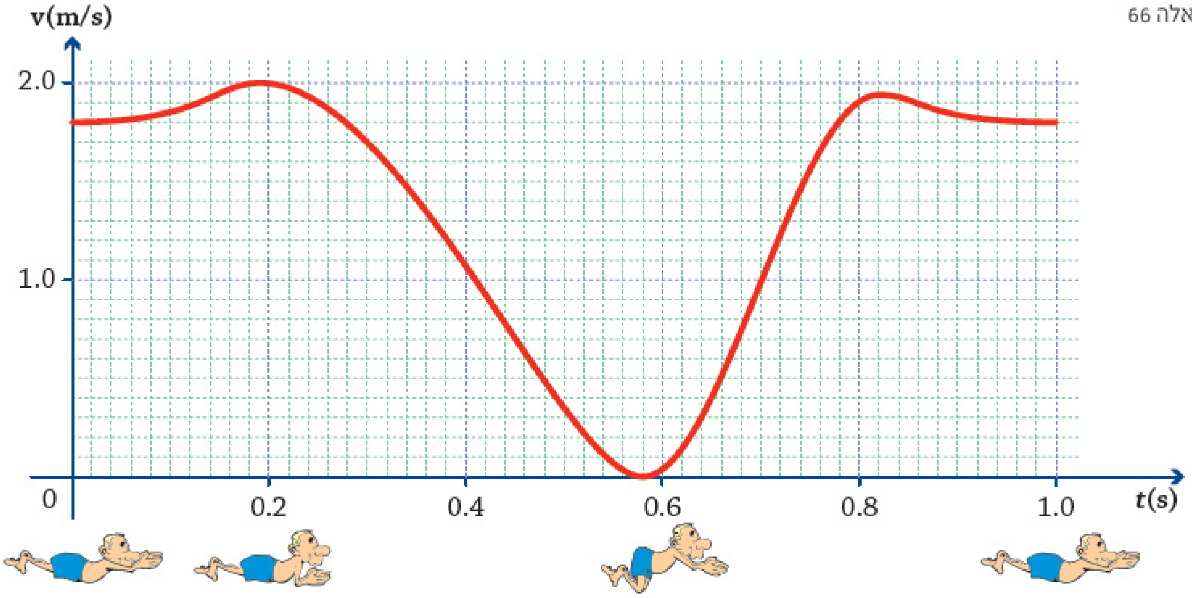
1. בעבור כמה זמן מרגע זריקתו של כדור א שני הכדורים נפגשים?
2. מהו כיוון תנועתו של כדור א ברגע המפגש?
3. מהו כיוון תנועתו של כדור ב ברגע המפגש?

סעיף 9: פונקציית תאוצה-זמן

65. נוסחת מהירות-זמן של גוף הנע לאורך קו ישר היא $v = 2 - t^2$ כאשר t ו-v מבוטאים ביחידות SI.

1. חשב את התאוצה הממוצעת של הגוף מרגע t= 2s עד רגע t= 3 s.
2. חשב, על-פי הגדרת התאוצה הרגעית, את תאוצת הגוף ברגע t= 2s.

איור שאלה 66

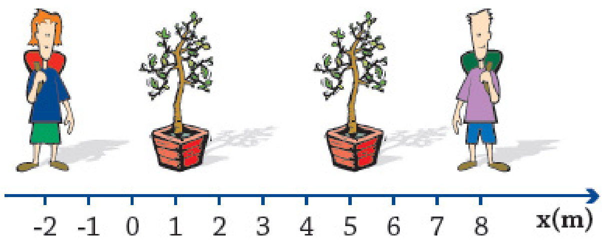


66. בראש העמוד מוצג גרף מהירות-זמן של שחיין המבצע מחזור אחד של שחיית חזה.

1. קשרו בין פעולות ידיו ורגליו של השחיין לבין הגרף.
2. מצאו את תאוצתו המרבית של השחיין.
3. מתי, בערך, מתאפסת תאוצת השחיין? נמקו.
4. ללא חישובים נוספים, סרטטו עקומה מקורבת של תאוצת השחיין כפונקציה של הזמן, במע־רכת צירים שבה מסומנים ערכי הזמן.
5. מהו, בערך, המרחק שעובר השחיין במחזור אחד של שחיית החזה? הסבירו.

סעיף 10: יחסיות התנועה

67. נער ונערה מתקדמים זה לקראת זו. האיור מתאר את מקומם ברגע מסוים.



1. שאלות (1)-(4) מתייחסות למצב המתואר באיור.

(1) מהו שיעור הנקודה בה נמצא הנער ומהו שיעור הנקודה בה נמצאת הנערה?

(2) מהו מקום הנער ביחס לנערה?

(3) מהו מקום הנערה ביחס לנער?

(4) מהו המרחק בין הנער לבין הנע־רה?

2. אילו מתשובותיכם לסעיף א ישתנו אם הראשית תועתק למקום אחר לאורך מסלול תנועתם?

68. נער רוכב על אופניים על כביש ישר במהירות קבועה, ומאחוריו נוסעת מכו־נית באותו כיוון, אף היא במהירות קבועה. במשך 5 ש' עוברים האופניים בין שתי אבני שפה שהמרחק ביניהן 20 מ', והמכונית בין שתי אבני שפה שהמרחק ביניהן 50 מ', כיוון התנועה המשותף (ביחס לכביש) יבחר בכיוון החיובי.

השלימו את המשפטים שלפניכם:

1. מהירות האופניים ביחס לכביש היא_____, ומהירות המכונית(ביחס לכביש) היא____ .
2. מהירות הכביש ביחס לציר מקום צמוד לרוכב האופניים היא____, ומהירותו ביחס למכונית היא____ .
3. העתק המכונית במשך 5 ש' ביחס לציר מקום "צמוד" לאופניים הוא____ ומהירותה ביחס לציר זה היא_____.
4. העתק האופניים במשך 5 ש' ביחס לציר מקום "צמוד" למכונית הוא____ ומהירותם ביחס לציר זה היא _____.
5. רוכב האופניים רואה את המכונית נוסעת בכיוון____ , ונהג המכונית רואה את רוכב האופניים נוסע בכיוון _____.

.69 שלוש מכוניות נוסעות על כביש ישר. מכונית א נוסעת בכיוון החיובי של ציר x הצמוד לכביש במהירות 80 קמ"ש, ומכונית ב נוסעת בכיוון החיובי של ציר זה במהירות 90 קמ"ש. המהירות של מכונית ג היא (-20) קמ"ש ביחס למכונית ב.

.1 חשבו את המהירות של מכונית ג ביחס לכביש.

.2 תארו את תנועת מכונית ב ביחס למכונית א (האם הצופים במכונית א רואים את מכונית ב נוסעת בכיוון החיובי או השלילי? באיזו מהירות?).

.3 ענו על סעיף ב לגבי תנועת מכונית ג ביחס ל- א.

.70 אבן נזרקת כלפי מעלה במהירות התחלתית שגודלה 40 מ'\ש', צופה העולה עם כדור פורח מהירות קבועה של 10 מ'\ש' מסתכל על האבן. בעבור כמה זמן משנה האבן את כיוון תנועתה-

.1 מנקודת ראותו של הזורק?

.2 מנקודת ראותו של הצופה בכדור הפורח?

.71 הגובה של בניין הוא 200m. כדור א נזרק מרגלי הבניין כלפי מעלה במהירות שגודלה 30 m/s. ברגע הזריקה של כדור א, נזרק כדור ב מגובה גג הבניין כלפי מטה במהירות שגודלה 10 m/s. הזנח את ההשפעה של התנגדות האוויר על תנועות הכדורים. הנח שהכדורים אינם מתנגשים, אלא חולפים זה ליד זה.

.1 מצאו את המהירות של כדור ב ביחס לציר מקום ה"צמוד" לכדור א, שכיוונו החיובי כלפי מעלה.

.2 בעבור כמה זמן מרגע זריקת שני הכדורים הם "ייפגשו" (כלומר יימצאו באותו גובה)?

.3 סרטטו גרף המתאר את המקום של כדור ב ביחס לכדור א כפונקציה של הזמן מרגע זריקתם על לרגע "פגישתם". הסבירו.

תרגילי סיכום

תרגילים 72–85 מיועדים לתרגול אינטגרטיבי, ובהכנה לבחינה מסכמת של הפרק.

.72 משאית יוצאה מחיפה במהירות שגודלה 60 קמ"ש. חצי שעה לאחר צאתה, יצא מחיפה רוכב אופנוע בכיוון נסיעת המשאית, במהירות שגודלה 100 קמ"ש.

.1 כתבו נוסחת מקום–זמן של המשאית.

.2 כתבו נוסחת מקום–זמן של רוכב האופנוע ביחס לאותו ציר מקום ולאותה ראשית זמן שביחס אליהם כתבתם את תשובתכם לסעיף א.

.3 כמה זמן לאחר צאתו משיג האופנוען את המשאית?

.4 מה מרחקה של נקודת הפגישה מחיפה?

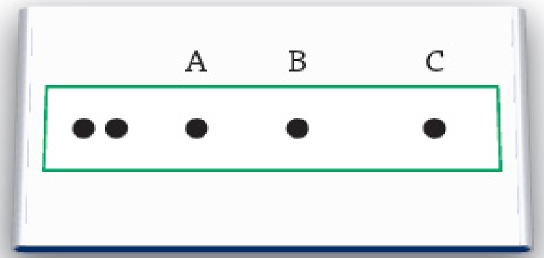
.5 פתרו את סעיפים ג ו-ד בדרך גרפית.

.73 גוף מתחיל לנוע ממנוחה בתאוצה קבועה, ועובר במשך השנייה החמישית לתנועתו 36 מ',

.1 הסבירו את המשפט "הגוף עובר במשך השנייה החמישית לתנועתו 36 מ' ".

.2 חשבו את מהירות הגוף בתום 10 שניות.

.74 באיור מתואר סרט נייר עליו נרשמו נקודות במרווחי זמן שווים t▯, בעת שסרט הנייר היה קשור לגוף נע.



.1 מה משמעות הביטוי AC/2Δt (AC - המרחק בין הנקודות A ו-C)?

.2 (1) מדוע המהירות הרגעית בנקודה B שווה בקירוב לביטוי הכתוב בסעיף א? הסתייעו בגרף מקום–זמן.

(2)באיזה תנאי הקירוב טוב יותר?

(3)מדוע השיטה המתוארת ב-(1) להערכת המהירות הרגעית ב-B עדיפה על הערכת אותה מהירות על ידי היחס BC/Δt ?

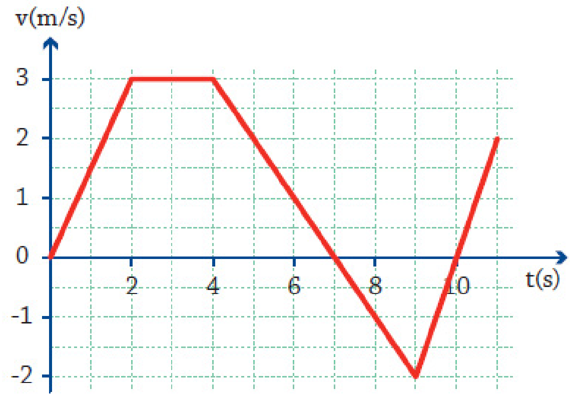
.3 גוף נע בתאוצה קבועה.

(1)הוכיחו כי מהירותו הממוצעת במרווח זמן מסוים שווה בדיוק למהירותו הרגעית באמצע מרווח זמן זה.

(2)כיצד מתבטאת התכונה המצוינת ב-(1) בגרף מקום-זמן של גוף הנע בתאוצה קבועה לאורך קו ישר?

(3)כיצד אפשר לנצל תכונה זו על מנת להקטין את אי הוודאות במדידה (את "שגיאת" המדידה), כאשר מחשבים מהירות רגעית בתנועה שוות-תאוצה, באמצעות נקודות המסומנות על סרט נייר?

75. הגרף שלפניכם מתאר את המהירות v של גוף הנע לאורך קו ישר, כפונקציה של הזמן t. נתון כי ברגע t= 0 הגוף נמצא בנקודה A לאורך ציר המקום, והוא נע ימינה.



1. סרטטו גרף של התאוצה a בפונקציה של הזמן t , עבור 11 השניות הראשונות לתנועת הגוף.

2. באיזה זמן נמצא הגוף במרחק מרבי ימינה ל-A?

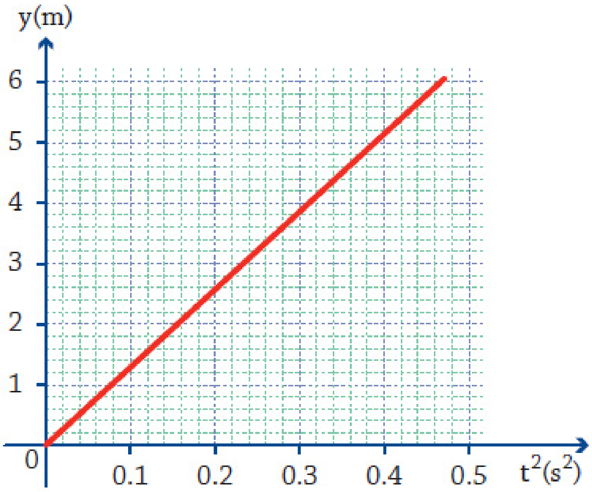
3. מהו המרחק המרבי ימינה ל-A שאליו מגיע הגוף?

4. מהו מרחק הגוף מהנקודה A ברגע t= 1s?

5. מתי יהיה הגוף במרחק 6 m ימינה ל-A?

76. אסטרונאוט נוחת על כוכב לכת ועורך סדרת מדידות של מקומו של גוף בזמנים שונים. הגוף שוחרר ממנוחה ונפל חופשית. מקום הגוף נקבע ביחס לציר מקום, y, שראשיתו בנקודת שחרור הגוף וכיוונו החיובי כלפי מטה.

הגרף שלפניכם מציג את מקום הגוף, y, בפונקציה של ריבוע משך זמן הנפילה, t^2.



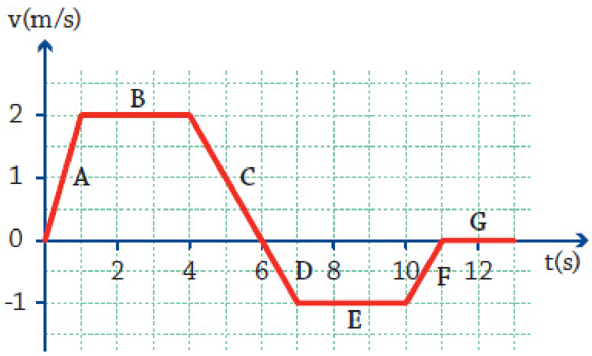
1. מהו ההבדל בין "יחס ישר" לבין "קשר ליניארי"?

2. בלי להתבסס על הגרף, הסבירו מדוע הקשר בין המשתנים y ו-t^2? של תנועת הגוף הוא יחס ישר.

3. מצאו בעזרת הגרף את גודלה של תאוצת הנפילה החופשית על פני כוכב לכת זה.

4. זורקים כדור כלפי מעלה פעם על פני כדור הארץ, ופעם על פני כוכב הלכת, במהירויות התחלתיות שוות. מהו היחס בין הגובה המרבי שאליו מגיע הכדור על פני כדור הארץ לבין הגובה המרבי על פני כוכב הלכת?

77. לפניכם גרף מהירות-זמן של מעלית. המהירויות נקבעו ביחס לציר מקום y שראשיתו בגובה הקרקע וכיוונו החיובי מצביע כלפי מעלה. המעלית החלה את תנועתה ברגע t= 0 מ-y_o =2m. בגרף מסומנים שבעה קטעים מ-A עד G.



1. קבעו בכל אחד מן הקטעים אם המעלית עולה, יורדת, או נייחת.

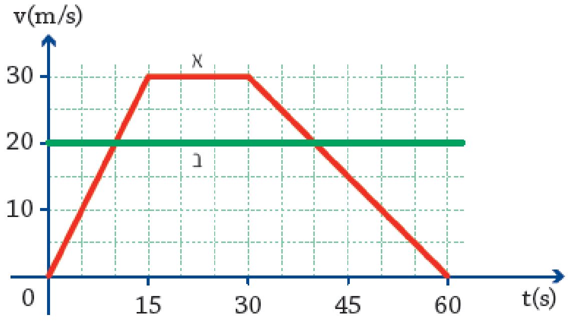
2. סרטטו גרף תאוצה-זמן של המעלית מרגע t = 0 עד רגע t= 12 s.

3. העתיקו את הטבלה שלפניכם והוסיפו לה את ערכי ה-y המתאימים לערכי הזמן t הרשומים בטבלה.

t(s)	0	1	2	5	8	11
y(m)						

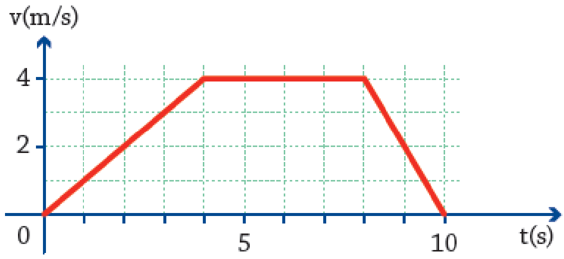
4. מהו הגובה המרבי מעל הקרקע שאליו הגיעה המעלית?

78. שני גופים א ו-ב יוצאים ברגע $t = 0$ מאותו מקום ונעים לאורך קו ישר. לפניכם גרפי מהירות-זמן של שני הגופים.



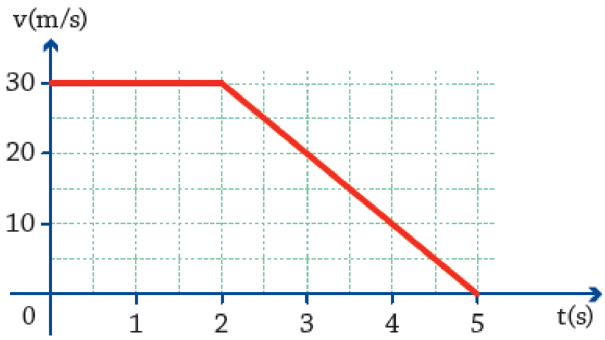
1. מצאו את המרחק בין הגופים, ואיזה גוף מקדים –
   (1) כאשר לשני הגופים יש לראשונה אותה מהירות.
   (2) ברגע $t = 40$ s.
   (3) כאשר גוף א נעצר.
2. מתי הגופים עוברים לראשונה זה ליד זה?

79. לפניכם גרף מהירות-זמן של גוף הנע לאורך קו ישר. ברגע $t_0 = 0 = x_0$.



1. מצאו את הדרך שהגוף עבר ב-10 שניות.
2. סרטטו גרף מקום-זמן של הגוף.

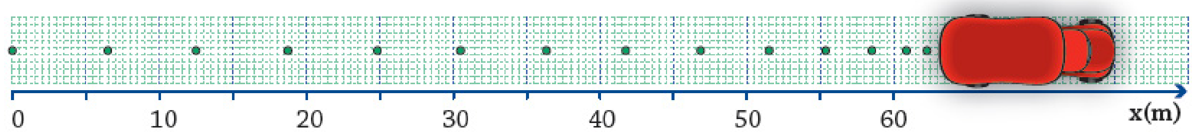
80. לפניכם גרף מהירות-זמן של גוף הנע לאורך קו ישר. ברגע $t = 0$ הגוף חלף בנקודה A.



1. חשבו את תאוצת הגוף–
   (1) ברגע $t = 1.5$ s.
   (2) ברגע $t = 3$ s.
   (3) ברגע $t = 4.5$ s.
2. חשבו את אורך הדרך שהגוף עבר מרגע $t = 0$ עד שהוא נעצר.
3. גוף שני החל לנוע ברגע $t = 0$ מהנקודה A בעקבות הגוף הראשון. הגוף השני יצא לדרך ממהירות אפס והוא נע בתאוצה קבועה. גוף זה חלף על פני הגוף הראשון ברגע $t = 5$ s. חשבו את תאוצתו של הגוף השני.

81. בוחן תאונות חקר תאונה שבה מכונית התנגשה במשאית חונה. הנהג הפעיל את הבלמים ברגע שהבחין במשאית, אך הוא לא הצליח למנוע התנגשות. הבוחן הבחין כי למכונית הייתה נזילת שמן – כל 0.25 שנייה טפטפה טיפת שמן מתחתית המכונית לכביש. הוא התבונן בכתמי השמן שעל הכביש, ומדד את מרחקו של כל כתם מכתם מסוים, שאת מקומו הוא סימן $x = 0$. באיור שבתחתית העמוד מסורטטים המשאית וכתמי השמן על הכביש. לפניכם טבלת מקום-זמן של כתמי השמן שרשם הבוחן:

t(s)	0	0.25	0.50	0.75	1.00	1.25	1.5	1.75	2.00	2.25	2.50	2.75	3.00	3.25
x(m)	0	6.25	12.5	18.75	24.87	30.75	36.37	41.75	46.87	51.49	55.37	58.49	60.87	62.49



1. המהירות המרבית של הנסיעה המותרת בכביש שבו התרחשה התאונה היא 60 km/h. היעזרו באיור כתמי השמן ובטבלה, וקבעו אם הנהג עבר את המהירות המותרת לפני הפעלת הבלמים. הבוחן חישב על-פי הנתונים המופיעים בטבלה את מהירות המכונית במהלך הבלימה. בתחתית העמוד מופיע גרף מהירות-זמן של המכונית.

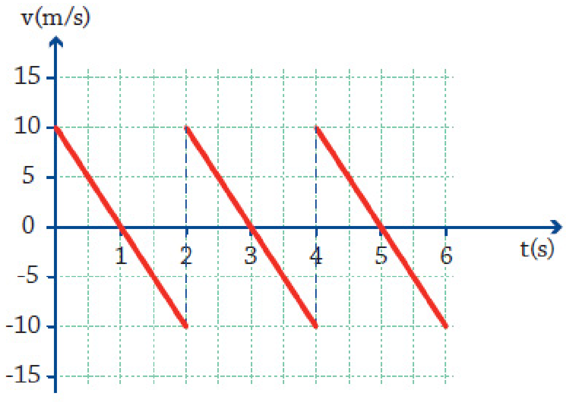
2. הנקודה המציינת את המהירות ברגע t = 2.5 s נמחקה מן הגרף. חשבו, על-פי הטבלה, את ערכה של מהירות זו.

3. (1) מהתבוננות בגרף עולה כי התנועה במהלך הבלימה הייתה מורכבת משני קטעי תנועה, כך שבכל קטע התאוצה קבועה, אך שונה מהתאוצה שבקטע האחר. חשבו מתוך הגרף את ערכיהן של שתי התאוצות.

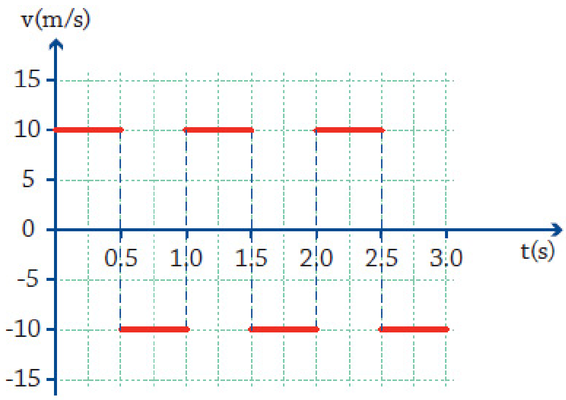
   (2) הניחו שברגע t = 0.75 s הנהג לחץ על הבלמים. אילו התאוצה הייתה קבועה בכל מהלך הבלימה ושווה לתאוצה שבקטע הראשון, באיזו מהירות הייתה המכונית מתנגשת במשאית?

4. בהנחה שהנהג לחץ על הבלמים ברגע t = 0.75 s, מהי תאוצת הבלימה המינימלית אשר הייתה מונעת את ההתנגשות במשאית אם המרחק ההתחלתי הוא 63 m?

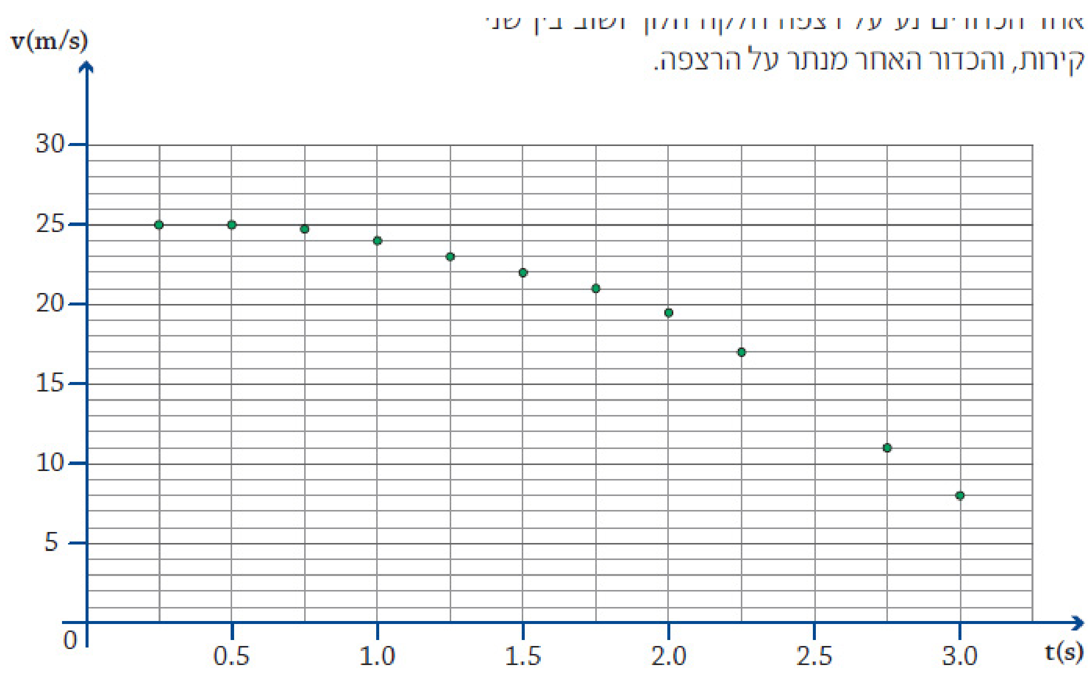
82. איור א ואיור ב הם גרפי מהירות-זמן של שני כדורים; אחד הכדורים נע על רצפה חלקה הלוך ושוב בין שני קירות, והכדור האחר מנתר על הרצפה.



איור א

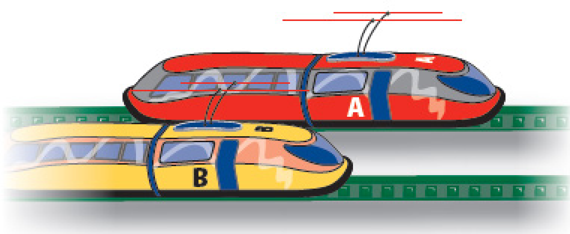


איור ב



1. איזה משני האיורים מייצג תנועה בין שני הקירות? נמקו.
2. עבור כל אחת משתי התנועות סרטטו את תרשים הבעיה המתאים לרגע $t = 0$. סמנו בעזרת חץ הצמוד לכדור את כיוון תנועתו של הכדור ברגע זה.
3. מהו המרחק בין הקירות?
4. מהו הגובה המרבי שאליו מגיע הכדור המנתר?
5. עבור כל אחד משני הכדורים סרטטו גרף מקום–זמן מקורב (כלומר ללא ציון מספרים לאורך הצירים). רשמו את שיעורי נקודות חיתוך העקומות עם הצירים (אם יש נקודות חיתוך) ואת שיעורי נקודות הקיצון של העקומות (אם יש נקודות קיצון).

.83 באיור מסורטטות שתי מסילות ברזל מקבילות. הגדלים המופיעים בשאלה נמדדים ביחס לציר x שכיוונו החיובי מצביע ימינה. רכבת A, שאורכה 224m, חונה בתחנה. רכבת B מתקרבת אל התחנה במהירות של 18 m/s. ברגע שבו פגוש הקטר של רכבת B חולף על פני הפגוש האחורי של הקרון האחרון של רכבת A, יוצאת רכבת A לדרך בתאוצה $a_1 = 0.2\ m/s^2$. באותו רגע מתחילה רכבת B להאט בתאוצה $a_2 = -0.3\ m/s^2$ עד עצירתה.



1. תוך כמה זמן מרגע שרכבת B מתחילה להאט היא נעצרת?
2. חשבו את מהירותה של רכבת A ברגע שרכבת B נעצרת.
3. כתבו את נוסחאות מקום–זמן של הפגושים של קטרי שתי הרכבות המייצגות את מהלך תנועתן בתאוצה קבועה, כאשר:

$t = 0$ – רגע שבו רכבת A מתחילה לנוע.

$x = 0$ – מקום שבו היה הפגוש האחורי של רכבת A לפני יציאתה לדרך.

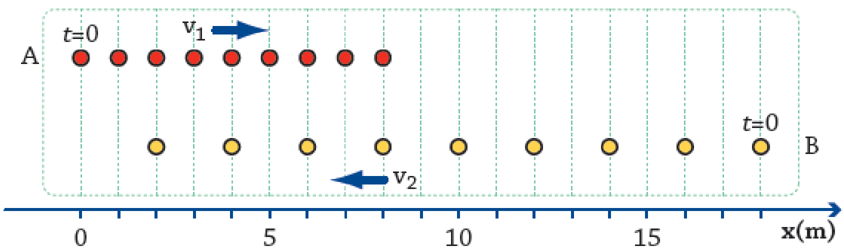
4. באיזה רגע (או באלו רגעים) נמצאים הפגושים של שני הקטרים זה מול זה?
5. מתי חולף הפגוש האחורי של הקרון האחרון של רכבת A על פני הפגוש של קטר רכבת B?

.84 לפניכם הנוסחה: $v = v_0 + at$.

1. איזה גודל פיזיקלי מייצג כל סמל המופיע בנוסחה?
2. לאילו מצבים הנוסחה תקפה?
3. באילו מצבים ערכי v חיוביים, ובאילו מצבים הם שליליים?
4. באילו מצבים ערכי a חיוביים, ובאילו מצבים הם שליליים? הסבירו.

.85 לפניכם תרשימי עקבות של שני חתולים A ו-B הרצים בכיוונים מנוגדים לאורך ציר x שכיוונו החיובי מצביע ימינה. שני החתולים התחילו לרוץ ברגע $t = 0$. מרווח הזמן בין שתי עקבות סמוכות של כל חתול הוא 1s.

1. מצאו את המהירות v_1 של חתול A, ואת המהירות v_2 של חתול B.
2. קבעו על-פי התרשים באיזה מקום (או באילו מקומות) שני החתולים נפגשים.
3. סרטטו במערכת צירים אחת את עקומות מקום–זמן של חתול A וחתול B.
4. כתבו את נוסחת מקום–זמן של כל חתול.



תרגילי העמקה

תרגילים 86 – 94 מיועדים להעמקה.

86. א. אופנוען רוכב מעיר אחת לשכנתה. מחצית הזמן רוכב האופנוען במהירות ממוצעת , ובמחצית השנייה במהירות ממוצעת 2. בטאו באמצעות את מהירותו הממוצעת בתנועתו בין שתי הערים.

ב. מהי התשובה לסעיף א אם במחצית הראשונה של הדרך מהירותו הממוצעת היא , ובמחצית השנייה מהירותו הממוצעת היא 2?

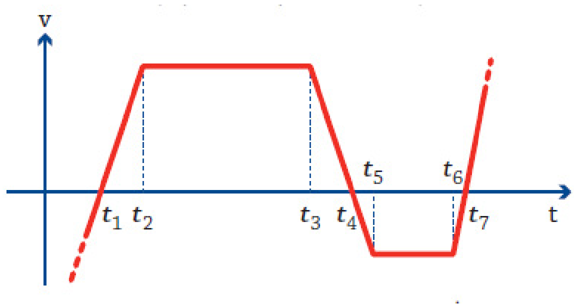
87. בשלוש נקודות נסתרות על-יד כביש עו־מדים שוטרים עם שעוני עצר. המרחק בין נקודה לנקודה סמוכה הוא 160 מ', נהג שאינו מבחין בשוטרים עובר את קטע הת־נועה בו ניצבים שלושת השוטרים בתנועה שוות-תאוצה. הוא חולף על-יד הנקודה השנייה 16 ש' לאחר שחלף על- יד הרא־שונה, ועל-יד הנקודה השלישית לאחר 8 ש' נוספות. המהירות המרבית המותרת בקטע כביש זה היא 90 ק"מ לשעה. האם הנהג עבר את המהירות הזו?

88. נהג קטר הנע במהירות שגודלה h/km 108 מגלה שעל אותה מסילה נעה לפניו רכבת איטית באותו כיוון. הנהג מפעיל את הבלמים כאשר המרחק בין הרכבות הוא 350 מ', הרכבת האיטית נעה במהירות קבועה שגודלה 36 ק"מ\שעה, והקטר מאט בקצב קבוע של 5 מ'\ש'².

1. האם תתרחש התנגשות? אם כן – באיזה מרחק מהמקום בו הפעיל הנהג את הב־למים? אם לא – באיזה מרחק תימצא הרכבת מהקטר ברגע שהוא נעצר?

2. מהי התאוצה הגבולית שתמנע התנגשות?

89. לפניכם גרף מהירות-זמן של חלקיק.



תארו במילים את תנועתו.

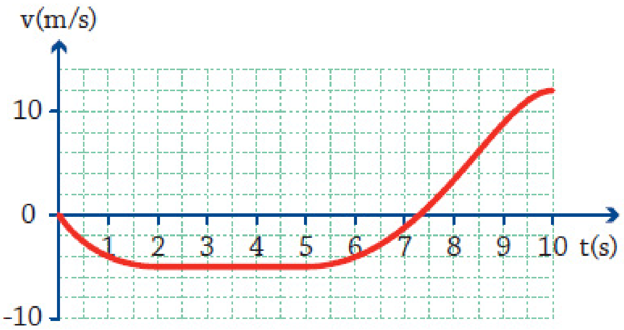
90. אתם זורקים אבן אנכית כלפי מטה במהירות v_o, ובו-זמנית משחררים ממנוחה אבן שנייה מאותו גובה. האבן הראשונה פוגעת בקר־קע במהירות שגודלה v_1, והשנייה במהירות שגודלה v_2. האם הפרש המהירויות v_1-v_2 גדול מ-v_o, קטן ממנו או שווה לו? הסבירו תשוב־תכם –

1. באופן מילולי

2. בעזרת נוסחאות

3. בעזרת גרף

91. לפניכם גרף מהירות-זמן של גוף הנע לאורך קו ישר. ענו על שאלות א - ו שלפניכם, ונמקו את תשובותיכם.



1. מתי, אם בכלל, הגוף נמצא במנוחה מתמש־כת?

2. מתי, אם בכלל, מתאפסת תאוצת הגוף?

3. מתי, אם בכלל, מהירות הגוף גדלה בגודלה?

4. מתי, אם בכלל, מהירות הגוף קטנה בגודלה?

5. מתי, אם בכלל, מהירות הגוף חיובית ותאוצתו שלילית?

6. מתי, אם בכלל, מהירות הגוף שלילית ותאוצתו חיובית?

92. זרם מים היוצאים מברז הולך ונהייה צר יותר בכל שהמים מתרחקים מפי הברז. מדוע תו־פעה זו מעידה שמהירות המים הולכת וגדלה עם נפילתם?

93. חידה: אדם יוצא בשעה 6.00 בבוקר מביתו הנמצא למרגלות הר, ומטפס במעלה ההר. הוא מגיע לראש ההר בשעה 18.00, ולן בראש ההר. בשעה 6.00 (למחרת) הוא חוזר לאורך אותו מסלול ומגיע לביתו בשעה 18.00. קצב ההליכה (בשני הכיוונים) ניתן לבחירה על-ידי האדם. מדוע חייב להיות על המסלול מקום שבו האדם חלף בדיוק באותו שעה בדרכו מעלה ובדרכו מטה?

94. שתי מכוניות א ו-ב נעות על אותו כביש ובאותו כיוון. ברגע $t=0$ מהירויותיהן של מכוניות א ו-ב הן 30 מ\ש' ו-10 מ\ש' בהתאמה, ומכונית ב מקדימה את מכונית א ב-27.5 מ', מרגע $t=0$ מכונית א מאיטה בקצב של 4 מ\ש'^{2} עד עצירתה, ולמכונית ב תאוצה שגודלה a.

1. מתי נמצאות שתי המכוניות באותו מקום אם $a = 1.8\ m/s^2$? סרטטו באותה מערכת צירים עקומות מקום-זמן מקורבות עבור שתי המכוניות. הוסיפו ערכים מספריים בנקודות הרלוונטיות לפתרון.
2. ענו על סעיף א אם $a = 0.2\ m/s^2$.

תשובות

2. ב. מרגע $t=0$ עד $t=3s$ הגוף נע צפונה.

מרגע $t=3s$ עד $t=6s$ הגוף נע דרומה.

4. גוף א: $\Delta x = 2\ m$

גוף ב: $\Delta x = -5\ m$

גוף ג: $\Delta x = -9\ m$

גוף ד: $\Delta x = 6\ m$

5. תנועה לאורך קו ישר באותו כיוון נסיעה.

6.ב.(3) $x = 0.5 + 2t$ כאשר x נמדד בס"מ.

ג. $v=2\frac{cm}{s}$

7.א. $v=-1.5\frac{cm}{s}$

ב. $x_{20s} = -25\ cm$; $x_{2.5s} = 1.25\ cm$

8. א. $x=10+4t$

ב. $x_{12s} = 58\ m$

ג. $\Delta x = 48\ m$

9. א. $x_{10s} = 32\ m$

ב. $|\Delta x| = 30\ m$

ג. $|\Delta x| = 30\ m$, $x_{10s} = -28\ m$

10. ב. ימינה

ג. $x_0 = 1\ m$

ד. $v = 0.5\frac{m}{s}$

11. א. $x_0 = 4\ m$

ב. כן, ברגע $t= 10s$

ג. $x = 4 - 0.4t$

ד. $x_{17s} = -2.8\ m$

12. לגוף א המהירות הגדולה ביותר.
לגוף ב המהירות הקטנה ביותר.

13. א. נקודה A מייצגת את מקומו הקבוע של גוף א.

ב. נקודה B מייצגת את הרגע שבו גוף ג החל לנוע.

ג. נקודה C מייצגת המפגש בין הגופים ב ו-ג.

ד. לא...

14. א. א ו-ג

ב. (1) רוכב א: $v = 2\frac{m}{s}$; רוכב ג: $v=1\frac{m}{s}$

ג. כן. ברגע $t = 6\ s$

15. א. גוף א נע ימינה גוף ב נע שמאלה.

ב. גוף א: $8\frac{m}{s}$. גוף ב: $-4\frac{m}{s}$

ג. $t = 15\ s$

16. א. 100km

ב. $t = 1\ h$

ג. מכונית א: $100\frac{km}{h}$; מכונית ב: $-80\frac{km}{h}$

ד. $t \approx 0.56\ h$

17. ב. $x = 0 + 70t$ עבור $x_0=0$ בת"א.

ג. $x = 80 - 90t$ עבור $x_0 = 0$ בת"א.

ד. 35 km ; 0.5 h

18. ג. $t = 2h$

19. א. $t_1 = 1.5s$; $t_2 = 4.75\ s$

ב. בין $t=0$ לבין $t=2s$ מהירות הגוף $1\frac{m}{s}$.

בין $t = 2\ s$ לבין $t = 4.5\ s$ מהירות הגוף אפס.

בין $t = 4.5\ s$ לבין $t = 6\ s$ מהירות הגוף $(-2)\frac{m}{s}$

ג. $-1\ m$

ד. $5\ m$

20. ריצת 100 מ': $\bar{v} = 10.14\frac{m}{s}$

ריצת 200 מ': $\bar{v} = 10.35\frac{m}{s}$

21. א. $7.5\frac{m}{s}$

22. $4\frac{m}{s}$

23. א. $X_0 = 4\ m$

ב. $x = 19\ m$

ג. $v = 8\ m/s$

24. OA: מהירות הגוף הולכת וגדלה

AB: מהירות הגוף קבועה

BC: מהירות הגוף הולכת וקטנה

CD: מהירות הגוף שווה לאפס

.25 א. מ- $t = 0$ עד $t = 50$ s הגוף נע ימינה. ברגע $t=50$ s הגוף משנה את כיוון תנועתו. מ-$t=50$ s עד רגע $t = 120$ s הגוף נע שמאלה.

ברגע $t = 120$ s הגוף משנה את כוון תנועתו. מרגע $t = 120$ s עד $t = 160$ s הגוף נע ימינה.

ב. $t = 0$, 50 s, 120 s, 160 s

ג. 50 m≈

.27 גוף א: ימינה; גוף ב: שמאלה

.28 א. $x = 20$ m

ב. החיובי

ג. $x = 25$ m

.29 ב. שווה

.31 הדרכים שוות

.32 א. x≈ 23m

ב. x≈ 43m

.33 ב. 10 m/s

ג. 25 m

ד. 24 m/s

ו. 336 m

.34 א. 2.5 m/s^2

ב. 75 m

.35 200 m/s

.36 $a \approx -2.8$ m/s^2

.37 7680 m

.38 ב. 1275 m

ג. 40 s

.39 א. 2.5 m/s^2

ב. ≈ 416.7 m

.40 א. (2)

ב. (4)

.41 54m

.42 א. כן

ב. לא

ג. כן

ד. כן

.43 1- 3

.44 2- 5

.45 א. תנועה שוות מהירות $x_0 = 2$ m, $v = 3$ m/s

ב. תנועה שוות תאוצה $x_0 = 0$, $v_0 = 1$ m/s, $a = -2$ m/s^2

ג. תנועה שוות תאוצה $v_0 = -1$ m/s, $a = 4$ m/s^2

ד. תנועה שוות מהירות

ה. הגוף במנוחה בנקודה ששיעורה $x = -1$m

ו. תנועה שוות תאוצה -4m, $v_0 = 2$ m/s , $a = 6$ m/s^2= x_0

.46 ב. (1) רגע המפגש של המכוניות הוא שיעור הזמן של נקודת החיתוך בין שתי העקומות.

.47 א. (4)

.48 הנחיה: כל הנתונים המספריים מיותרים.

.49 60 km

.50 ב. 1.25 m : t=1 s

31.25 m : t=5 s

75 m : t=10 s

מכונית א מקדימה את מכונית ב ברגעים אלה.

ג. 23.87 m≈

.51 10 s

.52 א. 0.7 m/s, v = 0.3 m/s, 0.4 m/s, 0.5 m/s, 0.6 m/s

ג. 5 m/s^2

.53 הרגע שבו הגוף יצא לדרכו הוא אקראי, לכן מקום המקוש (החלק של רשם הזמן שמקיש על סרט הנייר) ברגע שהגוף יוצא לדרכו נמצא במקום...

.54 80 m

.55 א. 10 m/s

ב. 2 s

א. 1 ש': 25 מ' מעל הגג במהירות 20 $\frac{מ'}{ש'}$ כלפי מעלה.

2 ש': 40 מ' מעל הגג במהירות 10 $\frac{מ'}{ש'}$ כלפי מעלה.

3 ש': 45 מ' מעל הגג במהירות אפס (שיא

הגובה).

4 ש': 40 מ' מעל הגג במהירות 10 $\frac{מ'}{ש'}$ כלפי מטה.

5 ש': 25 מ' מעל הגג במהירות 20 $\frac{מ'}{ש'}$ כלפי מטה.

6 ש': בגובה הגג במהירות 30 $\frac{מ'}{ש'}$ כלפי מטה.

ב. 8 s

ד. 2 s

57. המהירויות שוות

58. קטן מ- t2

59. א. 2 s/m כלפי מטה

ב. 14 s/m כלפי מעלה

60. א. t = 40 s

ג. 6 km

ד. ≈ -364 s/m

61. ה. $4/m\ s^2$

ו. A_1 1.4: s/m 0.2 ; A_7: s/m

62. א. 5 s

ב. 75 m

ג.מטה

63. א. 2.5 s

ב. 61.25 m

64. א. s

ב.בלפי מטה

ג.בלפי מעלה

65. א.$5/m\ s^2$

ב.$4\ s^2/m$

66. ב. $12/m\ s^2$=

ג. 0 ; s ; 0.82 s ; 0.58 s ; 0.19 s 1.0

ה.1.4 m

67. א. (1) m ; 8 m2-

(2) +10 m

(3) -10 m

(4) 10 m

68. א. s/m ; 4 s/m 10.

ב. s/m ; (-4) (-10)s/m.

ג. m ; 6 s/m 30.

ד. m ; (-30) s/m (-6)

ה. חיובי; שלילי

69. א. 70 h/km

70. א.4 ש'

ב.3 ש'

71. א. 40 s/m- = $v_{ב,א}$

ב. 5 s

72. א.$x = 60\ t_{משאית}$

ב. $x_{אופנוע} = 100(t-\frac{1}{2})$

ג. 75.ho

ד. 75 km

73. ב.80 s/m

74. ג.(3) אפשר למדוד מרחק של N נקודות משני צידי הנקודה בה מחושבת המהירות הרגעית.

75. ב. 7 s

ג.13.5 m

ד. 75.mo

ה. 3s

76. ב.רמז: $y = \frac{at^2}{2}$

ג. $26/m\ s^2$≈

ד.2.6

77. א. A, B, C: עולה

D, E, F: יורדת

G: נייחת

ג.טבלת מקום-זמן

t(s)	0	1	2	5	8	11
y(m)	2	3	5	10.5	9.5	7

78. א.(1) 100 m, גוף ב מקדים את גוף א.

(2) 125m, גוף א מקדים את גוף ב.

(3) 75m, גוף ב מקדים את גוף א.

ב. t = 22.5 s

79. א.28 m

80. א.(1) 0

(2) $10m/s^2$-

(3) $10m/s^2$-

ב. m105

ג. $s^2/8.4m$

81. א. הנהג עבר על המהירות המו־תרת (מהירותו הייתה h/90km)

ב. 14 s/m

ג.(1) s^2/m ; $-s^2 12/4m-$

(2) 59.26 h/km

ד. $s^2 7.06/m$ -

82. א. איור ב

ג. 5 m

ד. m5

83. א. s60

ב. 12 s/m

ג. $x_A = 224 + {}^{t}0.1$

$0.15^t - 18t = x_B$

ד. s 16 ; s 56

ה. 0 ; $10\sqrt{54} \approx 73.5$ s

הנחיה: שימו לב שרכבת B נעצרת כבר בעבור s 60.

84. א.: t – רגע כלשהו במהלך התנו־עה.

v – המהירות ברגע t.

v_0– המהירות בתחילת התנועה.

a – תאוצת הגוף.

ב. הנוסחה תקפה:

– לתנועה לאורך קו ישר

– לתנועה שוות תאוצה

– לבחירה של ציר זמן כך שהתנועה מת־חילה ברגע $t_0 = 0$

ג. ערכי v חיוביים כאשר הגוף נע בכיוון החיובי של ציר ה-x, ושליליים כאשר הוא נע בכיוון הנגדי.

ד. ערכי a חיוביים כאשר המהירות (כולל הסימן) הולכת וגדלה, והם שליליים כאשר המהירות (כולל הסימן) הולכת וקטנה.

85. א. s/m 1 = v_1 ; s/m 2- = v_2

ב. m 6 = x

ד. 2t − 18 = x_B ; t = x_A

86. א. $\frac{3}{2}v$ ב. $\frac{4}{3}v$

87. לא, מהירותו המרבית 84 ק"מ\שעה.

88. א. תתרחש התנגשות במרחק של כ-608 מ' מהמקום בו הפעיל הנהג את הבלמים.

הנחיה: רשמו משוואת מקום-זמן עבור הקטר ומשוואה עבור הרכבת.

ב. $a = -0.57$ s^2/m

89. עד רגע t_1 הגוף נע בכיוון השלי־לי של ציר ה- x, וגודל מהירותו הולך וקטן בתאוצה קבועה. ברגע t_1 הגוף נעצר רגעית. לאחר מכן, עד רגע t_2 הוא נע בכיוון החיובי של ציר ה- x, באותה תאוצה כמו לפני רגע t_1...

90. א. הפרש המהירויות קטן מ- v_0.
רמז: משך תנועתו של הגוף שנזרק במהירות v_0 קצר יותר.

91. א. אף פעם

ב. s2 5 > t > s

ג. s7.3 2 > t > 0 ;10s>t> s

ד. s 7.3 > t > s 5

ה. אף פעם

ו. 7.3t> t > 5s

92. הנחיה: דרך כל אחד משני חתכי רוחב כלשהם של הזרם צריכה לעבור אותה כמות מים ביחידת זמן...

94. א. s 5 1- s 1.9 ≈

ב. s7.88 ≈ (!) 1- s1.7 ≈

פרק ב – וקטורים

1. הקדמה

בפרק א עסקנו בתיאור תנועה בממד אחד (כלומר לאורך קו ישר). במציאות, חלק ניכר מן התנועות מתרחשות בשני ממדים (כלומר במישור) או אף בשלושה ממדים (במרחב). נכליל את המושגים "מקום", "העתק", "מהירות" ו"תאוצה" עבור תנועה בשני ממדים. לשם כך נערוך היכרות עם מושג חדש – וקטור.

2. העתק במישור

2.1 המושג "העתק במישור"

בפרק א הגדרנו את ההעתק של גוף שנע לאורך קו ישר על ידי:

$$\Delta x = x_2 - x_1 \qquad (1)$$

לדוגמה נניח שגוף נע לאורך ציר x שכיוונו החיובי פונה ימינה, וכי העתקו מנקודה P_1 ל-P_2, הוא $\Delta x = +2\ m$. יתכן כי במהלך תנועתו מ-P_1 ל-P_2 הגוף שינה את כיוון תנועתו 20 פעם – תחילה הוא נע דווקא שמאלה, לאחר מכן שינה את כיוון תנועתו ימינה, שוב שמאלה, וכך הלאה, עד שלבסוף הוא הגיע לנקודה P_2. המידע על "תלאות הדרך" אינו נכלל בהצגת העתקו. העתק הגוף מספק לנו שני נתונים:

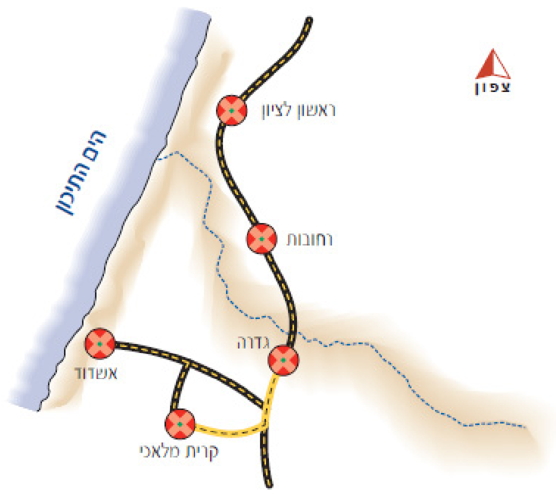
א. מרחק: המקום הסופי P_2 נמצא במרחק 2 מטר מהמקום ההתחלתי P_1.

ב. כיוון: המקום הסופי P_2 נמצא ימינה מהמקום ההתחלתי P_1.

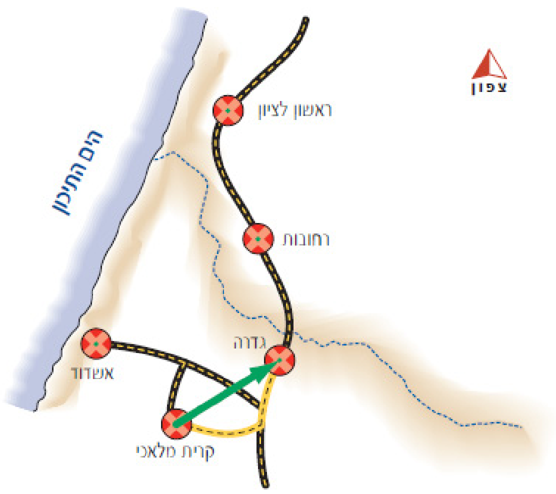
נתבונן עתה באיור 1א שבו מוצגת מפה. מכונית יוצאת מקרית מלאכי, ונוסעת לאורך קטע הכביש הבהיר המסומן באיור, ומגיעה לגדרה. תנועת המכונית מתנהלת במישור, ולא לאורך קו ישר.

כיצד נגדיר את ההעתק של המכונית בתנועתה מקרית מלאכי לגדרה?

עלינו להרחיב את המושג "העתק" מתנועה לאורך קו ישר לתנועה במישור.



א. מסלול תנועת מכונית מקרית מלאכי לגדרה



ב. ייצוג העתק המכונית באמצעות חץ

ההגדרה המורחבת למושג "העתק" צריכה לכלול את שני המרכיבים ־ מרחק וכיוון. אין זה אלא טבעי למדוד את מרחק הישוב גדרה מקרית מלאכי(בקו אווירי), נניח שתוצאת המדידה היא km20, למדוד את הכיוון של הקו הישר המחבר את קריית מלאכי עם גדרה, נניח שתוצאת המדידה היא $45°$ צפונה מהכיוון מזרחה. שני נתונים אלה מבטאים את העתק המכונית בתנועתה במישור, מקרית מלאכי לגדרה.

אפשר לייצג באופן גאומטרי את העתק המכונית באמצעות חץ, שזנבו בקרית מלאכי וראשו בגדרה, כמ־תואר באיור 1ב. נראה בהמשך שייצוג זה נוח לצרכים רבים. החץ יכול לייצג את שני הגדלים המאפיינים העתק: אורכו של החץ יכול לייצג את גודל ההעתק, וכיוון החץ יכול לייצג את כיוון ההעתק.

הגדרת המושג "העתק" במישור:

כאשר גוף נע במסלול כלשהו במישור מנקודה לנקודה P2, אזי העתק הגוף הוא גודל פיזיקלי הכו־לל שני נתונים:

את המרחק של P_2 מ-P_1 ואת הכיוון של הקטע P_1P_2 במישור התנועה, יחסית לכיוון מוסכם.

אפשר להשתמש בהגדרה כללית זו גם כדי לתאר העתק לאורך קו ישר. נחזור לדוגמה מתחילת הסעיף; אפשר לייצג את ההעתק של הגוף באמצעות חץ שאורכו מבטא 2 מטר (למשל על-פי קנה מידה ש- 1 ס"מ באיור מייצג מרחק של 1 מטר במציאות, ואז אורך החץ יהיה 2 ס"מ), וכיוונו ימינה.

2.2 סקלרים ווקטורים

נציג עתה שתי קבוצות של גדלים פיזיקליים:

על המושג "גודל סקלרי":

גודל סקלרי הוא גודל פיזיקלי המאופיין על ידי ערך מספרי בלבד.

דוגמאות לגדלים סקלריים: אורך, נפח, זמן, טמפרטורה. את הטמפרטורה בחדר (בהנחה שהיא אחידה) אפשר לציין באופן מלא על ידי ציון מספר ויחידת מדידה, לדוגמה, $20°$ c. אין כל מובן לכיוון הטמפרטו־רה.

לחישובים בגדלים סקלריים משמשות הפעולות האלגבריות "הרגילות" המוכרות לנו. לדוגמה: אם הטמ־פרטורה בחדר היתה $20°$ C והיא ירדה ב $5°C$ אז הטמפרטורה הסופית בחדר היא חיסור אלגברי "רגיל": C°20 - C°5 = C°15.

על המושג "גודל וקטורי":

גודל וקטורי הוא גודל פיזיקלי בעל תכונות גיאומטריות דומות לאלה של העתק; הוא מאופיין בפרט על ידי שני מספרים - מידה וכיוון.

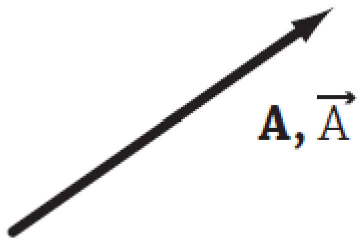
הערות:

1. בסעיף 7 שבהמשך נציג מאפיין נוסף לגודל סקלרי ומאפיין נוסף לגודל וקטורי.

2. "העתק" הוא דוגמה לגודל וקטורי. דוגמאות נוספות: מהירות (יש חשיבות לכיוון המהירות; למשל כאשר טסים מתל-אביב לאילת יש חשיבות לא רק לגודל מהירות הטיסה אלא כמובן גם לכיוון הטיסה - צריך לטוס דרומה ולא, למשל, מערבה), כוח (כדי לתאר כוח עלינו לתאר את הכיוון בו הוא פועל בנוסף על תיאור גודלו, שהוא התיאור הכמותי המציינו "באיזו מידה" או "באיזו עוצמה" הכוח פועל).

3. כדי לערוך פעולות מתמטיות עם גדלים וקטוריים נזדקק להרחיב את הפעולות האלג־בריות הרגילות, לפעולות מתמטיות כלליות יותר, כך שהפעולות האלגבריות הרגילות תהיינה מקרה פרטי שלהן.

4. סימון של וקטורים: לעתים מעוניינים לסמן וקטור בסימון מקוצר באמצעות אות אחת בלבד. בספר זה, כדי להבחין בין אותיות המסמלות גדלים וקטוריים לבין אלה המסמלות גדלים מסוגים אחרים, מודפסים הסמלים הווקטוריים באותיות עבות, לדוגמה **A** באיור 2.



הסימון באמצעות אותיות עבות אינו נוח למטרות של כתב יד (על דף נייר או על לוח הכיתה). עבור שימושים כאלה מקובל לסמן את הווקטור באות עם חץ עילי, (איור 2).

כל אחד מהסימונים **A** ו- $\vec{A}$ מקפל בתוכו גודל וכיוון.

מובן שלסימון שני מספרים באות אחת יש משמעות סימלית בלבד. כאשר נצטרך להציג את הווקטור באופן מפורט, לצורך חישוב, לא נוכל להסתפק במספר אחד.

את גודלו של וקטור, שהוא גודל סקלרי, נסמן על ידי אותה אות המסמלת את הווקטור, אולם נר־שום אותה בספר זה כאות נטויה במקום באות עבה. דרך שנייה לסמן גודל של וקטור היא לכתבו ערך מוחלט של הווקטור (אות עבה):

$|\mathbf{A}| = A$ = גודלו של ה ווקטור **A**

5. הצגת גודל וקטורי על ידי מידתו וכיוונו מכונה הצגה קוטבית או הצגה פולרית. בהמשך נראה שאפשר להציג גודל וקטורי גם בשיטה אחרת.

6. את וקטורי ההעתק נסרטט בספר זה בירוק.

3. פעולות בין וקטורים - דרך גאומטרית

3.1 שוויון בין וקטורים

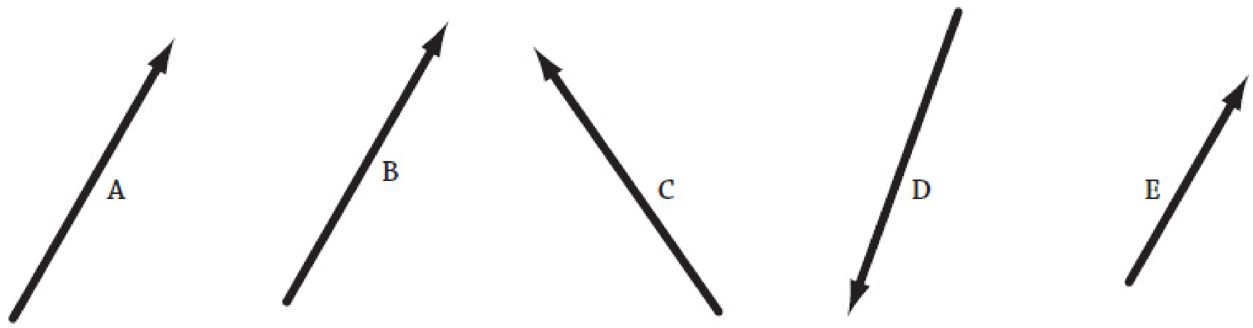
הגדרת שוויון בין שני וקטורים;

שני וקטורים הם שווים אם הם שווים גם בגודלם וגם בכיוונם.

לדוגמה הווקטורים A ו-B באיור 3 הם שווים. הם שווים, למרות שהם מתחילים מנקודות שונות; הגדרת השוויון בין וקטורים אינה מתייחסת למיקום במרחב. מכאן שיתכן כי העתק של מכונית הנוסעת מישוב א לישוב ב שווה לעתק של אופנוע הנוסע מישוב ג לישוב ד, למרות ששני כלי הרכב יצאו ממקומות שונים והגיעו ליעדים שונים.

וקטורים C ו-D (איור 3) אינם שווים לווקטורים A ו-B למרות שהגדלים שלהם שווים לגדלים של הווק־טורים A ו-B.

וקטור E (איור 3) אינו שווה לווקטורים A ו-B למרות שכיוונו שווה לכיוון הווקטורים A ו-B.



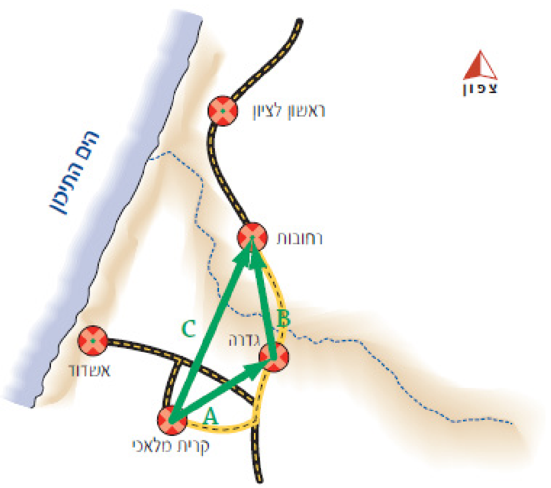
3.2 חיבור וקטורים

א. כלל המשולש

איך נגדיר חיבור בין שני וקטורים?

כדי לענות על השאלה נתבונן ביצד יש לחבר שני וקטורי העתק. לשם כך נניח כי מכונית נוסעת מקרית מלאכי לגדרה (העתק A באיור 4) ומשם לרחובות(העתק B).

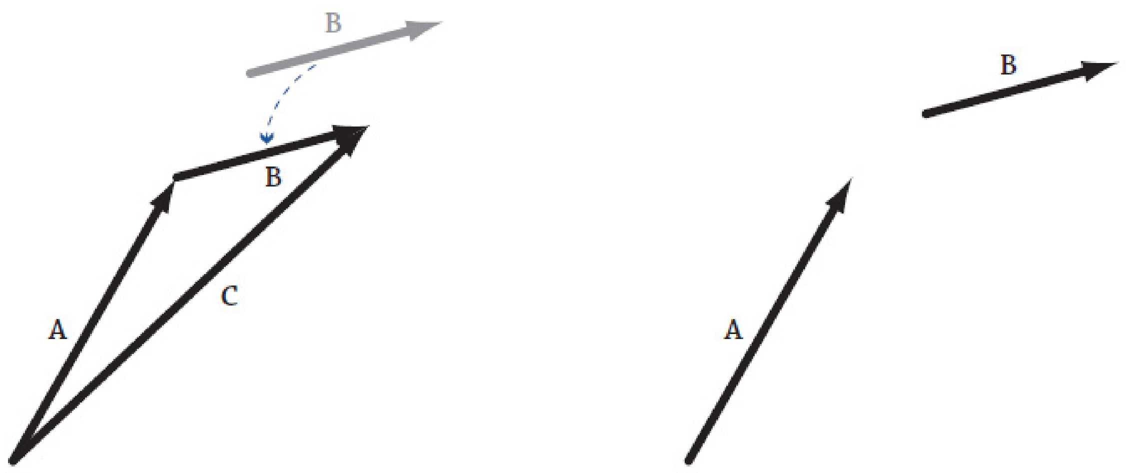
אנו מבינים בסכום של שני ההעתקים - A ו- B כהעתק הכולל בנסיעת המכונית מקרית מלאכי לרחובות. העתק זה מיוצג על ידי וקטור C (איור 4). כלומר וקטור ההע־תק C המסורטט באיור 4 הוא "המועמד הטבעי" לציון הסכום של שני וקטורי ההעתק B ו-A.



הסבר: העתקת מכונית תחילה מקרית מלאכי לגדרה ואחר-כך מגדרה לרחובות שקולה להעתקת המכונית ישירות מקרית מלאכי לרחובות. מכאן נגזור את ההגדרה לחיבור שני וקטורים באופן גאומטרי.

כלל המשולש לחיבור וקטורים:

בהינתן שני וקטורים A ו-B (איור 5א) ורוצים להציג את הווקטור C שהוא הסכום של שניהם, מעתיקים לראשו של אחד הווקטורים, לדוגמה A, את זנבו של הווקטור השני, B. הווקטור הנמתח מזנב הווקטור הראשון A לראש של השני B מוגדר כסכום של A ו-B (איור 5ב).



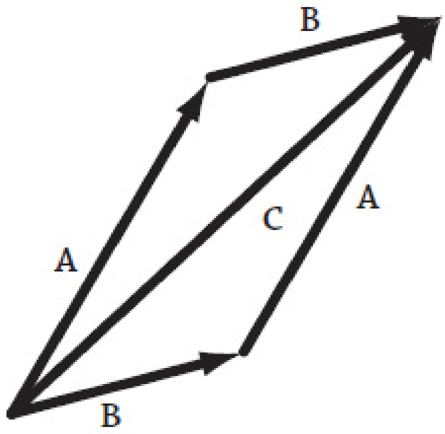
ב. חיבור הווקטורים

א. שני וקטורים

הערות:

1. מקומו במרחב של הווקטור B באיור 5א שונה ממקומו במרחב באיור 5ב. אולם, שני הווקטורים הללו שווים בגודלם ובכיוונם, לכן הם שווים. ציינו כבר בסעיף 3.1 כי הגדרת השוויון בין וקטורים אינה מתייחסת למיקום שלהם במרחב.
2. הסימן פלוס(+) בקשר(2) הוא עבה בדי להדגיש שחיבור שני גדלים וקטוריים מצריך הליך גאומטרי, והוא איננו פעולת חיבור שני גדלים סקלריים, כמו: $7 = 3 + 4$.
3. וקטור המתקבל בסכום של שני וקטורים מכונה וקטור שקול לשני הווקטורים.
4. השוויון $B + A = C$ אינו גורר כמובן שוויון בין גדלי הווקטורים. בדרך כלל $B + A > C$ (כי סכום שתי צלעות במשולש גדול מהצלע השלישית).
5. בדומה לחיבור סקלרים, חיבור וקטורים מקיים את חוק החילוף (בלע"ז: החוק הקומו־טטיבי), כלומר $A + B = B + A$

בדי להיווכח בכך די להתבונן באיור 6, שממנו נובע כי $B + A = C$ וגם כי $A + B = C$.



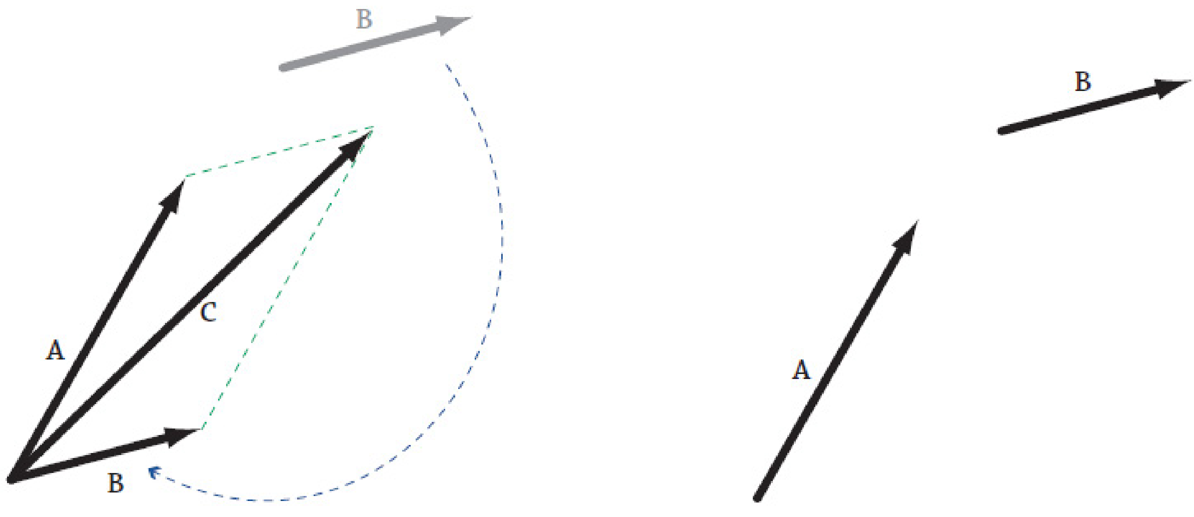
המרובע שהתקבל באיור 6 הוא מקבילית, כי כל זוג של צלעות נגדיות הן מקבילות.

ב. כלל המקבילית

איור 6 מצביע על אפשרות לנסח כלל גאומטרי נוסף לחיבור וקטורים, המכונה "כלל המקבילית".

כלל המקבילית לחיבור וקטורים:

בהינתן שני וקטורים A ו-B (איור קא) ורוצים להציג את הווקטור C שהוא הסכום של שניהם, מע־תיקים לזנבו של אחד הווקטורים, לדוגמא של A, את זנב הווקטור השני B. אחר כך משלימים את שני הווקטורים למקבילית. הסכום של A ו-B הוא הווקטור C הבנוי על אלכסון המקבילית היוצא מנקודת החיתוך של זנבות שני הווקטורים A ן-B (איור קב).



א. שני וקטורים

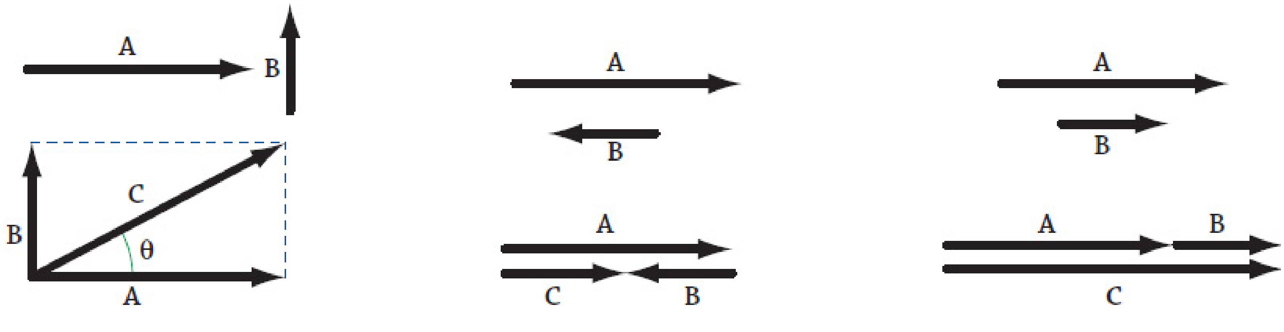
ב. חיבור הווקטורים

$C = A + B$

הערות:

1. כלל המקבילית לחיבור וקטורים שקול לכלל המשולש.
2. בשלושה מקרים פרטיים המפורטים להלן קל לחשב את גודלו של הווקטור השקול ואת כיוונו. מקרה פרטי א: שני וקטורים שווי כיוון(איור 8א).

על-פי כלל המשולש כיוונו של הווקטור השקול זהה לכיווני שני הווקטורים, וגודלו שווה לסכום הגדלים שלהם: C = A + B.



א. וקטורים שווי כיוון   ב. וקטורים מנוגדי כיוון   ג. וקטורים מאונכים

מקרה פרטי ב: שני וקטורים מנוגדי כיוון (איור 8ב).

על-פי כלל המשולש כיוונו של הווקטור השקול זהה לכיוונו של הווקטור הגדול מבין השניים, וגודלו שווה לגודל הווקטור הגדול מינוס גודל הווקטור הקטן: במצב המתואר באיור 8ב: C = A - B.

מקרה פרטי ג: שני וקטורים מאונכים זה לזה (איור 8ג).

כאשר מחברים שני וקטורים על-פי כלל המקבילית מתקבלת מקבילית מיוחדת - מלבן.

על-פי משפט פיתגורס גודלו של הווקטור השקול הוא: $C = \sqrt{A^2 + B^2}$

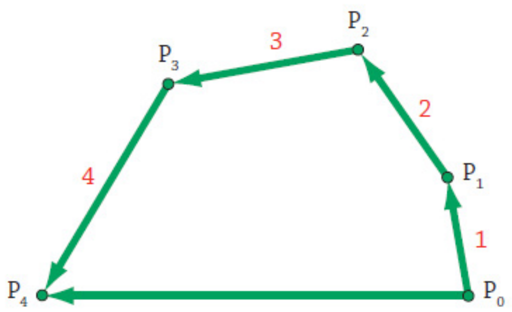
נאפיין את ביוון וקטור C על ידי הזווית ביחס לכיוון הווקטור A.

הזווית מקיימת את השיוויון: $\tan \Theta = \frac{B}{A}$

ג. כלל המצולע

כאשר מחברים יותר משני העתקים, ההעתק הכולל מיוצג על ידי חץ שיוצא מנקודת המוצא ומגיע לנקודת היעד האחרונה. לדוגמה, באיור 9 מתוארת סדרת העתקים עוקבים 3,2,1 ו-4 דרך הנקודות P_0, P_1, P_2, P_3 ו-P_4. ההעתק הכולל מיוצג על ידי חץ P_0P_4, שהוא הצלע הסוגרת את הצלעות האחרות למצולע.

קל להיווכח כי אם מחברים את הווקטורים 3,2,1 ו-4 בסדר אחר-מתקבל אותו העתק בולל.



באופן כזה נוכל למצוא וקטור שקול לכל סדרה של כמה רקטורים. כלל חיבור גאומטרי זה מכונה כלל המצולע. כלל זה הוא הרחבה של כלל המשולש.

3.3 חיסור וקטורים

ביצד נגדיר חיסור בין שני וקטורים?

נבחן תחילה את פעולת החיסור המוכרת לנו מ"מספרים רגילים" (מספרים ממשיים).

א. פעולת חיסור ופעולת חילוק בין מספרים "רגילים"

מקובל לומר שיש ארבע פעולות חשבון. אבל רק שתיים מהן - החיבור והכפל הן בסיסיות. פעולת החי־סור נגזרת מפעולת החיבור, ופעולת החילוק נגזרת מהכפל.

נתבונן לדוגמה בפעולת החיסור 3 - 5. נוכל לראות אותה בשתי דרכים:

דרך א: פעולת החיסור היא קיצור של פעולת החיבור (3-) + 5. כלומר החסרה של 3 מ- 5 היא חיבור הנ־גדי של 3 (שהוא 3-) ל-5. הנגדי של מספר כלשהו מוגדר כמספר שחיבורו למספר המקורי שווה לאפס. (3-) הוא הנגדי של 3 ביוון ש-0 = (3-) + 3.

דרך ב: תוצאת החיסור 3 - 5 היא המספר שיש להוסיף ל-3 כדי להשלימו ל-5.

באופן דומה, פעולת חילוק אינה פעולה בסיסית: חילוק מספר במספר שני היא כפל המספר הראשון בהופכי של השני. פעולת החילוק 6:3 היא קיצור של פעולת הכפל • 6. המספר הוא ההופכי של 3 כי מכפלתם היא 1.

נעביר רעיונות אלה לפעולות עם וקטורים.

ב. וקטור האפס ווקטור נגדי לווקטור נתון

הגדרת המושג "וקטור האפס":

וקטור האפס הוא וקטור שגודלו אפס.

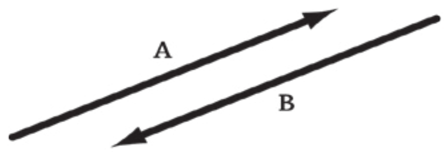
וקטור האפס מיוצג גאומטרית על-ידי נקודה, ואין משמעות לכיוונו.

דוגמה: כאשר גוף נע, ובסופו של דבר הוא חוזר לנקודת המוצא, ההעתק הכולל מיוצג על ידי וקטור האפס.

הגדרת המושג "וקטור נגדי":

וקטור B הוא נגדי לווקטור נתון A אם סכומם של שני הווקטורים הוא וקטור האפס.

וקטור נגדי לווקטור נתון הוא וקטור השווה בגודלו לווקטור הנתון, וכיוונו מנוגד לכיוון הווקטור הנתון. הווקטור הנגדי לווקטור A מסומן ב-(A-) (גם הסימן האלגברי "מינוס" עבה כדי להדגיש את האופי הווקטורי של הגדלים). דוגמה לשני וקטורים נגדיים מוצגת באיור 10.



איור 10: וקטורים נגדיים; $A = -B$ ו-$B = -A$

ג. חיסור וקטורים

הגדרה של פעולת חיסור בין שני וקטורים:

הגדרה א: חיסור בין שני וקטורים הוא פעולת חיבור וקטורי בין הווקטור הראשון לנגדי של השני.

בלשון מתמטית: $A - B = A + (-B)$ (3)

הגדרה ב: תוצאת החיסור $A - B$ הוא הווקטור שיש להוסיף ל-B כדי שיתקבל הווקטור A.

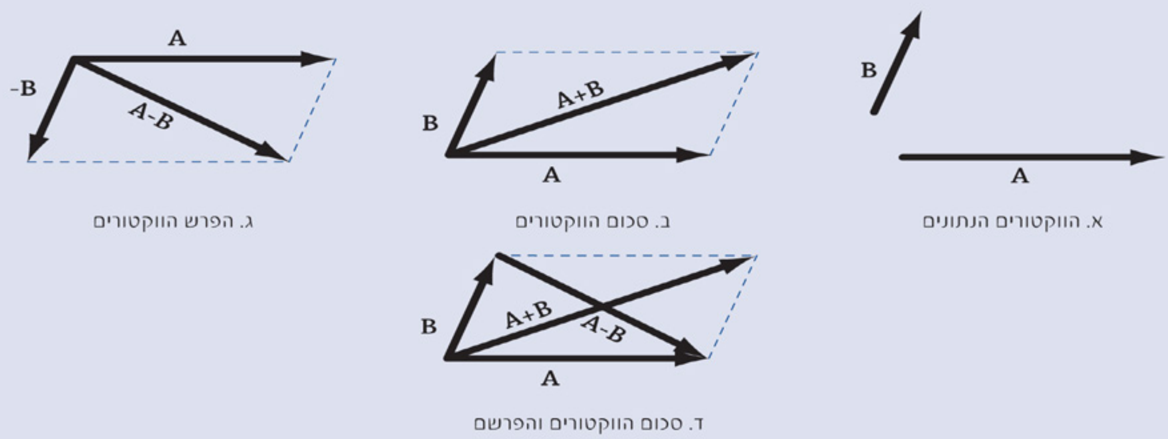
שתי ההגדרות שקולות זו לזו.

דוגמה 1: חיבור וחיסור וקטורים בדרך גאומטרית

באיור 11א מוצגים שני וקטורים A ו-B. מצאו באמצעות סרטוט את הווקטור $A + B$ ואת הווקטור $A - B$

פתרון:

באיור 11ב מצאנו את תוצאת החיבור $A+B$, ובאיור 11ג מצאנו את תוצאת החיסור $A-B$, על-פי ההג־דרה א דלעיל.



איור 11: תרשימי דוגמה 1 ופתרונה

באיור 11ד מצאנו את $A-B$ לפי ההגדרה ב דלעיל.

3.4 כפל(וחילוק) של וקטור בסקלר

הגדרה של הכפלת וקטור בסקלר:

המכפלה של וקטור A בסקלר aA) a) מוגדרת כווקטור המקיים:

- גודלו שווה פעמים גודלו של הווקטור A.
- כיוונו שווה לכיוון הווקטור A אם a חיובי, ומנוגד לכיוון הווקטור A אם a שלילי.

הערות:

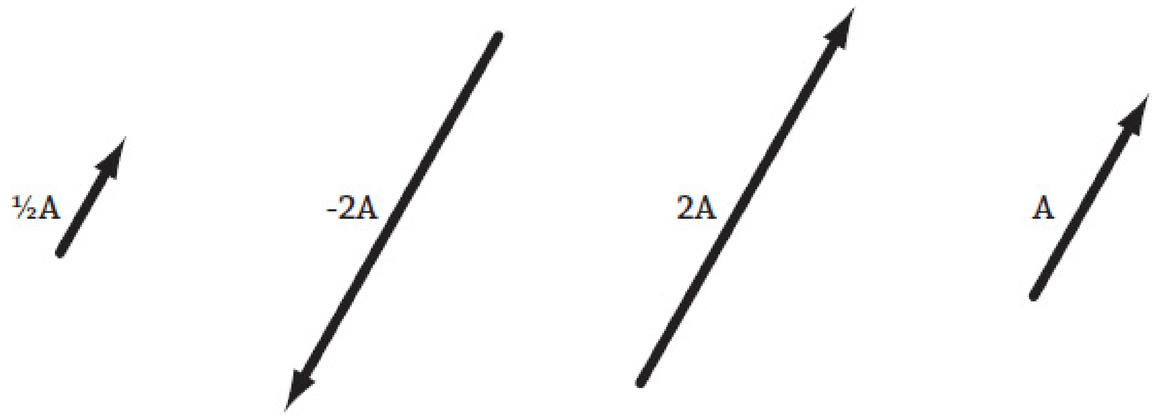
1. יחידת המכפלה של וקטור A בסקלר a :

אם הסקלר הוא מספר טהור (חסר יחידות) אז יחידת התוצאה של ההכפלה זהה ליחידת הווקטור A (למשל כאשר כופלים וקטור העתק שגודלו 7 מטר במספר 2 מתקבל וקטור שגודלו 14 מטר);

אם לסקלר יש יחידות – יחידת המכפלה היא המכפלה של יחידת הווקטור A ביחידת הסקלר a (למשל כאשר כופלים וקטור מהירות שגודלו 7 מטר לשנייה ב- 2 שניות – מתקבל וקטור שגודלו 14 מטר: $7\frac{m}{s}\cdot 2s = 14\ m$).

2. חילוק של וקטור A בסקלר a אינו פעולה חדשה – זו מכפלת הווקטור A בהופכי של הסקלר, כלומר ב- a/1.

דוגמה: באיור 12א מוצג וקטור A. באיור 12ב מוצגת תוצאת הכפלתו ב-2, באיור 12ג מוצגת תוצאת הכפלתו ב-(2-). פעולת חילוק וקטור זה ב- 2 היא הכפלתו של הווקטור ב- 1/2, והתוצאה מוצגת באיור 12ד.

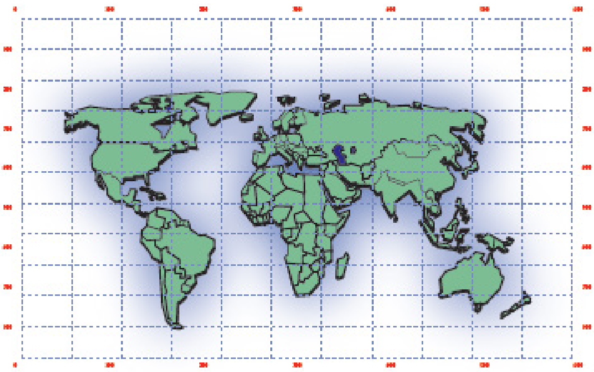


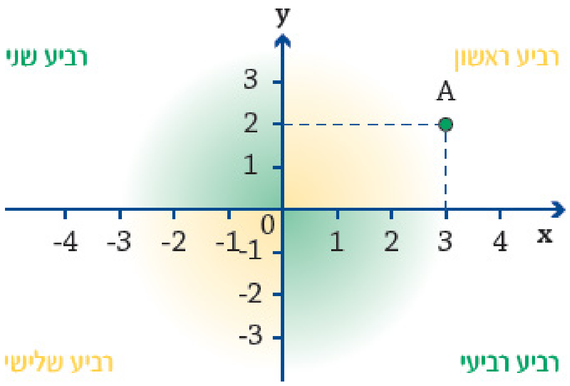
א. וקטור נתון
ב. תוצאת הכפלתו ב-2
ג. תוצאת הכפלתו ב-(2-)
ד. תוצאת חלוקתו ב-2

4. תיאור המקום במערכת צירים קרטזית דו-ממדית

כאשר תיארנו מקום של גוף נע בממד אחד השתמשנו בציר יחיד - ציר x (או בציר y כאשר התנועה התנהלה בכיוון אנכי). תיאור המקום נעשה על ידי מספר יחיד - השיעור(או בלע"ז הקואורדינטה) x של הנקודה שבה נמצאו הגוף.

כדי לאפיין מקום במפה מקובל להשתמש ברשת קווי אורך וקווי רוחב (איור 13). אפשר להגדיר כל נקודה על המפה על ידי זוג מספרים - קו האורך וקו הרוחב העוברים דרכה.





זוהי הדרך בה נלך בתיאור מקומו של גוף במישור. נגדיר שני צירים x ו-y המאונכים זה לזה, כך שנקודות הראשית שלהם מתלכדות. נאפיין נקודה במישור של מערכת הצירים על ידי זוג מספרים - השיעורים (הקואורדינטות) של הנקודה, המתקבלים על ידי "הורדת" ניצבים מן הנקודה אל הצירים (איור 14). לעתים נסמן את שני השיעורים על ידי זוג מספרים מסודר (x, y). לדוגמה הנקודה A בעלת הקואורדינטות x = 3 ו-y = 2 (איור 14) תסומן על ידי (3,2). כל אחד משני המספרים יכול להיות חיובי, שלילי או אפס. נקודת הראשית מסומנת על ידי(0,0).

שני צירים באלה נקראים צירים קרטזיים. הצגה של המקום באמצעות צירים קרטזיים נקראת הצגה קרטזית, על שם הפילוסוף הצרפתי קרטזיוס הוא רנה דקארט (Descartes Rene, 1595 -1650) אבי הגאומטריה האנליטית.

שני צירים קרטזיים מחלקים את המישור לארבעה רביעים הממוספרים מהראשון לרביעי לפי הסדר המוצג באיור 14.

במרחב התלת-ממדי נדרשים שלושה צירים קרטזיים, ומקום של נקודה יתואר על ידי שלושה מספרים.

בבחירת מערכת הצירים יש מידה של שרירותיות. יש לנו החופש בבחירת נקודת הראשית, כיווני הצירים, ויחידת האורך.

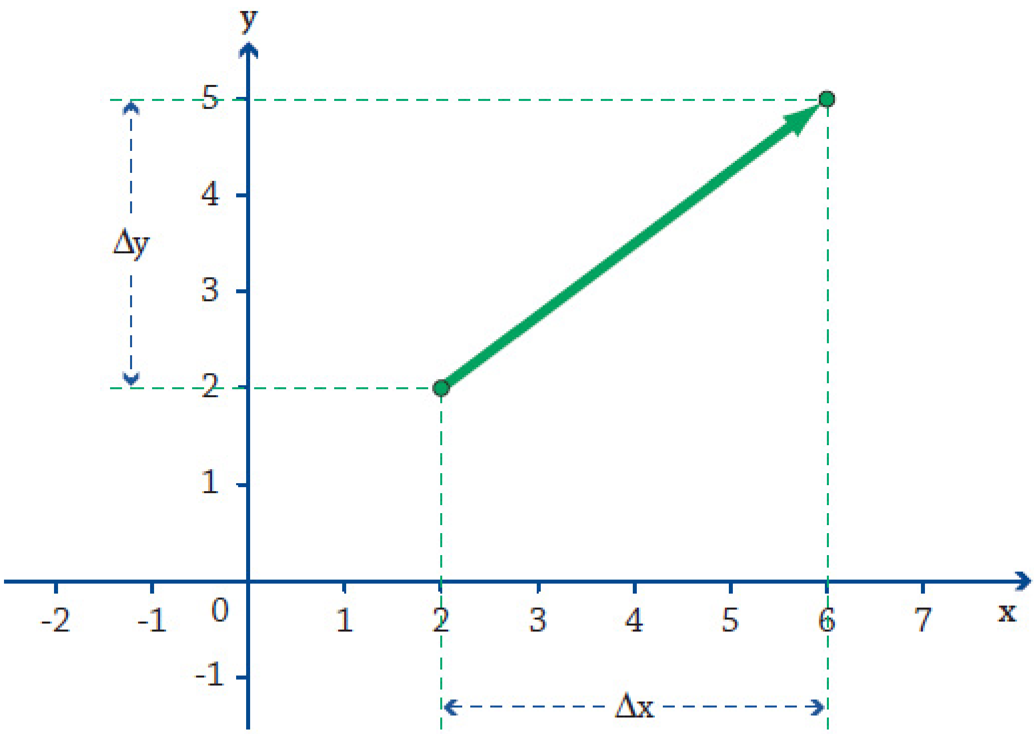
5. רכיבים קרטזיים של וקטור

5.1 המושג "רכיבים קרטזיים"

באיור 16 מתוארת במערכת צירים קרטזית ווקטור העתק של גוף שיצא מן הנקודה (2, 2) והגיע לנקודה (6, 5).

קואורדינטת ה-x השתנתה מ-2 ל-6, לכן השינוי ב-x הוא $\Delta x = 6 - 2 = 4$. באופן דומה, השינוי בקואורדינטת y הוא $\Delta y = 5 - 2 = 3$. Δx מייצר את התקדמותו של הגוף במקביל לציר ה-x ואינו תלוי כלל בתנועה במקביל לציר השני; Δy מייצר את התקדמות הגוף במקביל לציר ה-y.

אפשר, אפוא, לאפיין את ההעתק על ידי זוג המספרים Δx ו- Δy, המכונים רכיבים קרטזיים של ההעתק.



הרכיבים הקרטזיים אינם משתנים אם מעתיקים את הווקטור הנתון לנקודה אחרת, בפרט לראשית הצי-רים. לכן בעתיד,לצורך ביצוע פעולות בדרך אלגברית (באמצעות הרכיבים הקרטזיים), יהיה נוח לסרטט את הווקטורים בראשית הצירים.

אפשר לייחס לכל וקטור (ולא רק לווקטור ההעתק) רכיבים קרטזיים. אלה הם שני ההטלים של הווקטור על שני הצירים x ו-y. נסמן A_x את רכיב הווקטור A בציר ה-x , וב-A_y את רכיבו בציר ה-y (איור 17).

נדגיש כי רכיב של וקטור אינו וקטור, אך לשם נוחות נסרטט רכיבים של וקטור כחצים.

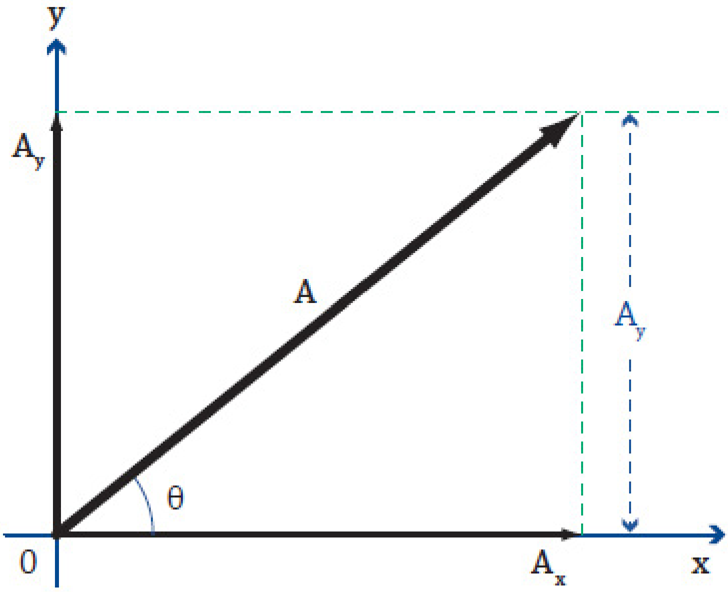
יש בידינו עתה שתי הצגות חלופיות של וקטור במישור:

א. הצגה קוטבית (פולרית) באמצעות גודל - A וכיוון - θ.

ב. הצגה קרטזית באמצעות שני רכיבים קרטזיים – A_x ו- A_y של הווקטור.

5.2 קשרים מתמטיים בין הצגה קוטבית לבין הצגה קרטזית

בכל אחת משתי ההצגות של וקטור במישור נדרשים שני מספרים. נוכל לחשב את שני המספרים המאפיינים וקטור בהצגה אחת על ידי שני המספרים המאפיינים את הווקטור בהצגה האחרת. לשם כך נתבונן באיור 17, בו מופיעים שני משולשים ישרי זווית.



כאשר וקטור A נתון בהצגה קוטבית - נתונים גודלו A וכיוונו (הזווית בין הווקטור לבין ציר למשל איור 17). מחשבים את רכיביו הקרטזיים A_x ו-A_y (הצגה קרטזית) כך:

רכיב ה-x: $A_x = A\cos\theta$ $\cos\theta = \frac{A_x}{A}$ (4)

רכיב ה-y: $A_y = A\sin\theta$ $\sin\theta = \frac{A_y}{A}$ (5)

כאשר וקטור A נתון בהצגה קרטזית - נתונים רכיביו הקרטזיים A_x ו-A_y (איור 17). מחשבים את גודלו A ואת הזווית (הצגה קוטבית) כך:

גודל הווקטור (על-פי משפט פיטגורס): $A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$ (6)

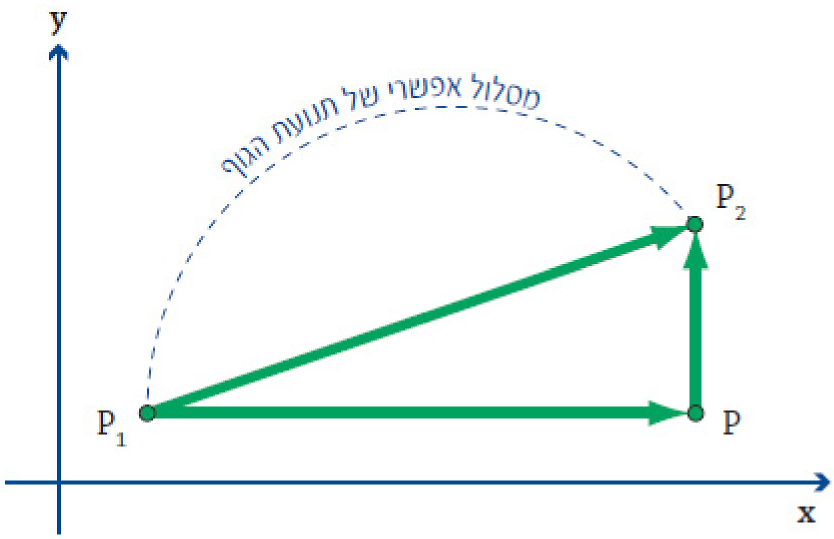
הכיוון של הווקטור: $\tan\theta = \frac{|A_y|}{|A_x|}$ (7)

נוסחות (4) - (7) תקפות עבור כל הווקטורים, בלי קשר למשמעותם הפיזיקלית.

5.3 "פירוק" וקטור לרכיביו הקרטזיים

נתבונן בהעתק של גוף בדרכו מן הנקודה P_1 אל הנקודה P_2 (איור 18). כאמור, החץ מציין רק את שינוי המיקום של נקודת היעד ביחס לנקודת המוצא. יתכן שבדרך בין שתי הנקודות הללו הגוף עבר מסלול ארוך (דוגמת המסלול המקווקו שבאיור 18). לכל אינסוף המסלולים המקשרים בין שתי הנקודות יש העתק משותף. אחד המסלולים האלה מורכב משני קטעים ישרים: הראשון מקביל לציר ה-x מ- P_1 ל- P_2 ואורכו $|\Delta x|$; השני מקביל לציר ה-y מ- P_1 ל- P_2 אורכו - $|\Delta y|$.

ההעתק הכולל שקול לחיבור וקטורי של שני רכיביו הקרטזיים (לפי "כלל המשולש"). במובן זה אפשר "לפרק" כל וקטור לרכיביו הקרטזיים.



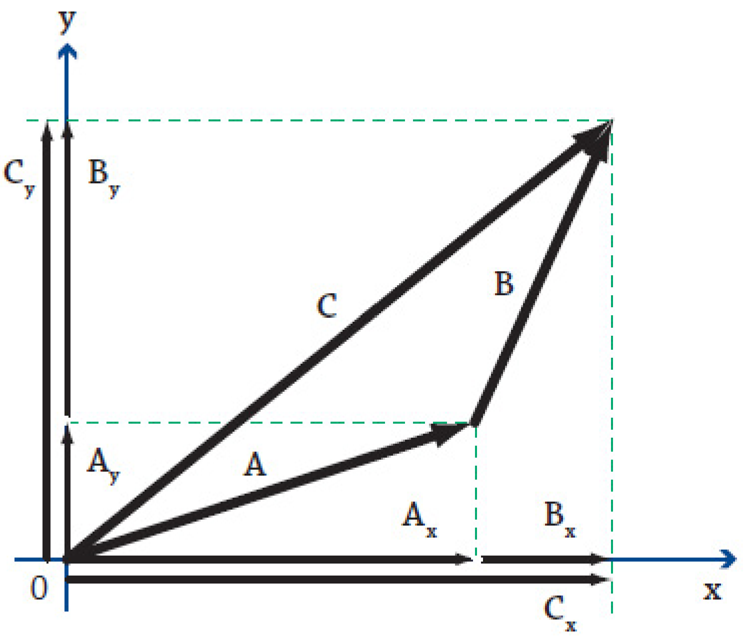
נוכל מעתה להמיר כל וקטור ברכיביו הקרטזיים, כי כל וקטור הוא השקול של רכיביו הקרטזיים. כאשר נעשה זאת, נסמן על הווקטור שני קווים (ראה למשל איור 120) המציינים כי הווקטור מחוק בעקבות המרתו ברכיביו הקרטזיים."פירוק" וקטור לרכיביו הקרטזיים אינו חד ערכי. אם נבחר במערכת צירים אחרת, שציריה נטויים ביחס למערכת הראשונה, נקבל זוג רכיבים אחר. ביוון שאפשר להטות את מערכת הצירים באינסוף זוויות - אפשר ל"פרק" את ההעתק לשני רכיבים באינסוף אופנים. בעתיד נשתמש בפירוק לרכיבים, ונבחר את מערכת הצירים לפי נוחיותנו.

6. פעולות בין וקטורים - דרך אלגברית

6.1 חיבור וקטורים על-פי רכיבים קרטזיים

ראינו עד כה כיצד מחברים שני וקטורים בדרך גאומטרית (בעזרת כלל המשולש או כלל המקבילית). בסעיף זה נראה כיצד נוכל לחבר שני וקטורים בדרך אלגברית, כאשר נשתמש בהצגת הווקטור על פי רכיביו. זוהי השיטה שבה נשתמש בדרך כלל בעתיד כאשר נחבר וקטורים.

באיור 19 מסורטטים שני וקטורים A ו-B, וקטור הסכום, C, (שהתקבל בשיטת המשולש), והרכיבים הקרטזיים של שלושת הווקטורים.



מן האיור אפשר לראות כי רכיב של וקטור הסכום C שווה לסכום רכיבי ה-x של הווקטורים A ו-B, ושאותו קשר מתקיים גם בציר ה-y, כלומר

$$B_x + A_x = C_x \qquad (8)$$

$$B_y + A_y = C_y \qquad (9)$$

שיגרה לחישוב וקטור שקול באמצעות רכיבים קרטזיים (חיבור וקטורים בדרך אלגברית):

כאשר נתונים הגודל A והכיוון $\square_1$ של וקטור A, הגודל B והכיוון $\square_2$ של וקטור B, תוכלו לחשב את גודלו ואת כיוונו של הווקטור השקול C כך:

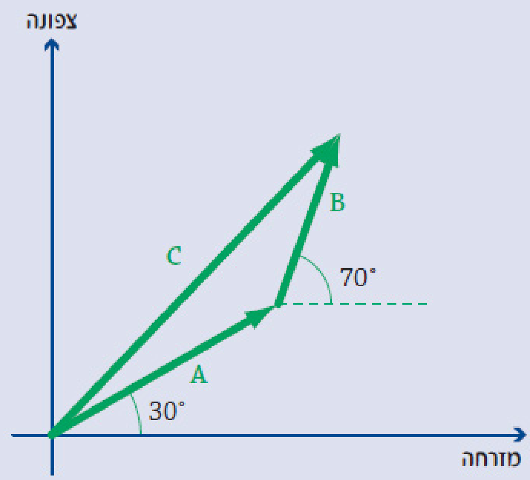
1. חשבו באמצעות קשרים (4) ו-(5) את הרכיבים A_x ו- A_y של הווקטור A, ואת הרכיבים B_x ו- B_y של הווקטור B, ומחקו, באמצעות שני קווים קצרים, את הווקטורים A ו-B.
2. חשבו באמצעות קשרים (8) ו-(9) את הרכיבים C_x ו- C_y של הווקטור C.
3. חשבו באמצעות קשרים (6) ו־(7) את גודלו ואת כיוונו של הווקטור C.

דוגמה 2: חישוב ההעתק השקול לשני העתקים שרכיביהם חיוביים

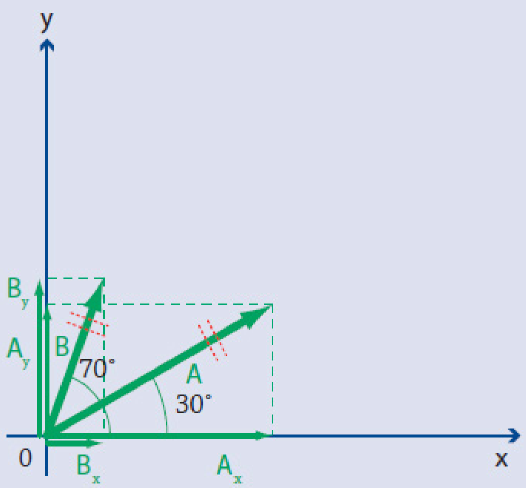
מטוס טס 60 ק"מ בכיוון $30°$ צפונה מן המזרח, ומשם הוא פונה וטס 40 ק"מ בכיוון $70°$ צפונה מן המזרח. מהם גודלו וכיוונו של ההעתק הכולל של המטוס?

פתרון:

איור 20א הוא תרשים הבעיה. סימנו באות A את ההעתק הראשון, ב-B את ההעתק השני, וב-C את ההעתק הכולל, שאותו מצאנו בדרך גאומטרית, לפי כלל המשולש.



א. שני וקטורי ההעתק והווקטור השקול שלהם



ב. הווקטורים ורכיביהם הקרטזיים

באיור 20ב בחרנו ציר x שכיוונו החיובי פונה מזרחה וציר y - צפונה. סרטטנו את שני וקטורי ההעתק במערכת צירים זו, והמרנו אותם ברכיביהם הקרטזיים.

רכיבי ההעתק : A

$$A_x = A\cos\theta_1 = 60 \cdot \cos 30° = 51.96 \text{ km}$$

$$A_y = A\sin\theta_1 = 60 \cdot \cos 30° = 30 \text{ km}$$

רכיבי ההעתק :B

$$B_x = B\cos\theta_2 = 40 \cdot \cos 70° = 13.68 \text{ km}$$

$$B_y = B\sin\theta_2 = 40 \cdot \cos 70° = 37.59 \text{ km}$$

רכיבי ההעתק השקול :C

$$C_x = A_x + B_x = 51.96 + 13.68 = 65.64 \text{ km}$$

$$C_y = A_y + B_y = 30 + 37.59 = 67.59 \text{ km}$$

גודל ההעתק השקול:

$$C = \sqrt{C_x^2 + C_y^2} = \sqrt{65.64^2 + 67.59^2} = 94.15 \text{ km}$$

כיוון ההעתק השקול:

$$\tan\theta = \frac{|C_y|}{|C_x|} = \frac{67.59}{65.64} = 1.03 \Rightarrow \theta \approx 45.84°$$

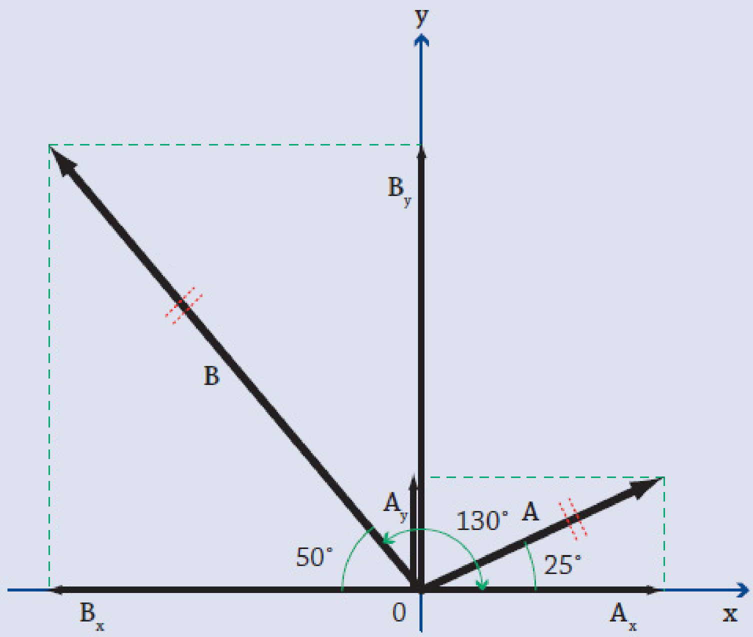
תשובה: המטוס העתיק את מקומו 94.15 ק"מ, בכיוון היוצר זווית בת $45.84°$ צפונה מן המזרח.

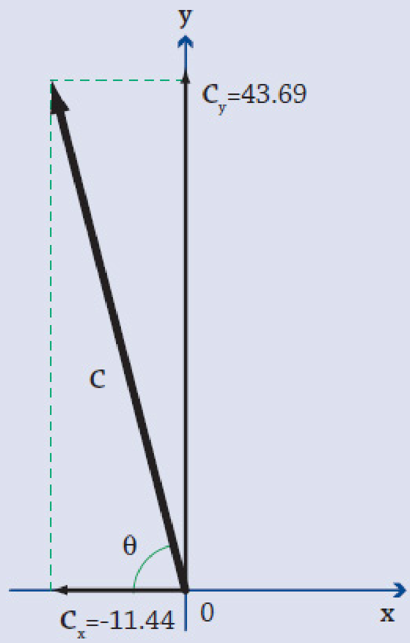
דוגמה 3: חישוב וקטור שקול לשני וקטורים נתונים

גודלו של וקטור A הוא 20, וכיוונו יוצר זווית $25°$ עם הכיוון החיובי של ציר ה- x. גודלו של וקטור B הוא 46, וכיוונו יוצר זווית $130°$ עם הכיוון החיובי של ציר ה- x. הנח כי הגדלים של שני הווקטורים נמדדים באותה יחידה. מצא את גודלו ואת כיוונו של הווקטור השקול.

פתרון:

באיור א21 מסורטטים שני הווקטורים במערכת צירים.





רכיבי הווקטור A:

$$A_x = A\cos\theta_1 = 20 \cdot \cos 25° = 18.13$$

$$A_y = A\sin\theta_1 = 20 \cdot \sin 25° = 8.45$$

רכיבי הווקטור B: את רכיב ה-x של הווקטור B נוכל לחשב כך:

$$B_x = B\cos 130° = 46 \cdot \cos 130° = -29.57$$

כלומר גודלו של הרכיב B_x הוא 29.57 והוא מכוון בכיוון השלילי של ציר ה-x.

לאורך הספר נשתמש בשיטה שונה מעט: נפריד בין הליך קביעת כיוון הרכיב לבין חישוב גודלו. את העובדה שהרכיב שלילי נגזור מתוך האיור (איור א21). את גודל הרכיב נחשב בדרך אלגברית: הזווית החדה היא בין הווקטור B לבין הכיוון השלילי של ציר x, וערכה: $= 180° - 130° = 50°$

$$B_x = -B\cos\theta_2 = -46 \cdot \cos 50° = -29.57$$

(הוספנו את הסימן "-" (מינוס) על סמך האיור).

$B_y = B\sin\theta_2 = 46 \cdot \sin 50° = 35.24$

רכיבי הווקטור השקול (איור 21ב) C:

$C_x = A_x + B_x = 18.13 + 29.57 = -11.44$

$C_y = A_y + B_y = 8.45 + 35.24 = 43.69$

גודל הווקטור השקול:

$$C = \sqrt{C_x^2 + C_y^2} = \sqrt{(-11.44)^2 + 43.69^2} = 45.16$$

$$\tan\theta = \frac{|C_y|}{|C_x|} = \frac{43.69}{11.44} \approx 3.82 \Rightarrow \theta \approx 75.33°$$

תשובה: גודלו של הווקטור השקול הוא 45.16, וכיוונו יוצר זווית בת 75.33° עם הכיוון השלילי של הציר x.

6.2 חיסור וקטורים על-פי רכיבים קרטזיים

נחסיר וקטור B מווקטור A (כלומר נמצא את B-A) באופן אלגברי בשתי דרכים:

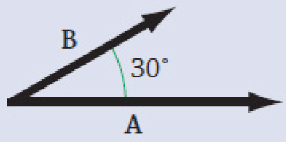
על-פי ההגדרה א: נסרטט את הווקטורים A ו- (-B) במערכת צירים, ונחבר אותם באופן אלגברי.

על-פי ההגדרה ב: נמצא את רכיביו של הווקטור שיש להוסיף ל-B כדי לקבל את A.

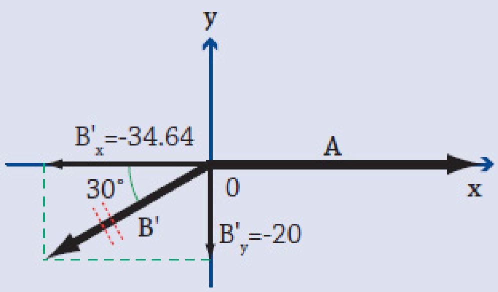
דוגמה 4: חיסור וקטורים

גודלו של וקטור A הוא 60, והוא מצביע ימינה. גודלו של וקטור B הוא 40, והוא יוצר זווית בת 30° עם הווקטור A, כפי שמוצג באיור 22א. חשבו את גודלו ואת כיוונו של הווקטור B-A.

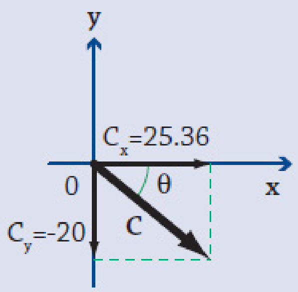
פתרון:



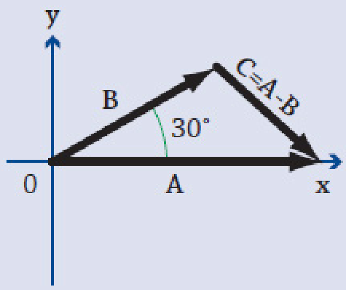
א. הווקטורים A ו-B



ב. הווקטורים A ו-(-B)



ג. וקטור ההפרש על-פי הגדרה א



ד. וקטור ההפרש על-פי הגדרה ב

פתרון על-פי ההגדרה א: באיור ב22 סרטטנו את הווקטורים A ו- (B-) במערכת צירים.

רכיב הווקטור A:

$0 = A_y \; ; \; 60 = A_x$

נסמן את הווקטור (B-) ב-'B. נרצה לחשב את השקול C לווקטורים A ו- 'B.

רכיבי הווקטור 'B (על-פי האיור, רכיב ה-x שלילי):

$B'_x = -B'\cos\theta_2 = -40 \cdot \cos 30° = -34.64$

על-פי האיור, גם רכיב ה-y של 'B הוא שלילי:

$B'_y = -B'\sin\theta_2 = -40 \cdot \cos 30° = -20$

נסמן:

$'B + A = C$

רכיבי הווקטור השקול C:

$25.36 = (34.64-) + 60 = {}_x'B + A_x = C_x$

$20- = (20-) + 0 = {}_y'B + A_y = C_y$

רכיבי הווקטור מסורטטים באיור ג22.

גודל הווקטור השקול :C

$$C = \sqrt{C_x^2 + C_y^2} = \sqrt{25.36^2 + (-20)^2} = 32.3$$

נסמן באות θ את הזווית בין הווקטור C לבין ציר ה-x.

ביוון הווקטור השקול:

$$\tan\theta = \frac{|C_y|}{|C_x|} = \frac{20}{25.36} \approx 0.789 \Rightarrow \theta \approx 38.27°$$

תשובה: גודלו של הווקטור השקול הוא 32.3, וכיוונו יוצר זווית בת $38.27°$ עם הכיוון החיובי של הציר x.

פתרון על-פי ההגדרה ב (איור ד22):

$B_x = B\cos\theta_1 = 40 \cdot \cos 30° = 34.64$

$B_y = B\sin\theta_1 = 40 \cdot \sin 30° = 20$

נסמן:

$B - A = C$

$25.36 = 34.64 - 60 = C_x$

$20- = B_y- = C_y$

גודלו של הווקטור השקול C:

$$C = \sqrt{C_x^2 + C_y^2} = \sqrt{(25.36)^2 + (-20)^2} = 32.3$$

ביוון הווקטור השקול של C:

$$\tan\theta = \frac{|C_y|}{|C_x|} = \frac{20}{25.36} \approx 0.789 \Rightarrow \theta \approx 38.27°$$

6.3 כפל וקטור בסקלר על-פי רכיבים קרטזיים

כאשר מכפילים וקטור A בסקלר a גדל כל אחד מן הרכיבים שלו פי a. לדוגמה: אם נכפיל את הווקטור בשלוש יגדל כל אחד מרכיביו פי שלושה (הוכיחו טענה זו).

חילוק וקטור A בסקלר a הוא כפל של A בסקלר 1/a.

מעתה נוכל להכפיל ולחלק וקטורים בסקלרים בדרך אלגברית.

7. גדלים פיזיקליים וקטוריים וגדלים פיזיקליים סקלריים

הווקטורים בפיזיקה מייצגים גדלים פיזיקליים המאופיינים על ידי גודל וכיוון, ועל ידי כך שהם מתחברים לפי אותו כלל חיבור - כלל המקבילית.

סקלרים בפיזיקה מייצגים גדלים שעבורם אין כל משמעות לכיוון, לדוגמה טמפרטורה. אולם לא כל גודל פיזיקלי שעבורו אין משמעות לכיוון הוא גודל סקלרי. גודל סקלרי הוא גודל שאינו מושפע משינוי מערכת הצירים. כלומר אם נבחר מערכת צירים שונה - ערכו לא ישתנה. גדלים סקלריים מודפסים בספר זה באותיות נטויות.

המקום של נקודה מסוימת תלוי בבחירת מערכת הצירים, לכן מקום אינו גודל סקלרי. שני רכיבי וקטור ישתנו אם נסובב את מערכת הצירים, לכן גם הם אינם גדלים סקלריים. אולם גודלו של וקטור (המתקבל מרכיביו על ידי משפט פיתגורס) אינו יכול להשתנות כאשר עוברים ממערכת צירים אחת לאחרת. לכן גודלו של וקטור הוא סקלה לגבי וקטור ההעתק למשל, אם הגוף מתקדם למשל 5 מטרים במציאות, הדבר חייב להיראות באופן זהה בכל מערכת צירים.

מערכת צירים אינה חלק מן המציאות, אלא היא כלי עזר, ואינה יכולה להשפיע על המציאות.

8. וקטורים בקינמטיקה

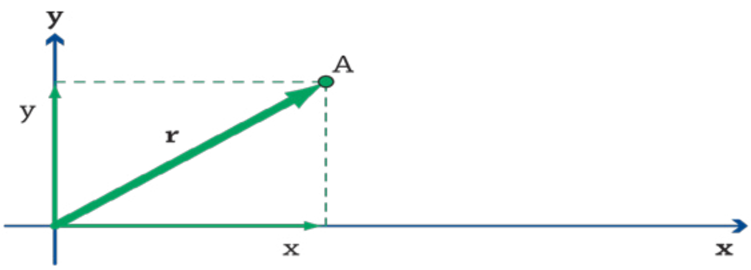
8.1 וקטור המקום

אפשר לאפיין את מקומו של גוף במישור באמצעות וקטור. לשם כך בוחרים בנקודת ראשית שרירותית וביוון שרירותי שביחס אליו מודדים את כיווני הווקטורים.

הגדרת "וקטור מקום" בתנועה בשני ממדים:

וקטור המקום של גוף מיוצג על ידי חץ שיוצא מנקודת הראשית ומסתיים בנקודה שבה הגוף נמצא (איור 23).

מקובל לסמן את וקטור המקום ב-r גודלו של הווקטור (r) מתאר את מרחק הנקודה מן הראשית.



איור 23: מקום הנקודה A מאופיין על ידי הווקטור **r**

הערות:

1. כאשר וקטור המקום מתואר במערכת צירים קרטזית, רכיביו הם השיעורים x ו- y של הנקודה שבה הגוף נמצא (איור 23).
2. כיוון שמיקום הראשית, והכיוון שביחס אליו מודדים את כיוון וקטור המקום הם שרירו־תיים (אנשים שונים עשויים לבחור ראשית שונה או כיוון יחוס שונה), גם גודלו וכיוונו של וקטור המקום שרירותיים במידה מסוימת.
3. את וקטורי המקום נסרטט בספר זה בירוק.

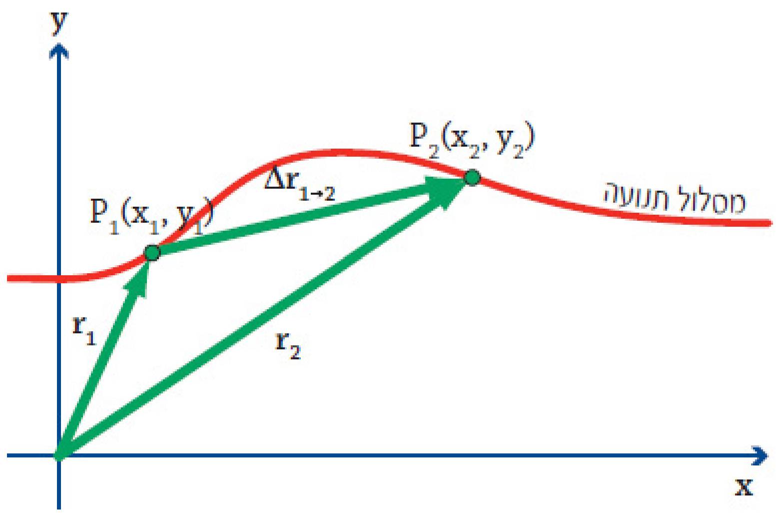
8.2 וקטור ההעתק

כפי שציינו בתחילת הפרק, ההעתק של גוף בין שני מקומות P_1 ו- P_2מיוצג על ידי חץ שזנבו ב- P_1 וראשו ב- P_2.

מאיור 24 אפשר לראות כי וקטור ההעתק מתקבל כהפרש וקטורי בין וקטורי המקום בשני הזמנים:

$$= r_1 - r_2 \qquad (10)$$

קשר(10) הוא הכללה של קשר(1) המתאים לתנועה לאורך קו ישר.



כאשר וקטור ההעתק $\Delta \vec{r}$ מתואר במערכת צירים קרטזית - רכיביו הם $\Delta x = x_2 - x_1$ ו-$\Delta y = y_2 - y_1$.

8.3 וקטור המהירות

א. המושג "מהירות ממוצעת" בתנועה בשני ממדים

המהירות הממוצעת בין שני זמנים הוגדרה בממד אחד כתוצאת חילוק ההעתק במרווח הזמן:

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \qquad (11)$$

נכליל את הגדרת המהירות הממוצעת מן המקרה החד-ממדי למקרה הדו-ממדי:

בתנועה בשני ממדים המהירות הממוצעת במרווח זמן מסוים מוגדרת כתוצאת חילוק ההעתק במרווח הזמן.

בניסוח מתמטי:

$$\bar{v} = \frac{\Delta r}{\Delta t} \qquad (12)$$

הערות:

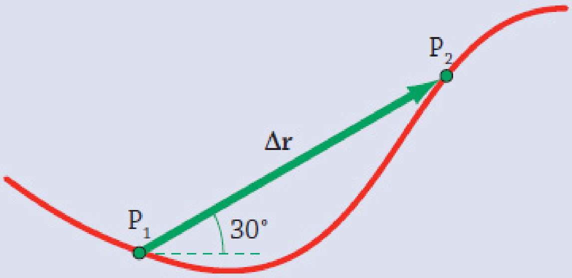
1. תוצאת חילוק וקטור (העתק) בסקלר (מרווח זמן) היא וקטור, מכאן שהמהירות היא גודל וקטורי.
2. כיוון המהירות הממוצעת בפרק זמן נתון הוא כביוון ההעתק באותו פרק זמן.
3. הרכיבים הקרטזיים של המהירות הממוצעת מקיימים את הקשרים:

$$\bar{v} = \frac{\Delta y}{\Delta t} \qquad \bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \qquad (13)$$

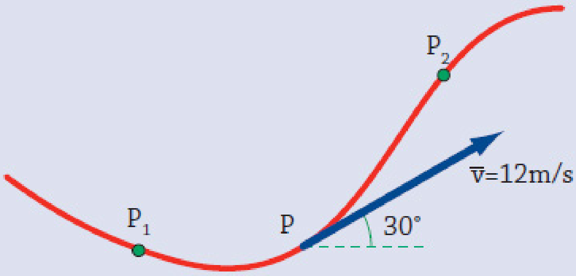
4. את וקטורי המהירות נסרטט בספר זה בכחול.

דוגמה 5: מציאת מהירות ממוצעת בתרועה לאורך מסלול עקום

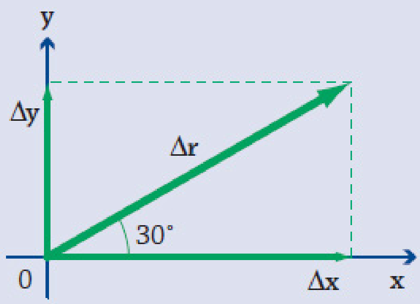
גוף נע לאורך קו עקום, והוא עובר במשך 0.5 שנייה מנקודה P_1 לנקודה P_2. העתק הגוף בפרק זמן זה הוא וקטור שאורכו 6 מטר, וכיוונו יוצר זווית בת $30°$ עם הכיוון ימינה כפי שמוצג באיור 25א.



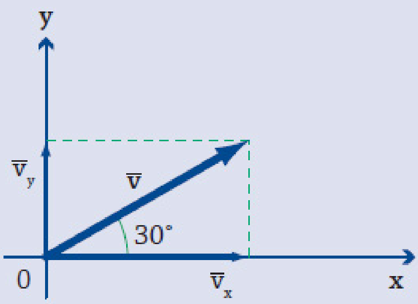
א. העתק הגוף



ב. המהירות הממוצעת של הגוף



ג. וקטור ההעתק ורכיביו



ד. וקטור המהירות הממוצעת ורכיביו

1. מצאו את המהירות הממוצעת (גודל וכיוון) של הגוף בפרק הזמן הנדון.
2. מצאו את הרכיבים הקרטזיים של המהירות הממוצעת בעזרת קשרים (13).
3. הראו כי השקול של שני הרכיבים הקרטזיים שמצאת בסעיף ב שווה למהירות שמ־צאת בסעיף א.

פתרון:

1. גודל המהירות הממוצעת הוא $= \Delta r/\Delta t = 6/0.5 = 12m/s$. כיוון המהירות הממוצעת הוא בכיוון ההעתק, כלומר יוצר זווית בת $30°$ עם הכיוון ימינה, כפי שמוצג באיור 25ב, שבו סרטטנו את המהירות בנקודה ביניים P בין P_1 ל־P_2.
2. הרכיב האופקי של ההעתק (איור 25ג): $\Delta x = 6 \cdot \cos 30° = 5.20\ m$

   לכן הרכיב האופקי של המהירות הממוצעת (איור 25ד):

   $= \Delta x / \Delta t = 5.20 / 0.5 = 10.4\ m/s$

באופן דומה (איור 25ג): $\Delta y = 6 \cdot \sin 30^\circ = 3$ m

לכן: $= \Delta y / \Delta t = 3 / 0.5 = 6$ m/s

3. גודל המהירות הממוצעת: $\bar{v} = \sqrt{\bar{v}_x^2 + \bar{v}_y^2} = \sqrt{10.4^2 + 6^2} = 12$ m

כיוון המהירות הממוצעת: $\tan\theta = \frac{\bar{v}_y}{\bar{v}_x} = \frac{6}{10.4} = 0.577 \Rightarrow \theta \approx 30^\circ$

תוצאות אלה שוות לאלו שמצאנו בסעיף א, כנדרש.

ב. המושג "מהירות רגעית" בתנועה בשני ממדים

המהירות הרגעית בממד אחד הוגדרה כגבול של המהירות הממוצעת כאשר מרווח הזמן שואף לאפס:

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} \qquad (14)$$

הגדרת "המהירות הרגעית" בתנועה בשני ממדים:

המהירות הרגעית מוגדרת כגבול של המהירות הממוצעת כאשר מרווח הזמן שואף לאפס.

בלשון מתמטית:

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta r}{\Delta t} \qquad (15)$$

הערות:

1. כיוון וקטור המהירות בכל רגע מתאר "לאן מועדות פני הגוף" באותו רגע.
2. בכל וקטור, אפשר להציג גם את המהירות הרגעית על-פי רכיביה הקרטזיים:

$$v_x = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} \qquad v_y = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta t} \qquad (16)$$

3. הרכיב מתאר באיזה קצב משתנה הקואורדינטה x של הגוף; מתאר באיזה קצב משתנה הקואורדינטה y.

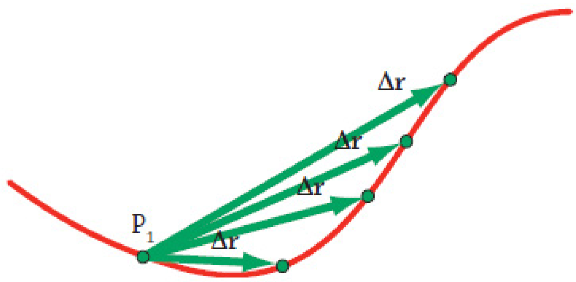
מהו כיוון וקטור המהירות הרגעית?

באיור 26 מוצג מסלול התנועה של גוף, שהוא קו עקום.

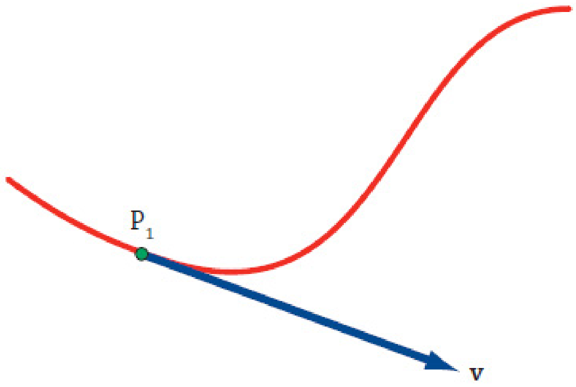
כיוון המהירות הרגעית הוא הערך הגבולי של כיווני המהירויות הממוצעות כאשר מרווח הזמן שואף לאפס. זהו גם הערך הגבולי של כיווני ההעתקים. נתבונן באיור 26א המתאר מסלול תנועה של גוף וסדרת וקטורי העתק המתחילים בנקודה P_1, עבור פרקי זמן שהולכים וקטנים כל וקטור העתק מתואר על ידי מיתר. כאשר פרק הזמן שואף לאפס, כיווני מיתרים אלה שואפים לכיוון המשיק למסלול באותה נקודה (איור 26ב). מכאן מתקבל הכלל:

ביוון וקטור המהירות הרגעית:

בבל נקודה הנמצאת על מבלול התנועה, וקטור המהירות הרגעית משיק למסלול התנועה.



א. העתקים וכיווני המהירויות הממוצעות



ב. המהירות הרגעית

ב. תנועה קצובה בשני ממדים

בפרק א הגדרנו את המושגים "תנועה קצובה" ו"תנועה שוות-מהירות".

תנועתו של גוף היא קצובה אם הוא עובר מרחקים שווים בפרקי זמן שווים. תנועתו של גוף היא שוות-מהירות אם הוא עובר העתקים שווים בפרקי זמן שווים.

בפרק א ציינו כי אם תנועתו של גוף הנע לאורך קו ישר היא קצובה - הרי היא גם שוות-מהירות.

האם תנועה קצובה לאורך מסלול עקום היא שוות-מהירות?

כאשר גוף נע לאורך מסלול עקום בתנועה קצובה, מהירותו קבועה בגודלה, כלומר גודל וקטור המהירות קבוע לאורך מסלול התנועה, אך הוא משתנה בכיוונו (בכל נקודה לאורך מסלול עקום המהירות משיקה למסלול), משמעות השינוי בכיוון הוא שהתנועה אינה שוות-מהירות.

בתנועה קצובה לאורך מסלול עקום מתקיים הקשר: $vt = s$ (17)

כאשר: s-אורך הדרך

V-גודל המהירות (הקצובה)

נוכיח את הקשר (17):

גודל מהירותו של גוף מבטא את המרחק שגוף עובר במשך יחידות זמן. לכן במשך t יחידות זמן, המרחק שהגוף עובר הוא vt.

8.4 וקטור התאוצה

א. המושג "תאוצה ממוצעת" בתנועה בשני ממדים

הגדרת המושג "תאוצה ממוצעת" בתנועה בשני ממדים:

תאוצה ממוצעת היא היחס בין השינוי במהירות (הפרש וקטורי) בין שינוי בזמן.

שיגרה לקביעת כיוון וקטור התאוצה הממוצעת (על-פי הגדרה א של חיסור וקטורים):

נניח שנתון וקטור המהירות v_1 ברגע מסוים, ווקטור המהירות v_2 ברגע מאוחר יותר. נסרטט את כיוון התאוצה הממוצעת כך:

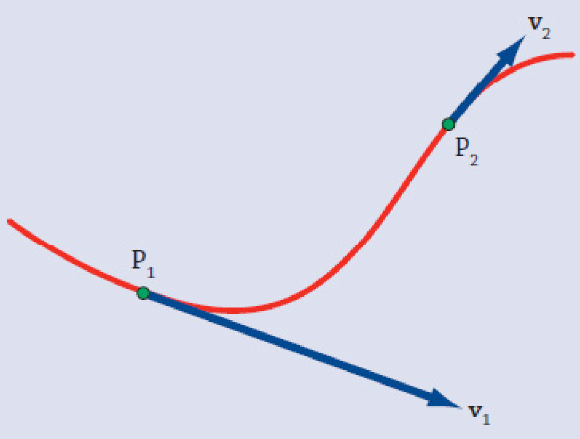
א. נעתיק לנקודה מסוימת את הווקטור v_2.

ב. נעתיק לנקודה זו את הווקטור $(-v_1)$.

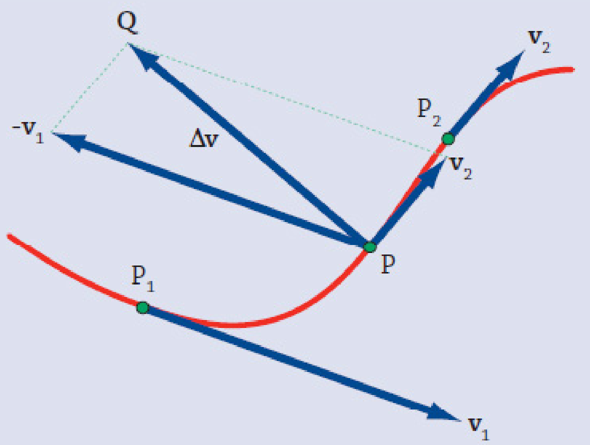
ג. נשלים את שני הווקטורים v_2 ו-$(-v_1)$ למקבילית. אלכסון המקבילית הוא $\Delta v = v_2 + (-v_1) = v_2 - v_1$. הכיוון של Δv הוא כיוון התאוצה הממוצעת.

דוגמה 6: מציאת כיוון תאוצה ממוצעת על-פי כיווני מהירויות

באיור 28א מסורטט מסלול תנועתו של גוף, ושני וקטורי מהירותו בנקודות P_1 ו-P_2. סרטטו בנקודת ביניים את כיוון וקטור התאוצה הממוצעת.



א. איור דוגמה 6



ב. איור הפתרון

פתרון:

הפעם נפתרו רק על-פי הגדרה א של פעולת חיסור וקטורים. נסרטט את וקטור התאוצה הממוצעת בנקודה P הנמצאת בין הנקודות P_1 ו- P_2. על-פי הגדרת התאוצה הממוצעת (קשר 18) כיוון וקטור התאוצה הממוצעת שווה לכיוון הפרש המהירויות $\Delta v = v_2 - v_1$. לכן נעתיק לנקודה P את הווקטור v_2, ונעתיק לזנבו את זנבו של הווקטור $(-v_1)$. על-פי כלל המקבילית הווקטור PQ (ראו איור ב28) הוא הווקטור Δv. מכאן שכיוון וקטור התאוצה הוא הכיוון מ-P ל-Q.

ב. המושג "תאוצה רגעית" בתנועה בשני ממדים

הגדרת המושג "תאוצה רגעית" בתנועה בשני ממדים:

התאוצה הרגעית מוגדרת כגבול שאליו שואף וקטור התאוצה הממוצעת כאשר Δt שואף לאפס:

בשפה מתמטית:
$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} \qquad (19)$$

הערות:

1. תאוצה היא קצב שינוי המהירות. המהירות בתנועה בשני ממדים יכולה להשתנות בכיוונה בלבד או גם בכיוון וגם בגודל. בכל אחד משני המקרים $\Delta v \neq 0$, לכן בכל אחד משני המק־רים הגוף מואץ.

   מכאן עולה הכלל כי תנועה לאורך מסלול עקום היא מואצת, אפילו גודל המהירות אינו משתנה. נזכור, אפוא:

2. את וקטורי התאוצה נסרטט בספר זה בכתום.

שאלות תרגילים ובעיות

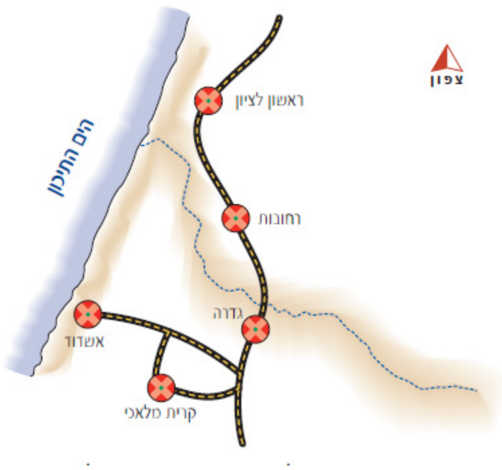
תרגילים מותאמים לסעיפי הפרק

תרגילים 1- 32 ממויינים על-פי סעיפי הפרק והם נועדו בעיקר לתרגול החומר המופיע באותם סעיפים. תרגילי סיכום אינטגרטיביים מופיעים אחרי תרגילים אלה.

סעיף 2: העתק במישור

1. מכונית נוסעת מאשדוד לקרית מלאכי, ומשם לגדרה.

לפניכם מפת האזור.



1. העתיקו את המפה למחברתכם. הוסיפו לה סרטוט של וקטור ההעתק של המכונית בנסיעתה מאשדוד לקרית מלאכי.

2. מהתבוננות במפה רואים כי אפשר לנסוע מקרית מלאכי לגדרה בשתי דרכים שונות. האם נדרש לדעת באיזו משתי הדרכים נסעה המכונית, כדי לסרטט את העתק המכונית בנסיעתה מקרית מלאכי לגדרה? נמקו.

3. הוסיפו למפה סרטוט של וקטור העתק המכונית בנסיעתה מקרית מלאכי לגדרה.

4. הוסיפו למפה סרטוט של וקטור ההעתק השקול לשני הווקטורים שסרטטת.

2. מכלית א מובילה נפט מכווית לנפולי (עיר נמל באיטליה) דרך כף התקווה הטו־בה, ומכלית ב מובילה נפט מכווית לנפולי דרך תעלת סואץ.

1. האם וקטורי ההעתק של שתי המכליות שווים? נמקו.

2. האם שתי המכליות עוברות דרכים שוות? נמקו.

3. אדם ברכבת נוסעת הולך ממקום מושבו למ־זנון הרכבת, קונה כריך, ושב למקום מושבו. האם העתק הנוסע שווה לאפס-

1. ביחס למערכת ייחוס ה"צמודה" לכדור הארץ? הסבירו.

2. ביחס למערכת ייחוס ה"צמודה" לרכבת? הסבר.

4. מצאו את ההעתק (גודל וכיוון) -

1. של אדם הצועד 20 מ' מערבה ואחר-כך 5 מ' מזרחה.

2. של מכונית הנוסעת 100 מ' צפונה ואחר-כך 50 מ' מזרחה.

3. של נער הרץ לאורך מסלול שאורכו 200 מ' וצורתו מעגל שלם.

4. של נער הרץ לאורך מחצית מסלול מעגלי שאורכו (של כל המעגל) 400 מ', אם הנער מתחיל את ריצתו בנקודה הדרומית ביותר של המסלול.

5. גוף אשר מקומו מתואר במערכת צירים, יוצא מנקודה ששיעוריה (3m, 2m), נע אל נקודה (10m, 8m), ומשם לנקודה (14m, 5m). סרטטו את וקטורי ההעתק (החלקיים) ואת ההעתק הכולל.

סעיף 3: פעולות בין וקטורים – דרך גאומטרית

6. ספינה שטה מרחק של 20 ק"מ בכיוון 30° צפונה מהמזרח, ומשם פונה לכיוון 40° צפונה מהמערב ושטה לאורך 60 ק"מ.

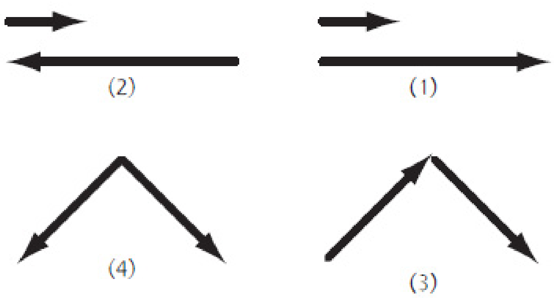
1. הגדירו קנה מידה מתאים וסרטטו, בעזרת סרגל ומד-זווית את וקטורי ההעתק החלקיים ואת ההעתק הכולל, על פי כלל המשולש.

2. מצאו בעזרת קנה המידה את גודלו של ההעתק הכולל, ובעזרת מד זווית את כיוונו.

7. א. העתיקו למחברתכם את שני הווק־טורים המתוארים באיור, וסרטטו בדרך גאומטרית (על-פי כלל המשולש או כלל המקבילית) את הווקטור השקול.

3. האם גודלו של הווקטור השקול שווה לסכום הגדלים של שני הווקטורים הנתו־נים? נמקו.

8. לאיזה מארבעת זוגות הוקטורים (1) – (4) שלהלן השקול הוא →?



9. סרטטו בדרך גאומטרית את הווקטורים $A - B$ ו-$B - A$. A ו-B הם הווקטורים המוצגים בשאלה 7.

10. העתיקו למחברתכם את שני הווקטורים A ו-B המתוארים באיור, וסרטטו בדרך גאומטרית את הווקטורים: $4A$; $-A$; $B/2$; $3B$; $2A + B$; $3A - 2B$.

11. בכל אחד מהסעיפים א - ג שלהלן מתואר קשר בין שני וקטורים A ו-B. ציינו לגבי כל סעיף, אילו תכונות צרי־כות להיות לווקטורים A ו-B כדי שהקשר יתקיים.

1. $A + B = C$ וכן $A + B = C$

2. $A + B = A - B$

3. $A + B = C$ וכן $A^2 + B^2 = C^2$

סעיף 4: תיאור המקום במערכת צירים קרטזית דו-ממדית

12. גוף נקודתי נמצא ברביע השני של מערכת צירים, במרחק 3 מ' מהציר x ובמרחק 4 מ' מהציר y. תארו את מקום הגוף בהצגה קרט־זית.

סעיף 5: רכיבים קרטזיים של וקטור

13. וקטור העתק A שאורכו 6 ס"מ יוצר זווית בת 30° עם הציר X.

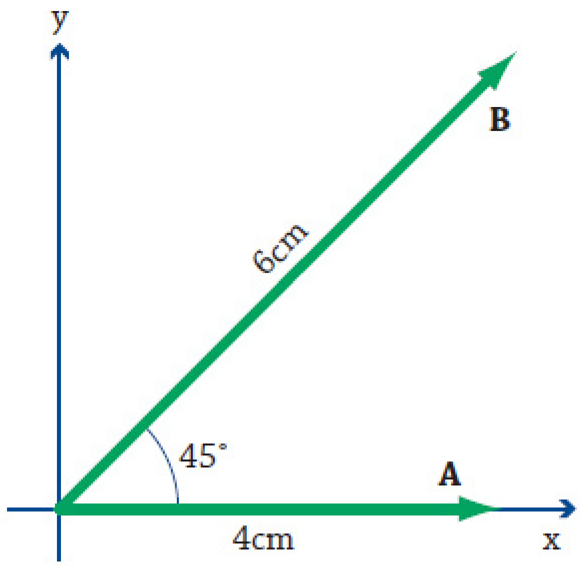
1. סרטטו את הווקטור בעזרת סרגל ומד־זווית, ומדדו את רכיביו הקרטזיים בעזרת סרגל.

2. בחנו את התוצאות על ידי חישוב אורכי הרכיבים.

סעיף 6: פעולות בין וקטורים – דרך אלגברית

14. א. סרטטו בדרך גאומטרית את הווקטור השקול לשני וקטורי ההעתק המוצגים באיור, ומצאו בעזרת סרגל ומד זווית את גודלו ואת כיוונו.

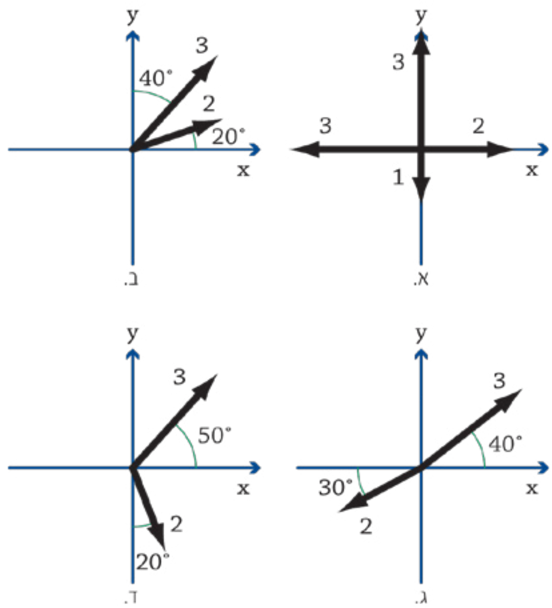
ב. בחנו את התוצאה בעזרת חישוב אלגברי.



15. וקטורים A ו-B מצביעים בכיוון החיובי של ציר ה-x והגדלים שלהם הם 20 ו-10 בהתאמה. וקטורים C ו-D מצביעים בכיוון החיובי של ציר ה-y, והגדלים שלהם הם 16 ו-24 בהתאמה.

מצאו את גודלו ואת כיוונו של הווקטור השקול לארבעת הווקטורים.

16. בכל אחד מאיורים א-ד מסורטטים וק־טורים במערכת צירים. באיורים רשומים גודלי הווקטורים וכיווניהם.

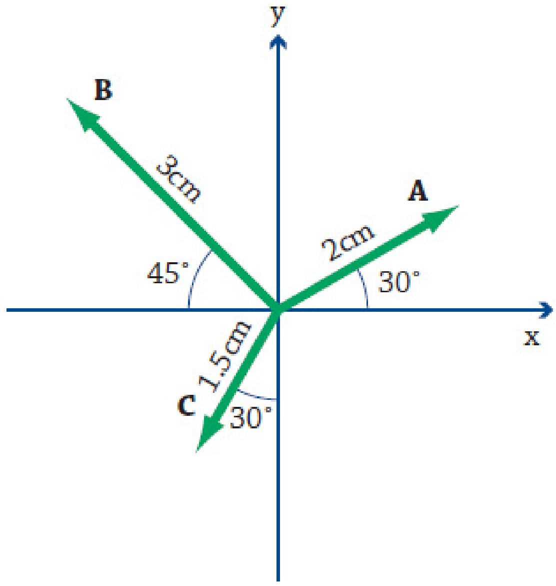


מצאו את גודלו ואת כיוונו של הווקטור השקול בכל איור.

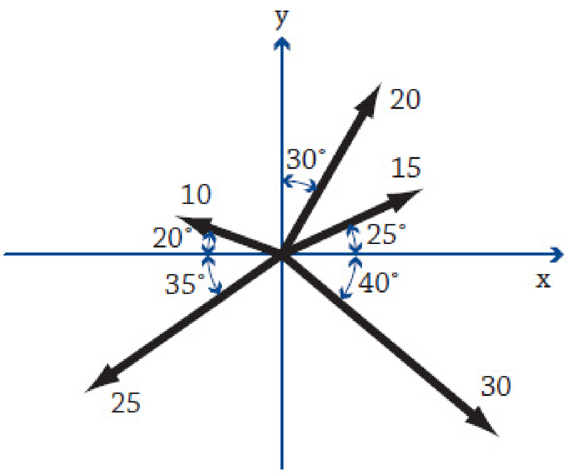
17. וקטור A שאורכו 8 ס"מ יוצר זווית של 30° עם ציר x. וקטור B, אורכו 5 ס"מ והוא יוצר זווית של 140° עם ציר x.

1. חשבו את A + B.
2. חשבו את A-B.

18. מצאו את גודלו ואת כיוונו של הווקטור השקול לשלושת וקטורי ההעתק המתוארים באיור.



19. מצאו את גודלו ואת כיוונו של הווקטור הש־קול לחמשת הווקטורים המתוארים באיור.



20. נתונים שני וקטורי העתק: A, שאורכו 4 ס"מ היוצר זווית 60° עם הציר x ברביע הראשון, ווקטור B שאורכו 6 ס"מ וכיוונו (-20)° (מתחת לציר x, ברביע הרביעי).

1. חשבו את: $A2$; $-A3$; $\frac{B}{3}$
2. חשבו את: $-A3$ $\frac{B}{3}$

סעיף 8: וקטורים בקינמטיקה

סעיפים 8.1+8.2: וקטורי המקום וההעתק

21. חלקיק נע לאורך המסלול העקום המ־תואר באיור א. מגמת תנועתו מ- P_1 ל-P_2 אפשר לקבוע את מקומו של החלקיק בעזרת מערכת הצירים x, y.

1. העתיקו את איור א למחברתכם, והוסיפו לו איורים של:

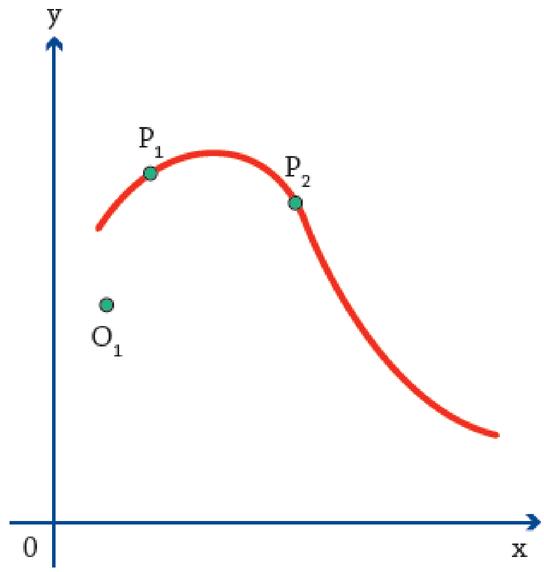
   (1) וקטור המקום r_1 של החלקיק ברגע שהוא חולף בנקודה P_1.

   (2) וקטור המקום r_2 של החלקיק ברגע שהוא חולף בנקודה P_2.

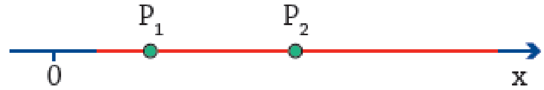
2. סרטטו את העתק הגוף בתנועתו מ- P_1 ל- P_2, על ידי חץ שזנבו ב- P_1 וראשו ב- P_2, והראו כי וקטור זה מתקבל גם מההגדרה $\Delta r = r_2 - r_1$.

3. אילו מהווקטורים שסרטטתם בסעיפים א ו- ב משתנים כאשר מעתיקים את ראשית הצירים לנקודה O_1?

4. ענו על סעיפים א ו- ב אילו תנועת החלקיק היתה מתנהלת לאורך קו ישר, כמתואר באיור ב.



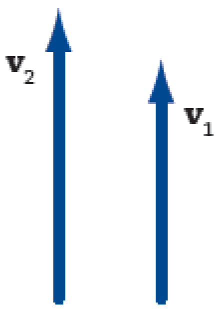
איור א



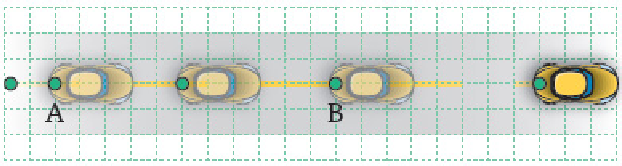
איור ב

סעיף 8.3: וקטורי המהירות

22. העתיקו למחברתכם את שני וקטורי המהירות v_1 ו-v_2 המתוארים באיור, וסרטטו איורים מקורבים של הווקטורים: $v_1 + v_2$; v_1 ; $v_2 - v_1$; $v_2 -$.



23. האיור מתאר את מסלול תנועתה של מכונית הנוסעת ימינה על כביש ישר, וחמש עקבות שביניהן היא חלפה במרווחי זמן שווים (העק־בה הראשונה מסומנת על ידי נקודה בלבד).



1. העתיקו את האיור, וסמנו בו וקטורי ההעתק של המכונית בכל אחד מארבעת קטעי התנו־עה.

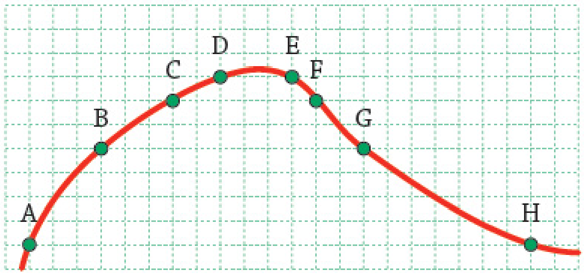
   הערה: תוכלו לסרטט איור מוגדל, כך שכל משבצתבאיור המופיע כאן תיוצג על-ידי מש־בצת של מחברתכם.

2. סרטטו באופן מקורב את וקטורי המהירויות הממוצעות של המכונית בארבעת קטעי התנו־עה (אינכם נדרשים לסרטט אורכים מדויקים, אלא רק לסרטוטים שידגישו את ההבדלים בין גודלי המהירויות).

3. תארו במילים את תנועת המכונית. השתמ־שו במונחים "כיוון וקטור המהירות" ו"גודל וקטור המהירות".

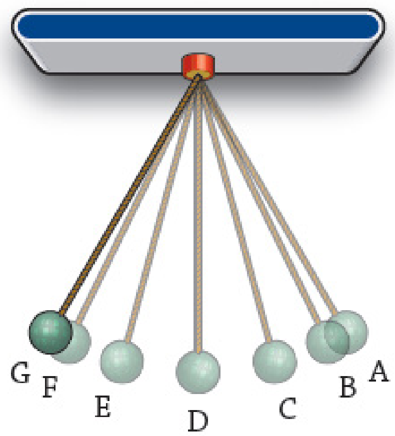
4. חשבו את המהירות הממוצעת (גודל וכיוון) של המכונית בתנועתהמ- A ל-B. המרחק בין שני קווים סמוכים באיור (כלומר רוחב מש־בצת) מייצג מרחק של m2 במציאות, ומרווח הזמן בין שתי עקבות סמוכות הוא 0.5 ש'.

24. האיור מתאר את מסלול תנועתה של מכונית הנוסעת על כביש עקום מ-A ל-H, ושמונה עקבות בהן היא חלפה במרווחי זמן שווים.



1. העתיקו את האיור וסמנו בו וקטורי ההעתק של המכונית בכל אחד משבעת קטעי התנועה (ראו הערה בשאלה 23 סעיף א).
2. סרטטו באופן מקורב את וקטורי המהירויות הממוצעות של המכונית בשבעת קטעי התנועה.
3. תארו במילים את תנועת המכונית מ-A ל-H. השתמשו במונחים "כיוון וקטור המהירות" ו"גודל וקטור המהירות".
4. חשבו את המהירות הממוצעת (גודל וכיוון) של המכונית בתנועתה מ-A ל-B. המרחק בין שני קווים סמוכים באיור מייצג מרחק של 1m במציאות, ומרווח הזמן בין שתי עקבות סמוכות הוא 0.5 ש',

25. האיור מתאר את עקבותיה של מטוטלת במרווחי זמן שווים, בעת תנועתה מ-A ל-G.



1. העתיקו את האיור למחברתכם, וסרטטו את וקטורי ההעתק של משקולת המטוטלת בתנועתה: מ-A ל-B, מ- B ל-C, מ-C ל-D, מ-D ל-E, מ-E ל-F, ומ-F ל-G.
2. סרטטו באופן מקורב את וקטורי המהירויות הממוצעות בקטעים אלה.
3. תארו במילים את תנועת המטוטלת במשך מחצית מחזור תנועתה (מ-A ל-G). השתמשו במונחים "כיוון וקטור מהירות" ו"גודל וקטור המהירות".
4. אורך החוט 8.94 מ', הזוויות של חוט המטוטלת כאשר היא ב-A וב-B עם הכיוון האנכי (ב-D החוט אנכי) הן 30° ו- 26° בהתאמה. מרווח הזמן בין שתי עקבות סמוכות הוא 0.5 ש', חשבו את המהירות הממוצעת (גודל וכיוון) של משקולת המטוטלת בקטע AB.

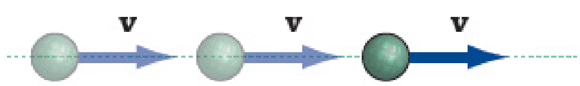
סעיף 8.4: וקטורי התאוצה

26. מצאו, בכל אחד מסעיפים א – ד שלהלן, את השינויים במהירויות גופים שנעים לאורך קו ישר. סרטטו בכל מקרה את וקטורי המהירויות (לפני השינוי ואחריו), ואת וקטור שינוי המהירות.
1. מהירות (8-) מ'\ש' הופכת ל-(4+) מ'\ש'.
2. מהירות (6+) מ'\ש' הופכת ל-(13-) מ'\ש'.
3. מהירות 5 מ'\ש' מזרחה הופכת ל- 15 מ'\ש' מערבה.
4. הגוף נע ימינה במהירות 6 מ'\ש', מתנגש בקיר, וחוזר שמאלה במהירות שגודלה 6 מ'\ש'.

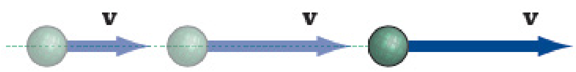
27. גוף נזרק כלפי מעלה במהירות שגודלה 40 מ'\ש'.
1. סרטטו איור מקורב של עקבות הגוף במרווחי זמן של שנייה אחת, החל מרגע הזריקה וכלה ברגע שבו הגוף חוזר לנקודת מוצאו.
2. הוסיפו לכל העקבות את וקטורי המהירות (כולם באותו קנה מידה) ואת וקטורי התאוצה (בקנה מידה אחיד).
3. תארו במילים את התנועה. השתמשו במונחים"וקטור המהירות", ו"וקטור התאוצה".

28. באיורים מוצגות עקבותיהם של חמישה גופים בתנועות שונות (החצים מייצגים את וקטורי המהירות). ציינו לגבי כל אחד מחמשת המקרים אם יש לגוף תאוצה. נמקו את תשובותיכם.
1. גוף נח (מנוחה מתמשכת, לא רגעית).

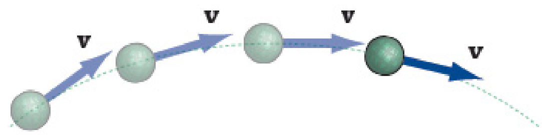
2. גוף נע לאורך קו ישר במהירות קבועה בגודלה.



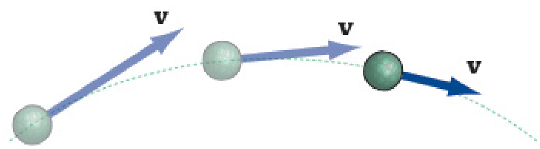
3. גוף נע לאורך קו ישר, המהירות גדלה בגודלה.



4. גוף נע לאורך מסלול עקום; המהירות קבועה בגודלה.



5. גוף נע לאורך מסלול עקום; המהירות קטנה בגודלה.



29. מד המהירות של מכוניתכם מורה על ערך קבוע של 60 קמ"ש\שעה. האם תוכלו להסיק מכך שאינכם נעים בתאוצה? הסבירו.

30. הביאו דוגמאות לשימוש במונח "תאוצה" בפיזיקה, שאינו תואם את השימוש במונח זה בחיי יום-יום.

31. השלימו במחברתכם: גוף אינו מואץ כאשר_____ מהירותו ו-_____ מהירותו קבועים.

32. בכל אחד משני האיורים מסומנות עקבותיו של גוף במרווחי זמן של 2 ש', בכל עקבה מסורטט וקטור המהירות הרגעית של הגוף.

לגבי כל אחד משני הגופים:

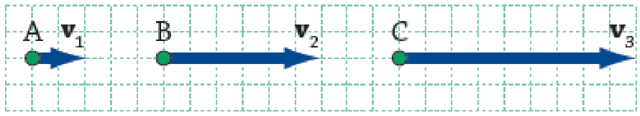
(1)העתיקו את האיור למחברתכם (ראו הערה בשאלה 23).

(2)סרטטו את וקטור שינוי המהירות בתנועת הגוף מ-A ל-B.

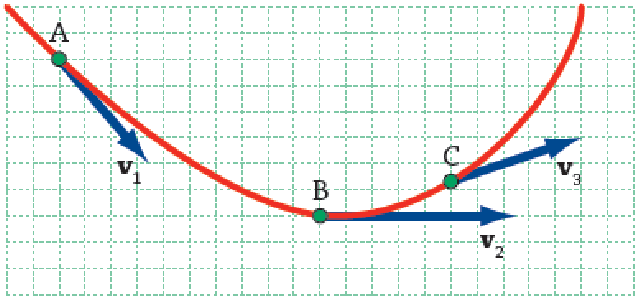
הערה: באיור ב תוכלו לסרטט את השינוי במהירות על פי חיסור הווקטורים $\Delta v = v_2 - v_1$, או לפרק כל וקטור לרכיבים קרטזיים, ולהחסיר רכיבים.

(3)סרטטו את וקטור התאוצה הממוצעת בקטע AB.

(4)תארו במילים את תנועת הגוף.



איור א

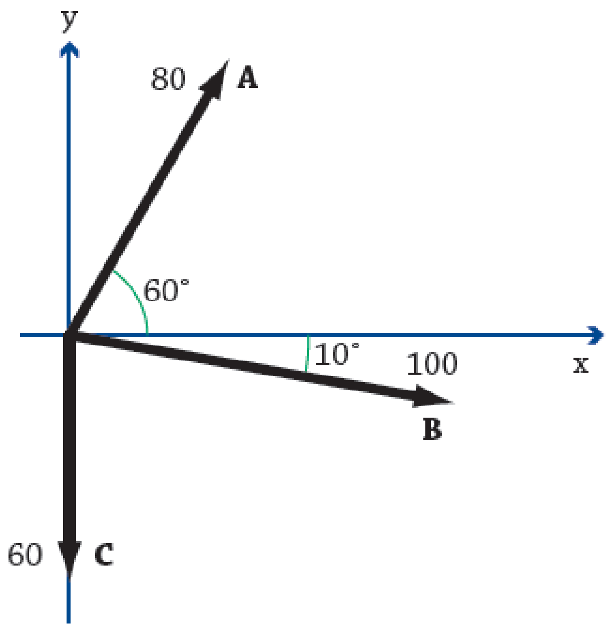


איור ב

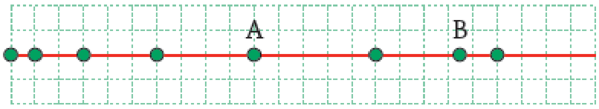
תרגילי סיכום

תרגילים 33-40 מיועדים לתרגול אינטגרטיבי, ובהכנה לבחינה מסכמת של הפרק.

33. מצאו את גודלו ואת כיוונו של הווקטור השקול לשלושת הווקטורים המוצגים באיור.

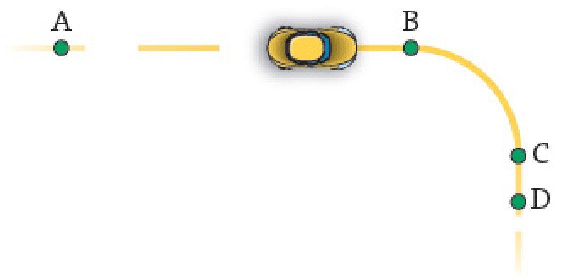


34. באיור מוצגות עקבותיו במרווחי זמן שווים של גוף הנע ימינה. כן – הביאו דוגמה. אם לא – נמקו.



1. העתיקו את האיור (ראו הערה בשאלה 23, סעיף א), וסרטטו באופן מקורב את וקטורי המהירות והתאוצה בעקבות A ו-B. (אינכם נדרש להתייחס לגודלי הווקטורים אלא לכיווניהם בלבד.) הסבירו כיצד קבעתם את כיוונו שלכל וקטור.
2. האם גודל המהירות בעקבה A שווה לגודל המהירות בעקבה B, גדול ממנו או קטן ממנו? נמקו.
3. האם גודל התאוצה בעקבה A שווה לגודל התאוצה בעקבה B, גדול ממנו או קטן ממנו? נמקו.

35. מכונית הנוסעת על כביש ABCD בתנועה קצובה, במהירות שגודלה 15 מ'\ש', קטע הכביש BC הוא רבע מעגל; והקטעים AB ו-CD הם ישרים.



1. תארו וסרטטו את וקטור המהירות בנקודה B.
2. תארו וסרטטו את וקטור המהירות בנקודה C.
3. חשבו וסרטטו את וקטור שינוי מהירות המכונית בתנועתה מהנקודה B לנקודה C.
4. חשבו וסרטטו את וקטור התאוצה הממוצעת בתנועת המכונית מהנקודה B לנקודה C, אם היא עוברת את קטע הכביש שבין שתי נקודות אלה במשך 5 ש'.

36. א. הביאו דוגמה לתנועה שבה לווקטורי המהירות והתאוצה –

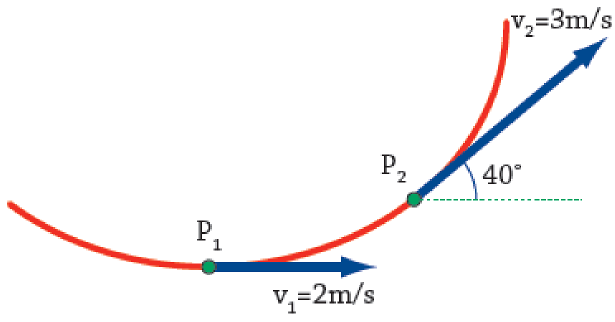
(1)כיוונים זהים.

(2)כיוונים מנוגדים.

ב. האם יתכן מצב שבו ברגע מסוים $a \neq 0$ ו- $v \neq 0$? אם כן – הביאו דוגמה. אם לא – נמקו.

ג. האם ייתכן מצב שבו ברגע מסוים $v = 0$ ו- $a \neq 0$? אם כן – הביאו דוגמה. אם לא – נמקו.

37. באיור מוצג מסלול תנועתו של גוף. הגוף חולף ברגע מסוים בנקודה P_1 בה גודל מהירותו $v_1 = 2\ m/s$ וכיוונה אופקי. כעבור $0.5\ s$ הגוף חולף בנקודה P_2 בה גודל מהירותו $v_2 = 3\ m/s$ וכיוונה יוצר זווית בת $40°$ עם הכיוון האופקי.



1. חשבו את התאוצה הממוצעת (גודל וכיוון) של הגוף בתנועתו מ-P_1 ל-P_2. העתיקו למחברתכם את האיור, והוסיפו לו סרטוט של וקטור התאוצה הממוצעת באחת מנקודות המסלול הנמצאת בין P_1 ל-P_2.
2. במקרה אחר, הגוף נע לאורך המסלול המסורטט, אך בכיוון הנגדי, כך שגודל מהירותו בכל נקודה ונקודה היה שווה לגודל המהירות במקרה הראשון. האם וקטור התאוצה הממוצעת (כיוון וגודל) במקרה זה שווה לווקטור התאוצה הממוצעת במקרה הראשון או שונה ממנו? נמקו.

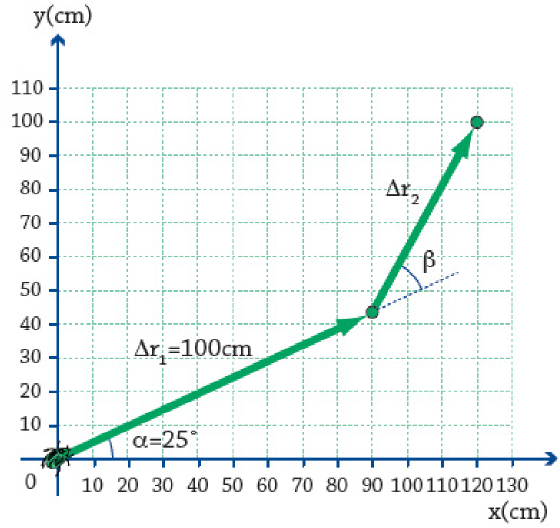
38. ג'וק ירד מאדן החלון והחל להסתובב במטבח. לפתע, בהיותו בראשית מערכת הצירים המסורטטת על הרצפה (כאלה הם מטבחיהם של פיזיקאים ...) הבחין הג'וק בפרור דג טונה במרחק 100 cm ממנו בכיוון היוצר זווית $25°$ עם ציר ה-x.

הג'וק רץ אל פרור הטונה, חטף אותו, והבחין בפרור נוסף הנמצא בנקודה ששיעוריה (cm), (100 cm120). מבלי לשנות את קצב ריצתו, מיהר הג'וק אל הפרור השני ובלע גם אותו. הג'וק רץ במהירות שגודלה $v = 0.45\ m/s$.

Δr_1 הוא העתקו הג'וק בתנועתו לפרור הראשון.

Δr_2 הוא העתקו בתנועתו מהפרור הראשון לשני.

מעלליו של הג'וק מסורטטים באיור שלפניכם.



1. חשבו את השיעורים הקרטזיים של הנ־קודה שבה נמצא פרור הטונה הראשון.
2. בטאו את וקטור המקום של פרור הטונה השני בהצגה קוטבית.
3. מהו גודל ההעתק החלקי Δr_2 של הג'וק?
4. מהי הזווית (ראו איור) בין שני וקטורי ההעתק החלקיים Δr_1 ו־ Δr_2?
5. בטאו את ההעתק הכולל של הג'וק בהצ־גה קוטבית.
6. מהי המהירות הממוצעת (גודל וכיוון) של הג'וק?
7. אלו מתשובותיכם לסעיפים הקודמים היו משתנות אילו ראשית הצירים היתה במקום אחר? הסבירו.

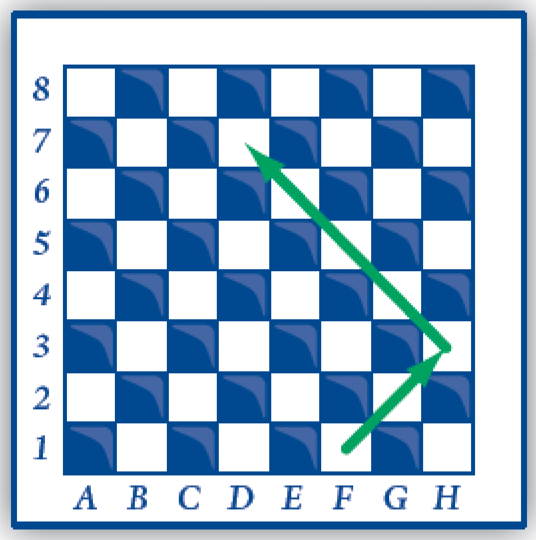
39. בידוע, לוח שחמט הוא לוח ריבועי ובו 64 משבצות, המסודרות בשמונה שורות ושמונה טורים. נהוג לסמן משבצת בלוח השחמט על-פי האות המציינת את הטור שבו נמצאת המשבצת, ומספר השורה שבה נמצאת המשבצת. למשל, המשבצת הנמצאת בטור השמאלי (A) ובשורה הת־חתונה (1) (בפינת לוח השחמט) מסומנת ב- A1. ממדי לוח השחמט הביתי הם cm 40 x 40cm. הרץ הוא כלי משחק היכול לנוע רק על האלכסונים החוצים את המש־בצת עליה הוא נמצא.

1. החצים שעל איור הלוח מתארים את הת־נועה D7 ←H3 ← F1 של הרץ. חשבו את עתקן (גודל וכיוון) במהלך כפול זה. הניחו כי הרץ נע בין מרכזי המשבצות בתנועה קצובה.
2. לשחקן המניע בלי שחמט לוקח 0.2 s להניע אותו ממשבצת אחת לסמוכה לה.

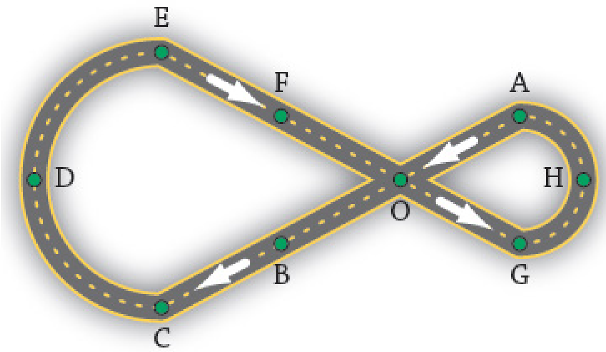
(1)מהי מהירותו הממוצעת(גודל וביוון) של הרץ במסע המתואר בסעיף א?

(2)האם גודל מהירותו הרגעית של הרץ קטן מגודל מהירותו הממוצעת, גדול ממנו או שווה לו? נמקו.

3. התבוננו במהלך F3 ← G2 ← F1 (שימו לב: זה לא המסלול המתואר באיור). כאמור, תנו־עת הרץ היא קצובה, ולוקח לו 0.2 s לעבור ממשבצת למשבצת. מהי תאוצתו הממוצעת (גודל וביוון) במהלך זה?



40. מסלול מירוצי מכוניות מורכב משני קטעים ישרים ושני חצאי מעגלים, במוצג באיור א.



איור א

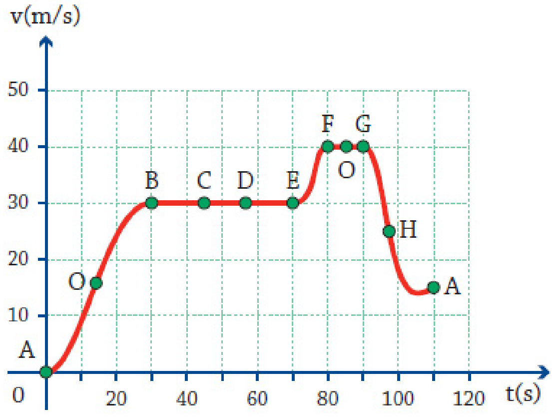
מכונית מרוץ מזנקת מנקודה A ומקיפה את המסלול. באיור ב מוצג גודל מהירותה כפונ־ציה של הזמן.

1. תארו את תנועת המכונית בבל אחד מק־טעי המסלול תוך שימוש במונחים "גודל המהירות", "כיוון המהירות", "תאוצה".

2. באילו קטעים של המסלול מתאפסת תאוצת המכונית? נמקו.

3. העתיקו את איור א למחברתכם, והוסיפו סרטוטים מקורבים של וקטורי התאוצה והמהירות בנקודות O (במעבר הראשון), O, D (במעבר השני) ו-H.

4. העריכו את רדיוס חצי המעגל CDE.



איור ב

תרגילי העמקה

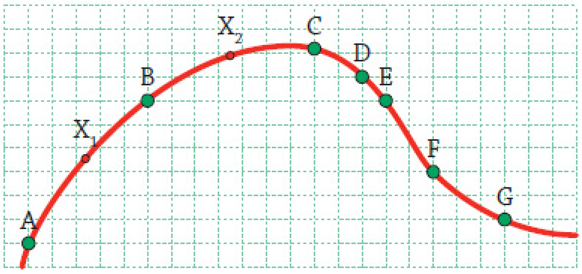
תרגילים 41–42 מיועדים להעמקה.

41. בכל אחד מהסעיפים א ו-ב שלהלן מתואר קשר בין שני וקטורים A ו-B. ציינו לגבי כל סעיף, אילו תכונות צריכות להיות לווקטורים A ו-B כדי שהקשר יתקיים.

1. |A–B| = |A+B| כאשר A ≠ 0 ו- B ≠ 0.

2. סכום הווקטורים ניצב להפרש.

42. באיור מסמנות עקבותיו של גוף הנע לאורך מסלול עקום (מ-A ל-G), במרווחי זמן קבועים של שנייה אחת.



1. מצאו באופן מקורב את וקטור התאוצה הרגעית בנקודה B על-פי שלבים אלה:

(1) העתיקו את האיור למחברתכם (ראו הערה בשאלה 23, סעיף א).

(2) סרטטו את ההעתקים בקטעים AB ו- BC.

(3) וקטורי ההעתק שסרטטתם מייצגים את וקטורי המהירויות הממוצעות בקטעים BC ו-AB. הסבירו מדוע.

(4) המהירויות הממוצעות בקטעים BC ו-AB שוות בקירוב למהירויות הרגעיות בנקודות x_1 ו-x_2. הסבירו מדוע.

(5) סרטטו את וקטור התאוצה בעקבה B באמצעות המהירויות הרגעיות בנקודות x_1 ו- x_2.

2. ענו על סעיף א לגבי העקבה F (וקטעים EF ו- FG).

3. תארו במילים את תנועת החלקיק מ-A עד G. השתמשו במונחים "העתק", "מהירות" ו"תאוצה".

תשובות

2. א.כן,כי...

ב. לא, כי...

3. א. לא, כי...

ב. כן, כי...

4. א. 15 מ' מערבה.

ב. 111.8 מ' בכיוון 26.6° מזרחה מהצפון.

ג. 0.

ד. 127.3 מ' צפונה.

6. כ-56 ק"מ בזווית של כ-60° צפונה מהמערב.

7. ב. לא, כי...

8. (3)

11. א. A ו-B וקמורים מקבילים.

ב. הווקטור B הוא וקטור האפס (כלומר נקודה).

ג. הווקטורים A ו- B מאונכים זה לזה.

12. (-3m4 ,m)

13. ב. A_y =3 cm; A_x =5.2 cm

14. ב. 9.3 ס"מ בזווית 27.2° צפונה מהמזרח.

15. גודלו 50, וכיוונו יוצר זווית בת 53.1° עם ציר ה-x.

16. א. גודלו כ-2.24, וכיוונו יוצר זווית של כ-63.4° עם הכיוון השלילי של הציר x, ברביע השני.

ב. גודלו כ-4.84, וכיוונו יוצר זווית של כ-38.1° עם הכיוון החיובי של הציר x, ברביע הראשון.

ג. גודלו כ-1.087, וכיוונו יוצר זווית של כ-58.6° עם הכיוון החיובי של הציר x, ברביע הראשון.

ד. גודלו כ-2.64, וכיוונו יוצר זווית של כ-9.1° עם הכיוון החיובי של הציר x, ברביע הראשון.

17. א. 7.85 ס"מ בזווית 66.8° עם הציר x.

ב. 10.79 ס"מ בזווית 4.2° עם הציר x.

18. כ-2.15 ס"מ בזווית 58° עם הכיוון השלילי של הציר x.

19. גודלו כ- 17.94, וכיוונו יוצר זווית של כ- 21.4° מתחת לכיוון החיובי של הציר x.

20. א. 2A : וקטור שאורכו 8 ס"מ בכיוון וקטור A.

-3A: וקטור שאורכו 12 ס"מ בכיוון מנוגד לכיוון וקטור A.

B/3: וקטור שאורכו 2 ס"מ בכיוון וקטור B.

ב.11.82 ס"מ בזווית 249.6° עם ציר x.

23. ד. 22 m/s ימינה.

24. ד. 10 m/s בזווית $53.1^\circ \approx$ עם הכיוון האופקי.

25. ד. 1.25 m/s $\approx$ בזווית 28° מתחת לכיוון האופקי.

26. א. 12 m/s

ב. $-19\ m/s$

ג. 20 m/s מערבה

ד. 12 m/s שמאלה

27. ג. וקטור התאוצה מכוון בכל הנקודות כלפי מטה, וגודלו כ- $10\ m/s^2$. וקטור המהירות: עד שיא הגובה וקטור המהירות מצביע כלפי מעלה. בשיא הגובה הוא שווה ל- 0, ולאחר מכן הוא מצביע כלפי מטה. בכל פעם מתווסף לוקטור המהירות וקטור שגודלו 10 m/s וכיוונו מטה.

28. לגופים המתוארים באיורים ג, ד ו-ה יש תאוצה.

32. לגבי גוף ב:

(4)הגוף נע לאורך מסלול עקום. מהירותו משתנה הן בגודלה והן בכיוונה. לגוף יש תאוצה הקשורה לכך שהמהירות משתנה בגודלה ובכיוונה.

33. גודלו 138.70 וכיוונו יוצר זווית של כ-3.34° עם הציר x ברביע הרביעי.

34. ב. המהירות ב-A גדולה מהמהירות ב-B.

ג. התאוצה ב-A קטנה מהתאוצה ב-B.

35. א. 15 m/s בכיוון מ-A ל-B.

ב. 15 m/s בכיוון מ-C ל-D.

ג. $21.2\ m/s^2 \approx$ בזווית 45° עם כל אחד משני קטעיו הישרים של הכביש.

ד. $4.2\ m/s^2 \approx$ בזווית 45° עם כל אחד משני קטעיו הישרים של הכביש.

36. ב. כן...

ג. כן...

37. א. גודל התאוצה הוא כ- 3.9 m/s², וכיוונה יוצר זווית בת 81.2° בקירוב עם ציר ה- x.

ב. התאוצות בשני המקרים שוות....

38. א. (42.26 cm, 90.63 cm)

ב. גודלו: r≈156.2 cm הזווית שלו עם הציר ≈ 39.8°

ג. r_2 ≈ 64.78 cm

ד. ≈38°

ה. גודל ההעתק הכולל הוא כ- 156.20 ס"מ.

הזווית שלו עם ציר היא כ- 39.81°.

ו. גודל המהירות הממוצעת היא כ- 42.68 cm/s, וכיוונה יוצר זווית בת כ-39.81° עם הציר x.

ז. התשובות לשאלות א ו-ב היו משתנות.

39. א. גודל ההעתק כ-31.6 ס"מ, וכיוונו יוצר זווית 18.4° שמאלה ביחס לכיוון "למעלה".

ב.(1) גודל המהירות הממוצעת כ- 26.3 cm/s וכיוונה בכיוון ההעתק.

(2) מהירותו הרגעית גדולה מהממוצעת.

ג. גודל תאוצתו הממוצעת 1.25 m/s² וכיוונה שמאלה.

40. ב. תאוצת המכונית מתאפסת בקטעים BC ו- FG.

ג. רדיוס המסלול CDF הוא כ- 38.9m.

41. א. הווקטורים A ו- B מאונכים זה לזה.

ב. הווקטורים A ו- B שווים בגודלם.

פרק ג – כוחות ומצבי התמדה

1. הקדמה

בפרקים א ו- ב עסקנו בקינמטיקה. פרקים ג-ה דנים בדינמיקה שפותחה על ידי ניוטון במחצית השנייה של המאה השבע-עשרה. זהו ענף של המכניקה העוסק בכוחות ובהשפעותיהם על תנועת גופים. המאפיינים הבסיסיים של כוחות, והקשר בין כוח לתאוצה, ניתנים על-ידי שלושת החוקים עול ניוטון. מושרים חדשים שיצטרפו למערך המושרים שרכשנו הם "כוח" ו"מסה". פיתוח הדינמיקה הניוטונית הוא חלק ממהפכה מדעית שהתחוללה במאה ה-17.

2. השאלה המרכזית של הדינמיקה

כאשר רוח הדוחפת ספינת מפרשים מפסיקה לנשוב - מאיטה הספינה באופן הדרגתי, עד שהיא נעצרת. הספינה מתמידה במצב של מנוחה עד ששוב תנשב רוח, ותדחוף את מפרשיה.

הרוח הנושבת במפרשי הספינה היא דוגמה לכוח חיצוני הפועל על גוף. דוגמאות נוספות הן אדם דוחף כיסא, אדם מושך שולחן, מגנט מושך מסמר.

בשלב זה נשתמש במונח "כוח" באופן אינטואיטיבי, על סמך ההתנסות היום יומית שלנו. בהמשך נגדיר את המושג "כוח" באופן אופרטיבי.

השאלה המרכזית של הדינמיקה: כיצד כוחות חיצוניים הפועלים על גוף משפיעים על תנועתו של בגוף?

השאלה עוסקת בהשפעה של גורם א ("כוח חיצוני") על גורם ב ("תנועה"). לשאלות חקר רבות במדע (בפיזיקה, בביולוגיה, ברפואה וכיו"ב) יש תבנית דומה לתבנית זו.

לדוגמה, נניח שפותחה תרופה חדשה למחלה מסוימת, ורוצים לדעת מהי השפעתה על משך מחלה (התרופה היא "גורם א" ומשך המחלה הוא "גורם ב"). נניח שמוצאים מתוך מדגם מייצג של חולים, כי חולים המשתמשים בתרופה מבריאים בעבור שבוע. לא נוכל ללמוד מכך דבר על השפעת התרופה על משך המחלה. רק מהשוואה בין משך המחלה ללא נטילת תרופה, למשכה עם נטילת התרופה אפשר להסיק: או שהתרופה אינה משפיעה כלל (כאשר בשני המקרים משך המחלה שווה), או שהיא דווקא מעכבת את תהליך ההחלמה (כאשר משך המחלה ללא תרופה קצר ממשך המחלה עם תרופה), או שהיא יעילה ומקטינה במידה משמעותית את משך המחלה.

כלומר, לפני שחוקרים כיצד גורם א משפיע על גורם ב - יש לבחון מה קורה לגורם ב בהעדר השפעה של גורם א, ורק לאחר מכן לחקור מה קורה ל-ב כאשר א משפיע עליו. משני ממצאים כאלה אפשר ללמוד מה השפעת א על ב.

נלך בדרך זו בהצגת הדינמיקה: על מנת שנסיק מהי השפעת כוחות חיצוניים על תנועתו של גוף, נבחן בצעד ראשון, את התנהגותו של גוף שלא פועלים עליו כוחות חיצוניים או שהכוח "נטו" הוא אפס. (וזאת נעשה בפרק הנוכחי, פרק ג). בצעד השני נבחן את התנהגותו של גוף מופעלים כוחות חיצוניים (וזאת נעשה בפירוט בפרק ד).

3. מצבם של גופים שאינם נתונים להשפעת כוחות חיצוניים

נתבונן שוב בדוגמה של ספינת המפרשים לעיל.

האם גוף יגיע בהכרח למנוחה כאשר הכוח החיצוני שפועל עליו יפסיק לפעול?

זו שאלה יסודית בהבנת הטבע. נציג שלוש תפיסות שבאמצעותן התמודדו עם השאלה במהלך ההיסטוריה.

3.1 התפיסה של אריסטו - המאה הרביעית לפני הספירה

את אריסטו הזכרנו בפרק א בהקשר לתפיסתו את החוקיות של נפילת גופים.

המרחב על-פי אריסטו הוא המקום הנתפס על ידי חומר; לא קיים מרחב בלי חומר. במילים אחרות לא קיים ריק.

התנועה על-פי אריסטו:

אריסטו הניח שכל הגופים על פני הארץ (ליתר דיוק בעולם ש"מתחת" לירח) מורכבים, ביחסים כאלה או אחרים, מארבעה יסודות: אוויר, אדמה, אש ומים. אריסטו הבחין שיש עצמים קלים יותר, ואחרים כבדים יותר. הוא ייחס את תכונת הכובד או הקלות של גוף ליחס בין כמויות היסודות השונים המרכיבים את הגוף. אדמה "טבעה" שהיא כבדה, האש "טבעה" שהיא קלה, ואילו המים והאוויר עומדים בין שני הקצוות.

אריסטו גרס שתנועתו ה"טבעית" של גוף כבד היא מטה, ותנועתו ה"טבעית" של גוף קל היא מעלה. עשן מתמר אנכית מעלה כל עוד רוח אינה נושבת. ואילו אבן נופלת אנכית מטה לאחר שמרפים ממנה. כלומר, על פי התפיסה של אריסטו התנועה "הטבעית" של גופים ארציים היא במסלול אנכי מעלה או אנכי מטה.

יש כמובן תנועות שהורגות מהתנועה ה"טבעית". למשל חץ הנורה מקשת בכיוון אופקי נע לאורך מסלול עקום. אבן הקשורה לקצה חוט נעה לאורך מסלול מעגלי כאשר מסובבים את החוט. אבן הנזרקת כלפי מעלה נעה במסלול אנכי, אבל מעלה ולא בתנועתה ה"טבעית" כלפי מטה. אריסטו כינה תנועות כאלה בשם תנועות "מאולצות", שהן מנוגדות לתנועתם ה"טבעית" של הגופים, ואין להן קיום בלא כוח הפועל על הגופים ומאלץ אותם לנוע בצורה הנוגדת את "טבעם". אפשר להרים אבן כלפי מעלה, וכך לגרום לה לנוע בתנועה "מאולצת", אולם ברגע שמרפים ממנה האבן נופלת מטה בתנועתה ה"טבעית".

הפיזיקה של אריסטו תואמת לאינטואיציה הניבנית אצל כולנו כתוצאה מהתנסותנו היום-יומית; אינטואיציה זו אומרת לנו שתנועה קשורה במהותה לפעולה, שהרי כאשר אנו מושכים כיסא הוא נע, ולאחר שמרפים ממנו הוא מגיע למנוחה. שיטת חשיבה זו הנסמכת על האינטואיציה, כפי שבאה לידי ביטוי בתורתו של אריסטו, שלטה בכיפה במשך זמן רב, והיא מכונה לעתים "הפיזיקה הישנה" או "הפיזיקה של השכל הישר".

המודל של אריסטו התקשה להסביר תנועות כגון זו של חץ הנורה מקשת. כל עוד מיתר הקשת דוחף את החץ – יש סיבה לתנועתו, והיא תנועה מאולצת. אך מדוע החץ ממשיך לנוע כברת דרך נוספת לאחר הנתקותו ממיתר הקשת?

התשובה של אנשי האסכולה של אריסטו הייתה: כאשר החץ מתקדם באוויר - הוא משאיר אחריו ריק. אך כיוון שהטבע "שונא ריק" - אוויר פורץ לאזור שהחץ פינה כתוצאה מהתקדמותו, וזרם אוויר זה הוא שדוחף את החץ קדימה.

3.2 תפיסת האימפטוס - ימי הביניים

ההסבר של אריסטו לתנועת החץ אינו תקף לתנועתו של סביבון; לאחר שסובבנו אותו והרפנו ממנו, הסביבון העגול אינו משאיר ריק במהלך סיבובו, לכן אי אפשר להסביר את המשך תנועתו של הסביבון על-ידי דחיפה של זרם אוויר הפורץ לאזור שהסביבון פינה.

המודל השני נקרא מודל האימפטוס. הוא פותח ביוון במאה השישית לספירה, והורחב במאה ה-14 על-ידי פילוסוף צרפתי בשם בורידן (Buridan). הוא כתב: "כאשר אדם דוחף גוף, הוא מעניק לגוף אימפטוס מסוים, כלומר הוא מטמיע בגוף כוח שגורם לגוף להמשיך לנוע למשך זמן מסוים בכיוון התנועה המקורי- כלפי מטה או כלפי מעלה או במסלול מעגלי. זו הסיבה שהגוף ממשיך לנוע לאחר שהאדם שדחף אותו הרפה ממנו".

במודל של אריסטו, תנועתו המאולצת של גוף חייבת להיגרם על ידי כוח חיצוני, שפועל על התוף בכל משך תנועתו.

במודל האימפטוס ההסבר לתנועה, למשל לתנועת חץ הנורה מקשת, הוא כוח פנימי שהחץ מקבל ממיתר הקשת במהלך הירי. כוח פנימי זה הוא האימפטוס. האימפטוס הולך ופוחת, וברגע שהוא אוזל לחלוטין החץ מריע לידי מנוחה.

נציין כי מודל האימפטוס של ימי הביניים לא הוגבל רק להסבר של תנועה לאורך קו ישר. לפי מודל זה, כאשר מניעים גוף במסלול מעגלי – מעניקים לו אימפטוס מעגלי, לכן הוא ממשיך במסלול קשתי רם לאחר שהסיבה לתנועה המעגלית נעלמה. גם סביבון מסתובב כל עוד שהאימפטוס המעגלי שהוא קיבל במהלך סיבובו עדיין קיים בסביבון.

למודל האימפטוס ולמודל של אריסטו יש נקודת ראות משותפת: לתנועה יש סיבה. במילים אחרות לא תיתכן תנועה אם אין סיבה לקיומה, אם אין כוח אשר מקיים את התנועה.

על-פי תפיסתו של אריסטו, ועל פי תפיסת האימפטוס יש למיין את הגופים, מבחינת תנועתם, לשתי קבוצות כמוצג באיור 1.

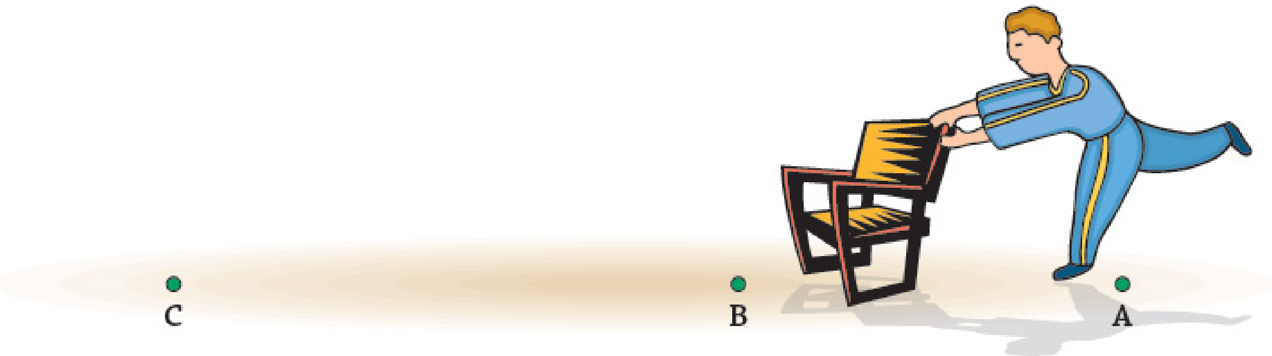
3.3 התפיסה עול ניוטון – המאה השבע-עשרה

א. הצגת תוצאות ניסויים אחדים

ניסוי א – הדיפת כיסא

אדם דוחף כיסא מנקודה A על פני משטח אופקי העשוי מאספלט (איור 2), ומפסיק לדחוף אותו בנקודה B. הכיסא אינו נעצר מיד, אלא ממשיך לנוע לאורך כברת דרך מסוימת, לדוגמה חמישים סנטימטר, עד שהוא נעצר בנקודה C.

מדוע הכסא המשיך לנוע כברת דרך בתום הדחיפה?



נתמקד בעיקר בתנועת הכיסא מ-B ל-C. על פי התפיסה של אריסטו, הכיסא נעצר משום שהוא אינו נדחף יותר, כלומר משום שהסיבה לתנועתו נעלמה.

על-פי מודל האימפטוס הכיסא נעצר ברגע שכל האימפטוס שנמסר לכיסא אוזל.

הסברים אלה נראים הגיוניים במבט ראשון, אולם יש מקום לבחון אותם ביתר קפדנות. לגבי הגישה של אריסטו: אם הכיסא נעצר משום שהסיבה לתנועתו נעלמה, מדוע הוא אינו נעצר מיד בנקודה B (אלא ממשיך לנוע עד C)? כדי לענות על שאלה זו נבדוק תחילה האם נוכל להגדיל את כברת הדרך שלאורכה הכיסא נע לאחר הפסקת הדחיפה (מבלי שנשנה את תנאיי הדחיפה). לשם כך נערוך ניסויים נוספים: תחילה נחליף את קטע משטח האספלט מ-B שמאלה במשטח שיש, חלק מהאספלט המחוספס, ונדחוף את הכיסא על פני קטע המשטח AB בדיוק כמו בניסוי הקודם. הפעם, הכיסא עובר כברת דרך ארוכה יותר לאחר שהוא חולף בנקודה B. בצעד הבא נמשח את משטח השיש בשמן סיכה. שוב ניווכח בהגדלת המרחק מ-B עד נקודת העצירה. הגדלה נוספת של המרחק תתרחש אם קטע המשטח מ-B שמאלה יוחלף במשטח קרח חלק.

מהי התרומה של החלקת המשטח ושימונו? התרומה היחידה היא הקטנת החיכוך בין הכיסא למשטח, כלומר הפחתת הכוחות החיצוניים שפועלים על הכסא. בתוצאה מכך הכיסא נע לאורך דרך ארוכה יותר ויותר עד לעצירתו.

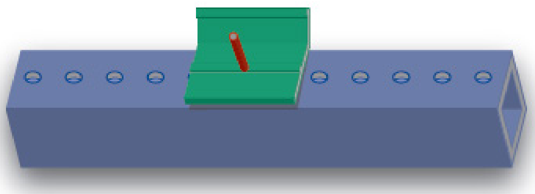
עכשיו נדמיין שהצלחנו להקטין את החיכוך עד כדי ביטולו המוחלט. עתה לא תהיה סיבה לעיכוב תנועת הכיסא, והדעת נותנת שהוא ימשיך לנוע ללא הפסק. זו תפיסה חדשה, תפיסה של המכניקה הניוטונית. היא מהווה אנטי תזה לתפיסה של אריסטו ולתפיסת האימפטוס.

הצעד האחרון היה "ניסוי מחשבתי" (מקובל להשתמש בשפה הגרמנית לציון מונח זה - Gedanken experiment), ניסוי שאי אפשר לבצעו, משום שאי אפשר לבטל לחלוטין את השפעתם של כוחות חי־צוניים. אולם אפשר להתקרב למצב אידאלי זה, לדוגמה בעזרת מסילת אוויר אופקית שעליה נע גלשן, כמתואר להלן.

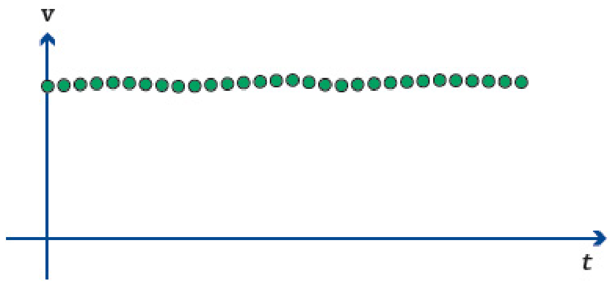
ניסוי ב - תנועת גלשן על מסילת אוויר אופקית

באיור 3א מוצג גלשן הנע על מסילת אוויר אופקית. בזכות זרמי האוויר הפורצים מנקבים במסילה, הגלשן נע על "כרית אוויר", לכן החיכוך בינו לבין המסילה קטן מאוד.

באיור 3ב מוצג גרף של מהירותו של גלשן כזה לאחר שהגלשן נדחף בפונקציה של הזמן, כפי שנמדדה בניסוי. הגרף מצביע על כך שהגלשן אכן נע במהירות קבועה לאורך המסילה.



א. מערכת הניסוי



ב. תוצאות הניסוי

ניתוח ניסויים א ו–ב

ניסוי א מראה כי כדי לשנות את מצבו של גוף ממנוחה לתנועה חייבים לדחוף אותו. לעומת זאת, כדי שגוף נע יתמיד במהירותו – אין צורך שיפעל כוח חיצוני; הסיבה שהכיסא נעצר (לאחר שנע בברת דרך מסויימת) אינה נעוצה בהעדר כוח חיצוני, אלא דווקא בגלל שכוח כזה פועל; הכוח שגרם לעצירת הכיסא היא החיכוך, אשר הקטין את מהירות הכיסא, עד לעצירתו.

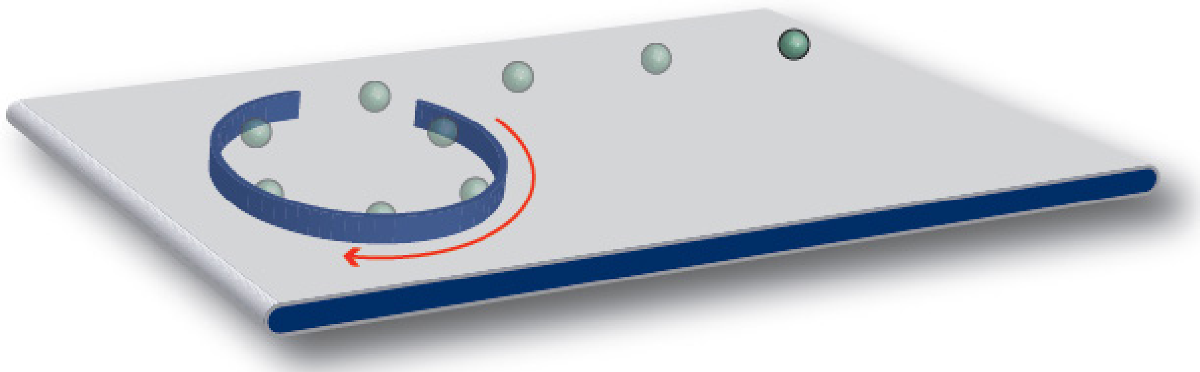
ניסוי ב מצביע על כך שבאשר כוחות חיצוניים אינם פועלים על גוף – מהירותו קבועה בגודלה. במילים אחרות הגוף מתמיד במצבו.

ניסוי ג – החלצות מתנועה בתוך חישוק אופקי

בדור נע לאורך חישוק עקום בהשפעת כוחות חיצוניים שמפעיל עליו החישוק. ברגע מסוים הכדור מתנתק מהחישוק.

האם לאחר התנתקות הכדור מהחישוק הוא ימשיך לנוע במסלול מעגלי?

כדי לבחון את העניין נטיל כדור מתכת קטן לתוך חישוק המונח על משטח אופקי, כך שהכדור ינוע בתוך החישוק במסלול עקום, ואחר–כך יתנתק ממנו, וינוע על המשטח, ללא כוח חיצוני נטו. האם כדור "יזכור" את מסלולו העקום וימשיך לנוע במסלול כזה? באיור 4 מתועדות עקבותיו של כדור בניסוי שערכנו.



תוצאות ניסוי המוצגות באיור מראות כי מרגע הינתקותו של הכדור מהשפעת החישוק, הוא נע על גבי המשטח (עם חיכוך קטן) בתנועה שוות-מהירות (תנועה קצובה לאורך קו ישר). כיוון תנועתו לאורך הקו הישר זהה לכיוון תנועתו כפי שהייתה לו ברגע הינתקותו מהחישוק, כלומר בכיוון המשיק לחישוק בק־צהו. שינויים בכיוון המהירות נפסקים מיד עם השתחררות הכדור מהשפעתו של החישוק.

חוויית התמדה בעת נסיעה במכונית

כאשר אנו נמצאים בתוך מכונית המזנקת קדימה, אנו חשים כאילו "נזרקים" לאחור. למעשה אין אנו נזרקים כלל:

גופנו פשוט מתמיד במהירות שהייתה לו לפני שהמכונית הואצה, אולם המכונית מתקדמת ביחס אלינו, ויחסית למכונית המואצת גופנו נסוג לאחור. תנועתנו לאחור (ביחס למכונית) נמשכת עד שגוף כלשהו הקשור לשילדת המכונית(למשל משענת המושב שעליו אנו יושבים) מגדיל את מהירותנו, כך שזו משת־ווה למהירות המכונית.

גם בעת בלימת מכונית קיימת תחושה של "זריקה", הפעם קדימה. גם כאן באה לידי ביטוי תופעת ההת־מדה: בעת הבלימה גופנו מתמיד במהירותו, לכן היא גדולה מזו של המכונית הנבלמת. מצב זה נמשך עד שגוף כלשהו הקשור למכונית (למשל חגורת הבטיחות, הקושרת אותנו למושב) מקטין את מהירותנו ומשווה אותה למהירות המכונית.

ב. החוק הראשון של ניוטון

התשובה לשאלה שהעלינו בראש סעיף 3 (האם גוף יגיע בהכרח למנוחה כאשר הכוח החיצוני שפועל עליו יפסיק לפעול?) הוכרעה רק באמצע המאה השבע-עשרה על ידי אייזיק ניוטון. ניוטון ראה בהת־נהגותו של גוף שכוחות חיצוניים אינם פועלים עליו חוק טבע בסיסי. הוא ניסח, בעקבות גלילאו גליליי ורנה דקארט, את החוק הנושא את שמו:

תרגום לעברית של החוק הראשון של ניוטון (המכונה גם "חוק ההתמדה"), כפי שניוטון ניסח אותו:

"כל גוף מתמיד במצב מנוחה או בתנועה קצובה לאורך קו ישר, כל עוד לא יאולץ לשנות מצב זה על ידי השפעות חיצוניות."

נסביר את החוק: החוק קובע כי אם ברגע t_1 גוף נע במהירות v_o, ואם מרגע t_1 עד רגע t_2, כוחות חיצו־ניים אינם פועלים עליו, אז בכל רגע בפרק זמן זה וקטור המהירות קבוע, ושווה ל-v_o, אם $v_o = 0$ (הגוף נח ברגע t_1) - וקטור המהירות ימשיך להיות שווה לאפס, כלומר הגוף יתמיד במנוחתו. אם $v_o \neq 0$ (הגוף נע ברגע t_1) - וקטור המהירות לא ישתנה – לא בגודלו ולא בכיוונו, כלומר הגוף יתמיד בתנועה קצובה לאורך קו ישר (בתנועה שוות מהירות).

לגוף שכוחות חיצוניים אינם פועלים עליו יש, אם כן, תכונה של התמדה (אינרציה, inertia). לכן מכנים את החוק הראשון של ניוטון גם בשם חוק ההתמדה.

ניסוח חלופי לחוק הראשון של ניוטון:

גופים שכוחות חיצוניים אינם פועלים עליהם, או שפועלים עליהם כוחות חיצוניים המקזזים זה את זה כך שהכוח "נטו" הוא אפס, נעים במהירות קבועה או נחים (גם מנוחה היא תנועה במהירות קבועה - מהירות אפס).

לקיומה של תנועה לא נדרשת סיבה.

ג. מעט על מצבם של גופים שכוחות חיצונים פועלים עליהם

ראינו (בסעיף הקודם) שמהירותו של גוף אינה משתנה כל עוד לא פועל עליו כוח חיצוני.

מה קורה למהירותו של גוף שכוחות חיצוניים פועלים עליו?

- כאשר דנו בניסוי הדיפת הכיסא, ראינו כי בשעה שהאדם הדוחף מפעיל עליו כוח (וגם המשטח המחוספס מפעיל עליו כוח חיכוך) מהירותו גדלה. אחרי שהאדם מפסיק לדחוף, ועל הכיסא פועל כוח החיכוך בלבד – מהירותו הולכת וקטנה, עד שהוא נעצר.

דוגמאות נוספות לכוחות חיצוניים שפועלים על גוף ומשנים את מהירותו:

- בעיטה בכדור נח משנה את מהירותו מאפס לערך שונה מאפס.
- כאשר מסובבים אבן במסלול מעגלי באמצעות חוט הקשור לאבן, החוט משנה בכל נקודה ונקודה את כיוון תנועת האבן, לכן מהירותה משתנה - תמיד בכיוונה, לעתים גם בגודלה.

מסקנת ביניים:

בשעה שכוח חיצוני פועל על גוף מהירותו של הגוף משתנה. כוח נטו הפועל על גוף משנה את מהירות הגוף.

על-פי תפיסתו של ניוטון יש למיין את הגופים, מבחינת תנועתם, לשתי קבוצות כמוצג באיור 5 (השוו בין איור 5 לאיור 1).

מסקנת הביניים הרשומה לעיל היא ניסוח חלקי של חוק המכונה "החוק השני של ניוטון", בו נדון בהרח־בה בפרק ד.

ח. תפיסות מוטעות - החוק הראשון של ניוטון

החוק הראשון של ניוטון נוגד את התפיסה שלנו, שגיבשנו במהלך ההתנסויות מגיל צעיר. לכן הוא נוגד את השכל הישר שגיבשנו במהלך חיינו. כפי שציינו במהלך הסעיף, רוב האנשים "לוקים" בתפיסות מוטעות(או אולי ראוי יותר לומר תפיסות קדם-מדעיות, הנוגדות את חוקי הפיזיקה) אלה:

תפיסה מוטעית 1- מצבו של גוף שכוחות חיצוניים אינם פועלים עליו:

גוף נע מגיע למצב מנוחה כאשר כוחות חיצוניים מפסיקים לפעול עליו.

תפיסה מוטעית 2 - החלצות מתנועה במסלול עקום:

לאחר שגוף משתחרר מהכוחות חיצוניים הגורמים לו לנוע במסלול עקום, הוא ימשיך לנוע לאורך

מסלול עקום.

כלומר החשיבה הקדם מדעית של רוב האנשים היא במונחי הפיזיקה של אריסטו, ובמונחים של אימפטוס, ולא במונחים של המכניקה הניוטונית.

3.4 השוואה בין מודל אריסטו, מודל האימפטוס והמודל של ניוטון

המודל	האם יש סיבה לתנועה?	האם המקור לתנועה הוא חיצוני או פנימי?
אריסטו	כן	חיצוני
אימפטוס	כן	פנימי
ניוטון	לא	.....

טבלה 1: השוואה בין המודלים השונים

3.5 אייזיק ניוטון

סר אייזיק ניוטון (Newton Isaac, 1642 -1727), פיזיקאי ומתמטיקאי אנגלי, היה אחד מגדולי אנשי המדע, אשר זכה להערכה ולהערצה עוד בחייו.

א. עבודתו המדעית של ניוטון

הישגיו בפיזיקה: ניוטון היה הראשון שפיתח תאוריה פיזיקלית שהיא תאוריה במלוא מובן המילה - את המכניקה הניוטונית. הוא פירסם אותה בשנת 1686 בספרו "עקרונות מתמטיים של פילוסופיית הטבע"; ובלועזית Mathematica Principia Naturalis Philosophiae.באופטיקה הוא גילה שהאור הלבן מורכב מרצף של צבעים שונים, ופיתח את המודל החלקיקי של האור.

ניוטון המציא את טלסקופ המראות הראשון, ובכך איפשר להתגבר על מגבלותיו של טלסקופ העדשות. הוא פירסם בשנת 1704 סטר בשם "אופטיקה" ובלועזית Optics, המציג בין היתר את המודל החלקיקי של האור שפיתח.

הישגיו במתמטיקה: פיתח את החשבון הדיפרנציאלי והאינטגרלי. הציג את הביטוי $(a + b)^n$ כטור של חזקות, המכונה "הבינום של ניוטון".

ב. אודות ניוטון

אביו של ניוטון היה איכר חסר השכלה. הוא נפטר שלושה חודשים לפני שניוטון נולד. כאשר ניוטון היה בן שלוש שנים אימו נישאה שנית לכוהן דת אמיד, ועברה להתגורר בבית בעלה. את ניוטון הילד השאירה בבית אימה – חווה בודדת. ניוטון הטיח לא אחת שהוא רצה לשרוף את ביתם של אימו ובעלה.

כאשר מלאו לניוטון 11 שנים מת בעלה של אימו, והיא נותרה עם שלושה ילדים קטנים. האם שבה להת־גורר בביתה הקודם, וניוטון חזר לחיק המשפחה.

לאחר סיום הלימודים בבית הספר, שם הוא לא בלט, הוא יצא ללימודים אקדמיים באוניברסיטת קיימברידג' שבאנגליה.

כאשר ניוטון סיים את לימודי התואר הראשון באוניברסיטת קיימברידג' פרצה מגיפה, וניוטון חזר לבית אימו שבכפר למשך בשנתיים (בשנים 6–1665). בשנים אלו, בהיותו בן 23, הוא הגה את רוב רעיונותיו בפיזיקה ובמתמטיקה.

ניוטון שב ללימודיו באוניברסיטה כאשר זו נפתחה מחדש. הוא לא שיתף את המדענים בהצלחתו לנסח תאוריה מקיפה על התנועה בטבע, וכי באמצעות תאוריה זו הוא הצליח להסביר אף את תנועת כוכבי הלכת סביב השמש.

רק כעבור 20 שנה, בשנת 1686 הוא פירסם את ספרו. הוצאת הספר לאור באה בעקבות מאמצי שיכנוע של ידידו הטוב, האסטרונום אדמונד האלי.

מחקריו בפיזיקה ובמתמטיקה השפיעו השפעה עמוקה על המדע, ועל התרבות בכלל. המשורר אלכסנדר פופ (Pope Alexander, 1688 – 1744), בן תקופתו של ניוטון כתב:

s‘Nature and Nature

.night in hid lay laws

,be Newton Let ,said God

light was all and,

בשנת 1689 ניוטון נבחר כחבר הפרלמנט הבריטי. ניוטון מעולם לא נשא אישה.

4. כוח ומדידתו

4.1 הקדמה

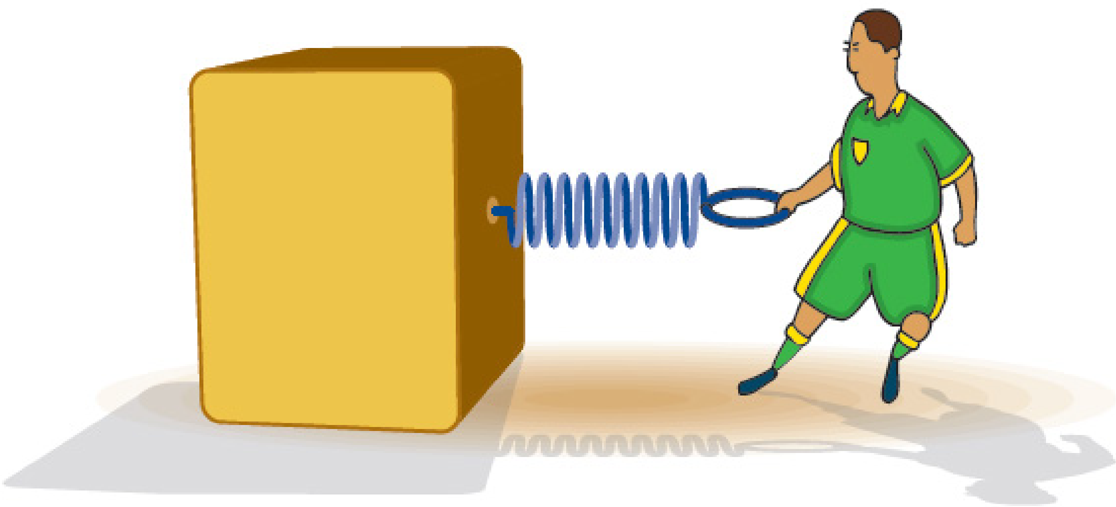
כפי שציינו בתחילת הפרק, מטרתנו המרכזית בלימודי הדינמיקה היא לבחון אם קיימת חוקיות המקשרת בין כוח חיצוני הפועל על גוף (בהמשך נגדיר כוח באופן אופרטיבי) לבין שינוי מהירותו, כלומר לבין תאוצתו (שאלה זו תידון בפרק ד).

נסמן כוח באות F (force – כוח באנגלית). בחיי היום–יום יש למונח "כוח" משמעויות רבות, שחלקן שונות מזו שבפיזיקה.

מנסיוננו היום–יומי אנו מבינים כי כוח מאופיין על ידי גודל וכיוון, לכן נוכל לייצג כוח באמצעות חץ. אנו נסרטט בספר זה את חצי הכוח בצבע אדום.

4.2 הקפיץ – אמצעי למדידת כוח

נבחר בקפיץ באמצעי למדידת כוח. אם נרצה למדוד לדוגמה את הכוח שמפעילים שרירינו, נוכל לקשור את קצהו האחד של קפיץ לקיר, ואת קצהו השני לטבעת, ונמשוך את הטבעת. התארכות הקפיץ גדלה כאשר הכוח שבו מושכים אותו גדל. שיעור התארכות הקפיץ עשוי לשמש מדד לעוצמת (לגודל) כוח שרירים (איור 7).



לקפיץ תבונה חשובה המאפשרת להופכו למד כוח: הפעלת כוח מסוים על קפיץ גורמת להתארכות מסויימת. כאשר הכוח חדל לפעול – חוזר הקפיץ למצבו המקורי (בתנאי שלא מתחנו אותו יתר על המידה). הפעלה חוזרת של אותו כוח על הקפיץ גורמת לאותה התארכות. תבונה זו נקראת הדירות (reproducibility). ההדירות נובעת מכך שהקפיץ הוא גוף אלסטי.

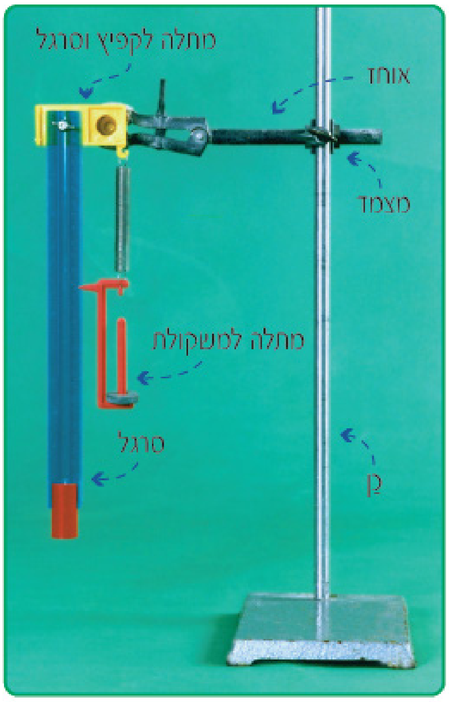
בדי שנוכל לכייל קפיצים כמדי כוח, עלינו למצוא קשר בין גודל הכוח שפועל על הקפיץ, לבין שיעור התארכותו.

ניסוי חוק הוק:

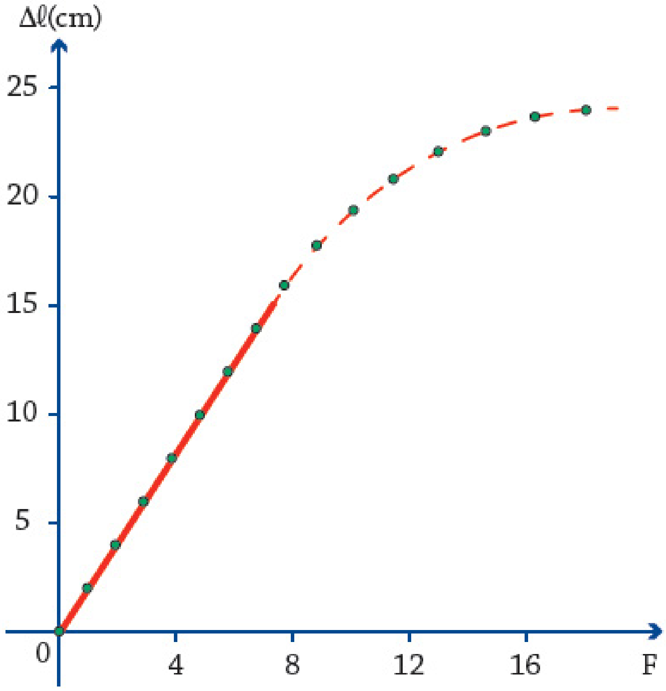
נקשור את קצהו של קפיץ לנקודה קבועה. נכין משקולות זהות – כולן עשויות מאותו חומר, וכולן שוות נפח. נתלה משקולת על הקצה התחתון של הקפיץ (איור 8א). שעה שהמשקולת במנוחה, נמדוד ונרשום את שיעור ההתארכות $\Delta\ell$ של הקפיץ מעבר למצב שבו לא תלויות עליו משקולות. במצב זה מופעל על הקפיץ כוח כלפי מטה על ידי משקולת אחת.

עתה נתלה משקולת נוספת. אם נסמן את גודלו של הכוח שמשקולת אחת מפעילה על הקפיץ ביחי־

דת כוח אחת, הרי ששתי משקולות מפעילות 2 יחידות כוח. כאשר שתי המשקולות תלויות במנוחה, נמדוד את התארכות הקפיץ (מעבר למצב שבו לא תלויות עליו משקולות) ונרשום את ערכה. נמשיך ונערוך מדידות נוספות כאשר בכל פעם אנו מוסיפים משקולת.



א. מערכת הניסוי



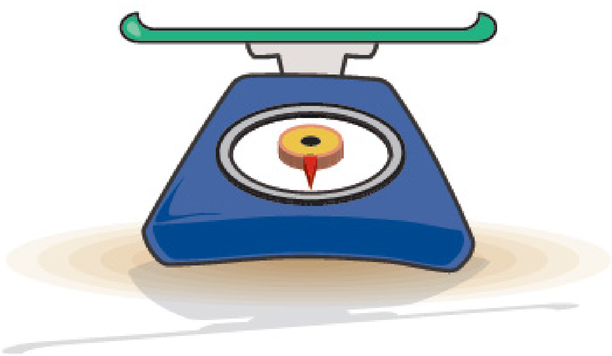
ב. תוצאות הניסוי (יחידת הכוח היא כוח המופעל על ידי משקולת אחת)

אם נסרטט גרף של שיעור התארכות הקפיץ $\Delta\ell$, כפונקציה גודל הכוח, F, שפועל על הקפיץ, נקבל גרף בדוגמת זה המוצג באיור 8ב. מהגרף עולה כי כל עוד ההתארכות אינה גדולה מדי, יש יחס ישר בין שיעור התארכותו של הקפיץ לבין גודל הכוח שמושך אותו (בחלק הרציף של העקומה).

לאחר שמכיילים את הקפיץ (מיד נראה כיצד עושים זאת) הקפיץ עשוי לשמש מד כוח, הנקרא דינמומטר.

באיור 9 מוצגים תרשימים של דינמומטרים מסחריים המשמשים במעבדה.

א. דינמומטר מסוג אחד



ב. דינמומטר מסוג אחר

הגדרה אופרטיבית של המושג "כוח":

כוח מאופיין על ידי גודל וביוון. גודלו מוגדר בהוראת דינמומטר כאשר הכוח פועל על הקצה החו־פשי של קפיץ הדינמומטר, במצב שהקצה השני של הקפיץ קשור לנקודה קבועה. כיוון הכוח מוגדר על-פי הכיוון שלאורכו הדינמומטר מתייצב.

4.3 המושג "משקל"

הגדרת המושג" משקל"(weight):

המשקל,w, של גוף מוגדר אופרטיבית על ידי שקילה. תולים את הגוף על דינמומטר (איור 10), הוראת הדינמומטר היא גודל המשקל, והכיוון שעליו מתייצב הדינמומטר הוא כיוון המשקל. המדי־דה צריכה להתבצע בתנאים שבהם הכוח היחיד הפועל על הגוף (מלבד הכוח שמפעיל עליו הדינמו־מטר) הוא כוח כובד(ראה סעיף 4.5).

אפשר לשקול גוף ג□ באמצעות המאזניים שבאיור 9ב על-ידי הנחת הגוף עליהם, כך שהמשקל יהיה מאונך למשטח המאזניים.

המשקל של גוף הוא הכוח שבו הגוף מושך את המאזניים שבאיור 10, או הכוח שבו הגוף מעיק על משטח

המאזניים שבאיור 9ב.

הערה:

כאשר הדינמומטר משמש למדידת משקל נקרא לו "מאזני-קפיץ" (או בקיצור: מאזניים). פעולה של מדידת משקל נקראת שקילה.

4.4 יחידת הכוח "ניוטון"

יחידת הכוח התקנית מכונה ניוטון - N. את ההגדרה התקנית ליחידה זו נציג בפרק ד. לפי שעה נשתמש בהגדרה זו:

הגדרה זמנית ליחידת הכוח "ניוטון":

משקלם של 102 סמ"ק מים, הנמצאים במנוחה (ביחס לארץ) בגובה פני הים, מוגדר כניוטון אחד (1N).

כוחות, בכלל זה משקלם של גופים, נמדדים בניוטונים. למשל, משקלו של אדם ממוצע הוא בערך w = 700 N (בשפת היום יום אומרים כי משקלו של אדם ממוצע הוא 70 ק"ג. בפרק ד נבין שהיחידה ק"ג במהותה אינה יחידת משקל).

4.5 המושג "כוח הכובד שמקורו בכדור הארץ"

מרגע ששחררנו מידינו גוף הוא אינו נשאר במנוחה, אלא נופל. מחוק התמדה נובע שפועל עליו כוח, שאם לא כן – הוא היה מתמיד במנוחתו. יתר על כן, אנו יודעים שהגוף נופל בתאוצת הנפילה החופשית. מקור הכוח הוא כדור הארץ, שמפעיל על הגוף כוח מרחוק, ללא מגע. הכוח נקרא כוח הכובד שמקורו בכדור הארץ. בפרק "כבידה" שבכרך ב נעסוק בהרחבה בתכונותיו של כוח זה. כאן נסתפק בציון העובדה, שכאשר גוף מתרחק מכדור הארץ - כוח הכובד שמקורו בכדור הארץ הפועל עליו הולך וקטן.

4.6 "כוח הכובד" ו"משקל"

משקלו של גוף אינו שווה בהכרח לכוח הכובד שמקורו בכדור הארץ. לדוגמה, משקלו של אסטרונאוט בלוויין המקיף את הארץ הוא אפס (האסטרונאוט "חסר משקל"; הוא מרחף בחלל הלוויין, ואם הוא "יעמוד" על מאזני קפיץ - המאזניים יראו אפס). אולם, בלוויין המקיף את הארץ בגובה אופייני של כ- 250 ק"מ, כוח הכובד שהארץ מפעילה על אסטרונאוט, קטן רק בכ- 10% מגודלו על פני הארץ. מדוע המשקל במקרה הנדון שווה לאפס למרות שכוח הכובד שונה משמעותית מאפס. על עניינים אלה נרחיב בכרך ב, ובספר "מערכות ייחוס - מגלילאו גליליי עד תאוריית המפץ הגדול".

לעת עתה נסתפק בקביעה זו:

כאשר גוף נמצא במנוחה ביחס לארץ - משקלו שווה בקירוב רב לכוח הכובד שמקורו בארץ הפועל עליו (השוני הזעיר בין גדלי הכוחות נובע מסיבוב הארץ על צירה).

בפרקים ג ו-ד נזניח את תנועת הארץ סביב צירה, וכאשר יהיה נתון כי משקלו של גוף הוא למשל 5 N, אז בלי לציין זאת במפורש, נבין כי מדובר במשקל שנמדד כאשר הגוף היה במנוחה ביחס לכדור הארץ, וגם שכוח הכובד שהארץ מפעילה על הגוף שווה ל- 5 N. לכן נסרטט את וקטור כוח הכובד הפועל על הגוף ונציין שגודלו 5 N.

4.7 כיול של קפיץ כמד-כוח

היחס הישר בין הכוח הפועל על קצה קפיץ לשיעור התארכות הקפיץ עושה את הקפיץ למד כוח טבעי. קל לכייל מד כוח בזה: קושרים את קצהו האחד של קפיץ לנקודה קבועה, ובאשר הקפיץ אנכי, לקצהו השני קושרים מחוג אופקי.קובעים לוח אנכי בקרבת הקפיץ. בגובה שבו נמצא המחוג מסמנים על הלוח את השנת"0". לאחר מכן תולים על

הקפיץ שקית קלה ובה 102 סמ"ק מים. הקפיץ מתארך, ובגובה החדש של המחוג מסמנים את השנת "1 ניוטון".

עתה, בהסתמך על התוצאה הניסויית שהכוח שפועל על הקפיץ פרופורציוני להתארכותו, אפשר לסמן שנתות נוספות.

לאחר הוספת השנתות, הקפיץ יכול לשמש מד כוח מכוייל.

נדגיש שאפשר היה לכייל קפיצים במדי כוח גם אילו הקשר בין הכוח לבין שיעור ההתארכות לא היה לינארי. תבונת הלינאריות מקלה על פעולת הכיול ועל השימוש בדינמומטר. התכונה החיונית של קפיצים המאפשרת להופכם למדי- כוח היא תכונת האלסטיות.

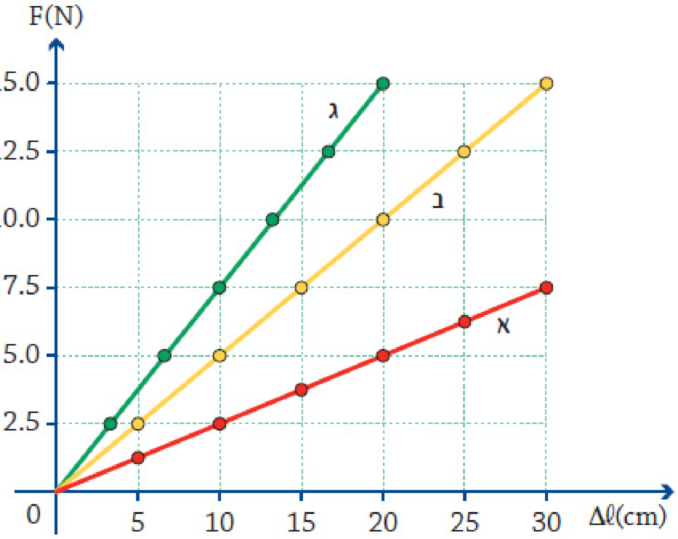
התבנית המתמטית של הקטע הלינארי בעקומה שבאיור 8 היא $F = k\Delta\ell$, כאשר k ההופכי של שיפוע קטע זה.

מהי המשמעות הפיזיקלית של k?

באיור 11 מוצגים שלושה גרפים המבוססים על ניסויים שנערכו עם שלושה קפיצים שונים. השיפוע k של הגרף המתאים לקפיץ ב גדול מזה של קפיץ א. בהתארכות של 10 cm למשל, יש להפעיל על קפיץ א כוח בן 2.5 N, בעוד שעבור אותה התארכות של קפיץ ב יש להפעיל עליו כוח שעוצמתו 5 N. כלומר קפיץ ב נוקשה מקפיץ א.

k הוא מדד לנוקשות הקפיץ. הוא נקרא קבוע הכוח של הקפיץ, ויחידתו היא ניוטון למטר (הוכיחו בעזרת הקשר $F = k\Delta\ell$).

קשר זה מתייחס למתיחתו של קפיץ. כאשר מכווצים קפיץ, הכוח שמופעל על הקפיץ ושיעור התכווצותו (לגבי קפיצים שאפשר לכווץ אותם) מקיימים את אותו קשר. קשר זה מכונה חוק הוק על שמו של רוב-רט הוק (Hooke Robert, 1635 -1703), ביולוג ופיזיקאי אנגלי בן תקופתו של ניוטון, שניסח את החוק לראשונה.



חוק הוק:

כאשר מותחים או מכווצים קפיץ, גודל הכוח שמופעל על הקפיץ נמצא ביחס ישר לשיעור מתיחותו (או כיווצו).

בהצגה אלגברית: $F = k\Delta\ell$ (1)

כאשר: $\Delta\ell$ – שיעור המתיחה (או הכיווץ) של הקפיץ (ביחס למצב הרפוי);

k – קבוע הכוח של הקפיץ. יחידתו היא ניוטון למטר-m/N.

5. חיבור כוחות

5.1 הכוח כווקטור

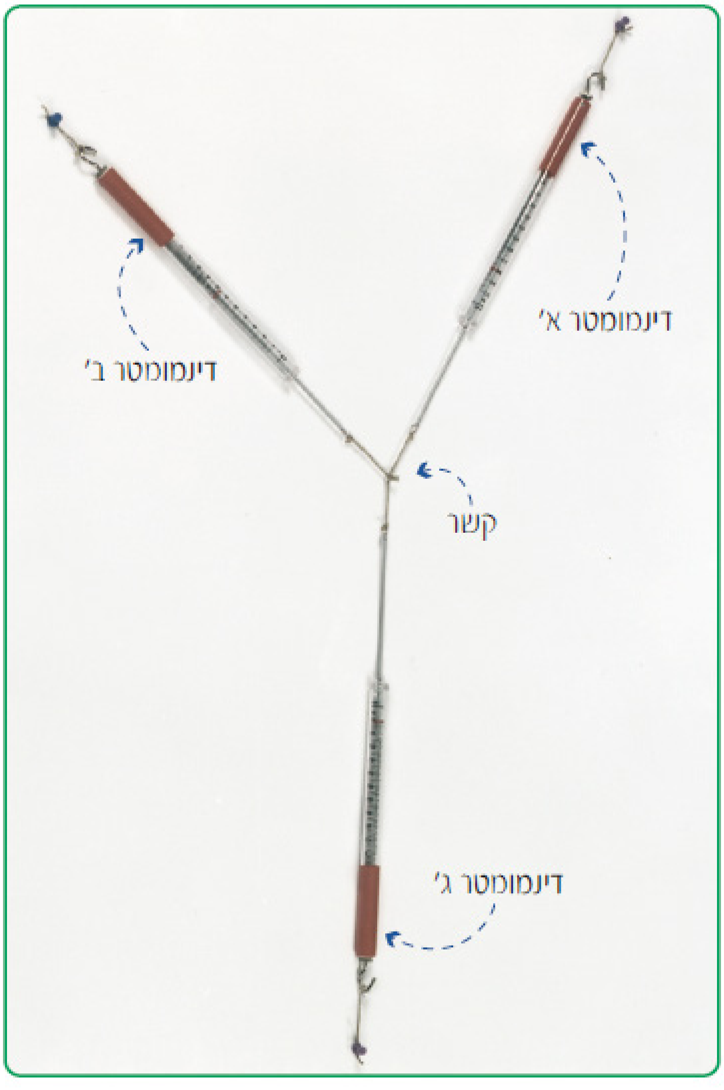
כוח מאופיין על-ידי גודל וכיוון. האם כוח הוא גודל וקטורי?

כדי שנוכל להתייחס ל"כוח" כאל גודל וקטורי אין די בכך שהוא מאופיין על ידי גודל וכיוון. עלינו לבחון, באופן ניסויי, האם כוחות מקיימים את הכלל של חיבור וקטורים – כלל המקבילית.

ניסוי "כלל המקבילית" עבור חיבור כוחות:

נציב לוח שעם (שאליו צמוד נייר בריסטול) במישור אופקי. נקשור שלושה דינמומטרים באופן המוצג באיור 12 .

על הקשר (ראו איור) מופעלים שלושה כוחות על ידי שלושת החוטים הקשורים לדינמומטרים. על-פי הוראות הדינמומטרים ועל-פי הכיוונים שלאורכם הם מתייצבים נוכל לקבוע את כיוונו ואת גודלו של כל אחד משלושת הכוחות הפועלים על הקשר.



ממצאי הניסוי: מן הניסוי עולה כי הווקטור הנגדי לווקטור הכוח שמפעיל דינמומטר ג, הוא בדיוק אלכסון המקבילית שיוצרים וקטורי הכוחות שמפעילים דינמומטרים א ו-ב.

מתוצאות הניסוי אפשר להסיק שכוחות מתחברים על פי כללי החיבור של וקטורים. מכאן:

כוח הוא גודל וקטורי.

בפרק ב ציינו כי שני וקטורים יכולים להיות שווים אף אם הם ממוקמים במקומות שונים במרחב. הכוח, בנוסף להיותו מאופיין כווקטור, מאופיין גם על ידי נקודת האחיזה שלו, כלומר על ידי הנקודה שבה הוא פועל. זה אינו חלק מהיות הכוח וקטור, אלא מאפיין נוסף של כוח. כוח הפועל על הציר של הגה מכונית לא יגרום לסיבוב ההגה, בעוד שכוח השווה לו הפועל על היקף ההגה יכול לגרום לסיבוב ההגה.

5.2 חיבור (וקטורי) של כוחות

הטיפול המתמטי בכוחות הוא טיפול בווקטורים. כאשר נחבר כמה וקטורי כוח לווקטור כוח יחיד, נכנה את הווקטור המתקבל בשם הכוח השקול לווקטורי הכוח הנתונים. לעתים נסמן את הכוח השקול באות R (באנגלית משתמשים במונח Resultant), ולעתים נסמן אותו ב- □F. באות היוונית X (סיגמה) משתמ־שים לציין סכום.

לשם נוחות, נעדיף לחבר כוחות בדרך אלגברית, כלומר בדרך של הפרדה לרכיבים קרטזיים. במקרה זה נסמן את הסכום האלגברי של רכיבי הכוחות בציר x ב-$□F_x$, ואת הסכום האלגברי של רכיבי הכוחות בציר y ב- $□F_y$.

דוגמה 1: הכוח השקול לשני כוחות נתונים

על גוף פועלים שני כוחות: כוח F_1 שכיוונו ימינה וגודלו 120 ניוטון, וכוח F_2 שיוצר זווית □ = 60° עם F_1 (איור 13 א) וגודלו 100 ניוטון. חשבו את גודלו ואת כיוונו של הכוח השקול R.

פתרון:

נחשב את הכוח השקול בשתי דרכים – אלגברית וגאומטרית.

פתרון אלגברי: תחילה נסרטט מערכת צירים קרטזית ונעתיק לראשיתה את שני הכוחות (איור 13ב). את כיוונו החיובי של הציר x נבחר ימינה, בכיוון פעולתו של הכוח F_1.

הערה: כאשר עומדים לחשב את הכוח השקול של כמה כוחות בשיטה של הפרדה לרכיבים קרטזיים, כדאי לבחור מערכת צירים כך שמספר מרבי של כוחות יהיו בכיווני הצירים (תמיד נוכל לעשות זאת לגבי כוח אחד לפחות).

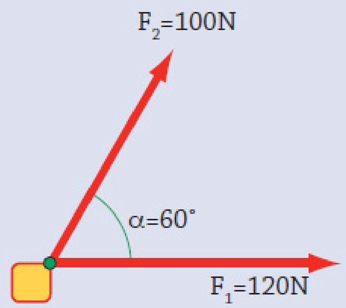
בכך נחסוך בהמשך את הצורך ל"פרק" כוחות אלה לרכיבים קרטזיים.

"נפרק" עתה כל כוח שאינו בכיוון אחד הצירים לרכיבים קרטזיים. בבעיה הנוכחית עלינו "לפרק" רק את הכוח F_2 לרכיב $F_{2,x}$ בכיוון הציר x ולרכיב $F_{2,y}$ בכיוון הציר y:

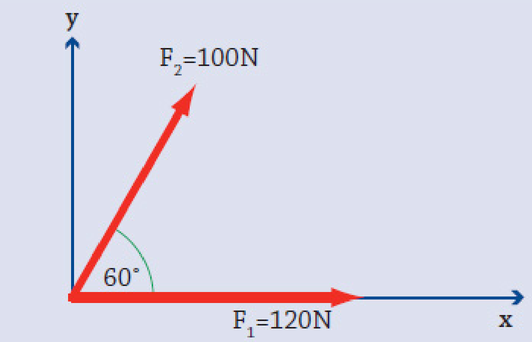
$$F_{2,x} = F_2 \quad = 100 \cdot \quad = 50\ \text{N}$$

$$F_{2,y} = F_2 \quad = 100 \cdot \quad \approx 86.6\ \text{N}$$

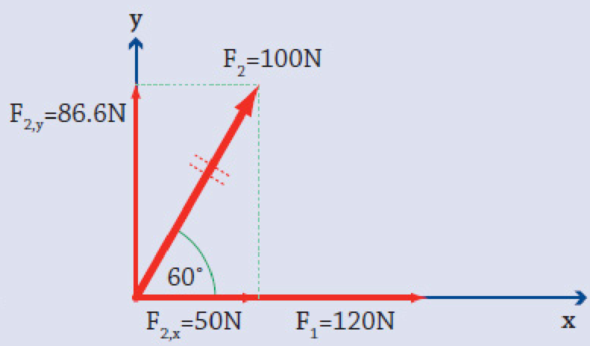
נחליף את F_2 בשני רכיביו הקרטזיים. מערך הכוחות מתואר באיור 813 (באיור זה מתחנו על F_2 שני קווים כדי לציין שהוא הומר ברכיביו הקרטזיים).



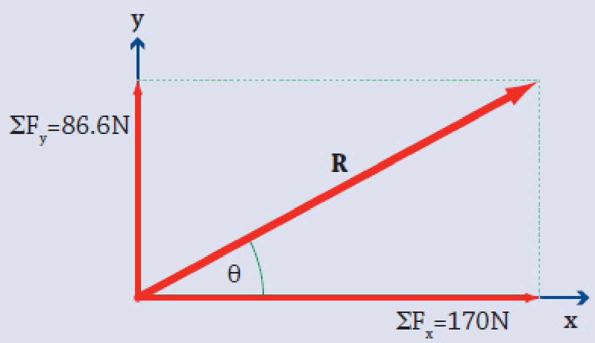
א. הכוחות הפועלים על הגוף



ב. הצגת הכוחות במערכת צירים



ג. F_2 מומר ברכיבו הקרטזיים



ד. סכומי הרכיבים לאורך הצירים והכוח השקול

עתה נחשב את סכום הרכיבים בכיוון הציר x ואת סכום הרכיבים בכיוון הציר y.

בכיוון הציר x:

$\Sigma F_x = F_1 + F_{2,x} = 120 + 50 = 170$ N

בכיוון הציר y יש רק רכיב יחיד, לכן הסכום בכיוון זה הוא $F_{2,y}$:

$\Sigma F_y = 86.6$ N

מערך הכוחות אחרי הצעד האחרון מתואר באיור 13ד. עתה קל לחשב את הכוח השקול R: מדובר בחיבור

(וקטורי) של שני וקטורים הניצבים זה לזה.

גודלו של הכוח השקול:

$$R = \sqrt{(\Sigma F_x)^2 + (\Sigma F_y)^2} = \sqrt{(170)^2 + (86.6)^2} \approx 190.8 \text{ N}$$

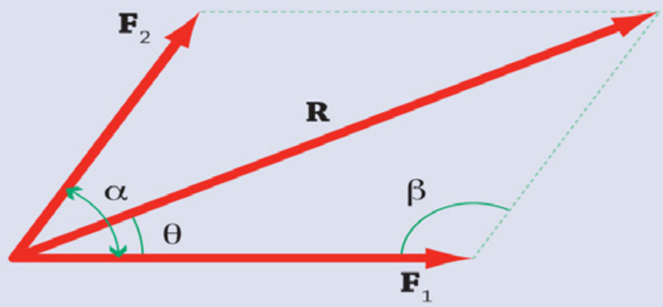
סימנו את הזווית בין הכוח השקול R לציר x באות θ:

$$\tan\theta = \frac{\Sigma F_y}{\Sigma F_x} \Rightarrow \tan\theta = \frac{\Sigma F_y}{\Sigma F_x} \Rightarrow \theta = 27\ \beta$$

מצאנו שגודלו של הכוח השקול לשני הכוחות הנתונים שווה בקירוב ל- 190.8 ניוטון, וכיוונו נמצא בין שני הכוחות F_1 ו-F_2, כך שהוא יוצר זווית בת 27° עם הכוח F_1. אם נפעיל על הגוף כוח זה במקום שני הכוחות שפועלים עליו, תהיינה התוצאות בשני המקרים שוות. במובן זה R שקול ל- F_1 ול-F_2 הפועלים יחד על הגוף.

פתרון גאומטרי: נסרטט את שני וקטורי הכוח באותו קנה מידה, כשהזווית ביניהם 60°, ונשלים אותם למקבילית.

אחר-כך נסרטט את הכוח השקול לאורך אלכסון המקבילית, כמתואר באיור 14. באמצעות סרגל ומד זווית נמדוד את גודלו ואת כיוונו של הכוח השקול.



איור 14: מקבילית הכוחות

לבקיאים בטריגונומטריה, נציע דרך לחישוב גודלו וכיוונו של השקול, ללא צורך להשתמש בקנה מידה ובמד זווית:

נסמן את הזווית בין F_1 ל-R באות θ. זוויות מקבילית הכוחות הן α = 60° ו- β = 120°.

את גודל הכוח השקול R נחשב באמצעות משפט הקוסינוסים לגבי משולש שצלעותיו הן הווקטורים F_1, F_2 ו-R:

$$R^2 = F_1^2 + F_2^2 - 2F_1F_2 \cdot \cos\beta \Rightarrow R = \sqrt{120^2 + 100^2 - 2\cdot120\cdot100\cdot\cos120^\circ} \approx 190.8\text{ N}$$

את הזווית θ נחשב באמצעות משפט הסינוסים לגבי אותו משולש:

$$\frac{F_2}{\sin\theta} = \frac{R}{\sin\beta} \Rightarrow \frac{100}{\sin\theta} = \frac{190.8}{\sin120^\circ} \Rightarrow \theta \approx 27^\circ$$

בדרך גאומטרית התקבל אותו וקטור כמו בפתרון הקודם, בצפוי.

הערה: מסרטוט הכוחות באיור כדוגמת איור 14 אפשר לראות באופן איכותי כמה מאפיינים של הכוח השקול לשני כוחות:

1. כיוונו נמצא בין שני כיווני הכוחות המקוריים.
2. גודלו קטן מסכום הגדלים של הכוחות המקוריים (כאשר הזווית בין שני הווקטורים אינה אפס), כי צלע אחת במשולש תמיד קטנה מסכום שתי הצלעות האחרות.

6. התמדה

6.1 התנאי להתמדה

בסעיף 3.3ב' אמרנו שגוף שאין פועלים עליו כוחות (נכנה גוף כזה בשם "גוף חופשי") מתמיד במצבו (החוק הראשון של ניוטון). בסעיף 5.1 הראינו כי כוח הוא גודל וקטורי. לכן, לא רק גוף חופשי אינו משנה את מהירותו. גם גוף שפועלים עליו כוחות חיצוניים שסכומם שווה לאפס, אינו משנה את מהירותו. שהרי אץ זה משנה אם העדר כוח שקול נובע מכך שלא פועלים כלל כוחות, או מכך שפועלים כוחות אשר סכומם שווה לאפס. לכן חוק ההתמדה חל בכל המצבים בהם הכוח השקול הפועל על גוף הינו אפס.

הניסויים בהם דנו בתחילת הפרק – ניסוי הכיסא (איור 2), גלשן על מסילת אוויר (איור 3), החלצות מתנועה מעגלית (איור 4) לא עסקו בגופים חופשיים (כי פעלו עליהם כוחות), אלא בגופים ששקול הכוחות שפעלו עליהם היה שווה לאפס.

את המשפט "סכום הכוחות הפועלים על גוף שווה לאפס" נרשום בכתיב מתמטי כך:

$$\Sigma F = 0 \qquad (2)$$

זו משוואה וקטורית, המהווה תנאי להתמדה.

במקום לומר שהכוח השקול שווה לאפס, לעתים נוח יותר לומר ששני רכיבים קרטזיים של הכוח השקול שווים לאפס, בלומר:

$$\Sigma F_x = 0 \; ; \; \Sigma F_y = 0 \qquad (3)$$

כאשר x ו- y הם שני כיוונים ניצבים זה לזה. אלו הן שתי משוואות אלגבריות, שגם הן מהוות תנאי להתמדה, והן שקולות למשוואה (2).

התנאי להתמדה:

אם – (1) גוף הוא חופשי, או (2) הכוחות הפועלים על גוף מקיימים: $\Sigma F_x = 0 \; ; \; \Sigma F_y = 0$

אזי הגוף מתמיד במצבו, כלומר וקטור מהירותו אינו משתנה (הגוף נח או נע לאורך קו ישר בתנועה קצובה).

מונח חלופי למונח "תנאי להתמדה" הוא "תנאי שיווי משקל".

בפרק זה עסקנו בתנאי להתמדה של תנועה העתקית. נספח ב עוסק בתנאי להתמדה של תנועה סיבובית.

6.2 התמדה בכיוון מסוים – תנועה על הארץ הנעה

אנו יודעים שהארץ סובבת סביב צירה. נחשב את מהירותה של אבן הנמצאת על פני הארץ, והנובעת מסיבוב הארץ. נניח לשם פשטות שהאבן נמצאת בקו המשווה. הארץ סובבת על צירה פעם אחת בכל 24 שעות. היקפו של בדור הארץ בקו המשווה הוא 40,0000 ק"מ, לפיכך מהירות האבן היא כ- 1700 ק"מ לשעה. זו מהירות של 500 מטר לשנייה בקירוב.

נדון במצב הבא:

זורקים את האבן כלפי מעלה באזור קו המשווה. נניח שעלייתה נמשכת שתי שניות וכן ירידתה. עקב סיבוב הארץ, עברה הנקודה שממנה האבן נזרקה מרחק של כשני ק"מ, במשך ארבע שניות אלה.

מדוע אין האבן פוגעת במרחק של 2 ק"מ מהנקודה שממנה נזרקה?

אילו הארץ היתה נחה, האבן היתה חוזרת לנקודה ממנה נזרקה. אך מדוע האבן נוחתת סמוך מאוד לנקודה ממנה נזרקה למרות שהארץ נעה?

בעיה דומה הועלתה כבר לפני מאות שנים: באיור 15 תחריט עץ מהמאה ה-17 בו מתואר תותח המכוון כלפי מעלה.

השאלה המוצרת שם: "היחזור הפרז ויפול מטה ישר לתוך התותח?".

ננתח תחילה ארוע דומה: בתוך רכבת הנוסעת במהירות קבועה של 10 מ'\ש' נמצא אדם ובידו כדור. מהירות האדם והכדור ביחס לרכבת היא אפס, וביחס לצופה חיצוני הנח על הקרקע מהירותם 10 מ'\ש' בכיוון אופקי. נניח שהאדם זורק את הכדור כלפי מעלה. בחינה ניסויית מראה שהכדור חוזר לידיו של הזורק.

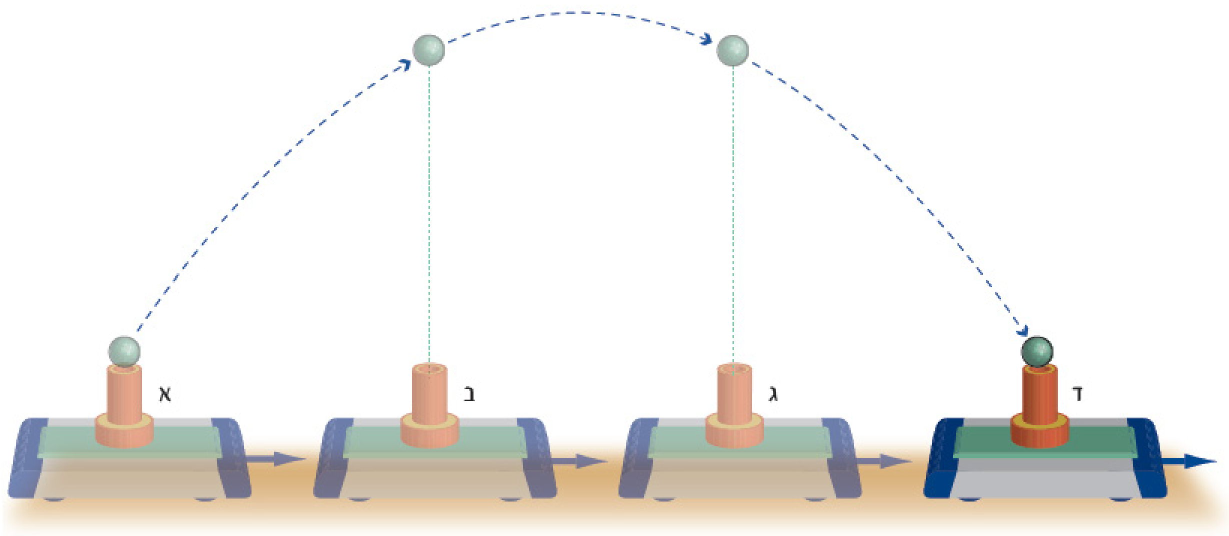
נסביר זאת כך: בעת מעופו, הכדור אינו במצב התמדה שהרי פועל עליו כוח הכובד כלפי מטה, ובהזנחת התנגדות האוויר זהו הכוח היחיד הפועל עליו. אפשר לראות את תנועת הכדור כמורכבת בעת ובעונה אחת משתי תנועות: תנועה אנכית (זריקה כלפי מעלה) ותנועה אופקית. מאחר שהרכיב האופקי של כוח הכובד שווה לאפס, כוח הכובד אינו יכול לשנות את המהירות האופקית – היא נשארת במהלך מעופו 10 מ'\ש', גם מהירות הרכבת אינה משתנה בעקבות זריקת הכדור, וגם היא יחד עם האדם מתקדמים בקצב של 10 מ'\ש', לכן בכל רגע ורגע בזמן מעופו של הכדור הוא נמצא בדיוק מעל ידיו של הזורק. מנקודת ראותו של הזורק, הכדור נע רק בכיוון אנכי, כיוון ששניהם נעים בכיוון אופקי באותה מהירות. לעומת זאת הצופה החיצוני, שנח ביחס לקרקע, רואה את הכדור נע במסלול קשתי.

בניסוי זה מדובר בגוף(הכדור) שהכוח השקול הפועל עליו אינו שווה לאפס, לכן הגוף אינו במצב התמדה במלוא מובן המילה. עם זאת, כיוונו של הכוח השקול קבוע, ורכיבו האופקי שווה לאפס כל הזמן. המהירות בכיוון זה אינה משתנה. לפנינו מצב של התמדה בכיוון מסוים.

הסבר זה יפה גם לגבי תנועתה של האבן הנזרקת כלפי מעלה מהארץ הנעה: לפני הזריקה האדם והאבן נעים במהירות בה נעה הסביבה. ביחס לאדם הזורק את האבן תנועת האבן נראית לאורך קו ישר; בתחילה מעלה, ואחר-כך מטה.

צופה הנמצא מחוץ לכדור הארץ, במנוחה ביחס לשמש, רואה שהאבן משתתפת גם בתנועה אופקית יחד עם כדור הארץ, ומסלולה נראה קשתי.

"עגלת התמדה" היא מתקן המדגים התמדה בכיוון אופקי: זו עגלה עם ארובה אנכית שבתוכה מצוי קפיץ הניתן לכיווץ, לנעילה ולשחרור. מכניסים כדור פלדה לתוך הארובה תוך כיווץ הקפיץ, ונועלים את הק־פיץ. מניעים את העגלה על רצפה אופקית וחלקה, ותוך כדי תנועתה משחררים את הקפיץ אשר משגר את הכדור מן העגלה (איור 16 א). בעת מעופו, שומר הכדור על מהירותו האופקית (השווה למהירות העגלה) (איור 16א–ד). בסופו של דבר הכדור חתר ונוחת בדיוק לתוך הארובה ממנה שוגר (איור 16 ד).



התקליטור המלווה את הספר "מכניקה ניוטונית – פעילויות (לכרכים א ו–ב)" כולל סרטון וידאו בשם Balistic cart שבו צולם הארוע המוצג באיור 16. מומלץ לצפות בסרטון – תחילה ברצף – ולאחר מכן בתמונות בודדות זו אחר זו.

התמדה, והתמדה בכיוון מסוים:

- אם $\Sigma F_x = 0$ וגם $\Sigma F_y = 0$ – הגוף מתמיד במצבו, כלומר v קבוע.
- אם רק $\Sigma F_x = 0$, מתקיימת התמדה רק בכיוון x, כלומר v_x קבוע.

7. אינטראקציה בין שני גופים

7.1 המושג "אינטראקציה"

עד כה עסקנו בכוח הפועל על גוף, מבלי להתייחס לגוף המפעיל כוח זה. נוסיף עתה למסגרת הדיון גם את הגוף שמפעיל את הכוח. לפנינו, אם כן, מערכת בת שני גופים: הגוף המפעיל את הכוח, והגוף שעליו הכוח פועל.

האם הגוף שעליו פועל כוח, משפיע על הגוף שמפעיל את הכוח?

נתבונן בארועים אלה:

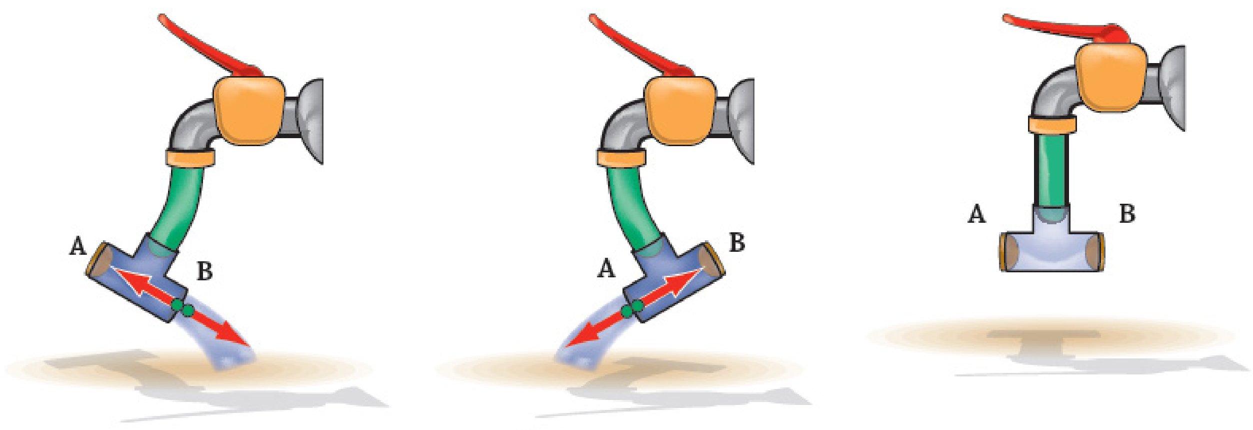
אדם וקיר: אדם דוחף קיר – ונרתע לאחור.

שני כדורים: כדור נע על שולחן אופקי, ומתנגש בכדור נח. לאחר ההתנגשות מהירויות שני הכדורים משתנות.

אדם וסירה: אדם ניצב על סירה סמוך למזח, קופץ מהסירה על-ידי דחיפתה לאחור; האדם נזרק קדימה ונוחת על המזח, ואילו הסירה מתרחקת מן המזח (איור 17).

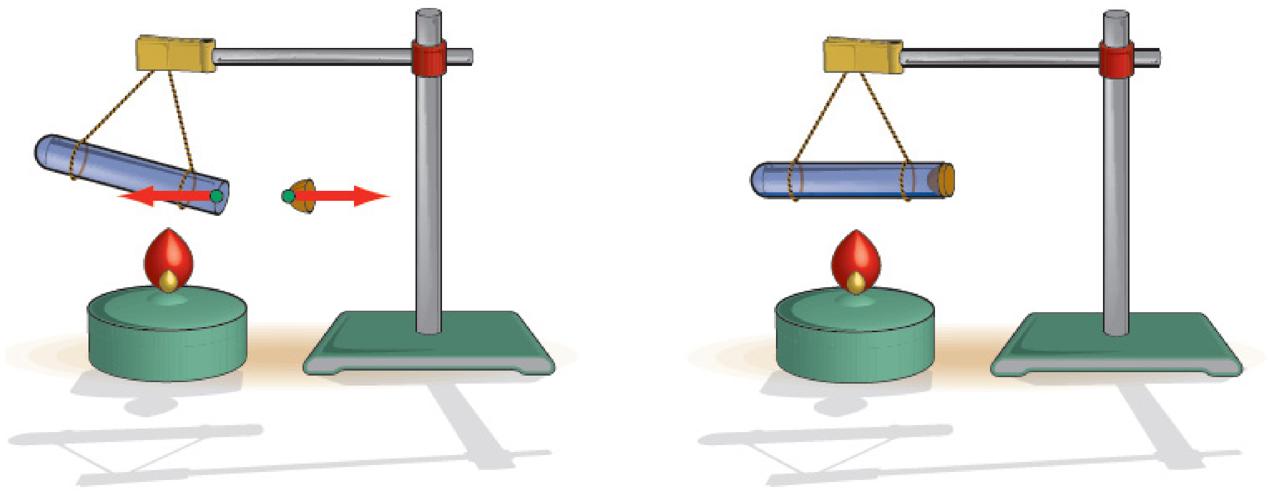
פריצת מים מצינור: באיור 18 א מתואר ברז אליו קשור צינור גמיש בעל שני פתחים A ו- B ה ניתנים לסגירה ולפתיחה.

כאשר פותחים את ברז המים במצב שרק A פתוח, סוטה הצינור כמתואר באיור 18ב. כאשר רק B פתוח סוטה הצינור לכיוון המנוגד (איור 18ג).



א. הצינור סגור ב. מים פורצים מפתח A ג. מים פורצים מפתח B

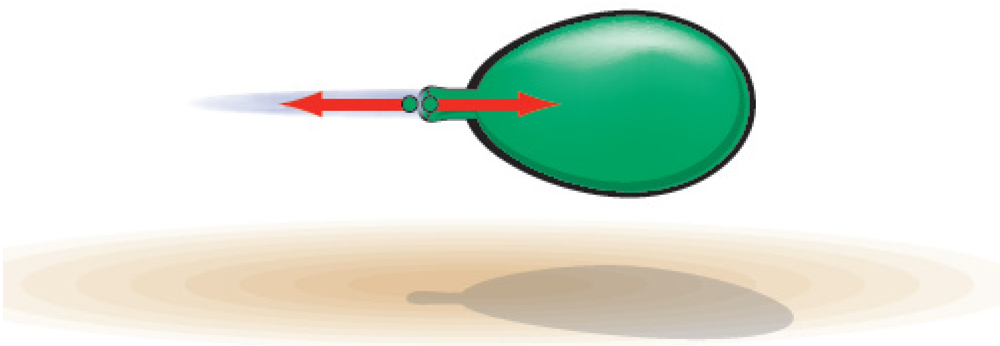
מבחנה ופקק: מבחנה סגורה בפקק ובה מעט מים, תלויה במצב המתואר באיור 19 א. מחממים באמצעות מבער את המבחנה עם המים שבתוכה. ברגע מסוים במהלך החימום הפקק נורה מהמבחנה, והמבחנה נרתעת לאחור (איור 19ב).



א. חימום מבחנה המכילה מעט מים וסגורה בפקק

ב. הפקק נורה והמבחנה נרתעת

בלון ואוויר: כאשר משחררים את הפיה של בלון מנופח, האוויר פורץ דרך הפיה, והבלון נע בכיוון נגדי (איור 20).



בכל אחד מהארועים הנדונים לעיל מדובר במערכת בת שני גופים, ובכל ארוע כל אחד מעוני הגופים מפעיל כוח על בן זוגו (ראו הווקטורים המסורטטים באיורים 17–20). אנו אומרים כי כל זוג של גופים נמצא באינטראקציה (השפעה הדדית). אין מצב שבו רק גוף אחד מפעיל כוח על השני. הכוחות פועלים אפוא בצמדים. בארוע הראשון הגופים הנמצאים באינטראקציה הם אדם וקיר. האדם מפעיל כוח על הקיר, אך גם הקיר מפעיל כוח על האדם. כל הפעלת כוח היא צד אחד של אינטראקציה.

נדגיש כי כוחות אינטראקציה הם תמיד מאותו סוג. לדוגמה אם אחד הכוחות הוא מגנטי, גם "בן זוגו" הוא מגנטי. שני הכוחות הפועלים באינטראקציה בין שני גופים מכונים לעתים "פעולה" ו"תגובה" (שמות אלה נטבעו על-ידי ניוטון). השוני בשמות אינו בא כדי לציינו שוני בטיבם, או כי אחד מהם הוא ה"גורם" והאחר ה"תוצאה"; את כל אחד משניהם נוכל לכנות "פעולה", ואז משנהו יכונה "תגובה". כדי להדגיש את הסימטריה בין הכוחות אנו נכנה אותם בספר זה לרוב בשם "כוחות אינטראקציה".

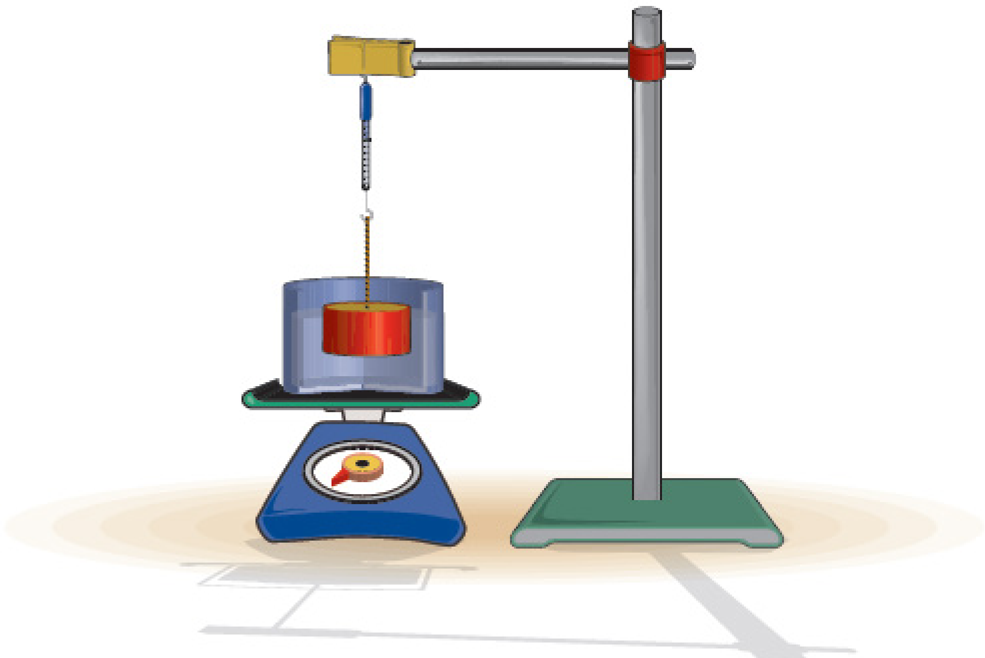
7.2 החוק השלישי של ניוטון

מהניסויים המתוארים לעיל, ומניסויים אחרים אפשר להסיק שכוחות אינטראקציה מנוגדים בכיוונם. כדי לבחון אם יש קשר בין גודלי הכוחות נתאר כמה ניסויים כמותיים.

גוף טבול בנוזל: כאשר טובלים גוף בנוזל, מפעיל עליו הנוזל כוח כלפי מעלה, המכונה כוח עילוי. כוח העילוי הוא הסיבה לכך שקל יותר לאדם לשאת את חברו על שתי ידיו המושטות לפנים בתוך בריכת מים, מאשר באוויר.

ניסוי א: אינטראקציה בין מים לבין גוף הטבול בהם

נתלה גוף על דינמומטר ונמדוד את משקלו w_1. נניח על כף מאזניים כוס עם מים ונמדוד את משקלם w_2. נטבול את הגוף התלוי על הדינמומטר במים, כך שהוא לא יגע בדפנות הכוס או בקרקעיתה, ונבחן במצב החדש (איור 21) את הוריית הדינמומטר ואת הוריית המאזניים.



האם יש חוקיות המקשרת בין כוחות האינטראקציה שהגוף והמים מפעילים זה על זה?

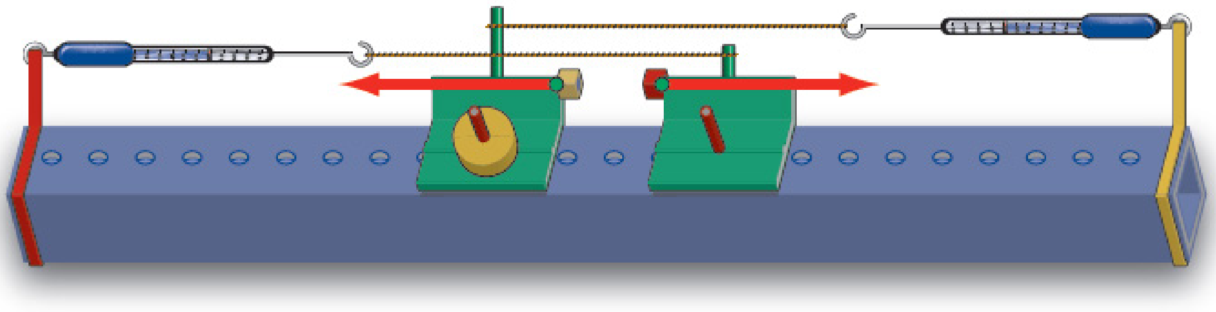
מתברר כי הדינמומטר מורה על ערך קטן מ-w_1, והמאזניים מורים על ערך גדול מ- w_2. הסיבה לכך היא שהמים מפעילים על הגוף כוח עילוי כלפי מעלה, שנסמנו ב-F_1 והגוף מפעיל על המים כוח כלפי מטה, שנסמנו ב-F_2 ערכים מספריים המתקבלים בניסויים מורים כי $F_1 = F_2$. כלומר הגוף והמים מפעילים האחד על השני כוחות מנוגדים, השווים בגודלם.

זוג מגנטים: כאשר מקרבים קוטב צפוני של מגנט לקוטב צפוני של מגנט אחר (או דרומי אל דרומי) פועלים בין המגנטים כוחות דחייה. נבחן בניסוי את הקשר בין כוחות אלה.

ניסוי ב: אינטראקציית דחייה בין שני מגנטים

נחבר שני מגנטים לשני גלשנים הנמצאים על מסילת אוויר, ונכוון את המגנטים כך שתהיה ביניהם דחייה. את שני הגלשנים נקשור לנקודות קבועות באמצעות דינמומטרים כמתואר באיור 22.

תוצאות הניסוי מורות שכוחות הדחייה הפועלים על שני המגנטים שווים בגודלם, בין אם המגנטים דומים או שונים בעוצמתם, ובין אם הגלשנים דומים או שאחד הגלשנים כבד יותר.



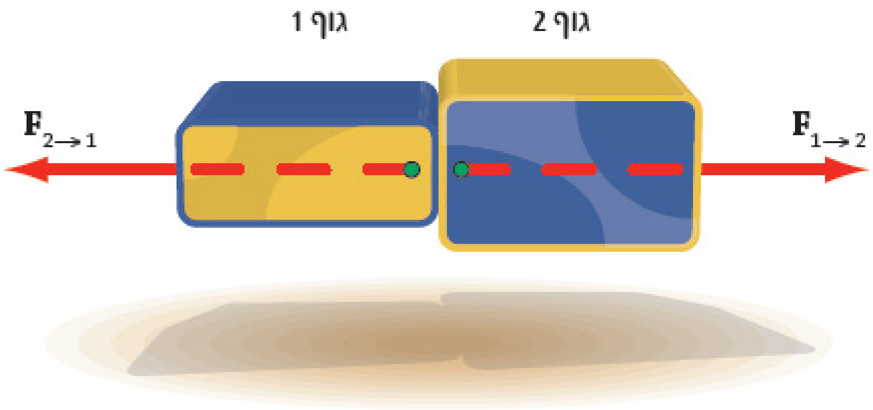
מניסויים אנו למדים כי הכוחות בטבע עשויים להיות שונים מאוד זה מזה, אך דבר אחד משותף לכולם: כל הכוחות פועלים בצמדים, כיווניהם מנוגדים, וגודליהם שווים. כלל זה אינו מתייחס לתופעה מסוימת או לאינטראקציה מסוימת, אלא לכלל הכוחות בטבע, לפחות לבאלה שהיו מוכרים בתקופתו של ניוטון. ניוטון ראה בכלל זה חוק טבע בסיסי.

החוק השלישי של ניוטון (חוק הפעולה והתגובה):

כאשר גוף 1 מפעיל כוח על גוף 2, אזי גם גוף 2 מפעיל כוח על 1, ושני הכוחות שווים בגודלם ומנוגדים בכיוונם.

אם נסמן את הכוח שגוף 1 מפעיל על גוף 2 ב־$F_{1\to 2}$, ואת הכוח שגוף 2 מפעיל על גוף 1 ב־$F_{2\to 1}$ (איור 23) אזי:

$$F_{2\to 1} = -F_{1\to 2} \quad (4)$$



הסימטריה בכוחות מתקיימת תמיד, אף אם המצב נראה בלתי סימטרי בעליל. דוגמאות לכך:

(1) אדם דוחף קיר. חוסר הסימטריה: האדם הוא היוזם ולעומת זאת הקיר סביל.

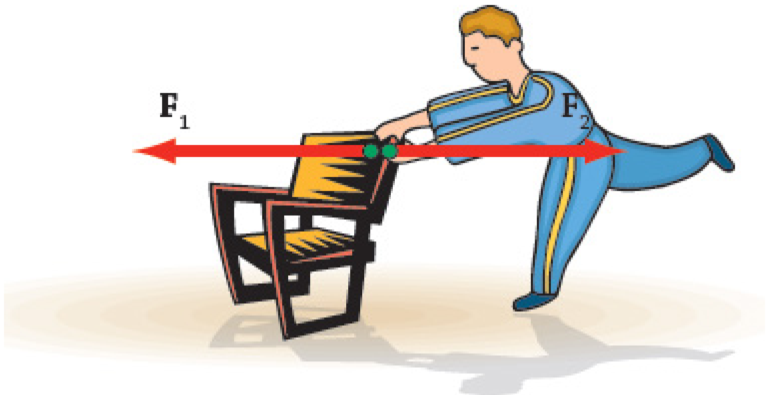
(2) אדם חזק דוחף אדם חלש. חוסר הסימטריה: החזק במעט ואינו זז ממקומו, והחלש נזרק לרצפה.

(3) אדם סוטר לחברו. חוסר הסימטריה: הכאב בלחיו של החבר חד מזה שמרגיש הסוטר בידו.

(4) משאית ומכונית קטנה מתנגשות. חוסר הסימטריה: המכונית הקטנה נהרסת, ואילו המשאית במעט ואינה ניזוקה.

נחזור ונבחן את ניסוי הדיפת הכיסא (סעיף 3.3א), אלא שהפעם נתמקד בהיבט מסוים של תנועת הכיסא מ-A ל-B. נסמן את הכוח שהאדם דוחף בו את הכיסא ב-F_1, ונניח לשם הפשטות שכוח זה אופקי (איור 24).

על-פי החוק השלישי, גם הכיסא דוחף את האדם, בכוח שנסמן ב- F_2. שני כוחות אלה ממדדים בכיוונם ושווים בגודלם: הכיסא דוחף את האדם בכוח השווה בגודלו לכוח שבו האדם דוחף את הכיסא.



שני הכוחות שווים בגודלם ומנוגדים בכיוונם. כיצד יתכן שהאדם מצליח בכל זאת להביא את הכיסא ממנוחה לתנועה?

כוחות אינטראקציה פועלים תמיד על גופים שונים. באירוע הנדון, הכוח F_1 פועל על הכיסא בעוד ש- F_2 פועל על האדם.

בדי להבין מדוע הכיסא מובא לידי תנועה, יש לבחון אך ורק את הכוחות החיצוניים הפועלים עליו. הכוחות שהכיסא מפעיל על גופים אחרים, למשל על האדם, אינם נודעים לשאלת התנועה של הכיסא. הכוחות היחידים הפועלים על הכיסא בכיוון אופקי הם F_1 הפועל שמאלה, וכוח החיכוך שהמשטח מפעיל על הכיסא ימינה. מהירותו של הכיסא משתנה כאשר F_1 גדול מכוח החיכוך, כך שהכוח השקול הפועל על הכיסא אינו שווה לאפס.

באשר לתנועת האדם - יש לבחון את הכוחות הפועלים עליו: כוח חיכוך שהמשטח מפעיל על נעליו שמאלה, והכוח F_2 שהכיסא מפעיל עליו ימינה.

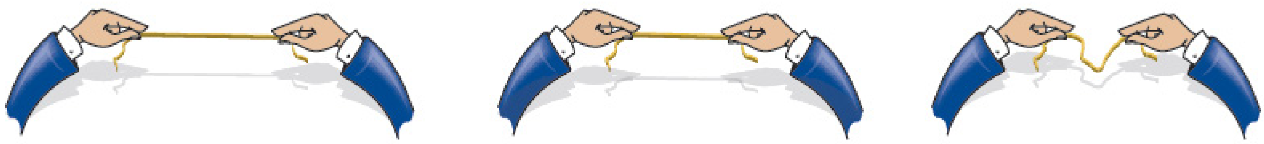
8. סקירת כוחות שונים

8.1 כוח מתיחות

בחיי היום–יום משתמשים בחוטים ובחבלים למטרות שונות. לדוגמה לקשירת אוהל ליתדות, לתליית ציוץ ועוד. בסעיף זה נאפיין את הכוחות שחוטים וחבלים מפעילים על עצמים.

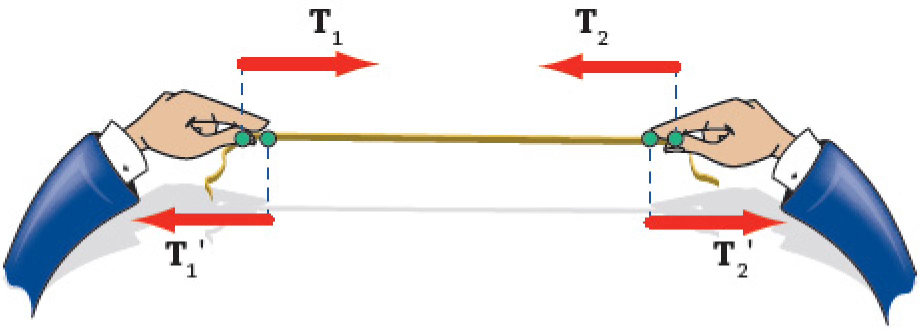
א. המושג "מתיחות" של חוט שמשקלו ניתן להזנחה

קל יותר להבין את המתרחש בחוט מבחינת הכוחות הפועלים בו אם מתבוננים תחילה בגומיה. למען הפשטות נדון בגומיה שמשקלה ניתן להזנחה. באיור 25א מתוארת גומיה רפויה. באיור 25ב הגומיה מתוחה, ובאיור 25ד היא מתוחה יותר מאשר במצב הקודם.



א. גומיה רפויה ב. הגומיה מתוחה ג. הגומיה מתוחה יותר

הכוחות הפועלים במערכת הגומיה וזוג הידיים מוצגים באיור 26. קווי הפעולה שלאורכם פועלים הכוחות עוברים לאורך הגומיה, אך אנו הזזנו את התרשימים של וקטורי הכוחות מקו הדומיה כדי להבליט את הכוחות השונים. הכוחות ו- שווים בגודלם משום שהגומיה במצב שיווי משקל. ו- שווים בגודלם בתוקף החוק השלישי של ניוטון, ומאותה סיבה שווים גם הגדלים של ו- . לכן כל ארבעת הכוחות , , ו- שווים בגודלם.



הגדרת המושג "כוח מתיחות" (force tension) שגומיה (או חוט) מפעילים:

כוח מתיחות של גומיה בקצה שלה הוא הכוח שהגומיה מפעילה על העצם הקשור לקצה זה.

הערה: כאשר משקל הגומיה ניתן להזנחה, גודלי הכוחות שהגומיה מפעילה בשני הקצוות שלה שווים.

גודלו של כל אחד מארבעת הכוחות , , ו- עשוי לשמש מדד לעוצמה שבה הגומיה מתוחה.

הגדרת המושג"מתיחות" (tension) של גומיה (או חוט):

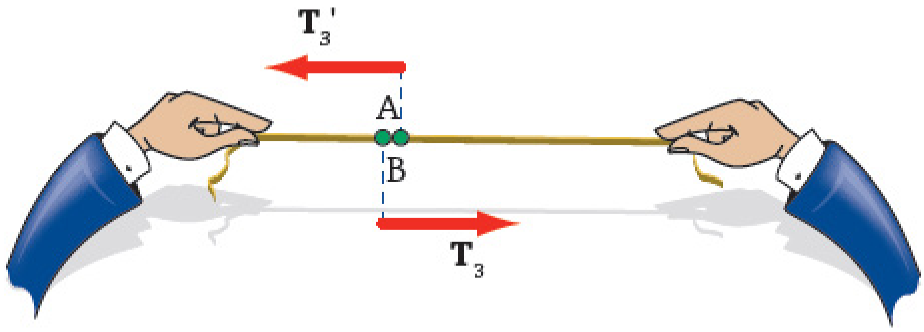
כאשר כוחות המתיחות שהגומיה מפעילה בקצותיה שווים בגודלם, המתיחות של הגומיה מוגדרת בגודלו של אחד מכוחות אלה.

נסמן מתיחות באות T (הגודל של כוח המתיחות T).

בדוגמה המתוארת לעיל, אם גודל הכוח שכל יד מפעילה על קצה הגומיה הוא בן 10 ניוטון, מתיחות הגו־מיה שווה ל-10 ניוטון. כאשר הגומיה רפויה – כל הכוחות שווים לאפס, וזהו גם ערך המתיחות.

כאשר מותחים חוט בקצותיו – הוא מתארך ונמצא במצב מתוח (בדומה לגומיה). קל להבחין בהתארכות גומיה וקשה להבחין בהתארכות זעירה של חוט, אך נוכל להחיל את המושגים "כוח מתיחות" ו"מתיחות" גם על חוטים.

נתבונן (איור 27) בחתך כלשהו לרוחב גומיה (או חוט) שבין הנקודות A ו- B. הנקודה A היא קצה של החלק השמאלי של הגומיה, והנקודה B היא קצה של החלק הימני של הגומיה. החלקים הימני והשמאלי מפעילים האחד על השני כוחות משיכה ו- בהתאמה.



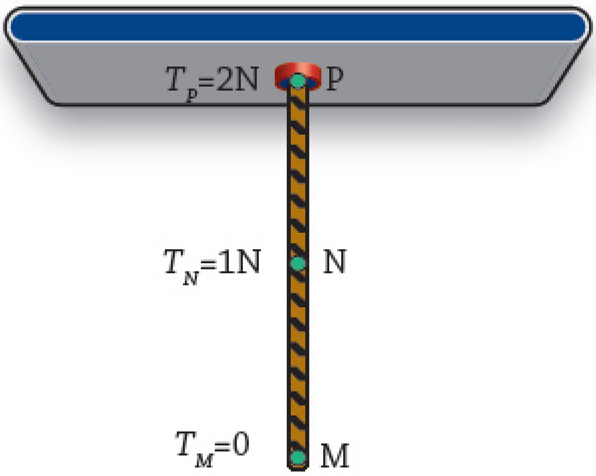
על-פי החוק השלישי של ניוטון שני כוחות אלה שווים בגודלם(ומנוגדים בכיוונם). יתר על כן, כל אחד מהם שווה בגודלו לכל אחד מארבעת הכוחות הפועלים בקצות הגומיה (או החוט). לכן גודלו של אחד מהכוחות הפועלים בחתך רוחב כלשהו של חוט שווה גם הוא למתיחות הגומיה(או החוט).

ב. "מתיחות בחתך רוחב" של חבל שמשקלו אינו ניתן להזנחה

לא תמיד הכוחות הפועלים בקצות חוט שווים בגודלם. נתבונן למשל בחבל שמשקלו אינו ניתן להזנחה, התלוי בקצהו העליון. על החבל פועל בקצהו העליון כוח כלפי מעלה (הכוח שווה בגודלו למשקל החבל) בעוד שעל קצהו התחתון לא פועל שום כוח.

במקרים בהם הכוחות הפועלים בקצות חבל אינם שווים בגודלם – המתיחות אינה אחידה לאורך החבל, והמושג "המתיחות של החבל" הופך להיות חסר משמעות. במקום זאת, נוכל להגדיר את המתיחות בחתך רוחב כלשהו של

החבל: בחתך רוחב, שני חלקי החבל שמשני צידי החתך מושכים האחד את השני בכוחות השווים בגודלם (ומנוגדים בכיוונם). גודלו של כל אחד מכוחות אלה מכונה המתיחות בחתך הרוחב. אם מתיחותו של חבל שווה בכל החתכים אזי ערכה הוא גם "המתיחות של החבל" (כפי שהוגדרה בסעיף א לעיל).



באיור 28 מסורטט חבל שמשקלו 2 N התלוי בקצהו העליון, ורשומות המתיחויות בחתכי רוחב אחדים. במצב זה יש משמעות למושג "מתיחות בחתכי רוחב של החבל", אך לא למושג "מתיחות החבל", כיוון שהיא משתנה לאורך החבל. נסכם:

> מתיחות
>
> כאשר שני כוחות מותחים חוט שמשקלו ניתן להזנחה בקצותיו של חוט - מתיחות החוט בכל נקודה לאורכו שווה לגודלו של אחד משני כוחות אלה.
>
> כאשר משקלו של חבל אינו ניתן להזנחה, וכוחות השונים בגודלם פועלים בקצותיו - אין מתיחות אחת המאפיינת את כל החבל, ואז המושג שמשמש אותנו הוא "מתיחות בחתך רוחב", שהיא גודל הכוח שבו החלק האחד של החבל מושך(בחתך הרוחב) את חלקו האחר.

ג. דוגמאות להתרת תרגילים - כוחות מתיחות

נציג כמה דוגמאות פתורות העוסקות במצבי התמדה של גופים בהשפעת כוחות מתיחות. הפתרונות מוצגים בפירוט רב, כי מטרתם אינה רק להציג משוואות ופתרונן, אלא בראש ובראשונה להציג שיקולים המלווים פתרון של בעיות מסוג זה. בסעיף 8.2ב, נציג שיגרה להתרת בעיות מסוג זה.

דוגמה 2: שניים מושכים בחבל

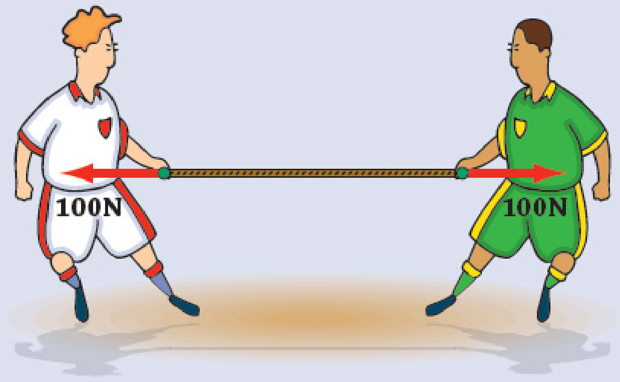
נתון חבל שמשקלו ניתן להזנחה.

1. שני נערים מושכים בקצות החבל, כל אחד בכוח שגודלו 100 ניוטון(איור 29א). מהי מתיחות החבל?
2. מצא את מתיחות החבל, כאשר קצהו השמאלי קשור לקיר, ואחד הנערים מושך בקצהו השני ימינה בכוח שגודלו 100 ניוטון.

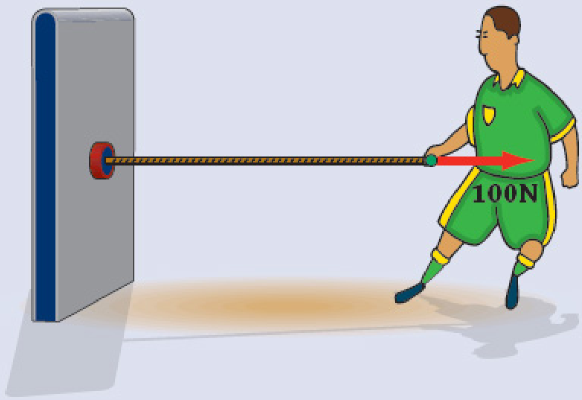
3. מהו מקור הכוח שבו הקיר מושך את החבל שמאלה?

פתרון:

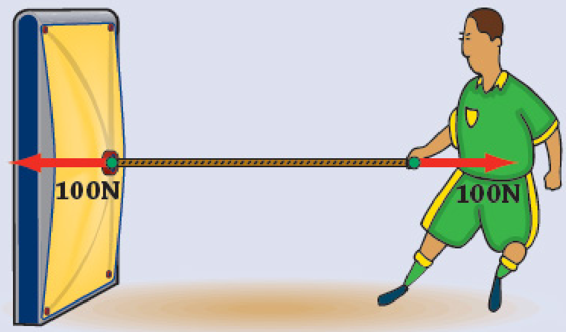
1. כיוון שבל קצה של החבל נמשך בכוח בן 100 ניוטון, על פי הגדרת המושג "מתי־חות", מתיחות החבל היא 100 ניוטון(ולא 0 ולא 200 ניוטון!).



א. מתיחות החבל שווה ל-100 ניוטון



ב. גם במצב זה מתיחות החבל שווה ל-100 ניוטון



ג. יריעת הגומי נמתחת ומושכת את החבל שמאלה

2. באיור 29ב מוצג נער המושך את החבל ימינה בכוח שגודלו 100 ניוטון. הקצה השני של החבל קשור לקיר. ביוון שהחבל במנוחה, הכוח השקול הפועל עליו צריך לקיים $\vec{F} = 0$. מכאן שהקיר מפעיל על החבל כוח שמאלה שגודלו 100 ניוטון. מצאנו אם כן, כי במצבים המתוארים בתרשימים 29א ו- 29ב פועלים אותם כוחות על החבל.

לכן גם במצב השני מתיחות החבל היא 100 ניוטון.

3. נניח שהקיר מכוסה במשטח גומי הקשור בפינותיו לקיר, והחבל קשור רק למש־טח הגומי (ולא לקיר עצמו). כאשר הנער מפעיל על הקצה הימני של החבל כוח בן 100 ניוטון, החבל מושך את משטח הגומי, משטח הגומי נמתח (ראו איור 29ג) והוא "רוצה" להתכווץ חזרה, וכך הוא מפעיל על החבל כוח שמאלה.

אם הקיר אינו מצופה במשטח גומי, והחבל קשור ישירות לקיר, גם אז הקיר נמתח בדומה למשטח הגומי, אלא שאת מתיחת הקיר אי אפשר לראות בעין.

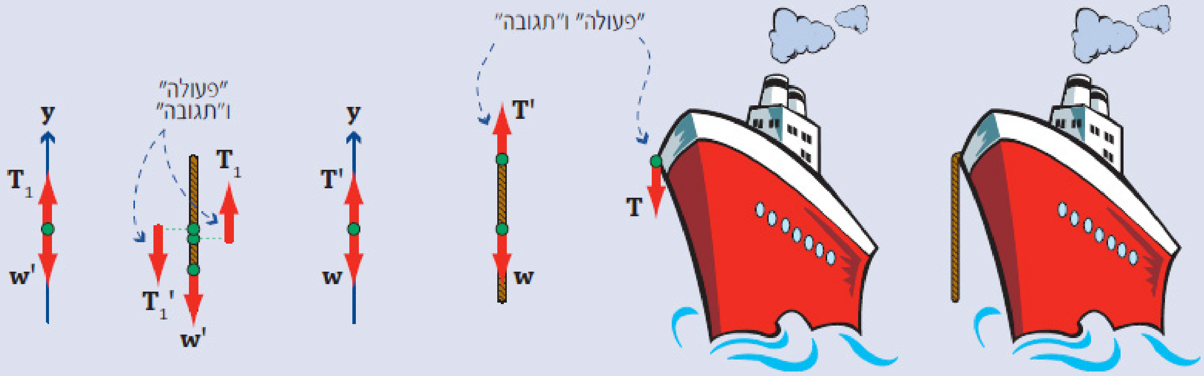
דוגמה 3: חבל תלוי אנכית

חבל אחיד שמשקלו w = 4N תלוי בחרטום של אניה נחה (איור 30א).

1. חשבו את הכוח שבו החבל מושך את החרטום.
2. חשבו את המתיחות בחתך רוחב באמצע החבל.
3. האם מתיחות החבל קבועה לאורכו?

פתרון:

1. ניתוח: כדי לחשב את הכוח המופעל על החרטום על-ידי החבל, אפשר לבחור את האניה כגוף שלגביו נרשום את התנאי להתמדה. אולם, אף אחד מהכוחות הפועלים על האניה אינו ידוע, לכן בחירה זו אינה יכולה לסייע בפתרון השאלה.



א. חבל תלוי על חרטום אניה
ב. הכוח הפועל על חרטום האניה
ג. תרשים כוחות של החבל
ד. הכוחות הפועלים על החבל
ה. תרשים כוחות של מחצית התחתונה
ו. כוחות הפועלים בחתך רוחב

מאידך גיסא, משקל החבל ידוע, ואם נרשום את התנאי להתמדה לגביו נוכל לחשב את הכוח שחרטום האניה מפעיל על החבל כלפי מעלה, ומכאן נמצא את הכוח שבו החבל מושך את חרטום האניה כלפי מטה. נבחר, אם כן, את החבל כגוף שלגביו נרשום את התנאי להתמדה. בחירת הגוף שלגביו מיישמים את התנאי להתמדה הוא שלב חשוב בפתרון תרגילים.

תרשים כוחות: נסרטט את כל הכוחות הפועלים על החבל. איור כזה מכונה תרשים כוחות הפועלים על החבל (איור 30ג). הכוחות הם: משקל החבל w, והכוח שהחרטום מפעיל עליו כלפי מעלה – נסמנו ב-T'.

מערכת צירים: נסרטט ציר (y) שכיוונו החיובי כלפי מעלה, ונעתיק לראשיתו את הכוחות (איור 30 ד).

החבל במנוחה, לכן נוכל לרשום את המשוואה המבטאת את התנאי להתמדה של:

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow T' - w = 0 \quad \text{(א)}$$

התרת המשוואה: T' = w. נציב w = 4 N ונקבל: T' = 4N

כלומר החרטום מושך את החבל כלפי מעלה בכוח שגודלו 4 ניוטון. על פי החוק השלישי של ניוטון, החבל מושך את החרטום כלפי מטה בכוח שגודלו 4 ניוטון(באיור 130ב סימנו כוח זה ב-T).

2. ניתוח: נתבונן בחתך רוחב של החבל במרכזו: המחצית העליונה של החבל מושכת את המחצית התחתונה בכוח שנסמנו T_1 (איור 130ה), המחצית התחתונה מושכת את העליונה בכוח שיצויין ב-. גודלו של כל אחד מכוחות אלה הוא המתיחות המבוקשת.

נוכל לרשום את התנאי להתמדה לגבי:

(1) המחצית העליונה של החבל; (2) המחצית התחתונה של החבל.

כל אחת משתי האפשרויות מובילה לפתרון הבעיה. נבחר, באופן שרירותי, באפשרות (2).

תרשים כוחות: איור 130ה הוא תרשים כוחות הפועלים על מחצית החבל התחתונה. החבל אחיד, לכן $w' = \frac{w}{2} = 2N$.

מערכת צירים: נעתיק את הכוחות לראשית של ציר y (איור 130ו).

התנאי להתמדה: $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow T' - w = 0$

התרת המשוואה: $T_1 = 2N$. כלומר מתיחות החבל בחתך רוחב במרכזו שווה ל-2 ניוטון.

3. המתיחות בקצה העליון של החבל היא 4 ניוטון, ובאמצע החבל – 2 ניוטון. אפשר להיווכח שמתיחות החבל עולה בהדרגה מאפס בקצהו התחתון ל-4 ניוטון בקצהו העליון, והיא אינה קבועה לאורכו.

דוגמה 4: גוף תלוי באמצעות חוט

תיבה שמשקלה $w = 6\ N$ קשורה באמצעות חוט לתקרה (איור 131א). משקל החוט זניח ביחס למשקל התיבה.

1. חשבו את הכוח שבו החוט מושך את התקרה.
2. מהי מתיחות החוט?

פתרון:

1. תרשים כוחות: נסתכל על התיבה והחוט כגוף אחד המצוי במנוחה, ונסרטט תרשים כוחות של גוף זה (איור 131ב). הכוחות הם: משקל הגוף w והכוח 'T שבו התקרה מושכת את החוט כלפי מעלה.

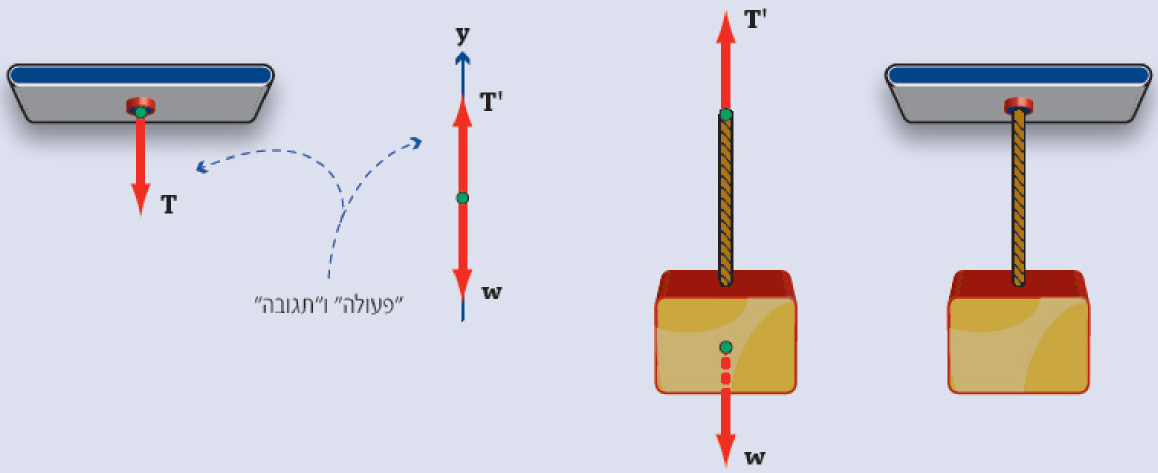
נעתיק את הכוחות לראשיתו של ציר y (איור 131ג). המערכת במנוחה, והתנאי להתמדתה:

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow T' - w = 0$

התרת המשוואה: $T' = w$, נציב $w = 6N$, ונקבל: $T' = 6N$.

כלומר התקרה מושכת את החוט כלפי מעלה בכוח שגודלו 6 ניוטון. על פי החוק השלישי של ניוטון, החוט מושך את התקרה כלפי מטה בכוח שגודלו 6 ניוטון (T באיור 131ד). החוט מושך את התקרה בכוח השווה למשקל התיבה. אנו רואים אם כן, כי חוט שמשקלו ניתן להזנחה, משמש מתווך להעברת כוח.

2. מתיחות החוט היא 6 ניוטון כי החוט מושך את כל אחד משני הגופים – את התקרה ואת הגוף התלוי, בכוח שגודלו 6 ניוטון.



א. המערכת
ב. הכוחות החיצוניים הפועלים על החוט והתיבה כגוף אחד
ג. תרשים הכוחות
ד. הכוח שהחוט מפעיל על התקרה

דוגמה 5: טבעת קשורה למערכת חוטים

גוף שמשקלו w תלוי באמצעות חוט S_1 הקשור לטבעת. הטבעת תלויה על שני חוטים אחרים S_2 ו-S_3 כמתואר באיור 32א. הזוויות בין החוטים S_2 ו-S_3 לתקרה הן α_2 ו-α_3 בהתאמה. משקלי החוטים והטבעת ניתנים להזנחה ביחס למשקל הגוף.

בטאו את המתיחות של כל אחד משלושת החוטים, באמצעות נתוני השאלה (w, α_2 ו-α_3).

פתרון:

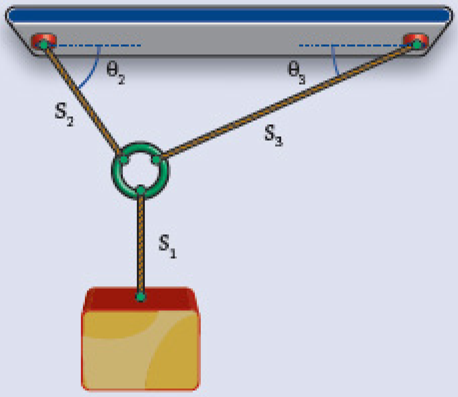
ניתוח: על סמך דוגמה 4 אנו יודעים שמתיחות החוט S_1 שווה למשקל הגוף. נחשב את מתיחויות החוטים S_2 ו-S_3. לשם כך עלינו לבחור גוף מתאים, וליישם את התנאי להתמדה לגביו.

באמירה "גוף מתאים" אנו מתכוונים לגוף שפועלים עליו הכוחות שאנו מבקשים לחשב, ולכן כוחות אלה יופיעו במשוואות שנערוך מהתנאי להתמדה.

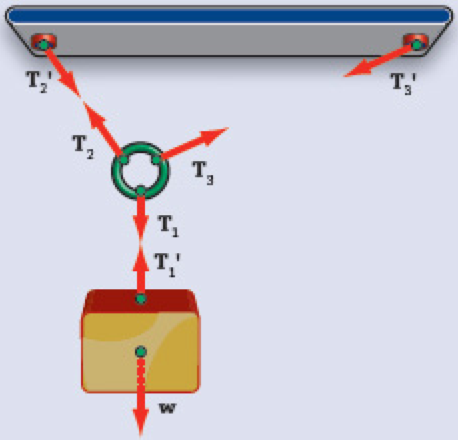
נסמן את מתיחות החוט S_1 ב-T_1 (השווה באמור למשקל הגוף); חוט זה מושך בכוחות שגודלם T_1 את הטבעת כלפי מטה ואת הגוף כלפי מעלה. את מתיחות החוט S_2 נסמן ב-T_2; חוט זה מושך את התקרה ואת הטבעת בכוחות שגודלם T_2. מתיחות החוט S_3 תצויין ב-T_3 (איור 32ב).

"גוף מתאים" בבעיה זו היא הטבעת, משום שעליה פועלים שלושה כוחות: T_1 הידוע בכיוונו ובגודלו, T_2 ו- T_3 הידועים בכיוונם אך לא בגודלם. כלומר מבין שש הערכים המאפיינים את שלושת הכוחות הפועלים על הטבעת (שלושת גודלי הכוחות ושלושת כיווני הכוחות) שני ערכים אינם ידועים. מצד שני, מהתנאי להתמדה לגבי הטבעת ($F_x = 0$; ΣF_y) מתקבלות שתי משוואות, המאפשרות פתרון הבעיה.

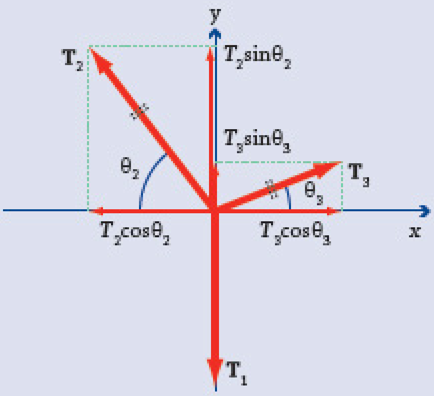
תרשים כוחות: באיור 32ב מסורטטים כוחות הפועלים במערכת.



א. טבעת קשורה למערכת חוטים



ב. כוחות במערכת



ג. תרשים כוחות של הטבעת

מערכת צירים: באיור 32ג מתוארים במערכת צירים הכוחות הפועלים על הטבעת. נחליף את T_2 ו- T_3 ברכיביהם הקרטזיים.

תנאי להתמדה עבור הטבעת:

$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow T_2 - T_3 = 0$ (א)

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow T_2 + T_3 = 0$ (ב)

התרת המשוואות: קיבלנו מערכת בת שתי משוואות עם שני נעלמים (T_2 ו- T_3). הפתרונות של מערכת זו:

$$T_2 = \frac{w\cos\theta_3}{\sin(\theta_2+\theta_3)}$$ (ג)

$$T_3 = \frac{w\cos\theta_2}{\sin(\theta_2+\theta_3)}$$ (ג)

תרגיל: פתרו את משוואות (א) ו-(ב), והראו כי אכן מתקבלים הפתרונות הרשומים ב-(ג) ו-(ד). הסתמכו לשם כך על הזהות הטריגונומטרית: =

בתוך דוגמה מספרית הציבו במשוואות (א) ו-(ב): $\square_2 = 60°$; $\square_3 = 30°$; $w = 5N$, פתרו את המשוואות, ובדקו את הפתרונות גם באמצעות הצבה ב(ג) ו-(ד).

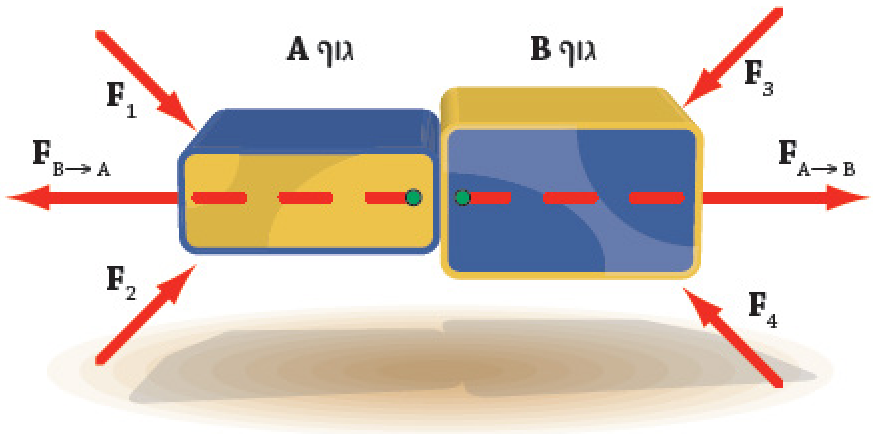
הערה: כאשר שלושת החוטים קשורים ישירות זה לזה, ללא טבעת, נרשום תנאי התמדה לגבי הקשר, במקום לגבי הטבעת.

8.2 התמדה של מערכת דו-גופית

נתאר לעצמנו את המצב הבא:

שני גופים A ו-B נמצאים במצב התמדה (שניהם נחים או שניהם נעים במהירות קבועה, כגוף אחד).

על גוף A מופעלים כוחות F_1 ו-F_2 על-ידי גופים חיצוניים (כלומר גופים מחוץ למערכת הגופים A ו-B), ו-$F_{A\to B}$ על-ידי B. על גוף B פועלים כוחות F3 ו-F4 על-ידי גופים חיצוניים, ו- $F_{B\to A}$ על-ידי A (איור 33).



האם נוכל לרשום תנאי להתמדה של מערכת הגופים A ו-B כאילו היו גוף יחיד?

תנאי להתמדה עבור גוף A:

$$F_1 + F_2 + F_{A\to B} = 0 \qquad (\text{א})$$

תנאי להתמדה עבור גוף B:

$$F_3 + F_4 + F_{B\to A} = 0 \qquad (\text{ב})$$

נחבר את משוואות(א) ו-(ב) ונקבל:

$$F_1 + F_2 + F_{A\to B} + F_3 + F_4 + F_{B\to A} = 0 \qquad (\text{ג})$$

$F_{A\to B}$ ו-$F_{B\to A}$ הם כוחות "פעולה" ו"תגובה", לכן סכומם (הווקטורי) מתאפס, ונוכל לרשום את (ג) בצורה:

$$F_1 + F_2 + F_3 + F_4 = 0 \qquad (\text{ד})$$

שוויון(ד) הוא תנאי להתמדה עבור מערכת הגופים A ו-B. הכוחות המופיעים ב-(ד) מופעלים על-ידי גופים חיצוניים, נכנה אותם כוחות חיצוניים. הכוחות $F_{B\to A}$ ו- $F_{B\to A}$ אינם מופיעים בתנאי ההתמדה. אלה

כוחות שגופים המרכיבים את המערכת שבחרנו מפעילים אלה על אלה, והם מכונים כוחות פנימיים של מערכת הגופים A ו-B. בהסתמך על החוק השלישי של ניוטון, ברור לנו ששקול הכוחות הפנימיים תמיד מתאפס. לכן רק הכוחות החיצוניים קובעים את מצב המערכת.

תנאי להתמדה של מערכת גופים:

$\vec{F}_{\text{חיצוניים}} = 0$

כאשר $\vec{F}_{\text{חיצוניים}}$ הוא השקול של כל הכוחות החיצוניים הפועלים על המערכת.

הערות:

1. כוח כגון $F_{B_{A\rightarrow}}$ אינו מופיע בתנאי להתמדה של מערכת הגופים A ו- B(כי עבורה הוא כוח פנימי, וכוחות פנימיים מתקזזים בזוגות). אולם הוא כן יופיע בתנאי להתמדה של גוף A, כי אז הוא כוח חיצוני.
2. הראינו שתנאי ההתמדה מתקיים עבור מערכת בת שני גופים, כאשר פועלים שני כוחות פנימיים וארבעה חיצוניים. באותה דרך, אפשר להכליל את תנאי ההתמדה למערכת בת מספר כלשהו של גופים, עם מספר כוחות כלשהו.

שיגרה לפתרון תרגילים העוסקים בגופים במצב התמדה

1. ניתוח איכותי של הבעיה, ותכנון התרתה: זהו את כל האינטראקציות שבהן משתתפים גופי המערכת. נוח למיין את הכוחות הנובעים מהאינטראקציות לשני סוגים: כוחות מגע וכוחות ארוכי טווח. כוחות מגע הם כוחות המופעלים על גוף על ידי גופים אחרים הנמ־צאים איתו במגע. כוחות ארוכי טווח הם כוחות שאינם נובעים ממגע עם גוף אחר. במסג־רת המכניקה, הכוח ארוך הטווח היחיד שהיכרנו הוא כוח הכובד.

   בדקו איכותית שהכוחות הפועלים על כל גוף במערכת מאפשרים את הימצאותו במצב התמדה (לדוגמה, אם מצאתם גוף במצב התמדה שפועלים עליו רק שני כוחות שהזווית ביניהם שונה מ- $180°$- משהו שגוי בזיהוי הכוחות).

   אם המערכת כוללת יותר מגוף אחד, לדוגמה שני גופים, אפשר עקרונית ליישם את התנאי לה־תמדה לגבי אחד הגופים, או לגבי הגוף האחר, או לגבי שניהם יחד (כגוף אחד). בדקו, על-פי הכוחות הידועים ועל-פי הכוחות המבוקשים בשאלה, איזו מבין האפשרויות תוביל אתכם לפ־תרון. אם הכוחות הפנימיים אינם מעורבים - לא נתונים וגם לא מבוקשים - מתאים לכתוב את התנאי להתמדה לגבי המערכת כגוף אחד. לעתים יש ליישם את התנאי להתמדה לגבי שתיים מבין שלוש האפשרויות המתוארות לעיל.
2. תרשימי כוחות: סרטטו לגבי כל אחד מהגופים שבחרתם תרשים נפרד של הגוף, והוסיפו לו את החצים המייצגים את כל הכוחות החיצוניים הפועלים עליו(זכרו: כוח כובד וכוחות מגע). איור זה מכונה תרשים כוחות הפועלים על הגוף. רשמו בתרשים את הערך המספרי של כל כוח וכל זווית נתונים, וציינו באותיות את הגדלים הנעלמים.
3. מערכת צירים: הוסיפו סרטוט של מערכת צירים x, y, לתרשים. אם כל הכוחות פועלים לאורך קו ישר – תוכלו להסתפק בציר יחיד. תוצאות החישובים אינן תלויות במערכת הצירים שבחרתם, אולם בחירה מסוימת עשויה להיות נוחה מאחרות. כדאי לבחור מער־כת צירים כך שמספר מרבי של כוחות יפעלו בכיווני הצירים(כך שלא יהיה צורך "לפרק" אותם לרכיבים).

4. "פירוק" לרכיבים: החליפו כל כוח שאינו בכיוון אחד הצירים ברכיביו הקרטזיים, וסמנו כל כוח שהוחלף.

5. תנאי להתמדה: רשמו את המשוואות העולות מהתנאי להתמדה: $\Sigma F_x = 0$; $\Sigma F_y = 0$.

הציבו באגף שמאל את סכום רכיבי הכוחות, עם סימניהם האלגבריים המתאימים. תקבלו שתי משוואות לכל גוף, כאשר האגף הימני בכל משוואה הוא המספר אפס.

6. פתרו את מערכת המשוואות.

7. בחינת הפתרון: לעתים מופיעים פתרונות שאינם מתאימים לבעיה. סיבה אפשרית היא שלא תמיד אנו מתרגמים למשוואות את כל המידע הניתן בבעיה. מידע זה מגביל לפעמים את הפתרונות האפשריים. סיבה אפשרית אחרת היא העלאה בריבוע של שני אגפי משוואה. בכל מקרה יש לנפות את הפתרונות שאינם מתאימים.

לעתים תוכלו לזהות קיום שגיאה מתוך בחינת הפתרון שקבלתם. לשם כך עומדים לרשותכם כמה כלים:

1. בחינת יחידות: כאשר פתרון מתקבל בפרמטרים(ולא במספרים), בחנו האם יחידות שני האגפים שוות. למשל:

הפתרון $F = \ell \cos\alpha$ כאשר F הוא גודל של כוח ו-ℓ אורך, הוא שגוי. אם לביטוי שהתקבל כמה מחוברים, בחנו האם לכל המחוברים אותן היחידות. למשל, הביטוי $F = T\cos\alpha + \sin\alpha$ כאשר F ו-T גודלי כוחות, חייב להיות שגוי, כיוון שלמחובר $T\cos\alpha$ יחידות של כוח בעוד שהמחובר $\sin\alpha$ חסר יחידות.

2. בחינת התאמת הפתרון למצבים מוכרים: למצבים רבים יש מקרים פרטיים פשוטים. לדוגמה: למישור משופע שזווית נטייתו α, שני מצבים פשוטים: האחד $\alpha = 0°$, כלומר המישור אופקי, והשני $\alpha = 90°$ – קיר אנכי. אם פתרתם בעיה הנוגעת לתנועה על מישור משופע, והפתרון נתון בפרמטרים ולא במספרים, ואם אתם מכירים את הפתרון לגבי מישור אופקי, תוכלו להציב בפתרון שקבלתם $\alpha = 0°$, ולבחון האם הפתרון מתנוון לביטוי המוכר לגבי מישור אופקי. נדגיש עם זאת, כי התאמה למקרים פרטיים אינה מהווה הוכחה לנכונות הפתרון.

3. בחינת הסימן האלגברי של הפתרון: בבעיות בהן אפשר לזהות את הסימן האלגברי של הפתרון מניתוח איכותי של הבעיה, כדאי לעשות זאת, ולהשוות עם הסימן האלגברי של הפתרון שהתקבל מחישוב.

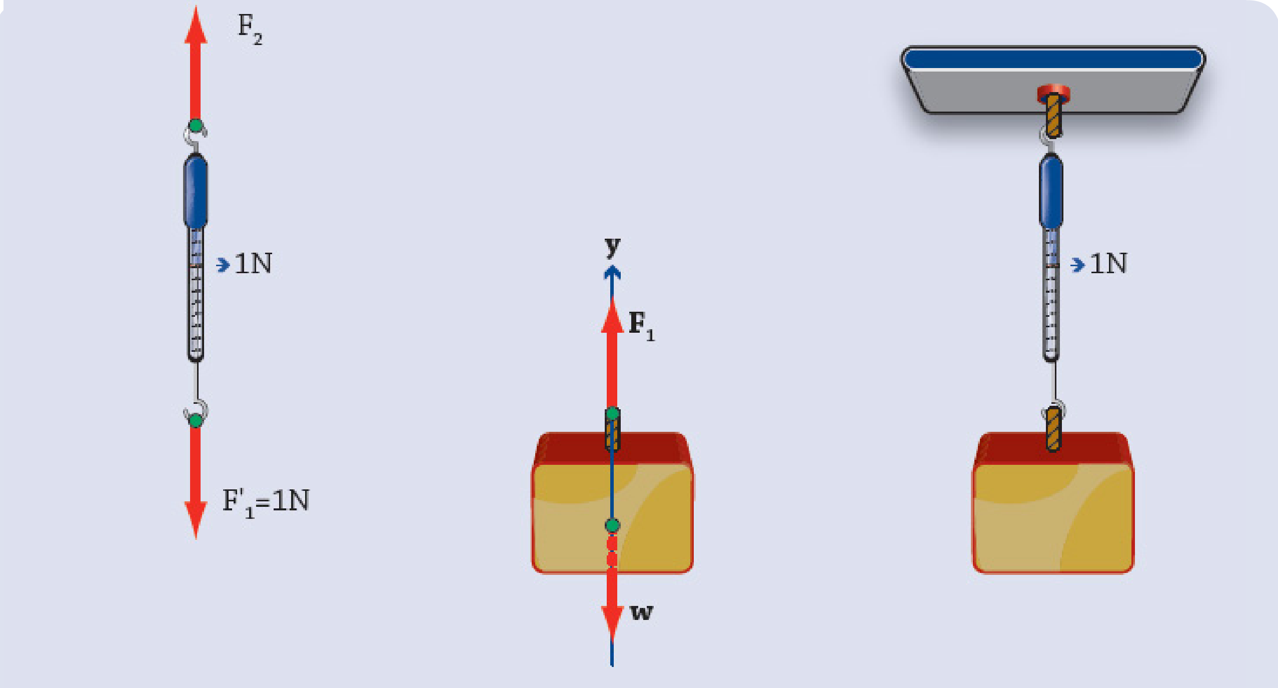
4. הערכת פתרון מספרי: לעתים תוכלו להעריך אם התוצאה המספרית שקבלתם היא סבירה. אם חישבתם לדוגמה את מהירותו של אלקטרון המואץ במאיץ חלקיקים, וקבלתם 10^{-10} מ'\ש' (כלומר, 0000000001 מ'\ש') – כדאי לבדוק את שלבי הפתרון.

דוגמה 6: כוחות הפועלים על מאזני קפיץ

מאזני קפיץ תלויים על חבל קצר. תולים על המאזניים גוף, ומחוג המאזניים מורה 1 N (איור34א). משקל המאזניים ניתן להזנחה ביחס למשקל הגוף. חשבו את הכוחות הפועלים על המאזניים בקצוותיהם.

פתרון:

ניתוח: בדיון במאזני קפיץ אמרנו שהמאזניים מורים 1 N כאשר תלוי עליהם גוף שמשקלו 1 N. מכאן שמשקל הגוף (w) שווה ל-1 N. כדי לחשב את הכוח המושך את המאזניים כלפי מטה, נרשום את התנאי להתמדה לגבי הגוף.תרשים כוחות ומערכת צירים: נסרטט את תרשים הכוחות הפועלים על הגוף (איור 34ב). הכוחות הם: משקלו w, והכוח שבו המאזניים מפעילים על הגוף כלפי מעלה, שיסומן ב-F_1. w ו-F_1 הם שני הכוחות היחידים הפועלים על הגוף. נוסיף לתרשים הכוחות ציר אנכי (y).



ג. תרשים כוחות הפועלים על מאזני הקפיץ   ב. תרשים כוחות הפועלים על הגוף   א. המערכת

התנאי להתמדה ופתרון המשוואה:

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_1 - w = 0 \Rightarrow F_1 = w \Rightarrow F_1 = 1\ N \qquad (א)$$

על-פי החוק השלישי של ניוטון הגוף מושך את מאזני הקפיץ בכוח שגודלו: $= 1\ N$

עתה נחשב את הכוח שבו החבל מושך את מאזני הקפיץ כלפי מעלה.

ניתוח: נרשום תנאי להתמדה עבור מאזני הקפיץ.

תרשים כוחות ומערכת צירים: הכוחות הפועלים על מאזני הקפיץ (איור 34ג): שגודלו 1 ניוטון וכיוונו כלפי מטה, והכוח F_2 שבו החבל מפעיל על המאזניים כלפי מעלה.

תנאי התמדה לגבי מאזני הקפיץ, והפתרון: $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow -F_2 = 0 \Rightarrow F_1 = w \Rightarrow F_2 = 1\ N$

כלומר: באשר מאזני-קפיץ (שמשקלם זניח) מורים 1 N - כל קצה של המאזניים נמשך בכוח שגודלו 1 N.

תרגיל: חשבו את F_2 באמצעות תנאי התמדה לגבי המערכת הכוללת את המאזניים והגוף.

הערה: הדוגמה הנוכחית (דוגמה 6) דומה מאוד לדוגמה 4. בדוגמה 4 היה חוט שמשקלו זניח, וכאן, בדוגמה 6, יש דינמומטר שמשקלו זניח. ההבדל היחיד הוא שהדינמומטר מראה מהו כוח המתיחות (של הקפיץ).

הדוגמה האחרונה מאפשרת לנו לנסח את חוק הוק ביתר קפדנות.

חוק הוק:

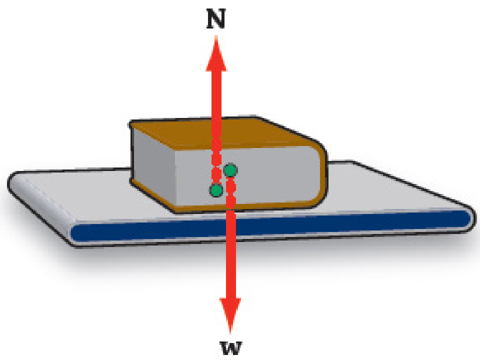
באשר כל אחד משני קצותיו של קפיץ נמשכים (או נדחסים) בכוח שגודלו F, אזי מתקיים: $F = k\Delta\ell$

באשר: $\Delta\ell$ - התארכות (או ביווץ הקפיץ.

k - קבוע הכוח של הקפיץ.

8.3 כוח נורמלי

א. הצגת הכוח הנורמלי



מהם הכוחות הפועלים על ספר המונח על שולחן אופקי?

אחד הכוחות הוא כוח הכובד, הפועל כלפי מטה. כיוון שהספר מצוי במנוחה, הכוחות הפועלים עליו צריכים לקיים את הקשר $\vec{F} = 0$. מכאן, שפועל על הספר כוח נוסף, שכיוונו אנכית מעלה. כיוון שהגוף היחיד הנוגע בספר הוא השולחן, סביר להניח שכוח זה מופעל על הספר על-ידי השולחן (איור 35). הוא מונע מהספר לנוע בכיוון כוח הכובד הפועל עליו, הכוח שהשולחן מפעיל הוא דוגמה לכוח המכונה כוח נורמלי. נסמן כוח נורמלי באות N (קיצור ל- normal - ניצב בלועזית). כיוון הכוח הנורמלי הוא תמיד ניצב למשטח המגע.

הערות:

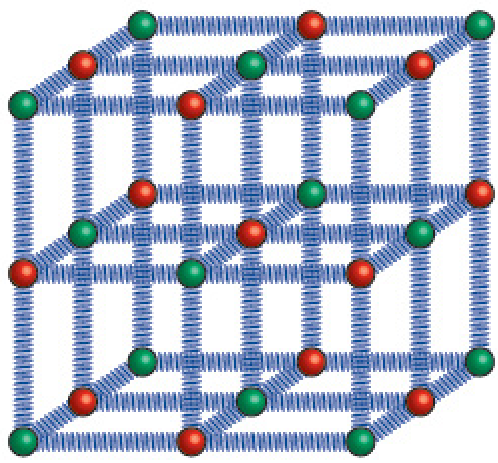
1. השולחן באיור 35 מפעיל על הספר כוח נורמלי, N, כלפי מעלה, והספר מפעיל על השולחן כוח נורמלי N‘ כלפי מטה(הכוח N’ אינו מסורטט באיור 35).
2. כוחות נורמליים לא חייבים לפעול דווקא בכיוון אנכי; לדוגמה, כאשר מישהו דוחף ימינה ארגז עם ידו - היד מפעילה על הארגז כוח נורמלי, N, ימינה והארגז מפעיל על ידו כוח נורמלי, N‘, שמאלה.

ב. מודל הקפיצים של מוצק

חומר מוצק בנוי מאטומים, שביניהם פועלים כוחות תאחיזה חשמליים שמקורם בחלקיקים הטעונים המרכיבים את האטומים. באמצעות מודל מקורב ופשוט של חומר מוצק - שאותו נכנה "מודל הקפיצים" - נוכל להסביר כמה תכונות בסיסיות של מוצקים, ביניהם את הכוח הנורמלי.

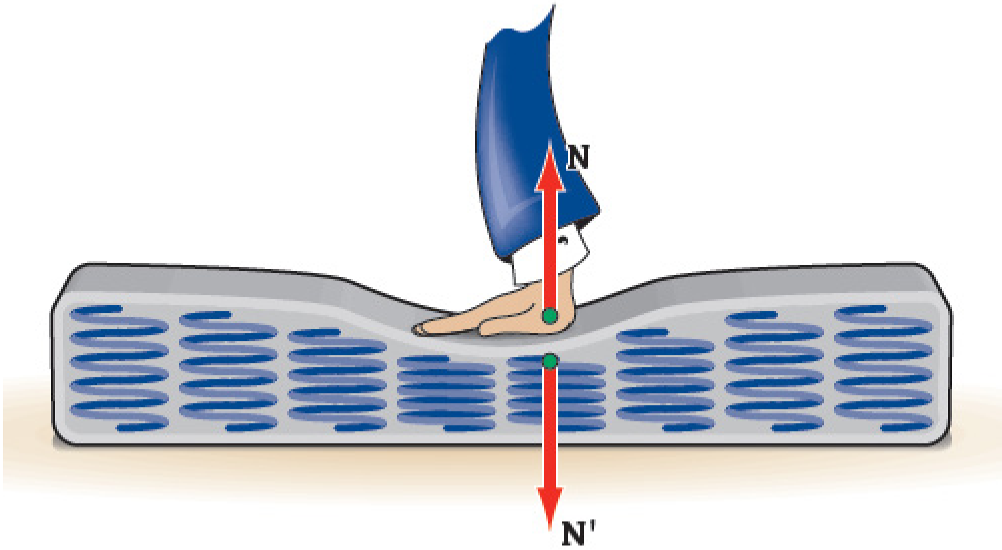
> מודל הקפיצים של חומר מוצק:
>
> אטומי המוצק מיוצגים על ידי כדורים, וכוחות התאחיזה בין האטומים מיוצגים על ידי קפיצים זעירים וקשיחים מאוד.

באיור 36 מוצג מערך אפשרי של אטומי מוצק בעל מבנה פנימי פשוט.

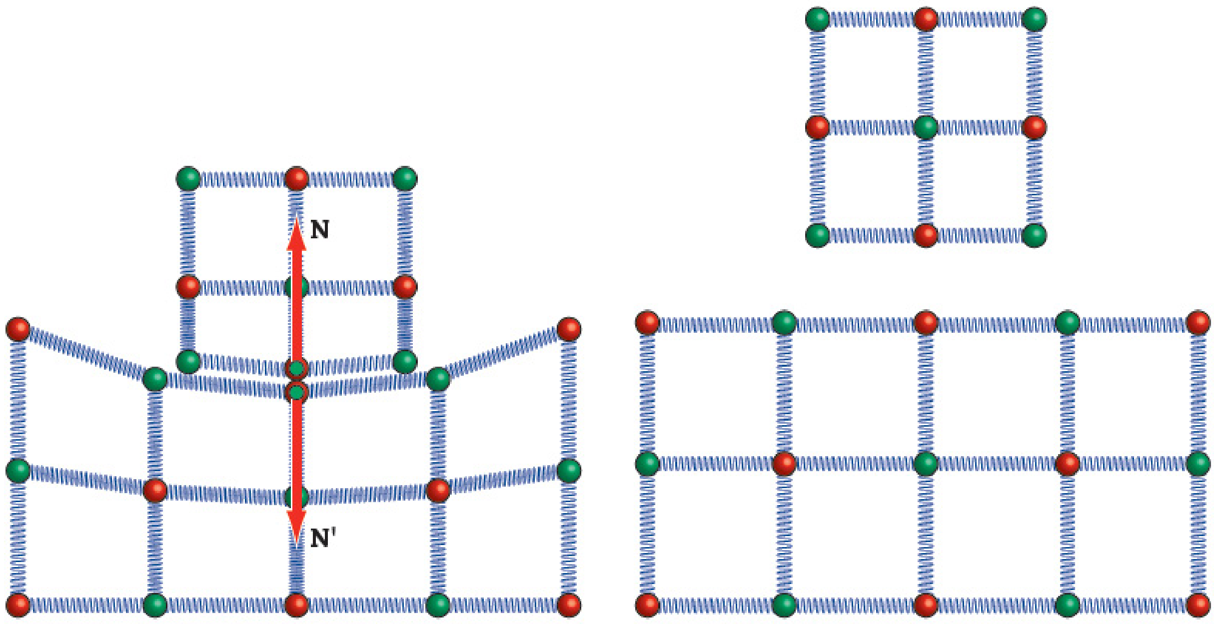


ג. הסבר פעולתו עול כוח ש־מל' באמצעות מודל הקפיצים

כדי להבין את מקורו של הכוח הנורמלי, בחנו מה קורה כאשר תלחצו על מזרן קפיצי באמצעות היד (איור 37). במצב זה קפיצי המזרן יתכווצו, ויפעילו על היד כוח נורמלי N כלפי מעלה. הכוח N‘ שבו היד לחצה על המזרן, הוא כוח נורמלי שהיד הפעילה על המזרן כלפי מטה. הכוחות N ו־ N‘ מנוגדים בכיוונם ושווים בגודלם, בהתאם לחוק השלישי של ניוטון.



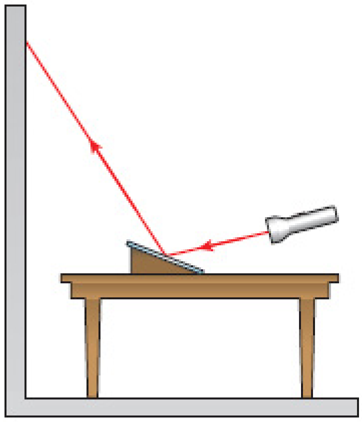
בתרשים 38א מיוצגים הספר והשולחן שבהם דנו (איור 35), לפני שהספר הונח על השולחן. איור 38ב מתאר את המצב לאחר שהספר הונח על השולחן; קפיצי השולחן מתכווצים, והם מפעילים כוח נורמלי, N, על הספר כלפי מעלה, וגם קפיצי הספר מתכווצים, והם מפעילים כוח נורמלי, N‘, על השולחן כלפי מטה.



ב. לאחר הנחת הספר על השולחן

א. לפני הנחת הספר על השולחן

ד. אישוש השערה שפני שולחן מתעוותים נאשר מפעילים עליה כוח



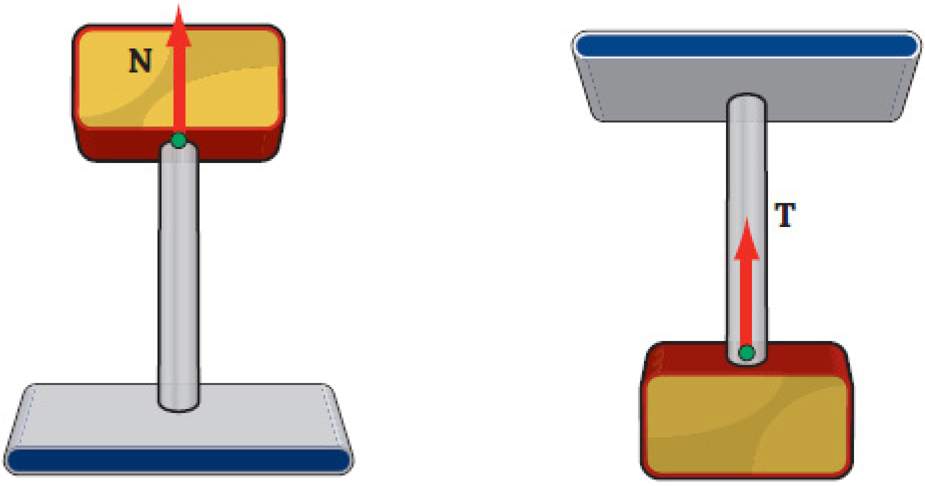
אם תדחפו את משטחו של שולחן כלפי מטה, המשטח יתכופף במידה קלה, וידחוף אתכם כלפי מעלה. קל אמנם להבחין בשקיעתו של מזרן (איור 37), וקשה בדרך כלל להבחין בהתעקמות זעירה של משטח שולחן.

נתאר ניסוי שמראה כי משטח שולחן מתעוות בשעה שמניחים עליו גוף: נניח מראה על פני שולחן, ונטיל עליה אלומה צרה של אור (איור 39). האור המוחזר מן המראה פוגע בתקרה או בקיר בנקודה מסוימת. כאשר נניח על השולחן עצם כבד – כתם האור יוסט. כאשר נסיר את העצם מן השולחן – יחזור כתם האור למקומו ההתחלתי.

ה. כוח מתיחות וכוח נורמלי

הכוח הנורמלי מונע מגוף אחד לחדור דרך גוף שני הנמצא אתו במגע; הוא "מתאים את עצמו" כך שלשני הגופים לא תהיה תנועה (זה ביחס לזה) של התקרבות בכיוון ניצב למשטח המגע שביניהם.

הכוח הנורמלי פועל שעה ששני גופים נלחצים זה לזה, וצורתם מתעוותת, ובמובן זה הוא דומה לכוח המתיחות הנוצר שעה שגומיה או חוט מתארכים. אם נתלה גוף על מוט ברזל אנכי – המוט יתארך (במידה מזערית) ויפעיל על הגוף כוח מתיחות כלפי מעלה (בדומה לגומיה או חוט, איור 40א). אם נניח את הגוף על המוט האנכי – המוט יתקצר, ויפעיל על הגוף כוח נורמלי כלפי מעלה (איור 40ב).



ב. המוט מתקצר ומפעיל כוח נורמלי

א. המוט מתארך ומפעיל כוח מתיחות

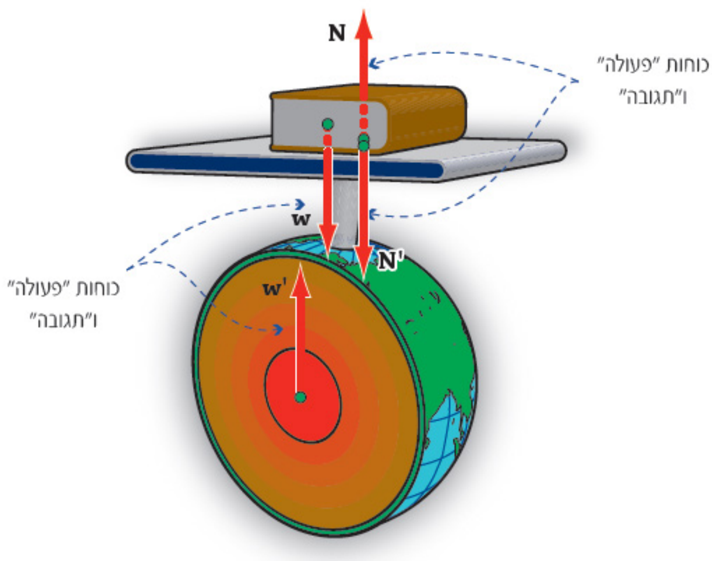
ו. כוחות הפועלים במערכת ספר, שולחן ובדור הארץ

האם הכוח הנורמאלי וכוח הכובד הפועלים על גוף הם צמד כוחות אינטראקציה ("פעולה" ו"תגובה")?

נתבונן בספר המונח על שולחן. כוח הכובד והכוח הנורמלי פועלים על אותו גוף (הספר) לכן ודאי אינם צמד כוחות אינטראקציה. כדי להבין את מערך הכוחות, נתבונן במערכת המוצגת באיור 41 (לא בקנה מידה).

נתבונן תחילה באינטראקציה בין הספר ובדור הארץ: כדור הארץ מושך את הספר בכוח כובד (w), והספר מושך את כדור הארץ בכוח 'w (אפשר לייצג את 'w כפועל במרכז כדור הארץ). כוחות אלה הם צמד "פעולה" ו"תגובה", ובתוקף החוק השלישי של ניוטון מקיימים את השוויון:

$$w' = -w \qquad (א)$$



הערה: אנו מבחינים בתוצאת פעולתו של כוח כובד על ספר, אך איננו רואים ביטוי לכוח שהספר מפעיל על הארץ, למרות ששני הכוחות שווים בגודלם. תוצאת פעולתו של כוח הכובד על הארץ אינה מורגשת בגלל גודלה הרב של הארץ. תוצאת פעולתו של כוח שגוף מפעיל על הארץ תהיה מורגשת אם כוח זה גדול מאוד. ואכן, באינטראקציה שבין הארץ לירח – תוצאות פעולותיהם של שני הכוחות מורגשות: הארץ מפעילה כוח על הירח הגורם לו לנוע סביב הארץ. ואילו הירח גורם לתופעת גיאות ושפל המורגשת לאורך חופי האוקינוסים.

האינטראקציה בין הספר והשולחן: כוח הכובד הפועל על הספר גורם לכך שהספר "מנסה" לחדור לשולחן. מאחר שהשולחן קבוע במקומו (אינו יכול לחדור דרך הרצפה) הספר והשולחן מפעילים כוחות האחד על השני: הספר מפעיל על השולחן כוח נורמלי N', והשולחן מפעיל על הספר כוח נורמלי N. גם אלה כוחות אינטראקציה, והם מקיימים:

$$N' = -N \qquad (ב)$$

אם הספר אינו מואץ (אינו נמצא במעלית העולה בתאוצה, לדוגמה) אזי בתוקף התנאי להתמדה, הכוח השקול הפועל עליו שווה לאפס, לכן:

$$w = -N \qquad (ג)$$

חשוב לשים לב כי בעוד ששוויונות (א) ו-(ב) נובעים מהחוק השלישי ומתקיימים בכל מצב, הרי שוויון (ג) נובע מהתנאי להתמדה, והוא מתקיים רק כאשר הספר אינו מואץ.

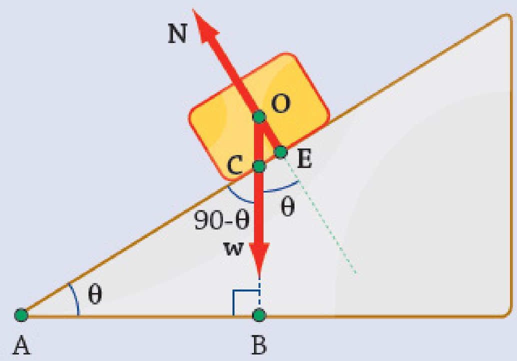
דוגמה 7: גוף מחליק על משטח משופע נטול חיכוך

גוף שמשקלו w מחליק על משטח מישורי משופע שזווית שיפועו □. הנח כי ניתן להזניח את החיכוך בין הגוף לבין המשטח.

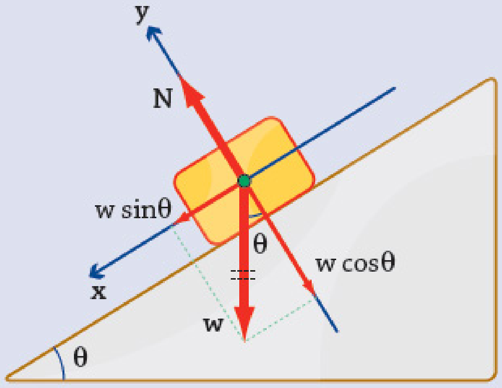
1. האם הגוף במצב התמדה?
2. בטאו באמצעות נתוני השאלה את גודל הכוח הנורמלי שהמשטח מפעיל על הגוף.

פתרון:

1. הכוחות הפועלים על הגוף הם משקלו w והכוח הנורמלי N שהמשטח מפעיל על הגוף בכיוון ניצב למשטח (איור 242). מהתבוננות בתרשים הכוחות מתברר כי הגוף אינו מתמיד במצבו (מדוע?); הוא מחליק על המשטח המשופע בתנועה שאינה קצובה.



א. הזווית בין **w** ל-**N**



ב. תרשים כוחות של הגוף

2. מהתבוננות במשולשים ישרי הזווית ABC ו-OCE שבאיור 42א קל להיווכח כי $\angle COE = \theta$.

כלומר הזווית בין w לבין הכיוון הניצב למשטח המשופע שווה לזווית השיפוע של המשטח המ־שופע.

מכאן ואילך נשתמש במסקנה זו; ולא נטרח להצדיק אותה בכל פעם.

נבחר ציר y ניצב למישור המשופע, שראשיתו בנקודה בה הגוף נמצא ברגע מסוים (איור 42ב). הקואורדינטה y של הגוף שווה לאפס בכל מהלך תנועתו, לכן בכיוון זה הגוף מתמיד במצבו. הכוח הנורמלי N מצביע בכיוון הציר y. נבחר ציר x בכיוון תנועת הגוף, ונחליף את המשקל w ברכיביו הקרטזיים (איור 42ב):

$w_y = w\cos\theta$ ו־ $w_x = w\sin\theta$

התנאי להתמדה של הגוף בכיוון הציר y:

$F_y = 0 \;\Rightarrow\; N - w\cos\theta = 0$

מפתרון המשוואה נקבל: $N = w\cos\theta$ (א)

זו דוגמה למצב שבו גודל הכוח הנורמלי הפועל על הגוף אינו שווה לגודל משקל הגוף.

הכוח השקול לכוחות הפועלים על הגוף: $F = w\sin\theta$ (ב)

(כוח זה מאיץ את הגוף במורד המשטח המשופע).

תרגילים:

א. בחנו את פתרונות(א) ו-(ב) עבור המצב שבו $\theta = 0$

ב. בדקו את התאמתן של תוצאות(א) ו-(ב) עבור המצב שבו $\theta = 90°$.

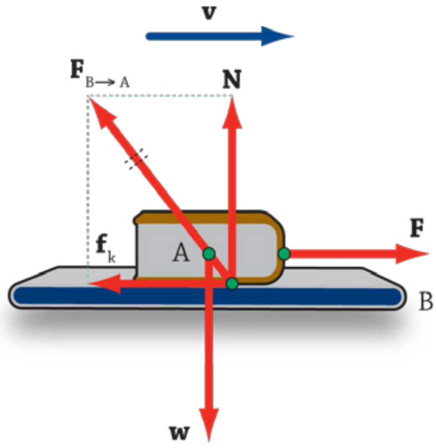
8.4 כוח חיכוך

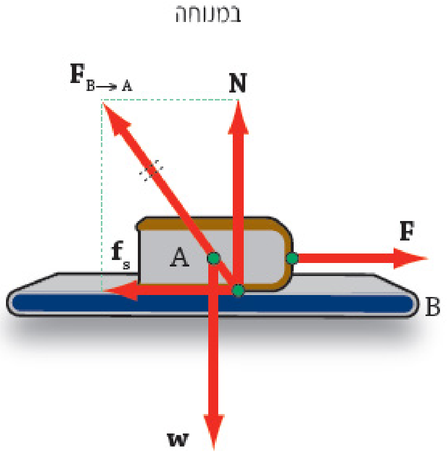
א. כוח חיכוך קינטי וכוח חיכוך סטטי

מהם הכוחות הפועלים על גוף הנגרר על משטח אופקי במהירות קבועה?

באיור 43 מתואר ספר A הנע ימינה במהירות קבועה על פניו של משטח B. על הספר פועלים כוח אופקי F ימינה, המשקל w שהארץ מפעילה על הספר מטה, והכוח הנורמלי N שהמשטח מפעיל על הספר כלפי מעלה. אילו היו אלה כל הכוחות הפועלים על הספר, מהירותו לא היתה קבועה; חייב לפעול על הספר כוח נוסף בכיוון מנוגד ל- F. כוח זה הוא כוח החיכוך שהשולחן מפעיל על הספר. החיכוך במקרה הנדון פועל בעת תנועת ספר A ביחס ל-B לכן נכנה

אותו כוח חיכוך קינטי או כוח חיכוך החלקה ונסמנו ב-f_k (friction – חיכוך באנגלית. הסימון k בא לציינו שמדובר בחיכוך קינטי, ובאנגלית kinetic).





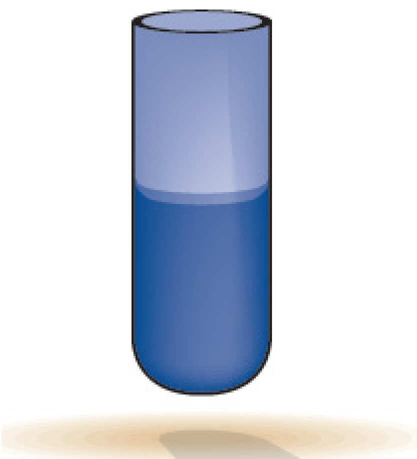
השולחן מפעיל על הגוף כוח נורמלי וכוח חיכוך. אלו שני רכיבים של כוח אחד $F_{B\rightarrow A}$ (איור 43) שהשולחן B מפעיל על A.

הניסיון מורה שהחיכוך הקינטי פועל על גוף בכיוון מנוגד לכיוון מהירותו ביחס למשטח שעל פניו הוא נע.

כוח חיכוך עשוי לפעול גם על גופים אשר אינם נעים זה ביחס לזה: באיור 44 מוצג ספר A הנמצא במנוחה על משטח B למרות שמפעילים עליו כוח אופקי F. גם במצב זה הכוחות הפועלים על A הם F, המשקל w, וכוח בכיוון אלכסוני $F_{B\rightarrow A}$ שהשולחן מפעיל על הספר. רכיבי $F_{B\rightarrow A}$ הם הכוח הנורמלי N וכוח החיכוך. כוח חיכוך זה פועל במצב שבו אין תנועה יחסית בין A ל-B, והוא מכונה כוח חיכוך סטטי שסי־מונו f_s (הסימון s בא לציינו שהחיכוך סטטי, ובאנגלית static).

בדיוננו בחיכוך קינטי וסטטי נגביל עצמנו לכוחות חיכוך בין מוצקים יבשים ("חיכוך יבש"). לא נעסוק בחיכוך שפועל למשל בין מוצקים שמשטחי המגע שלהם משומנים.

ב. אדהזיה



כאשר שני גופים נמצאים במגע, נוצרת משיכה בין הח־לקיקים של גוף אחד לבין החלקיקים של הגוף האחר. תופעה זו מכונה אדהזיה (adhesion, הידבקות). לדוגמה, פני מים הנתונים במבחנה מתעקמים בקרבת דופן המבחנה (איור 45). בין חלקיקי הזכוכית למולקולות המים נוצרת משיכה, הגורמת להידבקות המים לזכוכית, וכתוצאה מכך לעליה מסוימת של פני מים בצמוד לזכוכית.

הסבר מלא לתופעת החיכוך הוא סבוך למדי. נסתפק בה־סבר לתופעות חיכוך המתרחשות בין גופים מתכתיים. נניח ששני גופים עשויים מפלדה נמצאים במגע. אף אם שני משטחי המגע מלוטשים היטב ונראים חלקים, הם ייראו מחוספסים ובעלי גבשושיות כאשר נתבונן בהם באמצ־עות מיקרוסקופ רב עצמה. לכן, שטח המגע המיקרוסקופי ביניהם קטן מאוד ביחס לשטח החפיפה המקרוסקופי. באופן ציורי, הדבר דומה לכך שהיינו הופכים את שוויץ כך שפני הקרקע היו כלפי מטה, ומניחים אותה על אוסטריה. במצב זה, רק פסגות ההרים שבכל אחת משתי הארצות היו במגע עם הארץ האחרת. באופן דומה, מגע בין שני משטחים מתכתיים מתרחש רק באתרים קטנים ובודדים, בשיאי גבשושיות. במקומות אלה (ורק בהם),

מתרחשת אדהזיה; האטומים של גוף אחד יוצרים קשרים עם האטומים של הגוף האחר ומתרחש איחוי (איור 46).

תיאור זה מתאים כאמור למתכות, ואינו מתאים למה שמתרחש בין שני לוחות עץ, או בין שתי לבנים.

ג. חיכוך קינטי

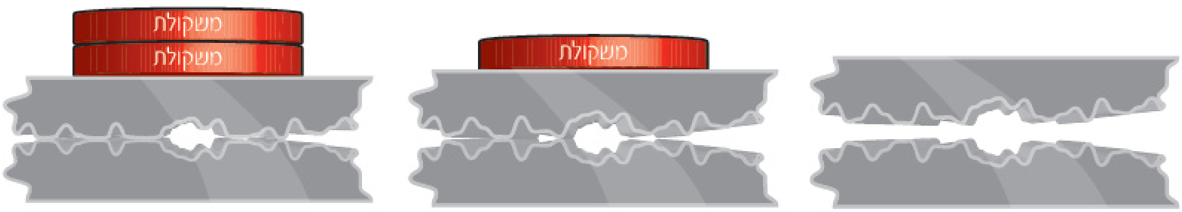
כאשר שני גופים הנמצאים במגע נעים זה ביחס לזה, ניתקים אתרי האיחוי, ונוצרים אתרי איחוי רגעיים חדשים. וכך, במהלך תנועה יחסית בין הגופים, משתנה ללא הרף מקומם של אתרי האיחוי. כוח החיכוך שבין שתי מתכות הוא הכוח הדרוש לנתק את האיחויים הזעירים האלה.

במה תלוי גודלו של כוח החיכוך הקינטי?

אם נערוך ניסויים בזוגות שונים של חומרים המחליקים זה על זה, נמצא לגבי כל זוג, שגודלו של f_k נמצא בקירוב מצויין ביחס ישר לגודלו של כוח הנורמלי N;

$$f_k \propto N \qquad (5)$$

הסיבה להגדלת החיכוך עם הגדלת הכוח הנורמלי: כאשר הכוח הנורמלי גדל, גדל גם שטח המגע המיקרוסקופי שבין שני החומרים (איור 46) ובתוצאה מכך גדל כוח החיכוך הקינטי.



א. משטחיהם של שני גופים מתכתיים

ב. האדהזיה בין שני המשטחים היא מקור של כוח החיכוך

ג. כאשר שני הגופים נלחצים יותר זה לזה – אתרי המגע המיקרוסקופיים גדלים לכן החיכוך גדל

נהפוך את היחס הישר (5) לשוויון בעזרת קבוע פרופורציה: $f_k = \mu_k N$

μ_k מכונה מקדם החיכוך הקינטי או מקדם חיכוך ההחלקה, והוא מספר טהור (כלומר חסר יחידה), כיוון שהוא שווה ליחס בין שני גדלי כוחות. μ_k תלוי בסוגי החומרים מהם עשויים הגופים המחליקים (ראו טבלה 2).

החומרים	μ_k	μ_s*
פלדה על פלדה	0.6	0.7
פלדה על אלומיניום	0.5	0.6
פלדה על נחושת	0.4	0.5
נחושת על ברזל יציקה	0.3	1.1

החומרים	μ_k	μ_s
נחושת על זכוכית	0.5	0.7
מגלשי סקי על שלג ב-$-10°C$	0.2	0.2
מגלשי סקי על שלג ב-$0°C$	0.05	0.1
גומי על בטון	≈1	≈1

טבלה 2: ערכים אופייניים (בלבד) של מקדמי חיכוך המתאימים ל"חיכוך יבש"

* נדון ב- μ_s המשך.

μ_k כמעט ואינו תלוי בגורמים אלה:

1. במידת הליטוש, כל עוד הגופים אינם מחוספסים מאוד או מלוטשים ליטוש יתר. ליטוש יתר, בעיקר אם הוא מתבצע בריק, עשוי להתבטא בעליה חדה ב- μ_k.
2. במהירות היחסית בין הגופים, כל עוד אין מדובר במהירויות נמוכות או גבוהות מאוד.
3. בשטח המגע (המקרוסקופי) בין הגופים. כאשר בוחנים תנועת תיבה ממתכת על משטח מתכתי, מסתבר, כי החיכוך בין התיבה למשטח כמעט ואינו תלוי בשאלה האם התיבה מחליקה על פאתה הגדולה או הקטנה.

נסביר את ג: המגע בין הגוף למשטח מתרחש רק בקצותיהן של גבשושיות הגוף הנמצאות במגע עם קצות גבשושיות של המשטח, כלומר בזוגות של גבשושיות. הכוח הנורמלי לוחץ כל גבשושית כנגד חברתה, ושתיהן נמעכות במידה מסוימת. כאשר הגוף מונח על פאתו הגדולה, גבשושיות רבות יותר נמצאות במגע, אך שטחו של כל אתר מגע קטן. כאשר הגוף מונח על פאתו הקטנה, פחות גבשושיות נמצאות במגע, אך שטח המגע של כל זוג הוא גדול יותר. בתוצאה הסופית, סכום שטחי המגע המיקרוסקופיים שווה בקירוב בשני המקרים. מכאן שעוצמת האדהזיה שווה בקירוב, לכן כוח החיכוך שווה בקירוב, ואינו תלוי בגודל שטח המגע המקרוסקופי שבין שני הגופים. נסכם:

כוח החיכוך הקינטי

ברמה המיקרוסקופית תופעת החיכוך סבוכה, אולם ברמה המקרוסקופית מתקיים כלל אמפירי פשוט:

גודלו של כוח החיכוך בין שני משטחים יבשים המחליקים אחד על השני, נמצא ביחס ישר לגודלו של הכוח הנורמלי הלוחץ אותם זה לזה, תלוי בסוג החומרים המתחככים, ובקירוב טוב אינו תלוי בגורמים אחרים.

בלשון מתמטית:

$$f_k = \mu_k \cdot N \qquad (6)$$

כיוון כוח החיכוך הקינטי הפועל על אחד הגופים מנוגד לכיוון התנועה של גוף זה ביחס לגוף השני.

נדגיש כי בקשר (6) מופיעים גודלי הווקטורים f_k ו-N, ולא הווקטורים עצמם; הווקטורים מאונכים זה לזה, לכן אי אפשר לכתוב שווקטור כוח החיכוך שווה למכפלה של סקלר בווקטור הכוח הנורמלי.

דוגמה 8: ספר נמשך באמצעות כוח אופקי על משטח אופקי

אדם מושך ספר שמשקלו 40 ניוטון, בכוח אופקי שכיוונו ימינה וגודלו 30 ניוטון. בהשפעת כוח זה הספר נע במהירות קבועה על שולחן אופקי. חשבו את מקדם החיכוך הקינטי בין הספר לפני השול־חן.

פתרון:

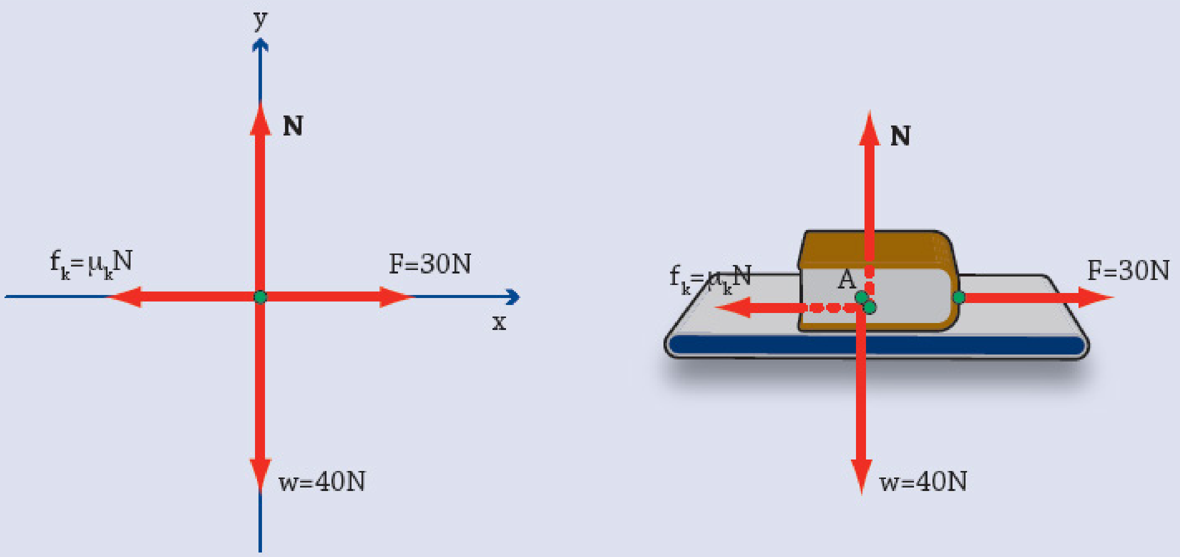
תרשים כוחות על הגוף ומערכת צירים: הכוחות הפועלים על הספר: כוח F שהאדם מפעיל ימינה; כוח נורמלי N שהשולחן מפעיל כלפי מעלה; כוח חיכוך קינטי שגודלו $f_k = N\mu_k$ שהשולחן מפעיל על הגוף בכיוון מנוגד לתנועתו, כלומר שמאלה; והמשקל w שהארץ מפעילה על הספר כלפי מטה (איור 47א). נבחר מערכת צירים (איור 47ב) ונסרטט בה את הכוחות.

תנאי להתמדה: הספר נע במהירות קבועה לכן–

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F - N\mu_k = 0 \qquad (א)$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N - w = 0 \qquad (ב)$$

אחרי הצבת הערכים המספריים הנתונים במערכת משוואות (א) ו-(ב) מתקבל $\mu_k = 0.75$



א. תרשים כוחות הפועלים על הספר

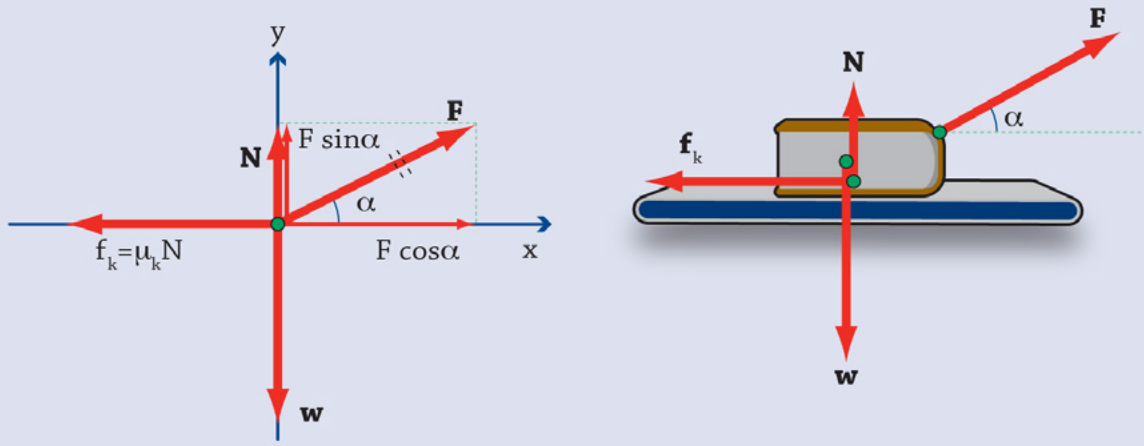
ב. הצגת הכוחות במערכת צירים

דוגמה 9: ספר נמשך באמצעות כוח משופע על משטח אופקי

ספר שמשקלו 20 ניוטון נמשך במהירות קבועה על-ידי כוח F הנטוי בזווית $\alpha = 30°$ מעל משטח שולחן. מקדם החיכוך הקינטי בין הגוף לשולחן הוא 0.4. חשב את גודלו של F.

פתרון:

איור 48א הוא תרשים כוחות הפועלים על הספר. באיור 48ב מוצגים הכוחות במערכת צירים. הכוח היחיד שאינו בכיוון אחד הצירים הוא F; נמיר אותו בשני רכיביו הקרטזיים: $F_x = F\cos\alpha$; $F_y = F\sin\alpha$.



א. תרשים כוחות הפועלים על הספר

ב. הצגת הכוחות במערכת צירים

איור 48: תרשימי דוגמה 9

תנאי להתמדה: הספר נע במהירות קבועה לכן:

(א) $0 = N\mu_k - \cos\alpha F \Leftarrow 0 = \Sigma F_x$

(ב) $0 = w - F\sin\alpha + N \Leftarrow 0 = \Sigma F_y$

התרת משוואות: נבטא את N ממשוואה (ב), ונציב את הביטוי שמתקבל במשוואה (א). לאחר כמה פעולות

אלגבריות נקבל:

$$F = \frac{\mu_k w}{\cos\alpha + \mu_k \sin\alpha}$$

נציב את הנתונים ונקבל $F \approx 7.5$ N.

הערה: בדוגמה זו הכוח הנורמלי שהמשטח מפעיל על הטף קטן מכוח הכובד שהארץ מפעילה עליו. אפשר לראות זאת מנוסחה (ב), וגם כך: אילו בכיוון הציר y הכוחות N ו-w היו הכוחות היחידים - הם היו שווים בגודלם (בתוקף העובדה שאין תאוצה בכיוון הציר y). כיוון שלכוח F יש רכיב כלפי מעלה, הוא מקזז חלק מהמשקל w, והכוח הנורמלי "מתאים את עצמו" ומקזז את שארית המשקל.

דוגמה 10: גוף מחליק במהירות קבועה על משטח משופע

תלמיד מניח ספר על שולחן, מרים צד אחד של השולחן, ומגלה כי בזווית מסוימת θ, הספר מחליק במורד השולחן במהירות קבועה. בטאו באמצעות θ את מקדם החיכוך הקינטי, μ_k, בין הספר לבין השולחן.

פתרון:

תרשים כוחות הפועלים על הספר ומערכת צירים: באיור 49 מוצרים הכוחות הפועלים על הספר. נוסיף לתרשים הכוחות מערכת צירים. לשם נוחיות נבחר את הציר x בכיוון תנועת הספר. הכיוון החיובי של הציר y יהיה בכיוון הכוח הנורמלי. בבחירה זו שניים מבין שלושת הכוחות הפועלים על הספר פועלים לאורך הצירים. נמיר את המשקל w בשני רכיביו הקרטזיים. הזווית בין וקטור המשקל w לציר y שווה ל-θ (ראה דוגמה 7).

תנאי התמדה: הספר נע במהירות קבועה לכן-

(א) $0 = N\mu_k - \sin\theta\, w \Leftarrow 0 = \Sigma F_x$

(ב) $0 = \cos\theta\, w - N \Leftarrow 0 = \Sigma F_y$

התרת המשוואות: אחרי "העברת" מחוברים מאגף לאגף בכל אחת משתי משוואות (א) ו-(ב) נקבל:

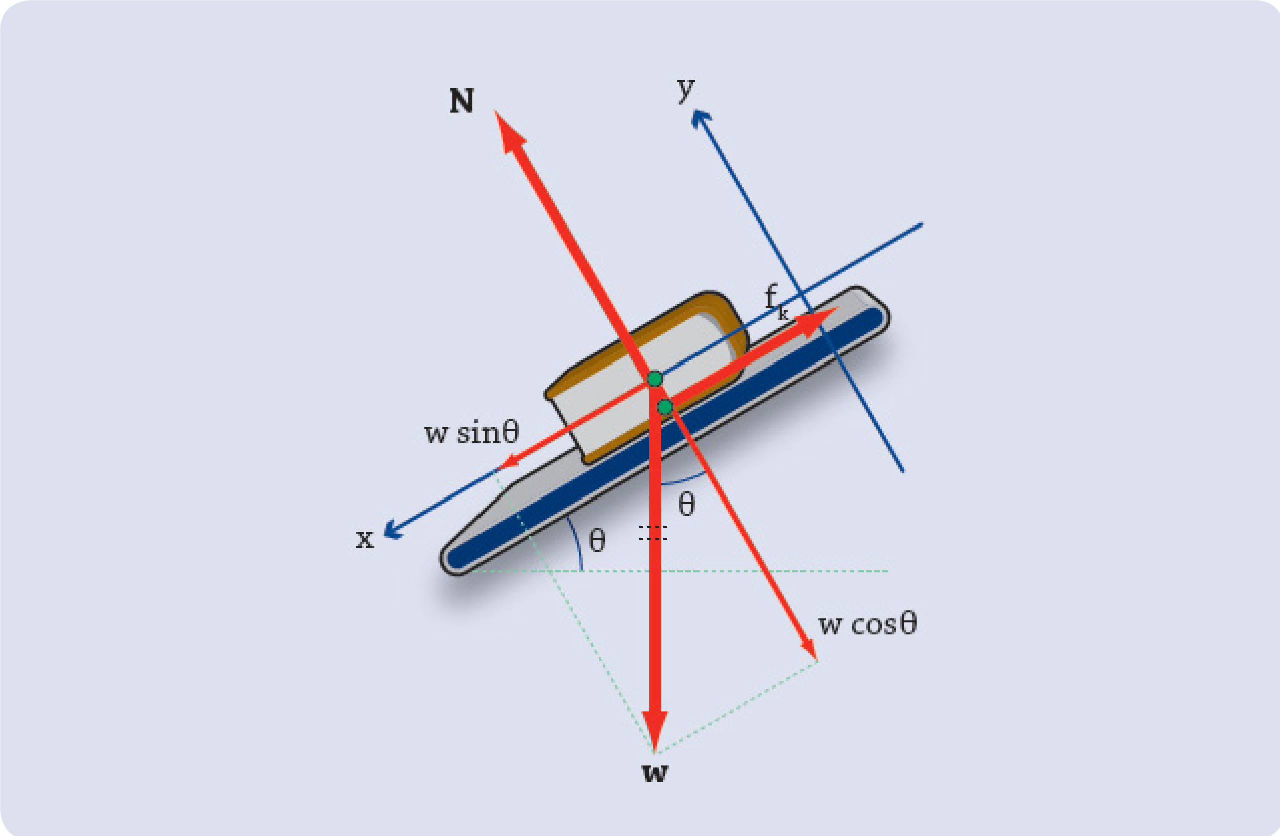
(א') $N\mu_k = \sin\theta\, w$

(ב') $N = \cos\theta\, w$

את משוואה (א') במשוואה (ב'); w ו-N מצטמצמים. נשתמש בזהות הטריגונומטרית $\frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \tan\theta$ ונקבל לבסוף:

$\tan\theta = \mu_k$

התוצאה שהתקבלה מפתיעה משהו, משום שהיא אומרת שזווית השיפוע של השולחן המאפשרת תנועה שוות מהירות אינה תלויה במשקל הגוף, אלא רק במקדם החיכוך הקינטי בינו לבין המשטח.



ד. חיכוך סטטי

באיור 5א מוצג גוף A נח על משטח B והכוחות הפועלים עליו. נניח שקושרים לגוף A גומיה, ומגדילים בהדרגה את המתיחות T (איור 5ב). כל עוד המשיכה אינה גדולה מדי, נותר הגוף במנוחה, כי בכיוון אופקי המשטח מפעיל על הגוף כוח חיכוך סטטי f_s בכיוון מנוגד לכוח T_1 ש"מנסה" להזיז את הגוף. כמו-בן שלשני הכוחות גדלים שווים $T_1 = f_s$.

כשמגדילים את הכוח T, כוח החיכוך הסטטי גדל בהתאמה, עד שמגיעים לערך גבולי (איור 5ג) והגוף נמצא על סף התנועה - כל הגדלה שלד תגרום לגוף להיעתק ממקומו ולהתחיל לנוע. לכוח החיכוך הס-טטי f_s יש, אם כן, ערך מרבי שיסומן ב- $f_{s,max}$.

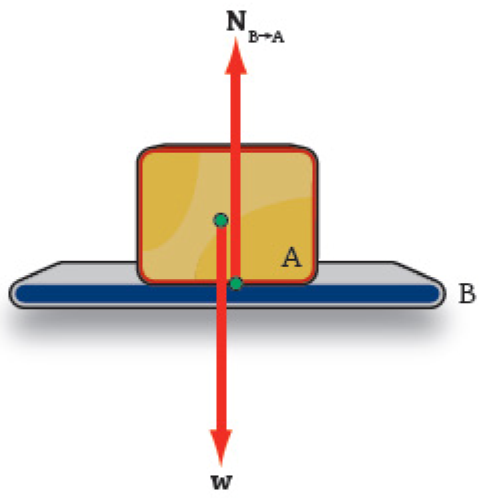
כאשר מדובר בשני גופים מתכתיים, $f_{s,max}$ שווה בגודלו לכוח T_2 הדרוש כדי לנתק את האיחויים הנוצרים בין גבשושיות הגופים, כשאין תנועה יחסית ביניהם. ניסויים מראים כי לזוג משטחים מסוים ערכו של $f_{s,max}$ נמצא בקירוב מצויין ביחס ישר לגודל הכוח הנורמלי N הפועל על שני הגופים:

$$f_{s,max} \propto N$$

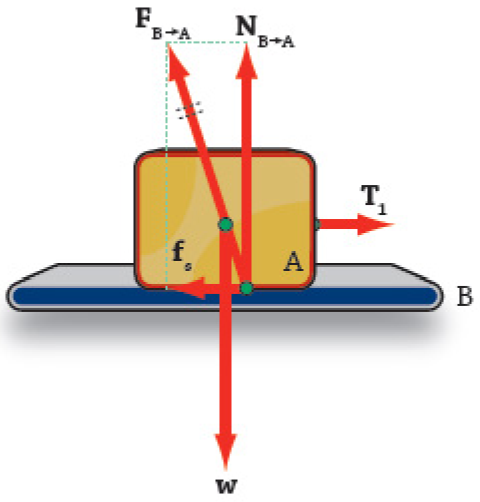
נוסיף קבוע פרופורציה:

$$f_{s,max} = \mu_s N \qquad (7)$$

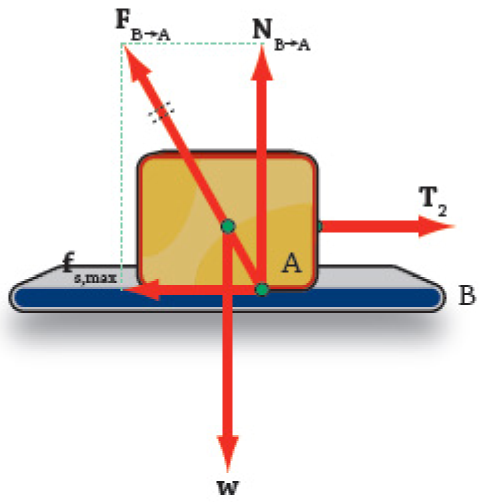
μ_s מכונה מקדם החיכוך הסטטי. μ_k מספר טהור, התלוי בסוגי החומרים מהם עשויים שני הגופים. בדו-מה למקדם החיכוך הקינטי, הוא בקירוב טוב אינו תלוי במידת הליטוש ובשטח המגע (המקרוסקופי) בין הגופים. נדגיש כי שוויון (7) מבטא את ערכו של כוח החיכוך הסטטי המרבי, כלומר את כוח החיכוך הפועל על גוף הנמצא על סף תנועתו. בדוגמה המתוארת באיור 5 ראינו כי החיכוך הסטטי תלוי בכוח הנגדי T; הוא ה"מתאים את עצמו" לכוח הנגדי כך שלא תהיה תנועה יחסית בין שני הגופים. מבחינה זו הוא דומה לכוח הנורמלי ה"מתאים את עצמו" כך שלשני הגופים לא תהיה תנועה יחסית בכיוון ניצב למשטחים.



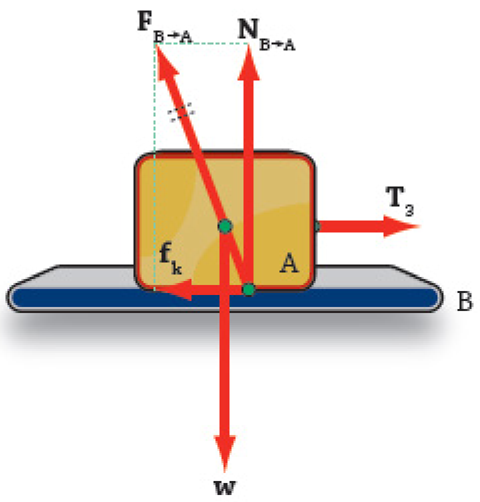
א. הגוף במנוחה



ב. הגוף במנוחה



ג. הגוף במנוחה על סף התנועה



ד. הגוף בתנועה

כוח חיכוך סטטי

כאשר גוף אינו נע ביחס למשטח שאיתו הוא נמצא במגע, אזי גודלו של כוח החיכוך הסטטי מקיים:

$$0 \le f_s \le \mu_s N \qquad (8)$$

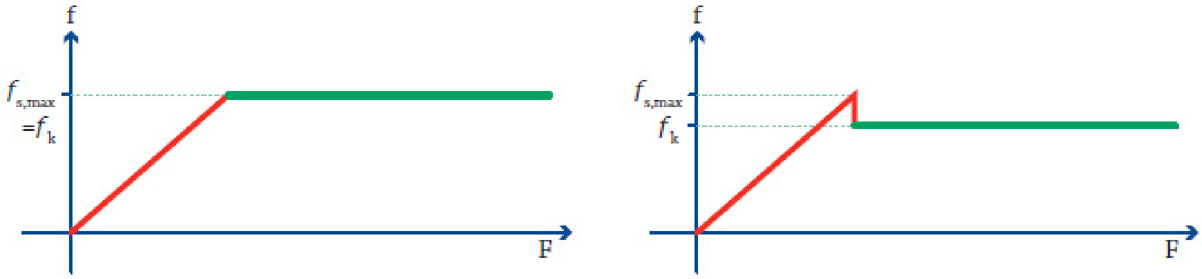
כאשר הגוף על סף התנועה מתקיים שוויון . $f_{s,max} = \mu_s N$

כאשר פועל כוח חיכוך סטטי על גוף שאינו על סף התנועה – מתקיים אי-השוויון: $f_s < \mu_s N$.

הערות:

1. כאשר הגוף אינו על סף התנועה אי אפשר לחשב את f_s מ- (8), אלא מתנאי ההתמדה.
2. עבור זוג מסוים של חומרים, μ_s אינו יכול להיות קטן מ- μ_k (בחנו מה היה קורה אילו μ_s היה קטן מ- μ_k). מניסויים מתברר כי μ_s אף גדול מ- μ_k (ראה טבלה 2). כלומר כוח החיכוך הקינטי קטן מכוח החיכוך הסטטי הפועל על הגוף בהיותו על סף התנועה, כמתואר באיורים 50ג,ד.

באיור 51א מתואר גודלו (f) של כוח החיכוך הפועל על גוף כפונקציה של גודל כוח הפועל בכיוון המקביל למשטחי המגע בין הגופים המתחככים (F): בתחילה, כאשר הגוף במנוחה - f הולך וגדל ככל ש- F גדל. זה המצב עד שכוח החיכוך (הסטטי) מגיע לערכו המרבי (הגוף על סף התנועה). הגדלה נוספת של F גורמת לעקירת הגוף ממקומו. במצב זה החיכוך הוא קינטי, וערכו קטן מעט מכוח החיכוך הסטטי המרבי. כוח החיכוך הסטטי "מתאים את עצמו" לגודלו של הכוח F, ואילו החיכוך הקינטי קבוע בגודלו, ואינו תלוי בגודלם של כוחות אופקיים אחרים הפועלים על הגוף.



ב. בקירוב שבו $\mu_s = \mu_k$

א. כאשר $\mu_s > \mu_k$

לעתים נניח הנחת קירוב כי $\mu_s = \mu_k$, כמתואר באיור 51ב.

הכללים האמפיריים לגבי כוח החיכוך הוצגו על-ידי לאונרדו דה-וינצ'י (1452 -1519 ,Leonardo da Vinci). לאונרדו דה-וינצ'י היה אמן, ממציא וחוקר טבע איטלקי, שחי בתקופת הרנסאנס. עסק בציור בפיסול ובאדריכלות. תמונתו "מונה ליזה" היא מהמפורסמות בעולם. לאונרדו התעמק במתמטיקה ובהנדסה. חלק מרעיונותיו ומהמצאותיו הקדימו את זמנו; בתרשימיו מצויים, בין היתר, רעיונות הטנק והמסוק.

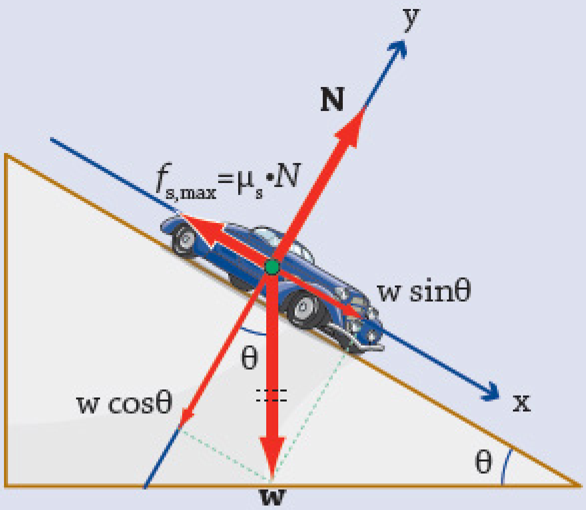
דוגמה 11: מכונית נחה על כביש משופע

מקדם החיכוך הסטטי בין צמיגי מכונית לכביש הוא 0.8. משקל המכוניות הוא w = 10,000 N.

1. חשבו את זווית השיפוע המרבית של הכביש כך שהמכונית תוכל לחנות עליו בלי שתחליק. (הניחו כי לא מתאפשר סיבוב הגלגלים – הם "נעולים").
2. מה גודלו של כוח החיכוך הסטטי אם זווית השיפוע של הכביש היא 15°?

פתרון:

1. תרשים הכוחות הפועלים על המכונית ומערכת צירים: באיור 52 מוצגים הכוחות הפועלים על המכונית, ומערכת צירים שנבחרה. θ היא הזווית המרבית המאפשרת מנוחת המכונית, לכן לחיכוך הסטטי ערך מרבי, דהיינו $f_{s,max} = \mu_s N$ בכיוון מעלה הכביש. שניים מבין שלושת הכוחות פועלים לאורך הצירים. נחליף את המשקל w



2. בשני רכיביו הקרטזיים:

$$w_y = w\cos\theta \ ;\ w_x = w\sin\theta$$

תנאי להתמדה של המכונית הנחה:

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow w\sin\theta - \mu_s N = 0 \qquad (א)$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N - w\cos\theta = 0 \qquad (ב)$$

בדרך דומה לזו שבדוגמה 10, נקבל:

$$\mu_k = \tan\theta \Rightarrow \tan\theta = 0.8 \Rightarrow \theta \approx 39°$$

מכונית שמקדם החיכוך הסטטי בין צמיגיה לכביש שווה ל- 0.8, לא תחליק על פני כביש שזווית שיפועו אינה עולה על 39°. הזווית אינה תלויה במשקל המכונית.

3. בתנאים אלה המכונית אינה על סף התנועה, לכן הפעם לא נוכל לרשום ש- $f_s = \mu_s N$. במקום משוואה (א) לעיל נרשום:

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow w\sin\theta - f_s = 0 \Rightarrow f_s = w\sin\theta$$

$$f_s = 10{,}000 \cdot \sin 15° \approx 2588.5 \text{ N}$$

גודלו של כוח החיכוך הסטטי הוא 2,588.2 ניוטון.

ה. גלגלת

לעתים משתמשים בגלגלת כדי לשנות את כיוונו של חוט מתוח. אפשר להוכיח (ולא נעשה זאת) כי:

גלגלת נטולת חיכוך משנה את כיוונו של חוט מתוח, ועל ידי כך משנה את כיוון פעולת כוח המתיחות, אולם אינה משנה את המתיחות.

עובדה זו אינה נכונה כאשר מדובר במצב שבו יש חיכוך בין החוט לבין הגלגלת. מכאן ואילך נשתמש בקביעה הרשומה במסגרת לעיל.

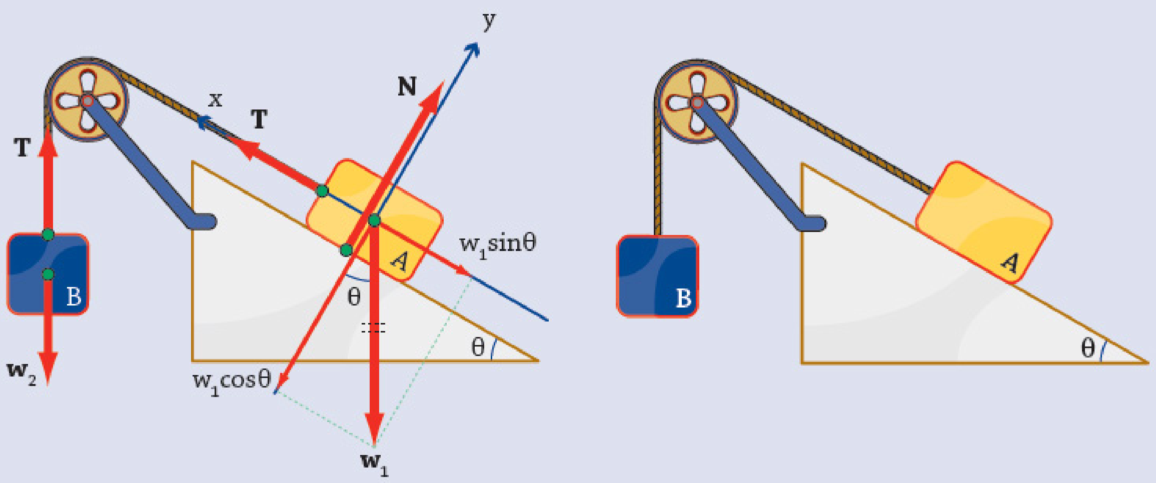
דוגמה 12: גוף על משטח משופע קשור למשקולת

גוף A שמשקלו w_1 מונח על משטח שזווית שיפועו θ. גוף זה קשור באמצעות חוט העובר על פני גלגלת לגוף B, כמתואר באיור 53א. המערכת אינה מואצת. הניחו כי משקל החוט, החיכוך בין גוף A למישור המשופע, והחיכוך בין החוט לגלגלת ניתנים להזנחה. בטאו את גודל משקל הגוף B, w_2, באמצעות נתוני השאלה.

פתרון:

נתבונן בגוף A: הכוחות הפועלים עליו (איור 53ב) הם משקלו w_1, הכוח הנורמלי N, וכוח המתיחות T. T פועל על A בכיוון מעלה המדרון. שלושת כוחות אלה צריכים לקיים את התנאי להתמדה. הכוח N אינו ידוע, אך גם אינו מבוקש ואינו משפיע על גודלם של הכוחות האחרים (כי אין חיכוך). לכן נבחר ציר x ניצב לכוח N בכיוון מעלה המדרון, ואז המשוואה הנובעת מתנאי ההתמדה בכיוון הציר x לא תכלול את N. בכיוון הציר x פועלים כוח המתיחות שגודלו T, והרכיב $w_{1,x} = w_1 \sin\theta$ של המשקל, ומתקיים:

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow T - w_1 \sin\theta = 0 \qquad \text{(א)}$$



ב. תרשימי כוחות

א. המערכת

נתבונן בגוף B: באיור 53ב מופיעים גם הכוחות הפועלים על גוף זה. גוף B מצוי במצב התמדה, לכן:

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow T - w_1 = 0 \qquad \text{(ב)}$$

ממשוואות(א) ו-(ב) נובע כי: $w_2 = w_1 \sin\theta$.

תרגיל:

א. בחנו אם בתוצאה שהתקבלה, שוות יחידות אגף שמאל ליחידות אגף ימין.

ב. בחנו אם התוצאה שהתקבלה מתאימה למצבים: $\theta=0$ ו-$\theta=90°$.

שאלות, תרגילים ובעיות

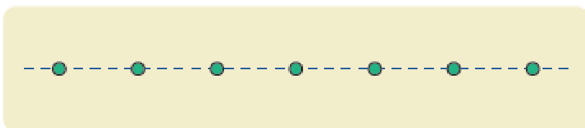
תרגילים מותאמים לסעיפי הפרק

תרגילים 1- 37 ממויינים על-פי סעיפי הפרק והם נועדו בעיקר לתרגול החומר המופיע באותם סעיפים. תרגילי סיכום אינטגרטיביים מופיעים אחרי תרגילים אלה.

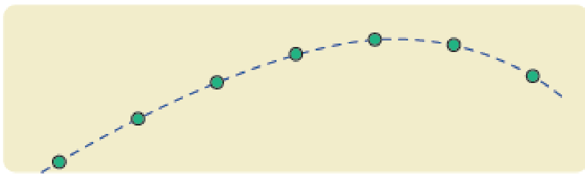
הניחו כי ניתן להזניח חיכוך בין חוטים לבין גלג־לות שעליהן החוטים כרוכים.

סעיף 3: מצבם של גופים שאינם נתונים להשפעת כוחות חיצוניים

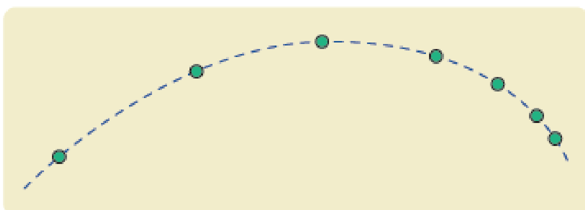
1. אוטובוס נוסע במהירות קבועה. בהתקר־בו לרמזור אדום, לוחץ הנהג על הבלמים.
   1. מדוע מזוודה המונחת בין שני טורי המו־שבים "נזרקת" קדימה בעת הבלימה? האם כוחות חיצוניים "זרקו" אותה קדימה?
   2. מדוע נעצרת המזוודה לבסוף?
2. הסבירו את:
   1. תפקידה של חגורת הבטיחות במכונית.
   2. תפקידה של משענת הראש במכונית.
3. לפניכם תרשימי עקבות של שלושה גופים במרווחי זמן שווים. איזה (או אילו) מבין הגופים מתמיד במצבו?



גוף א

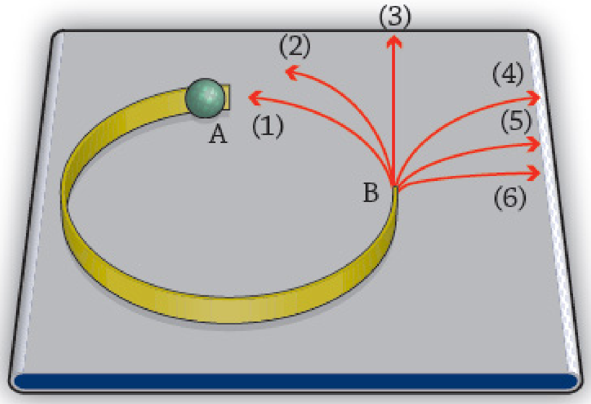


גוף ב



גוף ג

4. כיצד תסיקו בעזרת החוק הראשון של ניוטון כי פועל כוח על:
   1. גוף הנופל חופשית?
   2. הירח החג סביב כדור הארץ?
5. באיור מתואר חישוק המונח על שולחן אופקי ומחובר אליו. כדור מובא לקצה A של החי־שוק, ומוקנית לו מהירות התחלתית. הכדור נע לאורך דופן החישוק, מתנתק מהחישוק בקצה B, וממשיך לנוע על פני השולחן. החיכוך בין השולחן והכדור ניתן להזנחה.



איזה מבין מסלולים(1) – (6) מתאר את מסלול התנועה של הכדור על פני השולחן? נמקו.

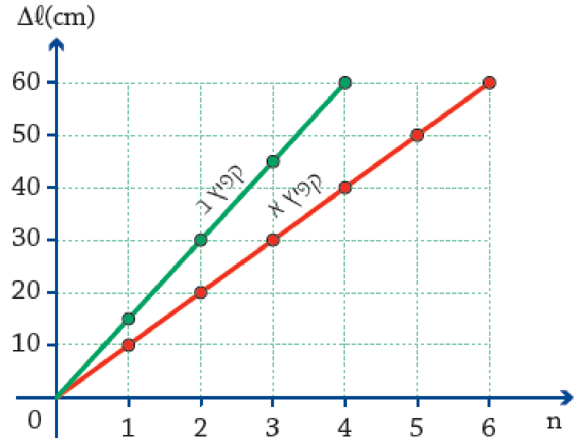
6. יעל בת השלוש הכניסה חרוז לתוך צינורית ישרה, שקצה אחד שלה אטום. קוטר החרוז שווה לקוטר הפנימי של הצינורית. משלא הצליחה יעל להוציא את החרוז, נטל אביה את הצינורית, והיכה בה בפני השולחן, כך שפתח הצינורית פנה מטה ופגע בשולחן. במהלך המכה החרוז ניתז והגיע עד פתח הצינורית. הסבירו מדוע.

סעיף 4: כוח ומדידתו

7. הביאו דוגמאות לשימוש במונח "כוח" בחיי היום-יום במשמעות שונה מזו שב־פיזיקה.

8. לרשותם של תלמידים עמדו שני קפי־צים – א ו-ב, משקולות בנות 3 N כל אחת, וסרגל.

כדי לחקור את תכונות הקפיצים, תלו התלמידים משקולות על כל קפיץ, ורשמו בכל פעם את מספר המשקולות התלויות, n, ואת התארכות הקפיץ, $\Delta\ell$, שהתקבלה. באיור מוצג גרף של $\Delta\ell$ כפונקציה של n.



1. איזה משני הקפיצים נוקשה יותר? נמקו.

2. חשבו את קבוע הכוח של כל אחד משני הקפיצים. האם לקפיץ הנוקשה מתאים קבוע כוח קטן או גדול יותר?

3. קפיץ א מתארך ב-25 cm כאשר התלמיד תלה עליו גוף מסוים. מהו משקלו של גוף זה?

9. כוח בן 2 N גורם להתארכותו של קפיץ בשיעור של 0.1 cm מעבר למצבו הרפוי.

איזה גודל פיזיקלי מייצג היחס 0.1 / N ? 2 cm

סעיף 5: חיבור כוחות

10. שני כוחות F_1 ו-F_2 שגודליהם 100 N ו-75 N בהתאמה, פועלים על גוף. הזווית בין הכוחות $45°$. חשבו את גודלו של הכוח השקול, ואת הזווית שהוא יוצר עם הכוח F_1.

11. גודלו של הכוח F_1 הוא 20 N הפועל בכיוון החיובי של הציר x. איזה כוח יש לחבר ל-F_1, כדי שהכוח השקול יהיה בן 15 N, בכיוון החיובי של הציר y ?

12. על גוף הנמצא על הציר x פועל כוח N שגו־דלו 10 ניוטון וכיוונו יוצר זווית בת $30°$ עם הציר ברביע הראשון.

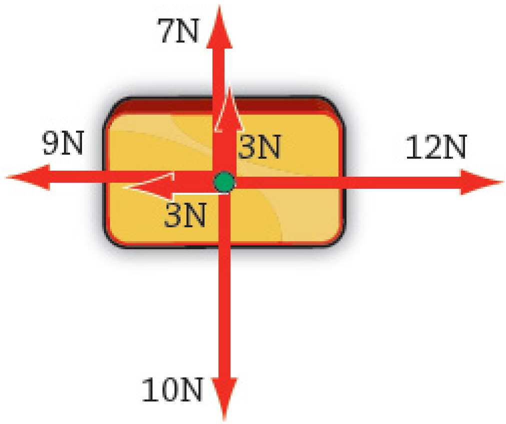
1. הראו כי יש אינסוף כוחות שאפשר להפעיל על הגוף, כך שהשקול של כל אחד מהם ו- F_1 יהיה בכיוון הציר x.

2. מהו הכוח המינימלי שיש להפעיל על הגוף יחד עם F_1 כך שהשקול יהיה בכיוון הציר x?

13. על גוף פועלים שני כוחות השווים בגודלם. גודלו של כל אחד משני הכוחות יסומן ב- F. מהי הזווית בין שני הכוחות, אם גם גודלו של הכוח השקול להם שווה ל-F?

סעיף 6: התמדה

14. באיור מוצג גוף וכל הכוחות הפועלים עליו.



האם הגוף מתמיד במצבו? אם כן, האם אפשר לקבוע, על פי המידע הנתון, אם הגוף נח או נע? הסבירו.

15. ספינה שטה מזרחה במסלול ישר, במהירות שגודלה 4 מ'\ש'. מלח הניצב בראש תורן שגו־בהו 3 מ' מעל הסיפון, משחרר כדור מידיו.

1. מהו המרחק בין ההיטל על הסיפון של הנ־קודה ממנה שוחרר הכדור, לנקודת פגיעתו בסיפון, אם התנגדות האוויר ניתנת להזנחה?

2. אם התנגדות האוויר לתנועת הכדור אינה ניתנת להזנחה, האם נקודת הפגיעה תהיה מזרחית לנקודת הפגיעה שמצאתם בסעיף א או מערבית לה? נמקו.

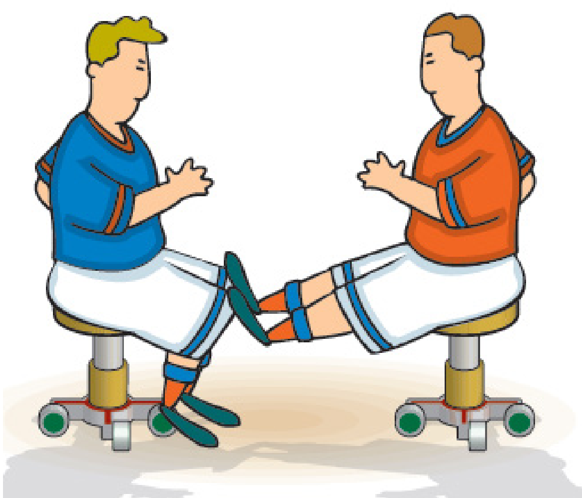
16. על-פי החוק הראשון של ניוטון, כאשר לא פועלים כוחות על גוף נע, הגוף מת־מיד בתנועתו. מדוע לדעתכם חלק גדול מהאנשים (בעיקר כאלה שלא למדו את הנושא) טוענים כי כאשר לא פועלים כוחות על גוף נע הוא מגיע למנוחה?

17. נניח שאתם עומדים ברכבת הנוסעת צפו־נה, וצרור מפתחות נשמט מידכם. ההיטל על רצפת הרכבת של הנקודה שממנה נשמט הצרור יסומן ב-A האם צרור המ־פתחות פוגע ברצפת הרכבת בנקודה A, צפונית לה או דרומית לה, כאשר:

1. הרכבת נעה בתנועה שוות-מהירות?
2. הרכבת מגבירה את גודל מהירותה?
3. הרכבת מקטינה את גודל מהירותה?

סעיף 7: אינטראקציה בין שני גופים

18. שני תלמידים יושבים על כסאות משר־דיים זהים. משקלו של תלמיד א הוא 900 ניוטון, ושל תלמיד ב 800 ניוטון. תלמיד א מניח את כפות רגליו על ברכיו של תלמיד ב, ולפתע מיישר את רגליו. כתוצאה מכך שני התלמידים נעים עם כסאותיהם.



איזה מבין המשפטים שלפניכם הוא הנכון?

(1)תלמיד א הפעיל כוח על ב, אך ב לא הפעיל כוח על א.

(2)כל אחד מהתלמידים הפעיל כוח על האחר, אך תלמיד ב הפעיל כוח גדול יותר.

(3)כל אחד מהתלמידים הפעיל כוח על האחר, אך תלמיד א הפעיל כוח גדול יותר.

(4)התלמידים הפעילו כוחות האחד על האחר; הכוחות שווים בגודלם.

19. על-פי החוק השלישי של ניוטון, כאשר משאית מתנגשת חזיתית במכונית קטנה - שתי המכוניות מפעילות זו על זו כוחות שווים בגודלם.

מדוע לדעתכם חלק גדול מהאנשים (בעיקר כאלה שלא למדו את הנושא) אומרים שהמ־שאית מפעילה כוח גדול יותר?

20. כוחות אינטראקציה (כוחות "פעולה" ו"תגובה") פועלים (בחרו במשפט הנכון):

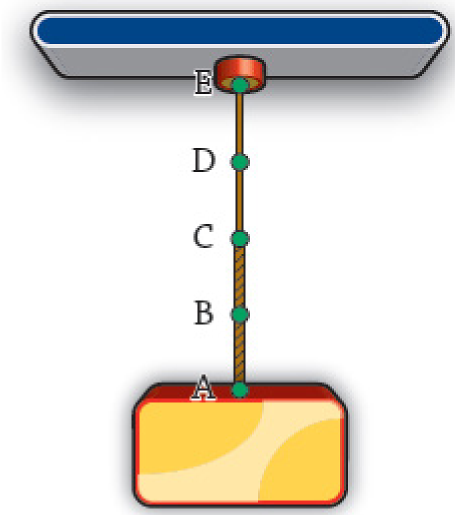
(1)תמיד על אותו גוף.

(2)תמיד על שני גופים שונים.

(3)לעתים על אותו גוף, ולעתים על שני גופים שונים.

סעיף 8.1: כוח מתיחות

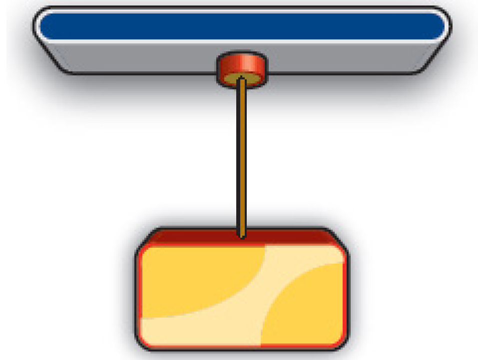
21. גוף שמשקלו 10 ניוטון תלוי על חבל אחיד AC שמשקלו 3 ניוטונים. B אמצע החבל. החבל קשור לחוט CE, אשר קשור לתקרה. הנקודה D היא אמצע החוט. משקל החוט ניתן להזנחה.



1. מהן מתיחויות החבל בקצותיו A ו- C, ומהי המתיחות בחתך רוחב ב-B?
2. מהן מתיחויות החוט בקצותיו C ו- E, ומהי המתיחות בחתך רוחב ב-D?
3. האם החבל מאופיין על ידי ערך אחד של מתיחות? הסבירו.

האם החוט מאופיין על ידי ערך אחד של מתי־חות? הסבירו.

22. גוף שמשקלו 2 ניוטון תלוי במנוחה על חוט הקשור לתקרה. הניחו כי משקל החוט ניתן להזנחה.



השלימו את המשפטים שלפנים:

1. כוח בן 2 פוטונים מופעל על הגוף כלפי מטה על- ידי ______.
2. התגובה לכוח המוזכר בסעיף (א) היא כוח בן ______ ניוטונים המופעל על ______ על-ידי ______ וכיוונו ______.
3. על הגוף מופעל כוח כלפי מעלה שגודלו ______ ניוטונים על-ידי _______.
4. העובדה כי הכוחות המוזכרים בסעי־פים (א) ו-(ג) שווים ומנוגדים נובעת מ _______.
5. על החוט מופעל כוח כלפי מטה על-ידי ______ וגודלו _______.
6. העובדה כי הכוחות המוזכרים בסעי־פים (ג) ו- (ה) שווים ומנוגדים נובעת מ ______.
7. על החוט מופעל כוח כלפי מעלה שגודלו ______ ניוטונים על-ידי ______.
8. העובדה כי הכוחות המוזכרים בסעיפים (ה) ו-(ז) ______ שווים ומנוגדים נובעת מ _____.
9. התגובה לכוח המוזכר בסעיף (ז) היא כוח המופעל על ______ על-ידי ______ כיוונו כלפי ______ וגודלו ______ ניוטונים.
10. גודל הכוח השקול הפועל על החוט שווה ל ______.
11. מתיחות החוט שווה ל ______ ניוטונים.

23. המערכת המוצגת באיור נמצאת במנוחה. איזה מבין המשפטים שלפניכם הוא הנכון?

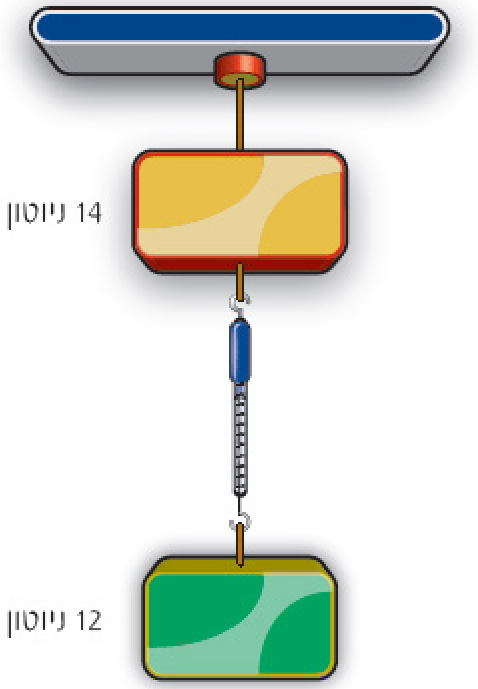
(1)הוריית הדינמומטר היא 12 N.

(2)הוריית הדינמומטר היא 13 N.

(3)הוריית הדינמומטר היא 14 N.

(4)הוריית הדינמומטר היא 26 N.

(5)המערכת אינה יכולה להיות במנוחה.



24. מאזני קפיץ תלויים על וו. אדם תולה על המאזניים תיבה שמשקלה 12 ניוטון.

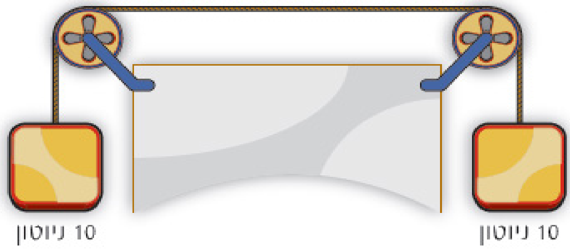
1. סרטטו את התיבה ואת כל הכוחות הפועלים עליה. ציינו לגבי כל כוח מי מפעיל אותו.
2. ענו על סעיף א לגבי המאזניים (הזניחו את משקלם).
3. אילו מהכוחות הפועלים על התיבה ועל המאזניים שווים בגודלם? ציינו מאיזה חוק נובע כל שוויון.
4. מהי הוריית המאזניים?
5. האדם מסיר את המאזניים מהוו ואת התי־בה מהמאזניים. הוא אוחז בקצות המאזניים ומושך בכל יד בכוח שגודלו 12 ניוטון. מהי הוריית המאזניים במצב זה?

25. אדם מסוגל למשוך בכוח של 90 ניוטון בכל אחת מידיו. הוא לוקח לידיו חוט הנקרע באשר המתיחות בו עולה על 150 ניוטון, אוחז בכל קצה ביד ומושך. הייקרע החוט? נמקו.

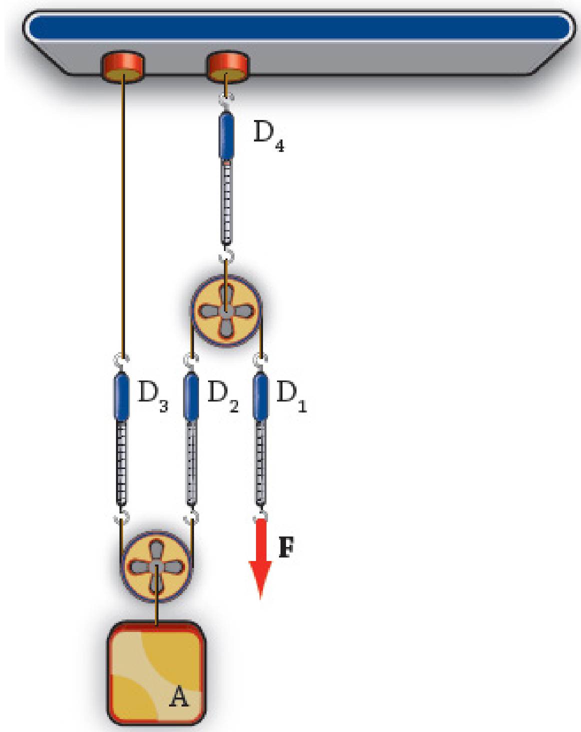
26. לכל אחד משני קצות חוט העובר על פני שתי גלגלות קשור גוף שמשקלו 10 ניוטון. משקל החוט זניח ביחס למשקל הגופים.

מתיחות החוט היא:

(1) 0 (2) 5 ניוטון. (3)10 ניוטון. (4)20 ניוטון.

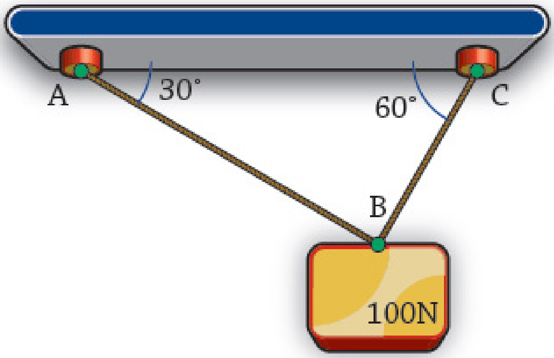


27. אדם מפעיל כוח F על דינמומטר D_1 במערכת המתוארת באיור. המערכת נמצאת במנוחה, והדינמומטר מורה 7 ניוטון. ניתן להזניח את משקלי הגלגלות, הדינמומטרים והחוטים.

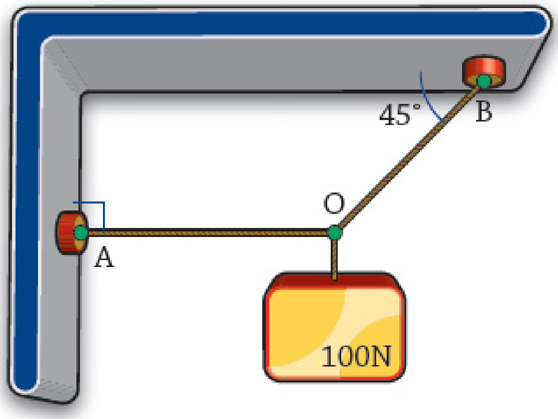


1. מהו גודל הכוח F ?
2. מהן הוראות הדינמומטרים D_3, D_2 ו- D_4 ?
3. מהו משקל הגוף A?

28. חשבו את מתיחותו של כל חוט במערכות המוצגות באיורים א ו-ב. משקלו של הגוף התלוי בכל אחת משתי המערכות הוא 100 ניוטון.

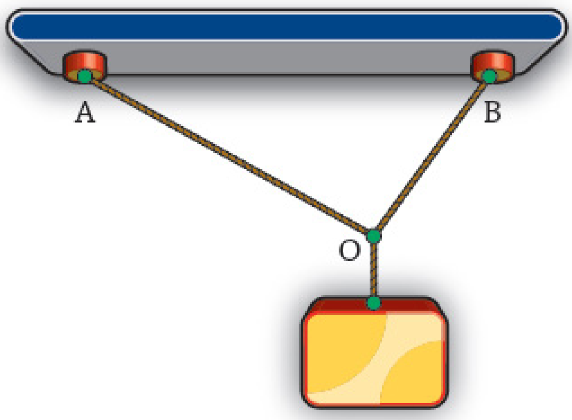


איור א



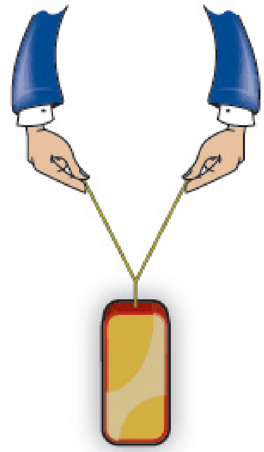
איור ב

29. שלושה נערים מסתכלים על המערכת המו־צגת באיור, שבה חבל OA ארוך מחבל OB. משקלי החבלים ניתנים להזנחה ביחס למשקל הגוף התלוי.

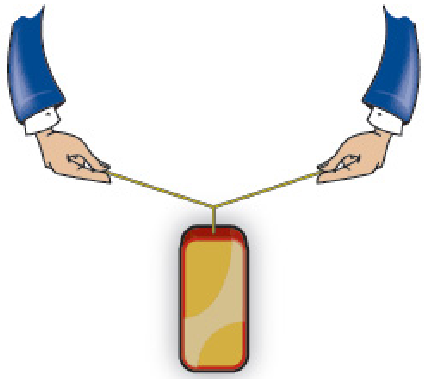


נער א טוען שמתיחות החבל הקצר גדולה יותר. נער ב טוען שמתיחות החבל הארוך גדולה יותר. נער ג טוען שאי אפשר לקבוע באיזה חבל המתיחות גדולה יותר כי חסרים נתונים. האם אחד הנערים צודק? אם כן – מי מהנערים צודק? אם לא - מהי עמדתך? נמקו.

30. תלמידה תלתה משקולת על חוט תפירה כמתואר באיור א. כאשר הרחיקה את כפות ידיה זו מזו נקרע החוט. איור ב מתאר את המצב בהרף עין לפני קריעת החוט.



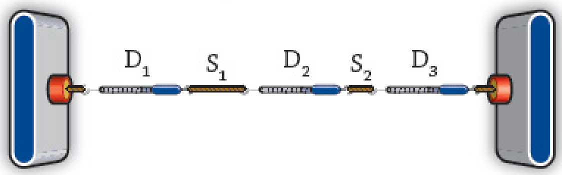
איור א



איור ב

מדוע החוט לא נקרע כבר במצב המתואר באיור א?

31. משקלם של שני החוטים והדינמומטרים המוצגים באיור ניתנים להזנחה. דינמומטר D_1 מורה 25 ניוטון.



1. על איזה ערך מורה כל אחד מהדינמומט־רים D_2 ו-D_3? הסבירו.
2. מהן מתיחויות החוטים S_1 ו-S_2?

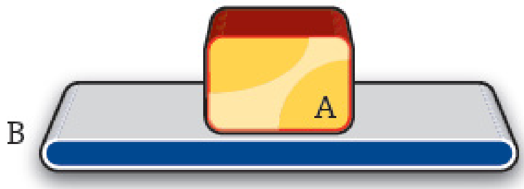
סעיף 8.2: כוח נורמלי

32. על השולחן מונח ספר שמשקלו 10 ניוטון. השלימו את המשפטים וענו על השאלות:

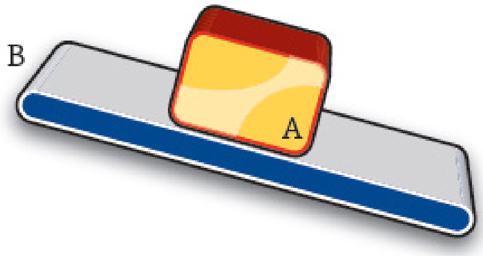
1. כוח בן 10 ניוטון מופעל כלפי מטה על הספר על ידי ______.
2. כוח בן ______ ניוטון מופעל כלפי מעלה על הספר על ידי ______.
3. האם הכוח (ב), הפועל על הספר כלפי מעלה, הוא התגובה לכוח (א), הפועל על הספר כלפי מטה? נמקו.
4. התגובה לכוח (א) הוא כוח בן ______ ניוטון המופעל על ______ על-ידי ______ וכיוונו ______.
5. התגובה לכוח (ב) היא כוח בן ______ ניוטון המופעל על ______ על-ידי ______ וכיוונו ______.
6. העובדה כי הכוחות המוזכרים בסעיפים (א) ו- (ב) שווים ומנוגדים נובעת מ ______.
7. העובדה כי הכוחות המוזכרים בסעיפים (ב) ו-(ה) שווים ומנוגדים נובעת מ ______.

33. העתיקו את התרשימים המופיעים בסעיפים א-ד, והוסיפו לכל אחד חצים המתארים את כיווניהם של כל הכוחות הנורמליים הפועלים על כל אחד מהגופים.

1. גוף A מונח על שולחן B.

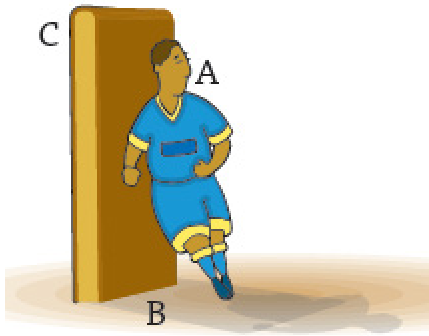


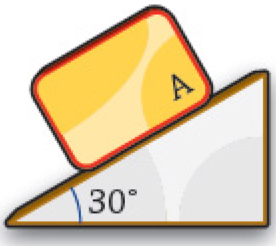
2. גוף A נמצא על שולחן נטוי B.



3. מכונית צעצוע A נוסעת על שולחן אופקי B, ודוחפת קוביה C.

4. ילד A עומד על רצפה B ונשען על קיר C.





ה

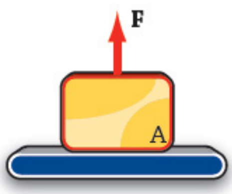
34. גוף A שמשקלו 20 ניוטון מונח על שולחן אופקי. גוף B שמשקלו 10 ניוטון מונח על גוף A.

1. סרטטו את גוף B, ואת כל הכוחות הפו־עלים עליו. השלימו את הטבלה שלפניכם עבור כל הכוחות הפועלים על גוף B. ציינו כיצד קבעתם את גודלו של כל כוח.

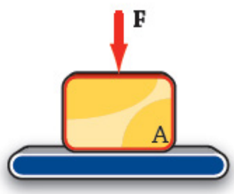
שם הכוח	הגוף המפעיל את הכוח	כיוון הכוח	גודל הכוח (N)

2. ענו על סעיף א לגבי הגוף A.

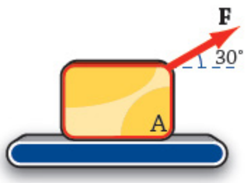
35. חשבו את גודל הכוח הנורמלי שמופעל על גוף A על ידי המשטח שעליו הוא מונח. משקל הגוף A הוא 10 N. גודל הכוח F הוא 8 N.



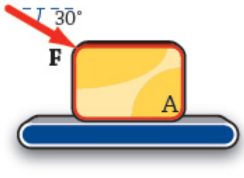
א



ב



ג



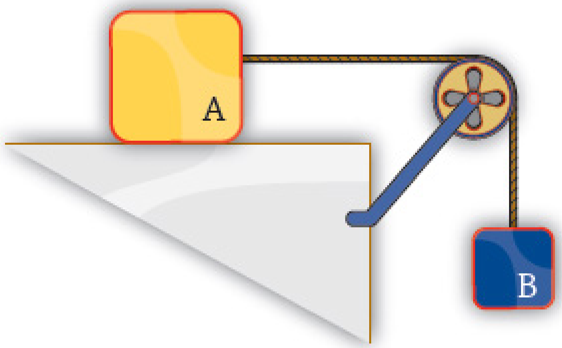
ד

סעיף 8.4: כוח חיכוך

36. גוף שמשקלו 10 ניוטון מונח על משטח אופקי. מקדם החיכוך בין הגוף והמשטח הוא 0.3. (הזניחו את ההבדל בין הערכים של מק־דמי החיכוך הסטטי והקינטי).

1. מהו גודלו של כוח החיכוך הפועל על הגוף?
2. מה יהיה גודלו של כוח החיכוך אם כוח אופ־קי שגודלו 2 ניוטון יופעל על הגוף?
3. מהו גודלו של הכוח האופקי הדרוש להביא את הגוף לידי תנועה?
4. מה יהיה גודלו של כוח החיכוך אם כוח אופקי בן 5 ניוטון יופעל על הגוף? האם הגוף יתמיד במצבו?

37. גוף A שמשקלו 50 N קשור באמצעות חוט העובר על פני גלגלת למשקולת B בת 10 N. משקל החוט ניתן להזנחה. מקדם החיכוך(הסטטי והקינטי) בין גוף A למשטח האופקי הוא 0.25. משחררים את המערכת ממנוחה.

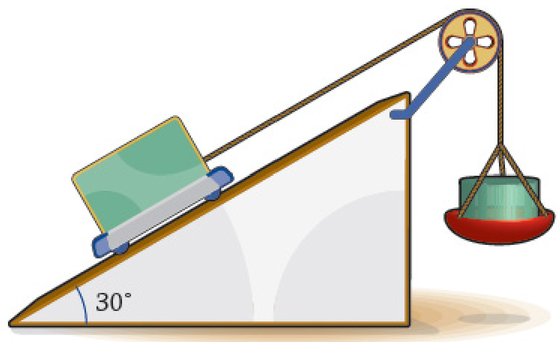


1. מצאו את כוח החיכוך (גודל וכיוון) הפועל על גוף A.
2. מהו המשקל המרבי של משקולת שאפשר לתלות אותה במקום משקולת B, כך שהמער־כת עדיין תישאר במנוחה?

תרגילי סיכום

תרגילים 38-55 מיועדים לתרגול אינטגרטיבי, ובהכנה לבחינה מסכמת של הפרק.

38. על מדרון שזווית שיפועו 30° נעה קרונית שמשקלה 20 N. הקרונית קשורה באמצעות חוט העובר על פני גלגלת לסלסלה ובתוכה משקולת שמשקלה עם הסלסלה שווה ל-w. הקרונית עולה במעלה המדרון (והסלסלה יורדת) במהירות קבועה. ניתן להזניח כוחות חיכון.



1. חשבו את המשקל w.
2. אדם ניצב ליד המערכת. מה עליו לעשות על מנת שהקרונית תרד במדרון (והסלסלה תעלה) במהירות קבועה?

39. על ספל שנח על השולחן פועלים כוח הכובד וכוח נורמלי. שני כוחות אלה מנוגדים בכיוונם ושווים בגודלם. הדבר נובע (בחר באפשרות הנכונה):

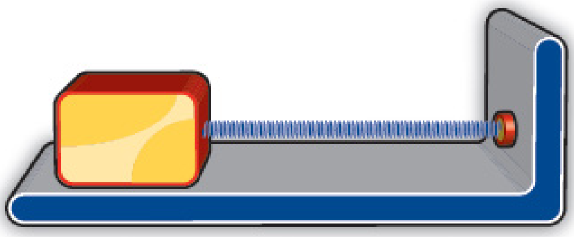
(1)מהתנאי להתמדה בלבד.

(2)מהחוק השלישי של ניוטון בלבד.

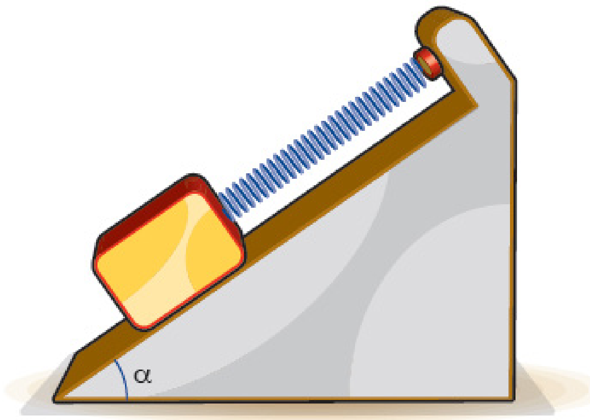
(3)גם מהתנאי להתמדה וגם מהחוק השלישי של ניוטון.

40. קפיץ שקבוע הכוח שלו k, קשור בקצהו האחר לנקודה קבועה, ובקצהו האחר לגוף שמשקלו w. מקדם החיכוך הסטטי בין הגוף למשטח האופקי הוא μ_s.

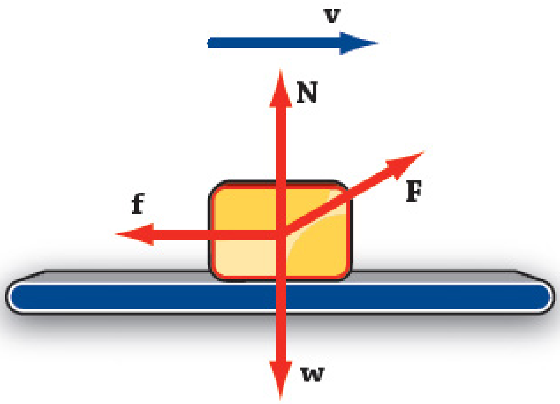
בטאו באמצעות נתוני השאלה את התארכות הקפיץ, באשר מסיטים את הגוף למרחק מרבי שמאלה, כך שהוא נשאר עדיין בשיווי משקל.



41. באיור מתואר גוף שמשקלו w המונח על משטח משופע חסר חיכוך, שזווית שיפועו α. הגוף מוחזק במנוחה באמצעות קפיץ שקבוע הכוח שלו k. בטאו באמצעות נתוני השאלה את התארכות הקפיץ מעבר למצבו הרפוי.



42. אדם גורר תיבה על משטח אופקי מחוספס באמצעות כוח F. התיבה נעה במהירות קבועה. וקטורי הכוח באיור מתארים במדויק את כיווני הכוחות הפועלים על הגוף, אך לא בהכרח את הגדלים שלהם.



איזה מהמשפטים שלפניכם הוא הנכון?

(1)גודלי הכוחות צריכים לקיים: $w = N$ ו- $f = F$

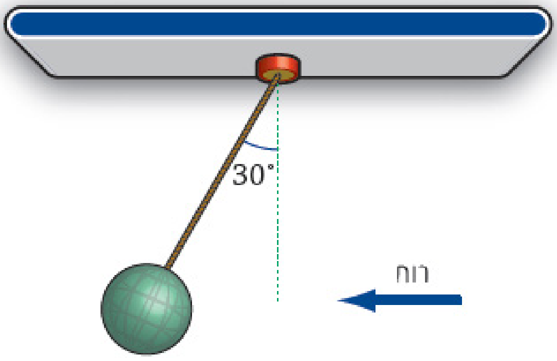
(2)גודלי הכוחות צריכים לקיים: $f<F$ ו- $w > N$

(3)גודלי הכוחות צריכים לקיים: $f = F$ ו- $w < N$

(4)גודלי הכוחות צריכים לקיים: $w = N$ ו- $f < F$

(5)אף אחד מהקשרים(1)-(4) אינו חייב להתקיים.

43. כדור פינג-פונג שמשקלו 0.025 ניוטון תלוי בקצה של חוט שמשקלו זניח ביחס למשקל הכדור. רוח הנושבת בכיוון אופקי, גורמת לחוט לנטות בזווית 30° מן האנך.



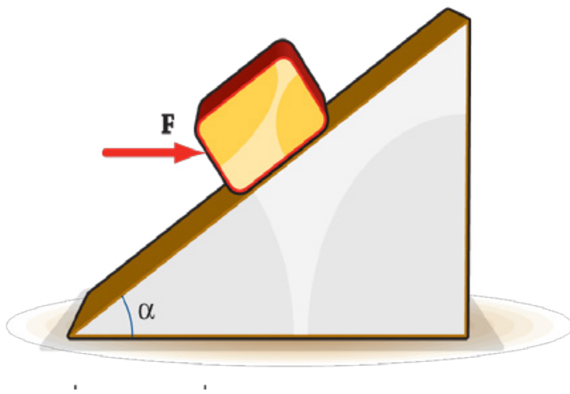
חשבו את:

1. מתיחות החוט.

2. הכוח שמפעילים זרמי האוויר על הכדור.

44. גוף שמשקלו w מחליק במהירות קבועה במורד מישור משופע שזווית שיפועו α. מקדם החיכוך בין הגוף לבין המשטח הוא μ. בטאו, באמצעות מספר מזערי של נתוני השאלה, את הכוח המשטח מפעיל על הגוף.

45. תיבה שמשקלה w מונחת על משטח שזווית שיפועו α. ניתן להזניח את החיכוך בין התיבה לבין המשטח.



1. בטאו באמצעות נתוני השאלה את גודל הכוח האופקי F הדרוש להחזיק את התיבה בשיווי משקל.

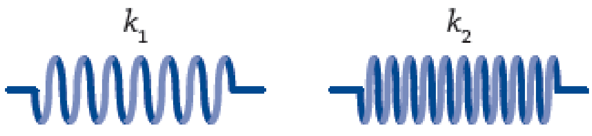
2. האם התיבה במנוחה או בתנועה כאשר פועל הכוח שחישבתם בסעיף א?

3. האם הביטוי שמצאתם בסעיף א מתאים למצב שבו $\alpha = 0$? הסבירו.

4. מה קורה כאשר $\alpha = 90^\circ$?

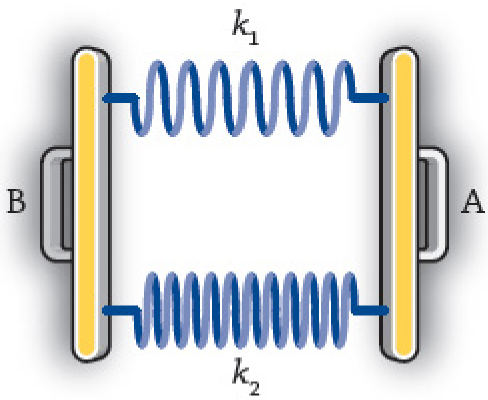
5. מבדילים את הזווית α. כדי שהתיבה תישאר במצב שיווי משקל – האם יש להקטין את הכוח, להבדיל אותו או להשאיר אותו קבוע? נמקו.

46. לרשותו של תלמיד שני קפיצים השווים באורכיהם (איור א) אך קבועי הכוח שלהם k_1 ו-k_2 שונים.



איור א

1. התלמיד בנה את המתקן המתואר באיור ב ובו שני הקפיצים מחוברים במקביל זה לזה. כאשר מותחים את המתקן – שני הקפיצים מתארכים באותה מידה.

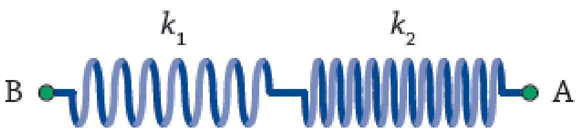


איור ב – קפיצים מחוברים במקביל

הראו כי מתקן זה מתנהג כקפיץ יחיד שקבוע הכוח שלו, k, מקיים:

$$k = k_1 + k_2$$

2. התלמיד חיבר את הקפיצים זה לזה בטור, כמתואר באיור ב.



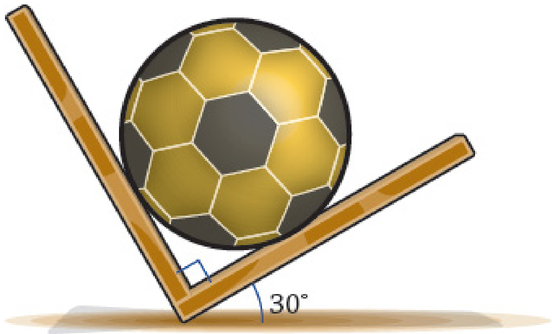
איור ג – קפיצים מחוברים בטור

הראו כי מתקן זה, בו הקפיצים מחוברים בטור, מתנהג כקפיץ יחיד שקבוע הכוח שלו, k, מקיים:

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$$

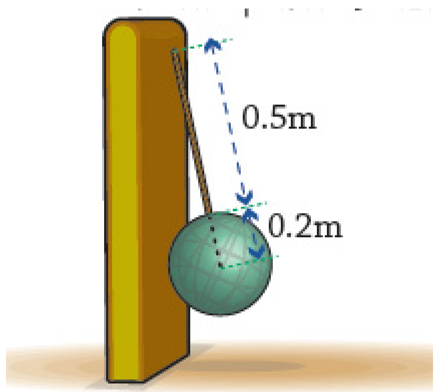
47. ברשותכם מספר רב של דינמומטרים שתחום המדידה של כל אחד הוא 0 – 10 ניוטון. ביצד תמדדו את משקלו של גוף בבד, אשר משקלו גדול מ- 10 ניוטון?

48. בדור שמשקלו 10 ניוטונים מונח בין שני לוחות עץ המאונכים זה לזה (קו המפגש בין שני הלוחות אופקי). הלוח הימני יוצר עם המישור האופקי זווית בת 30°.



בהנחה שאין חיכוך בין הכדור לבין הלו־חות, חשבו את הכוחות שמפעיל הכדור על כל אחד מלוחות העץ.

49. כדור אחיד שמשקלו 4 ניוטונים ורדיוסו 20 ס"מ קשור בחוט אל קיר, ונשען על הקיר. אורך החוט 0.5 מטר. ניתן להזניח את החיכוך בין הכדור לבין הקיר. מרכז הכדור נמצא על המשך החוט.

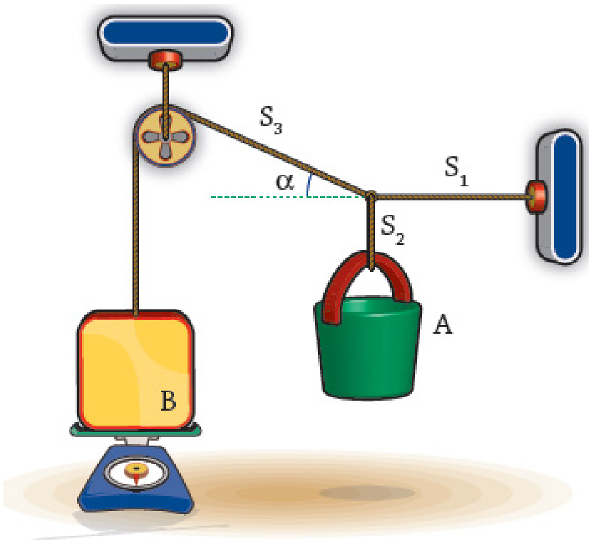


חשבו את מתיחות החוט ואת הכוח שהקיר מפעיל על הכדור.

50. במערכת המכנית המוצגת באיור, משקלו של הדלי A הוא 20 N, משקלו של גוף B הוא 60 N,

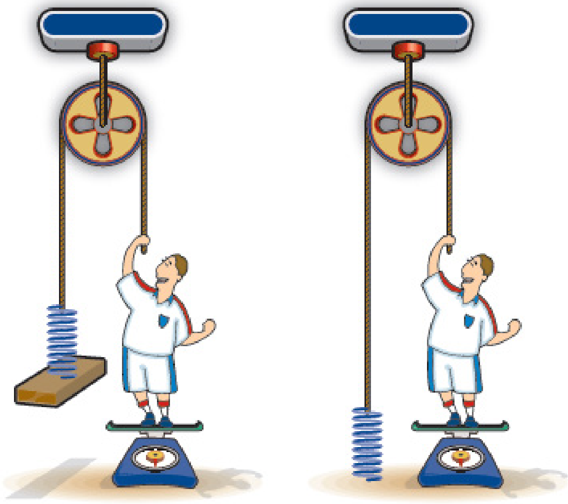
$\alpha = 30^\circ$, והזווית בין החוטים S_1 ו- S_2 היא ישרה.

1. חשבו את מתיחויות החוטים S_1, S_2 ו- S_3.
2. האם כוח המתיחות שהחוט S_2 מפעיל על הדלי A ומשקל הדלי הם כוחות אינטראקציה ("פעולה" ו"תגובה")? הסבירו.
3. מהי הוריית המאזניים?



51. המערכת המכנית המוצגת באיור א היא סטטית. תלמיד ניצב על מאזניים, ומושך חבל העובר על פני גלגלת ומחובר בקצהו האחר לקפיץ שקבוע הכוח שלו הוא k = 500 N/m. הקפיץ קשור לרצפה, משקלי החבל והקפיץ ניתנים להזנחה, וגם החיכוך בין החבל והגלג־לת ניתן להזנחה.

התארכות הקפיץ מעבר למצבו הרפוי היא 0.2 m, והמאזניים מורים 600 N.



איור ב   איור א

1. חשבו את משקל התלמיד.

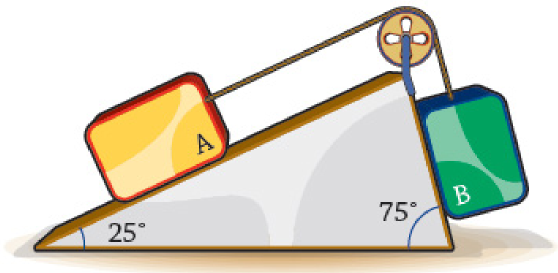
הקפיץ היה מחובר לקרש רופף ברצ־פה (זאת רצפת עץ ישנה). לפתע הקרש ניתק מהרצפה ונמשך מעלה. לאחר זמן מה הקרש נשאר תלוי ללא תנועה במתואר באיור ב. משקל הקרש הוא 50 N.

2. מצאו את התארכות הקפיץ מעבר למצבו הרפוי במצב המתואר באיור ב.

3. מצאו את הוריית המאזניים.

4. התלמיד משך את הקרש במהירות קבועה. האם הוראת המאזניים במצב זה גדולה מזו שהתקבלה בסעיף ג, קטנה ממנה או שווה לה? נמקו.

52. במערכת המכנית המוצגת באיור אין חיכוך בין גופים A ו־B לבין המשטחים המשופעים, ובין החבל והגלגלת. משקל החבל ניתן להזנחה ביחס למשקלי הגופים. המערכת נמצאת במנוחה, משקל הגוף A הוא 50 N.



1. חשבו את משקל הגוף B.

2. חשבו את הכוחות הנורמליים הפועלים על גוף A ועל גוף B.

3. חשבו את הכוח (גודל וכיוון) שהגלגלת מפעילה על החבל.

53. אדם הודף ספר על השולחן. הספר נע לאורך השולחן עד שנעצר. הסבירו מדוע הספר נעצר, בעזרת –

1. התאוריה שלאריסטו.

2. תאוריית האימפטוס.

3. תאוריית המכניקה הניוטונית.

54. לפניכם טבלה של תוצאות המדידות של תלמיד שערך ניסוי. הוא רצה למצוא את הקשר בין גודל הכוח, F, שהוא הפעיל על קצה קפיץ שהיה קשור בקצהו האחר לוקו־דה קבועה, לבין התארכות הקפיץ, $\Delta\ell$, מעבר למצבו הרפוי.

התארכות (ס"מ)	כוח (ניוטון)
0	0
1.9	0.2
2.5	0.4
4.4	0.6
6.0	0.8
6.6	1.0
8.0	1.2
9.8	1.4
11.8	1.6
12.6	1.8
15.0	2.0

1. סרטטו דיאגרמת פיזור של הכוח, F, כפונק־ציה של התארכות הקפיץ, $\Delta\ell$.

2. מדוע הנקודות לא התקבלו בדיוק על קו ישר למרות שעל פי חוק הוק יש יחס ישר בין F לבין $\Delta\ell$?

3. הוסיפו על גבי התרשים עקומה שתייצג את חוק הוק.

4. חשבו את קבוע הקפיץ. פרטו את חישוביכם.

5. מה היה הכוח השקול שפעל על הקפיץ במ־דידה שבה התארכות הקפיץ היתה 6 ס"מ?

6. מה היתה מתיחות הקפיץ במדידה שבה התארכות הקפיץ היתה 6 ס"מ?

55. אריסטו קבע כי על גופים נייחים לא פועל כוח נטו, ואילו על גופים נעים הכוח נטו (כלומר השקול) שונה מאפס (איור 1 עמוד 149).

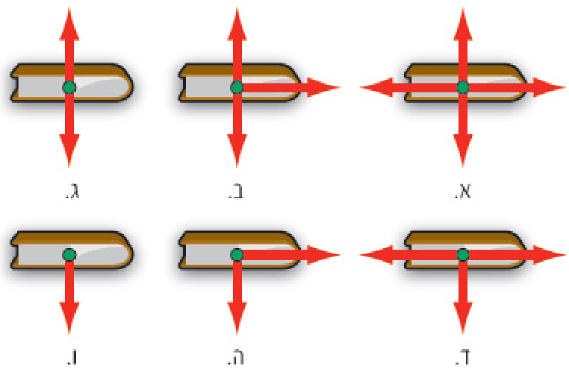
הסבירו, על סמך הראייה המודרנית של מע־רכות ייחוס (עמוד 78 סעיף 10.1), מדוע לא יתכן שעבור גופים נחים יהיו חוקים שונים מהחוקים עבור גופים נעים.

תרגילי העמקה

תרגילים 56 - 57 מיועדים להעמקה.

56. ספר פיזיקה מונח על שולחן (אופקי ומחוספס). על הספר מונחת מחברת. תלמיד גורר את הספר על השולחן לכיוון ימין, על ידי כוח אופקי.

1. איזה מהתרשימים שלפניכם מתאר את הכוחות הפועלים על המחברת, בעת שהספר והמחברת נעים במהירות קבועה?

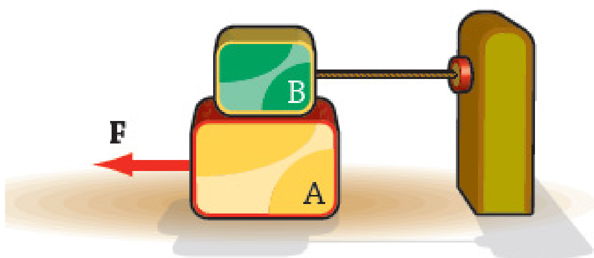


2. מי הם הכוחות הפועלים על המחברת? מי מפעיל כל אחד מכוחות אלה?

3. מהי התגובה לכל כוח הפועל על המחברת?

4. סרטטו את הספר ואת הכוחות הפועלים עליו.

57. משקלו של גוף A שווה ל- 30 ניוטון, ושל גוף B, המונח על גוף A, 10 ניוטון. מקדם החיכוך (הסטטי והקינטי) בין כל המשטחים הוא 0.25. חשבו את גודלו של כוח F הדרוש כדי למשוך את גוף A שמאלה במהירות קבועה.



תשובות

1. א. כוחות חיצוניים לא "זרקו" אותה קדימה, אלא היא נטתה להמשיך לנוע במהירות שהיתה לה לפני הבלימה.

ב. בגלל כוח חיכוך שרצפת האוטובוס הפעילה עליה, בכיוון מנוגד לכיוון תנועתה.

3. גוף א בלבד מתמיד במצבו.

4. כאשר גוף נופל חופשית, מהירותו משתנה מאפס (ברגע השחרור) לערך שונה מאפס (במהלך התנועה). אילו לא היה פועל עליו כוח...

8. א. קפיץ א.

ב. k2 = 20 N/m = 30 N/m. לקפיץ הנוקשה יותר מתאים קבוע כוח גדול יותר.

ג. 7.5 N

9. א. את קבוע הקפיץ.

ב. כוח שגודלו 20 ניוטון גורם להתארכות הקפיץ בשיעור של 1 ס"מ.

10. 162 N; בזווית 19.1° עם F_1 .

11. 25 N בזווית 143.1° עם הציר x.

12. ב. 5 N בכיוון השלילי של הציר y.

13. 120°

15. א. רמז: הנתונים הכמותיים אינם נדרשים.

ב. מערבית.

17. ב. דרומית ל-A.

21. א. T_C = 13 N ; T_B = 11.5 N ; T_A = 10 N

ב. $T_C = T_E = T_D$ = 13 N

24. ה. הנחיה: השוו בין הכוחות הפועלים על המאזניים במצב זה ובמצב הקודם.

25. החוט אינו נקרע.

27. א. 7 N

ב. דינמומטרים D_1 ו- D_3 מורים 7 N, ודינמומטר D_4 מורה 14 N.

ג. 14 N

28. איור א. מתיחות החוט AB היא 50 N.

מתיחות החוט BC היא כ- 86.6 N.

איור ב. מתיחות החוט AO היא 100 N.

מתיחות החוט BO היא כ-141.4 N.

29. נער א צודק.

35. א. 2 N

ב. 18 N

ג. 6 N

ד. 14 N

ה. $N8.66 \approx$

.36 א. 0

ב. N2

ג. N3

ד. 3 N

.37 א. 10 N

ב. 12.5 N

.38 א. 10 N

.39 האפשרות הנכונה היא (1).

.40 $\frac{\mu_s w}{k}$

.41 $\frac{w \cdot \sin\alpha}{k}$

.42 הנחיה: פרקו את F לרכיבים קרטזיים, והסתמכו על כך שהתיבה בשיווי משקל.

.43 א. ב- No.029

ב. ב- No.014

.44 w-

.45 א. tan · w = F

ה. יש צורך להגדיל את הכוח.

.46 הנחיה (ל-א ול-ב): הניחו כי קצה אחד קשור לנקודה קבועה, ועל הקצה השני פועל כוח F הגורם להתארכות המתקן בשיעור $\Delta \ell$. בדקו את הקשרים בין הכוח F לבין הכוחות הפועלים על כל קפיץ, ואת הקשרים בין התארכות המתקן $\Delta \ell$ לבין התארכות כל אחד מהקפיצים.

.48 N5 8.67 ; N

.49 המתיחות: N 4.17; הכוח הנורמלי: N 1.19

.50 א. $N \approx 34.64 = T_3$; $N 40 = T_2$; $20 = T_1$ N

ג. הוראת המאזניים: 20 N

.51 א. משקל התלמיד 700 N.

ב. התארכות הקפיץ 0.1 m.

ג. הוראת המאזניים 650 N.

ד. הוראת המאזניים שווה לזו שבמקרה הס־טטי.

.52 א. $w_B \approx 21.88$ N

ב. $N_A \approx 45.32$ N ; $N_B \approx 5.66$ N

ג. הגלגלת מפעילה על החבל כוח שגודלו N 32.37 בערך, וכיוונו יוצר זווית בת 65.0° מעל האופק ימינה.

.54 ב. כי כל מדידה מלווה באי ודאות ("בשגיאה") הנובעת מכך שאי אפשר לקרוא בין השנתות.

.55 נניח שגוף מסוים נראה לצופה A בנע. צופה זה יאמר, על סמך התורה של אריסטו, שעל הגוף פועל כוח שקול שונה מאפס.

אותו גוף נראה לצופה B בנייח, לכן הוא יאמר...

.56 א. (ג)!

.57 12.5 N

פרק ד – החוק השני של ניוטון

1. הקדמה

בפרק ג עסקנו בגופים שהכוח השקול הפועל עליהם שווה לאפס. גוף כזה מתמיד במצבו – מהירותו אינה משתנה.

בפרק זה נענה על השאלה שאותה הצגנו בתחילת פרק ג: "כיצד כוחות חיצוניים הפועלים על גוף משפיעים על תנועתו של הגוף?"

2. החוק השני של ניוטון

2.1 האם גוף נע תמיד בכיוון הכוח השקול הפועל עליו?

א. ניתוח תנועות שונות

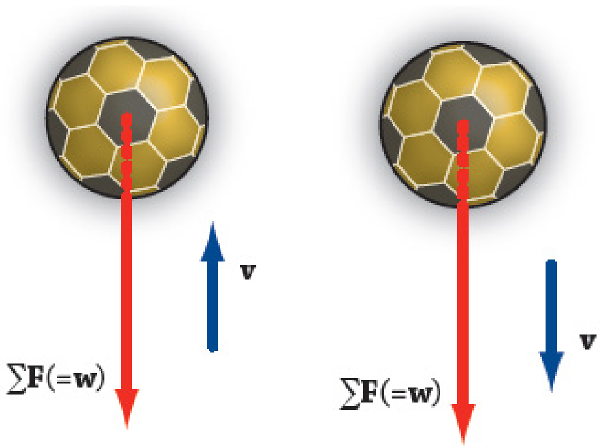
בפרק ג ראינו שגוף יכול לנוע גם כאשר הכוח השקול הפועל עליו שווה לאפס.

האם הגוף נע בהכרח בכיוון הכוח השקול הפועל עליו?

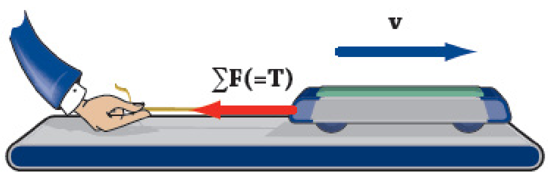
כדי להשיב על שאלה זו נתבונן בתנועות אחדות, ונמצא לגבי כל אחת מהן את כיוון הכוח השקול הפועל על הגוף ואת כיוון תנועתו.

תחילה נתבונן בכמה תנועות המתנהלות בממד אחד:

כדור משוחרר ממנוחה ונופל חופשית: מהירות הכדור והכוח השקול הפועל עליו מכוונים שניהם כלפי מטה (איור 1). בתנועה זו הכדור אכן נע בכיוון הכוח.



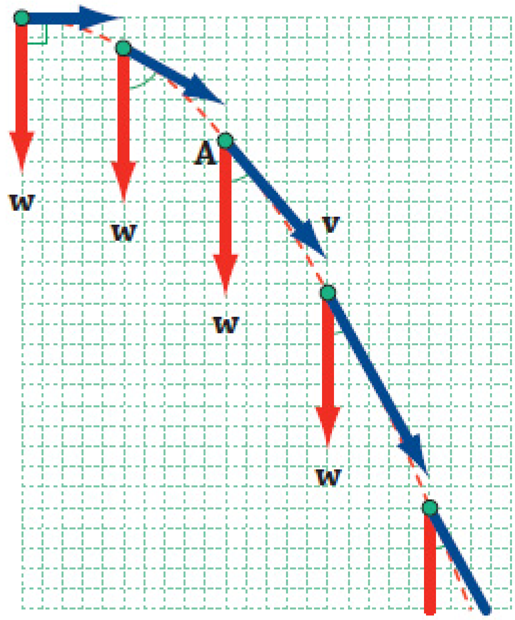
תנועות המתנהלות בשני ממדים:

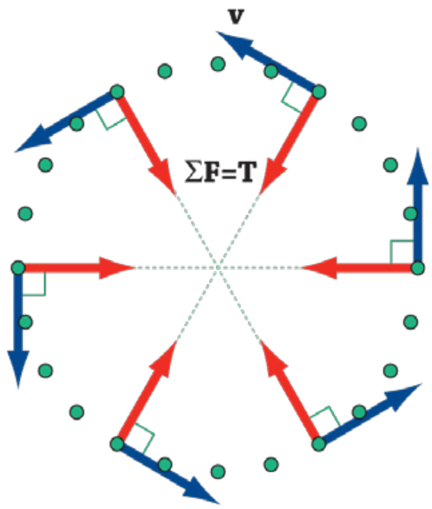


כדור נזרק כלפי מעלה: באיור 2 מסומנים מהירות הכדור, והכוח השקול הפועל עליו בעת עלייתו. הפעם הכדור נע בכיוון מנוגד לכיוון הכוח.

קרונית נעה ימינה נמשכת לאחור(שמאלה) באמצעות רצועת גומי: הקרונית נעה ימינה בעוד שהכוח השקול (כוח מתיחות רצועת הגומי) פועל עליה שמאלה (איור 3).

כדור נזרק אופקית: זורקים כדור בכיוון אופקי, בתנאים שבהם התנגדות האוויר ניתנת להזנחה. לאחר שהכדור נזרק, פועל עליו אך ורק כוח הכובד. מהירות הכדור בכל נקודה משיקה למסלול התנועה. הזווית בינה לבין כוח הכובד משתנה מנקודה לנקודה על פני המסלול (איור 4): היא שווה ל-90° מיד לאחר הזריקה, ולאחר מכן היא הולכת וקטנה ברציפות. אולם, בגלל הרכיב האופקי של המהירות, היא לעולם אינה מגיעה ל-0°. גם כאן, הכדור אינו נע בכיוון הכוח השקול.





איור 5: כדור נע במסלול מעגלי

תנועה קצובה במסלול מעגלי: מסובבים כדור באמצעות חוט בתנועה מעגלית קצובה. לשם פשטות נניח כי כוח המתיחות שהחוט מפעיל על הכדור הוא הכוח השקול הפועל עליו (מצב כזה מתאפשר כאשר מסובבים את הכדור במקום רחוק מהארץ ומגרמי שמיים אחרים, או כאשר מסובבים אותו על שולחן חלק, כך שכוח הכובד מקוזז על-ידי הכוח הנורמלי). כוח המתיחות משנה בכל נקודה את כיוון התנועה. הכוח פועל לאורך החוט, כלומר לעבר מרכז המעגל, בעוד שמהירות הכדור בכל נקודה משיקה למעגל. בתנועה זו כיוון המהירות ניצב תמיד לכיוון הכוח (איור 5).

דוגמאות אלו ואחרות מעידות שכיווני המהירות והכוח השקול מתלכדים בתנועות מסוימות, ובתנועות אחרות כיווניהם שונים.

כיווני המהירות והכוח השקול:

כיוון מהירותו של גוף אינו זהה בהכרח לכיוון הכוח השקול הפועל עליו.

ב. תפיסה מוטעית - כיוון המהירות וכיוון הכוח השקול

מההתנסות היום-יומית בני אדם מגבשים לעתים קרובות תפיסה הנוגדת את חוקי הפיזיקה. כאשר אנו מושבים כיסא ימינה - הוא נע ימינה. כאשר אנו דוחפים אותו שמאלה - הוא נע שמאלה. מהתנסויות באלה אנו מפתחים תפיסה הנוגדת את חוקי הפיזיקה.

תפיסה מוטעית - הקשר בין כיוון הכוח הפועל על גוף לבין כיוון מהירותו.

גוף נע תמיד בכיוון הכוח השקול הפועל עליו.

2.2 הקשר בין כיוון הכוח השקול הפועל על גוף לבין כיוון תאוצתו

החוק הראשון של ניוטון קובע שאם כוחות אינם פועלים על גוף אזי הגוף אינו מואץ. במילים אחרות, אם לגוף יש תאוצה - סימן שפועל עליו כוח שקול• קיומי של כוח קשור אפוא לקיומה של תאוצה. יש בכך אולי רמז כי קיימת חוקיות המקשרת בין שני גדלים אלה.

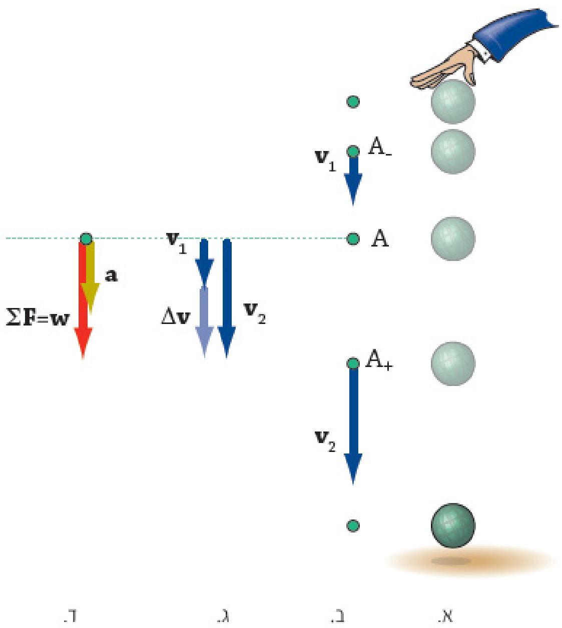
האם כיוון התאוצה של גוף זהה תמיד לכיוון הכוח השקול הפועל עליו?

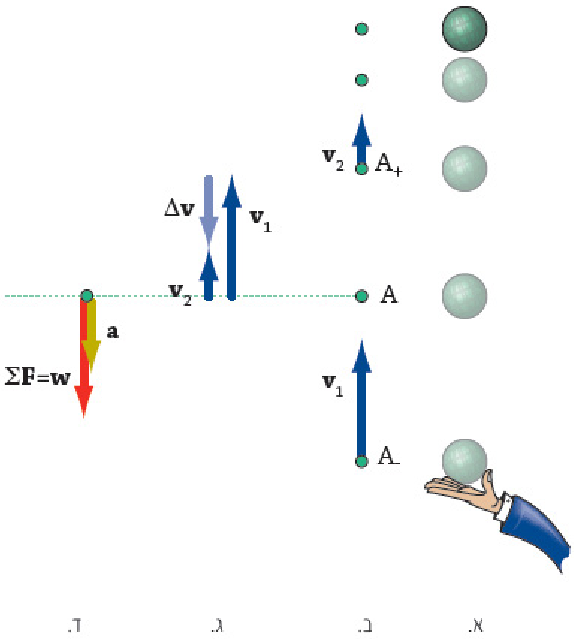
את התאוצה הגדרנו בקצב שינוי המהירות:

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} \qquad (1)$$

נתבונן שנית בדוגמאות מתת-הסעיף הקודם. הפעם נבחן את הכיוונים של וקטורי הכוח והתאוצה. בהסתמך על נוסחה (1), נמצא את כיוון התאוצה של גוף על-פי כיוון הווקטור $\Delta v = v_2 - v_1$, כפי שעשינו בפרק ב.

בדור משוחרר ממנוחה ונופל חופשית: באיור 6ב מתועדים עקבותיו במרווחי זמן שווים של בדור הנופל חופשית (איור 6א).

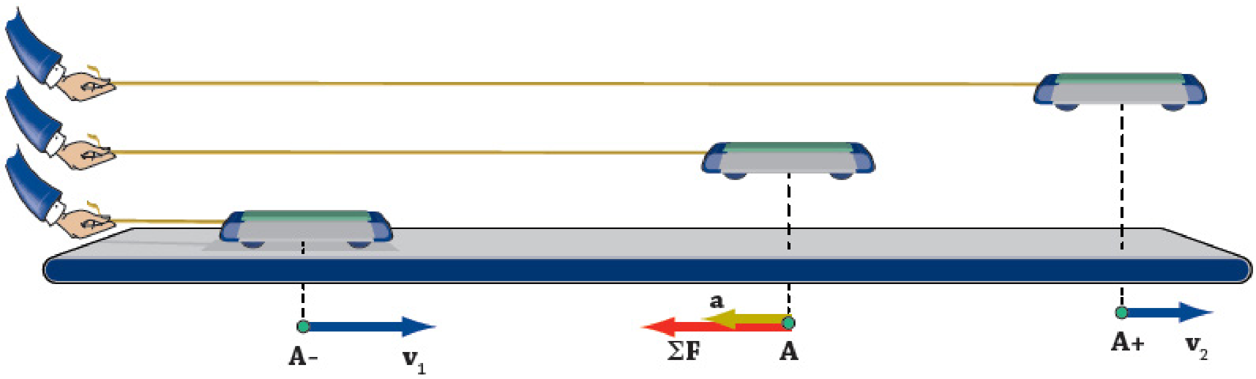




נבחן מהו כיוון התאוצה בנקודה A (איור 6ב): מהירותו של גוף הנופל חופשית הולכת וגדלה; מהירותו v_2 בעקבה A_+, אחרי שהוא חלף בנקודה A גדולה מהמהירות v_1 בעקבה A_- לפני שהוא חלף בנקודה A. באיור 6ג סרטטנו, על-פי הגדרת חיסור וקטורים, את וקטור ההפרש $\Delta v = v_2 - v_1$. וקטור זה מצביע כלפי מטה, לכן התאוצה מכוונת כלפי מטה. כיוון התאוצה זהה אפוא לכיוון הכוח השקול (כוח הכובד) הפועל על הכדור (איור 6ד).

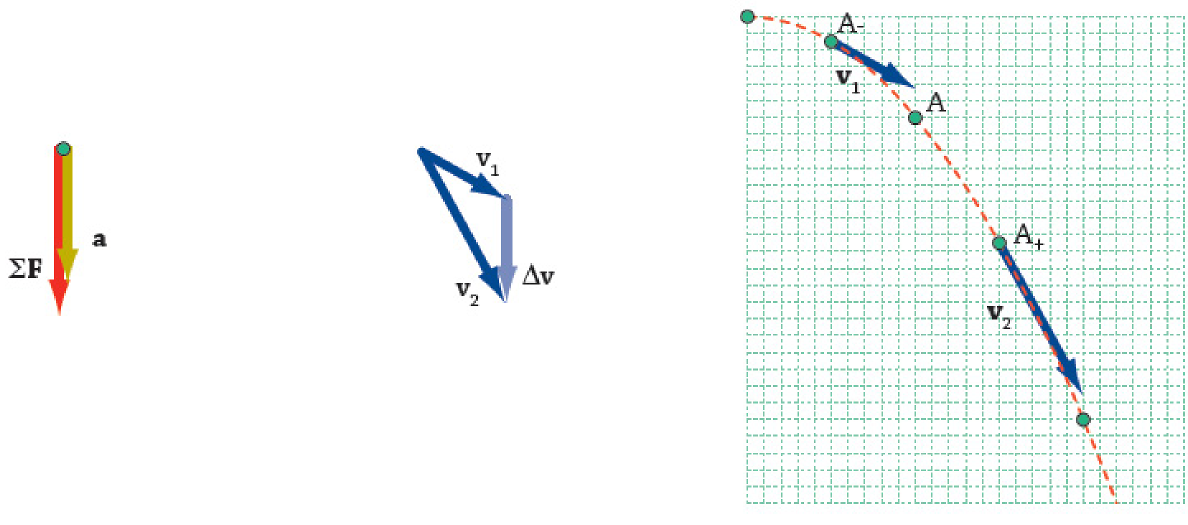
כדור נזרק כלפי מעלה: באיור 7ב מוצגים עקבותיו של כדור לאחר שהוא נזרק כלפי מעלה(איור 7א). מרווחי הזמן בין העקבות שווים. v_1 היא מהירותו בעקבה A_- לפני שהוא חלף בנקודה A, ו-v_2 בעקבה A_+. באיור 7ג מסורטט הווקטור $\Delta v = v_2 - v_1$. גם הפעם כיוונו כלפי מטה, לכן גם התאוצה בנקודה A מכוונת כלפי מטה. גם במקרה זה כיוון התאוצה זהה לכיוון הכוח השקול (כוח הכובד) הפועל על הכדור (איור 7ד).

קרונית נעה נמשכת לאחור באמצעות רצועת גומי: קרונית נעה ימינה, בשעה שרצועת גומי מפעילה עליה כוח שמאלה. איור 8 מתאר עקבות הקרונית במרווחי זמן שווים. שניים מתרשימי הקרונית סורטטו מעל משטח השולחן כדי להבליט את שלושת המצבים של הקרונית. מהירות הקרונית הולכת וקטנה, לכן כיוון התאוצה ממרד לכיוון המהירות, אך זהה לכיוון הכוח השקול (כוח המתיחות).



כדור נזרק אופקית: באיור 9א מתועדות העקבות במרווחי זמן שווים של כדור לאחר שהוא נזרק בכיוון אופקי.

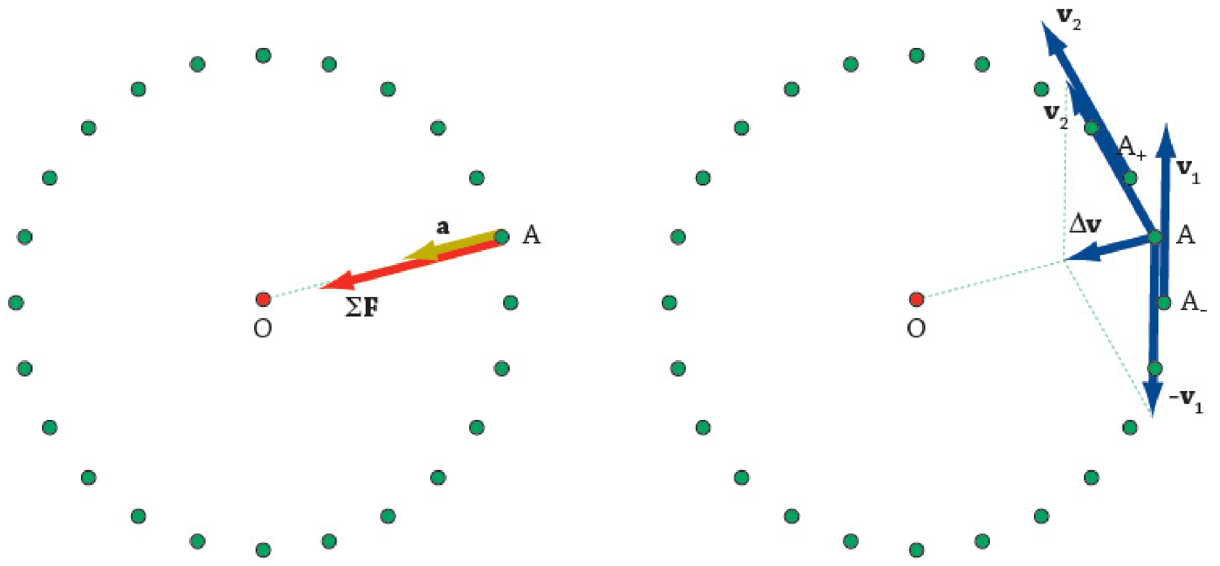
מן האיור רואים כי הרכיבים האופקיים של ההעתקים שווים, לכן הרכיב האופקי של המהירות קבוע, כפי שהיינו יכולים לצפות בגלל ההתמדה בכיוון אופקי. לעומת זאת, הרכיבים האנכיים של ההעתקים הולכים וגדלים, לכן רכיב המהירות בכיוון האנכי הולך וגדל בפונקציה של הזמן. באיור 9ב סרטטנו את וקטורי המהירות v_1 ו-v_2 בנקודות A_- ו-A_+ בהתאמה. לשני הווקטורים אותו רכיב אופקי, אולם ל- v_2 רכיב אנכי גדול יותר, לכן הווקטור $v_2 - v_1$ פונה כלפי מטה, בדיוק בכיוון הכוח השקול (כוח הכובד).



א. הרכיב האופקי של המהירות קבוע, והאנכי הולך וגדל
ב. שינוי המהירות פונה מטה
ג. התאוצה והכוח זהים בכיוונם

תנועה קצובה במסלול מעגלי: נשוב ונתבונן בתנועתו של גוף הנע בתנועה קצובה במסלול מעגלי. את הגוף מניעים באמצעות חוט, כאשר הכוח השקול הפועל עליו הוא כוח מתיחות החוט. באיור 10א v_1 היא מהירות הגוף בנקודה

A_- ו־v_2 היא המהירות בנקודה A_+. נעתיק את $(-v_1)$ ואת v_2 ל־A, ונסרטט את וקטור ההפרש $v_1 - v_2$ (סרטטנו את $(v_2 + (-v_1))$. מהאיור עולה שווקטור זה פונה לעבר מרכז המעגל O. גם הכוח השקול (כוח המתיחות) פועל בכל נקודה לאורך החוט, כלומר לעבר מרכז המעגל. גם בתנועה זו התאוצה והכוח השקול זהים בכיוונם (איור 10ב).



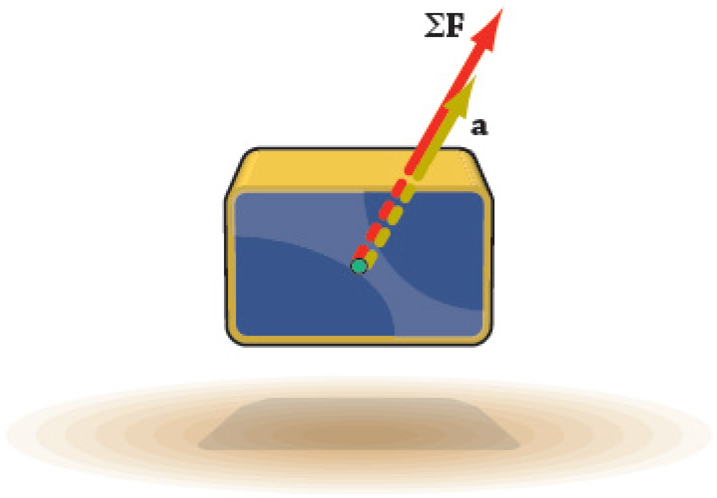
א. שינוי המהירות Δv פונה לעבר מרכז המעגל

ב. תאוצת הגוף, והכוח השקול הפועל עליו, פונים לעבר מרכז המעגל

בכל הדוגמאות שהובאו לעיל מצאנו שכיוון התאוצה מתלכד עם כיוון הכוח השקול. ניוטון ראה בקשר שבין כיווני התאוצה והכוח השקול חוק טבע. קשר זה מהווה מרכיב חשוב בחוק השני של ניוטון שיובא בהמשך.

כיווני התאוצה והכוח השקול:

כיוון התאוצה של גוף זהה תמיד לכיוון הכוח השקול הפועל על הגוף.



2.3 הקשר בין גודל הכוח השקול הפועל על גוף לבין גודל תאוצתו

לאחר שמצאנו כי כיוון התאוצה זהה לכיוון הכוח השקול, נצעד צעד נוסף:

נבחן, באמצעות ניסויים, האם יש חוקיות המקשרת בין גודל הכוח השקול הפועל על גוף, לבין גודל תאוצתו.

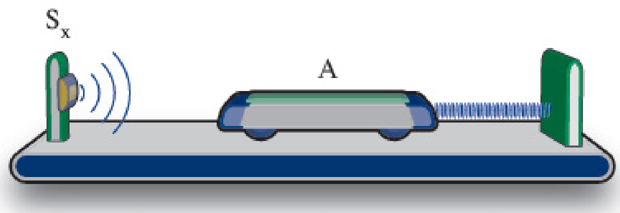
א. תנועה בממד אחד

תכנון: אנו רוצים לדגום בנקודות זמן שונות את תאוצתו של גוף ואת הכוח השקול הפועל עליו.

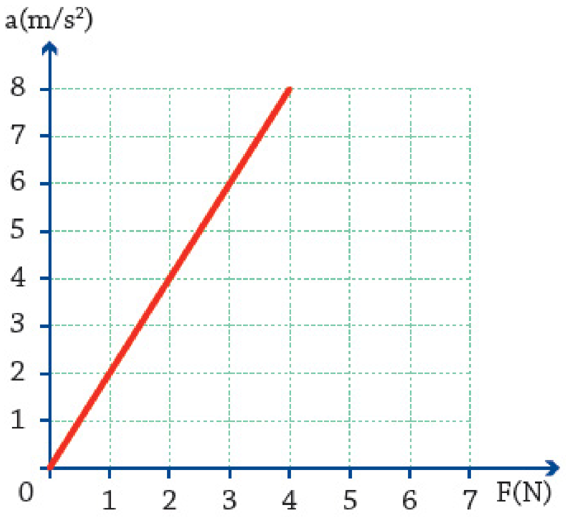
I. מדידת הכוח: את הכוח הפועל על הגוף נוכל למדוד באמצעות קפיץ או חיישן כוח.

II. מדידת תאוצה: אפשר לחשבו תאוצה אם יודעים את מקומו של הגוף ברגעים שונים. כפי שציינו בפרק א אפשר להשתמש ברשם זמן, במד טווח המחובר למחשב, במצלמת וידאו או במצלמה ופנס סטרובוסקופי. לאחר שנמדוד את מקומותיו של הגוף ברגעים שונים, נוכל לחשב את תאוצתו בחלק מנקודות הזמן.

עריכת הניסוי: נציב קרונית על משטח אופקי בעל חיכוך קטן. נקשור לקרונית קפיץ בעל קבוע כוח ידוע, ואת קצהו השני נקשור לנקודה קבועה. נציב מד-טווח המכוון לעבר הקרונית. נסיט את הקרונית תוך כדי מתיחת הקפיץ בשיעור מסוים (איור 12א), ונשחרר אותה. הדגימות של מקומות הקרונית במרווחי זמן נתונים יועברו ממד הטווח למחשב.



א. מערכת הניסוי



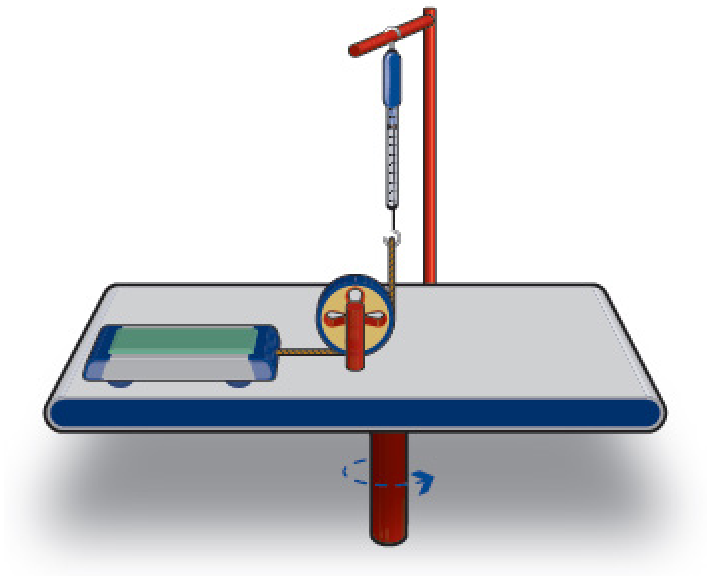
ב. תוצאות הניסוי

מסקנות: לאחר שעורכים את הניסוי ומסרטטים גרף של תאוצת הקרונית בפונקציה של הכוח השקול הפועל עליה (איור 12ב) מסתבר כי תאוצתה של הקרונית נמצאת ביחס ישר לגודל הכוח השקול הפועל עליה!

ב. תנועה בשני ממדים

מערך הניסוי: נבנה את המערכת המתוארת באיור 13.

עריכת הניסוי: נסובב את המערכת סביב הציר שלה. בתחילה, יחד עם תנועתה המעגלית, הקרונית נעה לעבר קצה הלוח, עד שמרחקה מציר הסיבוב אינו משתנה. במצב זה הקרונית נעה בתנועה מעגלית קצובה, וקפיץ הדינמומטר מתוח במידה קבועה.



הכוח השקול הפועל על הקרונית בעת שזו מסתובבת במסלול מעגלי הוא מתיחות החוט. כוח זה פועל על הקרונית לעבר מרכז המעגל. את המתיחות נמדוד באמצעות הדינמומטר. את גודל מהירות הקרונית נוכל למדוד באמצעות מד–טווח המיועד לתנועה בשני ממדים, הקשור למחשב. על–פ י מהירות הקרונית נחשב את גודל תאוצתה. נרשום בטבלה את גודל התאוצה ואת גודל הכוח השקול. נחזור על הניסוי ועל המדידות שתוארו לעיל פעמים נוספות, וכל פעם נשנה את מהירות הסיבוב של לוח ההרצה.

מסקנות: נסרטט גרף המתאר את גודל התאוצה כפונקציה של גודל הכוח השקול הפועל על הקרונית. ניווכח שגם בתנועה זו, המתנהלת בשני ממדים, גודל תאוצת הקרונית נמצא ביחס ישר לגודל הכוח השקול הפועל עליה!

הקשר בין גודל הכוח השקול הפועל על גוף לבין גודל תאוצתו:

גודל התאוצה של גוף נמצא ביחס ישר לגודל הכוח השקול הפועל עליו.

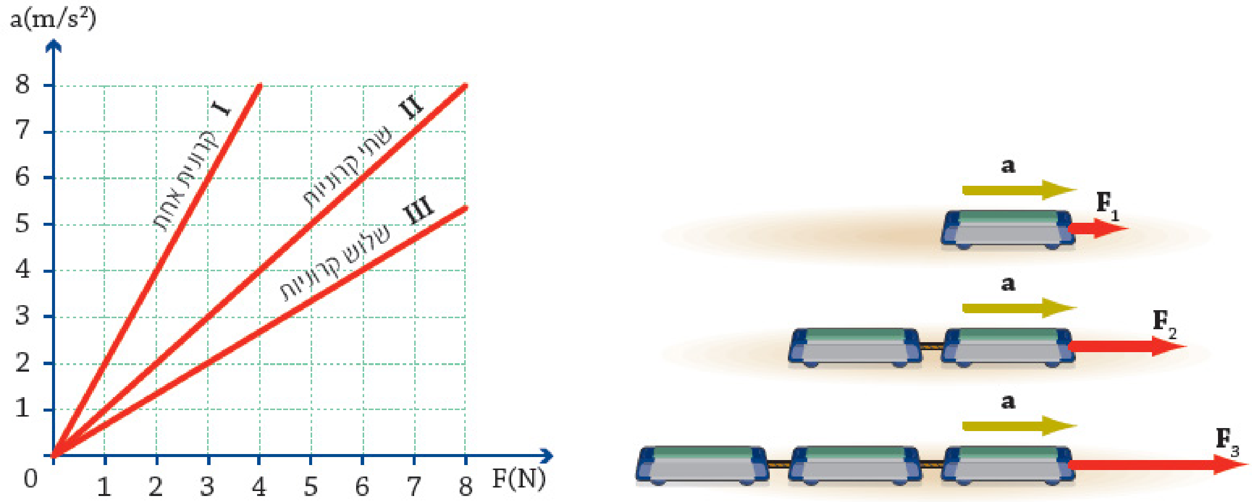
בניסוח מתמטי: $a \propto |\vec{F}|$ (2)

2.4 המסה של גוף כמדד להתמדתו

בניסוי המתואר בסעיף 2.3 מצאנו שיש יחס ישר בין גודל הכוח השקול המאיץ את הקרונית, לבין גודל תאוצתה. כלומר לא משנה איזה כוח נפעיל על הקרונית – היחס $a/|\vec{F}|$ יהיה קבוע, ובמקרה של הק־רונית שלנו יחס זה יהיה שווה ל–0.5 (ביחידות SI) (ערך זה מתקבל מהגרף המופיע באיור ב12. בדוק!). היחס $a/|\vec{F}|$ מבטא איזושהי תכונה של הקרונית, בדיוק כשם שהיחס הקבוע בין גודל הכוח הפועל על קפיץ לבין שיעור התארכותו מבטא תכונה של הקפיץ שאותה כינינו בשם "קבוע הקפיץ".

איזה תכונה של הקרונית מייצג היחס הקבוע?

כדי לענות על השאלה נחזור ונערוך ניסוי בדוגמת הראשון, אלא שהפעם נאיץ שתי קרוניות הקשורות זו לזו, שבל אחת זהה לקרונית הקודמת (איור א14). ניסויים מורים כי שוב מתקבל יחס ישר בין גדלי התאוצה והכוח, אולם שיפוע הגרף המתקבל שונה מזה המתאים לקרונית אחת. באיור ב14 מוצגות תו־צאות הניסוי עם קרונית אחת, עם שתי קרוניות זהות, ועם שלוש קרוניות זהות.



א. מערך הניסוי

ב. תוצאות הניסוי

בהסתמך על איור 14, נציג בטבלה 1 את היחסים בין גדלי הכוחות השקולים לבין גדלי התאוצות, בשלושת הניסויים.

הגוף	$\lvert\Sigma \mathbf{F}\rvert/a$ (ביחידות SI)
קרונית אחת	0.5
שתי קרוניות	1
שלוש קרוניות	1.5

טבלה 1: יחסים בין גודלי הכוחות לבין התאוצות שכוחות אלה מקנים לגופים שונים

נפרש את הרשום בטבלה: המספר 0.5 אומר שכוח בן 0.5 ניוטון מעניק לקרונית אחת תאוצה של 1 מ'\ש'^{2}. המספר 1 שבטבלה אומר כי כוח בן 1 ניוטון מעניק לשתי קרונית תאוצה של 1 מ'\ש'^{2}. באופן דומה נפרש את המספר 1.5.

אם ליחס בין גודל הכוח לבין התאוצה יש ערך מספרי קטן(ביחידות SI) - משמעות הדבר שדי בכוח קטן כדי להאיץ את הגוף ב- 1 מ'\ש'^{2}. כלומר לגוף זה יש התנגדות קטנה לשינוי מהירותו. כאשר היחס שווה למספר גדול, אזי הגוף מתנגד מאוד לשינוי מהירותו. בניסוי שלנו - דרוש כוח גדול יותר להאיץ שתי קרוניות מאשר להאיץ אחת באותה תאוצה. שתי הקרוניות "מתנגדות" יותר לשינוי מהירותן. הן בעלות התמדה גדולה יותר. שלוש קרוניות "מתנגדות" לשינוי מהירותן במידה רבה מאשר שתי קרונית. בכל שמספר הקרוניות גדל - ההתנגדות לשינוי המהירות גדולה יותר. במילים אחרות ההתמדה גדולה יותר (איור 14 א).

אפשר, אם כן, לומר שהביטוי $|\Sigma F|/a$ מתאר גודל פיזיקלי אשר מהווה מדד ל"התנגדותו" של גוף לשינוי מהירותו, או במילים אחרות להתמדה שלו. נכנה גודל פיזיקלי זה בשם מסה התמדית (או מסה אינרציאלית) ובקיצור: מסה. נסמן את המסה של גוף באות m.

מאיור 14ב רואים כי בכל ש"התנגדותו" של גוף לשינוי מהירותו גדולה יותר - כן קטן יותר שיפוע הישר המתאר את התאוצה בפונקציה של הכוח. הערך ההפוך של שיפוע ישר זה ($\frac{|\Sigma F|}{a}$) עשוי לשמש אפוא מדד לגודל המבוקש.

הגדרת המושג "מסה התמדית" (mass inertial):

המסה ההתמדית (m) של גוף היא היחס בין גודל הכוח השקול הפועל עליו לבין גודל התאוצה המו־ענקת לו על-ידי הכוח.

בניסוח מתמטי: $m = \frac{|\Sigma F|}{a}$ (3)

"מסה" היא גודל סקלרי. יחידת SI של המסה מכונה קילוגרם (ק"ג) – kg. הק"ג הוא אחד משבע היחי־דות הבסיסיות של המערכת SI (ראה פרק א טבלה 3). אם מסתו של גוף היא לדוגמה 8 ק"ג, פרוש הדבר שנחוץ כוח בן 8 ניוטון כדי להאיץ את הגוף בתאוצה של 1 מ'\ש'^{2}.

ק"ג – הגדרה תקנית

בתחילה הוגדר הק"ג כמסתם של 1000 סמ"ק מים בטמפרטורה של 4°C. הק"ג מוגדר ביום כמסתו של גוף מסוים השמור במכון הבינלאומי למידות שבעיר סוור(Sevres) שליד פריס. גוף זה עשוי סגסוגת של פלטינה ואירידיום, וצורתו גלילית. הוא מכונה הקילוגרם התקני הבינלאומי. העתקים שלו מכונים גופים תקניים, או "משקולות" בשפת היום-יום.

נחשב את המסות של הקרוניות, ונרשום את ערכיהן בטבלה 2:

מספר קרוניות	מסה (ק"ג)
1	0.5
2	1
3	1.5

טבלה 2: מסות של קרוניות זהות

אנו רואים כי לקרונית אחת יש מסה בת 0.5 ק"ג, ולשתי קרוניות מסה בת 1 ק"ג. למסה תכונה של חי־בוריות (אדיטיביות), כלומר מסתן של שתי קרוניות זהות כפולה ממסתה של קרונית אחת. המסה של גוף מייצגת גם את כמות החומר של הגוף.

ביצד מודדים מסה של גוף?

מדידה היא השוואה לגוף תקני. כך למשל, אם אנו אומרים שאורכו של שולחן שווה לשני מטר, כוונתנו שאורכו כפול מאורכו של מוט תקני המכונה "מטר".

במדידה המתבססת על הגדרת המסה ההתמדית מאיצים באמצעות כוחות שווי גודל שני גופים: את הגוף שאת מסתו רוצים למדוד, וגוף תקני. מודדים את תאוצותיהם; יחס התאוצות שווה ליחס ההפוך של המ־סות. ביוון שהמסה של הגוף התקני ידועה (1 ק"ג), נוכל לחשב את המסה המבוקשת.

בסעיף 3.2 שלהלן, נציג דרך מקובלת ופשוטה יותר למדוד מסה, באמצעות מאזניים שווי זרועות.

מסתו של גוף מוגדרת באמצעות כוח שקול הפועל עליו והתאוצה שמעניק כוח זה. עם זאת, חשוב לשים לב שהמסה של גוף אינה תלויה בכוח שאנו מפעילים עליו: אם נכפיל את הכוח – גם תאוצתו תוכפל, והיחס ביניהם ישאר קבוע.

המסה של גוף היא תכונה של הגוף, היא אחד ממאפייניו, ואינה תלויה בשום גורם חיצוני. כל עוד לא הוספנו לגוף גרגר חומר ולא גרענו ממנו חומר – מסתו אינה משתנה. המסה של גוף קבועה בזמן, אינה תלויה בטמפרטורה של הגוף, בלחץ המופעל עליו ובשינוי מצב הצבירה שלו. אין זה משנה אם הגוף נמצא על פני הארץ, על פני הירח, או הרחק מגרמי שמיים. על-פי המכניקה הניוטונית, המסה של גוף גם אינה תלויה במהירותו.

המסה בתורת היחסות הפרטית (פיסקה זו חורגת מן המכניקה הניוטונית)

תורת היחסות הפרטית, שפותחה על ידי אלברט איינשטיין, מציבה חסם עליון לגודל מהירותו של גוף: גודל מהירות של גוף עשוי להתקרב לגודל מהירות האור (כ- 300,000 ק"מ לשנייה) אך לעולם לא יגיע לערך זה.

על-פי תורה זו גוף "מתנגד" יותר ויותר לשינוי מהירותו כאשר מהירותו הולכת וגדלה. במילים אחרות על-פי תורת היחסות מסתו ההתמדית של גוף הולכת וגדלה כאשר מהירותו גדלה.

במסגרת תורת היחסות אפשר לבטא את תלות המסה של גוף במהירותו: אם מסתו של גוף כשהוא במנוחה היא m_0, אזי בעת שגודל מהירותו v – מסתו m מבוטאת על-ידי:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

כאשר: c – גודל מהירות האור בריק.

הגידול במסה אינו מורגש כאשר מדובר במהירויות קטנות יחסית למהירות האור. למשל, מסתו של גוף שגודל מהירותו 1000 מטר לשנייה גדולה רק פי 1.000002 בערך ממסת המנוחה שלו. אולם, אם מהירותו שווה ל-90% ממהירות האור – מסתו גדולה פי 2.3 בערך ממסת המנוחה.

מסתה (ההתמדית) של מי גדולה יותר – של עגלת קניות או של מכונית?

נניח שמכונית ועגלת קניות נחות על משטח בעל חיכוך קטן מאוד. אם נדחוף את המכונית – היא תרכוש מהירות קטנה. אולם אותה דחיפה שתופעל על עגלה – תביא אותה למהירות גדולה מזו שרכשה המכונית. כלומר אותו כוח שקול, שפעל במשך אותו זמן, שינה את מהירות העגלה במידה גדולה יותר, כלומר העניק לה תאוצה גדולה יותר. לכן מסת העגלה קטנה ממסת המכונית.

עיינו בטבלה 3 כדי לקבל תמונה על סדרי גודל של מסות.

גוף	מסה (ק"ג)	גוף	מסה (ק"ג)	גוף	מסה (ק"ג)
היקום הנראה	10^{52}	מכלית דלק	10^{8}	מטבע של שקל	10^{-3}
הגלקסיה "שלנו"	2×10^{41}	לויתן כחול	10^{5}	אטום חמצן	3×10^{-26}
השמש	2×10^{30}	פיל	10^{4}	נויטרון	1.675×10^{-27}
כדור הארץ	6×10^{24}	מכונית	10^{3}	פרוטון	1.673×10^{-27}
הירח של הארץ	7.3×10^{22}	אדם	10^{2}	אלקטרון	9.110×10^{-31}

טבלה 3: סדרי גודל של מסות בטבע

בפרק ג רשמנו הגדרה זמנית ליחידת הכוח "ניוטון" (סעיף 4.4). נציג כאן את ההגדרה התקנית ליחידה זו.

נרשום את שוויון (3) בצורה $|\Sigma F| = ma$ גודלו של הכוח השקול הוא יחידה אחת אם $m = 1\ kg$ ו- $a = 1\ m/s^2$.

הגדרת יחידת הכוח "ניוטון":

גודלו של כוח הוא 1 ניוטון אם הוא מאיץ גוף שמסתו 1 ק"ג בתאוצה שגודלה 1 מ'\ש'^{2}.

אפשר למדוד כוחות בדרכים שונות: בפרק ג תיארנו כיצד מודדים כוח באמצעות קפיץ. שיטה זו פשוטה ונוחה, ומתאימה למדידת כוחות הפועלים על גופים נייחים. לעתים יש צורך למדוד כוחות הפועלים על גופים נעים. במצבים כאלה נמדוד את תאוצת הגוף, ונחשב את מכפלת המסה בתאוצה.

2.5 ניסוח החוק השני של ניוטון

א. סיכום הממצאים וניסוח החוק השני של ניוטון

נכתוב את הקשרים שמצאנו בין הכוח השקול הפועל על גוף לבין תאוצתו:

א. כיווניהם זהים: $\Sigma\vec{F} \parallel \vec{a}$ (4)

ב. גודליהם פרופורציוניים זה לזה: $|\Sigma\vec{F}| \propto a$ (5)

ג. מסתו m של הגוף מוגדרת על-ידי: $m = \frac{|\Sigma F|}{a}$ (6)

נסכם את שלושת הקשרים באמצעות קשר מתמטי אחד:

את (4) ו-(5) נוכל לרשום כפרופורציה בין וקטורים: $\Sigma\vec{F} \propto \vec{a}$ (7)

נאחד את (7) ו-(6) לנוסחה וקטורית אחת: $\vec{a} = \frac{\Sigma\vec{F}}{m}$

השוויון האחרון מבטא את אחד החוקים הבסיסיים והחשובים בפיזיקה.

החוק השני של ניוטון:

כאשר כוח שקול פועל על גוף אזי הגוף מואץ. כיוון התאוצה זהה לכיוון הכוח השקול, וגודלה פרו־פורציוני לגודל הכוח השקול. קבוע הפרופורציה הוא הערך ההפוך של מסת הגוף.

בניסוח מתמטי:

$$\vec{a} = \frac{\Sigma\vec{F}}{m} \qquad (8)$$

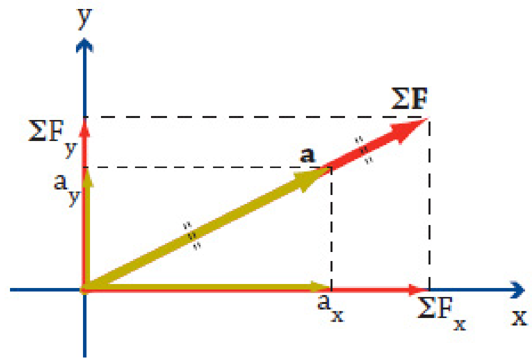
כאשר: a - תאוצת הגוף;

$\Sigma\vec{F}$ - השקול של כל הכוחות החיצוניים הפועלים על גוף;

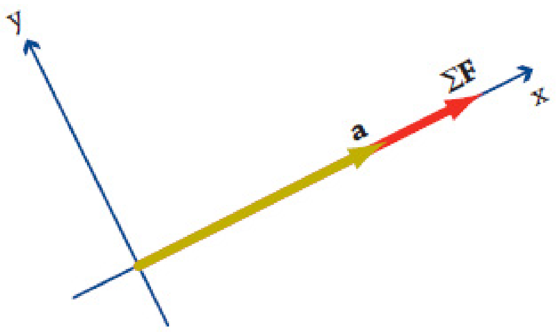
m - מסת הגוף.

ב. נוסחאות אלגבריות של החוק השני של ניוטון

קשר (8) הוא ניסוח וקטורי של החוק השני של ניוטון. נוכל להמיר את הנוסחה הווקטורית הזו בשתי נוסחאות אלגבריות. נתבונן באיור 15א שבו מוצגים הכוח השקול ΣF הפועל על גוף, והתאוצה a של הגוף. כמו כן הוספנו לאיור מערכת צירים x ו- y. נמיר את וקטור הכוח השקול ΣF לשני רכיביו ΣF_x ו- ΣF_y, ונמתח שני קווים על הווקטור ΣF לאות כי מחקנו אותו. נעשה פעולה דומה עם התאוצה a: נמיר אותה בשני רכיביה הקרטזיים a_x ו- a_y.



א. במערכת צירים כלשהי



ב. במערכת צירים שבה ציר ה-x נבחר בכיוון התאוצה

נתבונן במשולש ישר-הזווית ששתי מצלעותיו הן a ו- a_x, ובמשולש ישר-הזווית ששתי מצלעותיו הן ΣF ו- ΣF_x. שני המשולשים האלה דומים. לכן:

$$\frac{\Sigma F}{a} = \frac{\Sigma F_x}{a} \qquad (א)$$

אבל על פי קשר (8):

$$\frac{\Sigma F}{a} = m \qquad (ב)$$

מקשרים (א) ו-(ב) לעיל נובע כי: $\Sigma F_x = ma_x$. באופן דומה אפשר להוכיח כי $\Sigma F_y = ma_y$.

נרשום זאת במסקנה:

ניסוח החוק השני של ניוטון באמצעות שתי משוואות אלגבריות:

$$ma_x = \Sigma F_x$$
$$ma_y = \Sigma F_y \qquad (9)$$

הערה: כאשר פועלים על גוף כוחות בשלושה ממדים, נוסיף נוסחה שלישית לגבי הרכיבים בכיוון ציר z הניצב לצירים x ו-y. לא נעסוק בספר זה בכוחות הפועלים על גוף בשלושה ממדים.

באיור 15ב מוצגת מערכת צירים המאופיינת בכך שאחד הצירים שלה, למשל הציר x, הוא בכיוון התאוצה, והציר y ניצב לכיוון התאוצה. במערכת צירים כזו נוכל לרשום בנוסחה הראשונה של זוג הנוסחאות (9) a במקום a_x, ובנוסחה השנייה נוכל לרשום 0 במקום a_y. מתקבלת אפוא מסקנה שימושית:

במערכת צירים שבה הציר x בכיוון תאוצת הגוף (והציר y ניצב לתאוצת הגוף) אפשר לנסח את החוק השני של ניוטון כך:

$$ma = \Sigma F_x \qquad (10)$$
$$0 = \Sigma F_y$$

הערות:

1. נדגיש כי כל מערכת צירים היא לגיטימית. מערכת צירים שבה אחד הצירים הוא בכיוון תאוצת הגוף (ובה מתקיימות נוסחאות (10)) היא נוחה ממערכות צירים אחרות, כי מתק־בלות נוסחאות פשוטות יותר, אך היא אינה לגיטימית יותר ולא פחות לגיטימית.
2. באיורים 15א ו־15ב סימנו, מטעמי נוחות, את שתי מערכות הצירים באותם סימונים x ו־y, למרות שמדובר במערכות צירים שונות. מדויק יותר היה לסמן אותן בסימונים שו־נים, למשל מערכת אחת x ו־y ואז את המערכת האחרת ב־ x' ו־y'.

ג. אופי הכוח וסוג התנועה

כוחות עשויים להיות קבועים, להשתנות כפונקציה של המקום – בדוגמת הכוח שמפעיל קפיץ, כפונקציה של הזמן, ואף כפונקציה של מהירות הגוף שעליו הם פועלים – למשל התנגדות האוויר לתנועת מכונית תלויה במהירות המכונית.

אם מכירים את התבנית המתמטית של הכוח השקול הפועל על גוף, ומציבים אותה במקום ΣF בחוק השני של ניוטון, מתקבלת משוואה המכונה משוואת התנועה של הגוף.

ממשוואת התנועה אפשר ללמוד על תנועת הגוף. נוכל להפיק ממנה תועלת אף אם נכיר רק תכונות כלליות של הכוח: כאשר $\Sigma F = 0$, נובע ממשוואת התנועה כי $a = 0$ כלומר הגוף נח או נע במהירות קבו־עה. אלה הם מצבי התמדה בהם הרבנו לעסוק בפרק ג.

כאשר $\Sigma F = const$ (הכוח השקול קבוע) הגוף נע בתאוצה קבועה. במצבים אלה אנו רשאים להשתמש בנוסחאות הקינמטיות (8)–(11) שפיתחנו בפרק א.

כאשר ΣF משתנה – תנועת הגוף היא שונת תאוצה. אם למשל הכוח השקול הולך וגדל – גדלה גם התאוצה. אם הכוח השקול הולך וקטן – התאוצה קטנה. איננו רשאים להשתמש במקרה זה בנוסחאות קינמטיות (8)–(11) שבפרק א.

3. מסה וכוח כובד

3.1 המסה עול גוף במדד לעוצמת כוח הכובד הפועל עליו

על גוף נאמר שהוא נופל חופשית כאשר כוח הכובד הוא הכוח היחיד הפועל עליו. כוח זה מעניק לכל גוף תאוצה שגודלה g בתוקף החוק השני של ניוטון, עם בוחרים ציר y בכיוון אנכי:

$$mg = F_g \Leftarrow ma_y = \Sigma F_y \qquad (11)$$

כאשר: F_g – גודל כוח הכובד הפועל על הגוף (השווה בקירוב מצויין למשקל הגוף כאשר המדידה במצב שהגוף מתמיד ביחס לארץ);

m – המסה (האינרציאלית) של הגוף;

g – גודל תאוצת הנפילה החופשית.

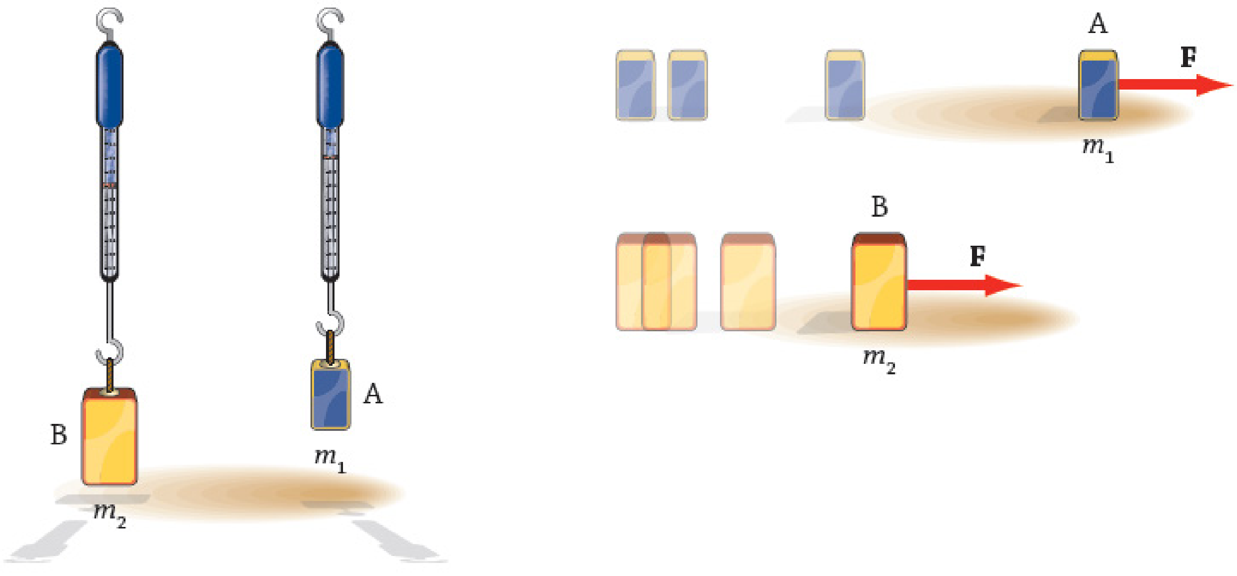
נוסחה (11) מבטאת את כוח הכובד שהארץ מפעילה על גוף לא רק בשעה שהוא נופל חופשית, אלא בכל מצב: מנוחה, או תנועה כלשהי אחרת.

ניסויים מראים כי כל הגופים נופלים (באותו מקום) באותה תאוצת נפילה חופשית, ללא תלות במסותיהם. מאידך גיסא, אנו יודעים כי תאוצתו של גוף תלויה במסתו.

כיצד יתכן שלכל הגופים אותה תאוצת נפילה חופשית, ללא תלות במסותיהם?

נתבונן בשני גופים: גוף A שמסתו (ההתמדית) m_1, וגוף B שמסתו m_2 כפולה מ-m_1. פרוש הדבר כי אם נפעיל על שני

הגופים כוחות שווים – תאוצתו של B תהיה שווה למחצית תאוצתו של A (איור 16א). לכן לא יתכן כי כוחות כובד שווים פועלים על שני הגופים, מאחר שכוחות אלה מעניקים לשני הגופים תאוצות שוות.



א. לגוף שמסתו כפולה (גוף B) תאוצה קטנה פי 2

ב. על הגוף שמסתו כפולה פועל כוח כובד כפול

הדברים יתיישבו אם נניח כי עוצמתו של כוח הכובד הפועל על גוף B שווה לכפליים כוח הכובד הפועל על A כאשר מודדים את משקלם של שני הגופים באמצעות דינמומטר, מתברר כי אכן משקלו של גוף B כפול מזה של A (איור 16ב).

לכוח הכובד יש אם כן תכונה מיוחדת במינה: הוא גדול יותר ככל שמסתו של הגוף שעליו הוא פועל גדולה יותר. אם מסתו של גוף B כפולה מזו של A אזי כוח הכובד הפועל על B שווה לכפליים כוח הכובד הפועל על A היחס בין כוח הכובד הפועל על גוף לבין מסתו שווה לכל הגופים (היחס שווה ל-g), לכן כולם נופלים חופשית באותה תאוצה.

המסה של גוף מהווה אפוא מדד לשתי תכונות שונות בתכלית:

1. ל"התנגדותו" של הגוף לשינוי מהירותו. בהקשר זה המסה מכונה, כפי שציינו, "מסה התמדית".
2. לעוצמת כוח הכובד הפועל על הגוף. בהקשר זה המסה מכונה בשם "מסה כובדית" (mass gravitational).

כוח הכובד שהארץ מפעילה על גוף תלוי ברוחק הגוף ממרכז הארץ. לא רק הארץ מושכת אליה גופים אלא גם השמש, הירח, כוכבי הלכת ושאר הכוכבים. אם נבחן את כוח המשיכה הפועל על גוף בהיותו על פני גרמי שמיים שונים, יתברר כי יש גרמי שמיים המפעילים כוח משיכה גדול מזה של הארץ, ויש באלה המפעילים כוח משיכה קטן יותר. כוח הכובד הפועל על גוף שונה לא רק על פני גרמי שמיים שונים, אלא גם במקומות שונים על פני אותו גרם שמיים (נפרט בפרק ט'). כוח הכובד הפועל על גוף גדול יותר באזורי הקטבים של כדור הארץ מאשר באזור קו המשווה.

כוח הכובד הפועל על גוף עשוי באמור להשתנות. מסתו לעומת זאת, היא תכונה סגולית של הגוף, ואינה תלויה במקום הימצאו. המושג "מסה" קשור אמנם לכוח הכובד, אך יש לו משמעות גם כאשר כוח כובד אינו פועל על הגוף.

3.2 שיטה סטטית למדידת מסה

שיטת המדידה של מסה שתיארנו בסעיף 2.4 מבוססת על השוואת מסות: מפעילים כוחות שווים על הגוף שאת מסתו מעוניינים למדוד ועל גוף תקני, ומהשוואת תאוצות שני הגופים אפשר לחשב את מסתו של הגוף.

שיטה פשוטה ונוחה יותר מתבססת על שימוש במאזני כפות (איור 17). מאזני כפות שווי זרועות מאוזנים כאשר על כפותיהם פועלים כוחות שווים כלפי מטה.

מניחים את הגוף שאת מסתו מעונינים למדוד על אחת מכפות המאזניים, ועל הכף השנייה מניחים גופי תקן (גופים בני מסה של ק"ג אחד, שהם העתקים של הגוף התקני הבינלאומי, או גופים שמסתם שווה לחלק ידוע מהקילוגרם, בהתאם לצורך) כך שהמאזניים מאוזנים.

משקל הגוף שמסתו m_x אינה ידועה: $m_x g = w_x$

משקל המשקולות שמסתם m ידועה: $mg = w$

המאזניים מאוזנים כאשר $w = w_x$, לכן $m_xg = mg$, ומכאן $m = m_x$. כלומר המסה הלא ידועה שווה למסתם הכוללת הידועה של גופי התקן (המשקולות).

נשתמש בדרך-כלל בשיטת מדידה זו למדידת מסה. נשים לב שהשיטה אינה מבוססת על השוואת מסות אלא על השוואת כוחות: אם כוח הכובד הפועל על שני גופים שווה, הרי גם מסותיהם שוות, בתנאי שה־גופים נמצאים באותו מקום. ברור כי מאזניי הכפות ממלאים תנאי זה.

חשוב להעיר כי בחיי היום-יום היחידה ק"ג משמשת למדידת משקל. דבר זה אינו תואם אמנם את המושגים המדעיים, אך לאור הדיון האחרון אפשר להבין שעל פני הארץ המשקל פרופורציוני למסה, לכן המסה בק"ג היא מדד למשקל.

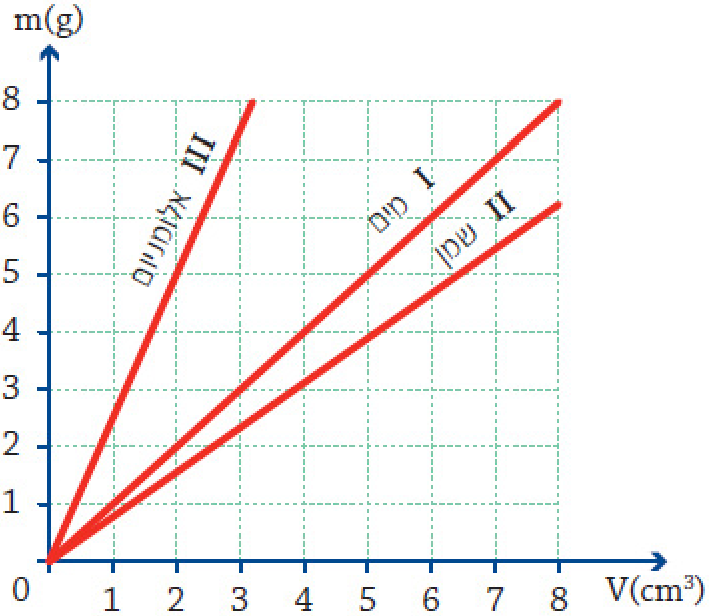
3.3 צפיפות ומשקל סגולי

מתוצאות הניסויים שעסקו בהרצת קרוניות (סעיף 2.4), מצאנו כי "מסה" היא גודל חיבורי (ראה טבלה 2); מסתן הכוללת של קרוניות זהות נמצאת ביחס ישר למספרן.

נבחן באמצעות ניסויים את תכונת חיבוריות המסה לגבי חומרים שונים:

תחילה ניקח נפחים שונים של מים, ונמדוד בכל פעם את מסתם. עקומה 1 באיור 18 מתארת תוצאות ניסוי. העקומה שהתקבלה היא קו ישר; הדבר מאשש את מסקנתינו הקודמת ש"מסה" היא גודל חיבורי: לשתי מנות מים בנות נפח של 1 סמ"ק כל אחת, מסה כפולה מאשר למנה אחת (1 סמ"ק). כלומר "כמות החומר" בשני סמ"ק מים כפולה מ"כמות החומר" בסמ"ק מים אחד. ערכו המספרי של שיפוע העקומה (1 גרם\סמ"ק) מציין את המסה של מנת מים שנפחם 1 סמ"ק.

באיור 18 מוצגות גם תוצאות ניסויים עם שמן ועם אלומיניום.



מסה של חומר המתאימה ליחידה אחת של נפחו מכונה צפיפות החומר, או מסתו הסגולית, ומסמנים אותו באות היוונית ρ (קרא: רו).

נרשום הגדרה:

הגדרת המושג "צפיפות" של חומר (density):

הצפיפות (המסה הסגולית) של חומר היא המסה של יחידה אחת של נפחו.

בניסוח מתמטי:

$$\rho = \frac{m}{V} \qquad (12)$$

כאשר: m - מסה של כמות מסוימת של חומר;

V- הנפח של אותה כמות חומר;

ρ- צפיפות החומר.

ביחידות SI נמדדת הצפיפות בק"ג\מ"³ - kg/m^3. צפיפות מים מזוקקים לדוגמה, שווה ל-1,000 ק"ג\מ"³. מקובל להשתמש גם ביחידה גרם\סמ"³, למרות שהיא אינה שייכת למערכת SI. בטבלה 4 כתובים ערכי צפיפויות של חומרים אחדים.

צפיפויות של חומרים, ובעיקר של גזים, משתנות כאשר דוחסים אותם או כאשר גורמים להם להתפשט: כאשר מכווצים חומר - מסתו אינה משתנה, אולם נפחו קטן, לכן צפיפותו גדלה. אם נרצה להשוות בין צפיפויות של חומרים שונים נצטרך לערוך את המדידות באותם תנאים. התנאים המוסכמים מכונים תנאים סטנדרטיים (לא נפרט אותם כאן).

החומר	צפיפות (g/cm^3)
קרח	0.9
מגנזיום	1.7
אלומיניום	2.7
ברזל	7.8
נחושת	8.3-9.0
כסף	10.5
עופרת	11.37
אורניום	18.7
זהב	19.3
פלטינה	21.5

א. מוצקים

החומר	צפיפות (g/cm^3)
נפט	0.8 - 0.78
שמן	0.92 - 0.8
מים ב-100°C	0.9581
מים ב-20°C	0.998
מים ב-4°C	1.0
מי-ים	1.03
חלב	1.03
דם	1.05
כספית	13.6

ב. נוזלים

החומר	צפיפות (*) (g/cm^3)
מימן	0.09×10^{-3}
הליום	0.178×10^{-3}
אדי מים	0.8×10^{-3}
חנקן	1.25×10^{-3}
אוויר	1.293×10^{-3}

* בתנאים סטנדרטיים.

ג. גזים

טבלה 4: צפיפויות של חומרים שונים

*בתנאים סטנדרטיים

לעתים משתמשים בגודל נוסף:

הגדרת המושג "משקל סגולי" של חומר:

המשקל הסגולי של חומר הוא המשקל של יחידת נפח אחת של חומר, (כאשר המשקל נמדד כשהגוף נח ביחס לארץ).

בניסוח מתמטי:

$$d = \frac{w}{V} \qquad (13)$$

כאשר: w – משקל של כמות מסוימת של חומר;

V – הנפח של אותה כמות חומר;

d – המשקל הסגולי של החומר.

ביחידות SI נמדד המשקל הסגולי בניוטון\מ'^{3} – N/m^3. לדוגמה, המשקל הסגולי של המים בקרבת כדור הארץ הוא 9,800 ניוטון\מ'^{3}.

צפיפות מאפיינת את החומר בלי קשר למקום שבו הוא נמצא(בתנאים שווים של לחץ וטמפרטורה), לעומת זאת המשקל הסגולי יכול להשתנות ממקום למקום.

4. יישומים של החוק השני של ניוטון

4.1 יישומים לגבי גוף יחיד

דוגמה 1: כוח קבוע מופעל על גוף נייח

על גוף נייח שמסתו $m = 2$ kg מופעל החל מרגע $t = 0$ כוח שקול קבוע, שכיוונו ימינה וגודלו $\Sigma F = 8$ N (כוח זה כולל את כוח הכובד הפועל על הגוף ואת כל שאר הכוחות).

1. האם החל מרגע $t = 0$ הגוף נע במהירות קבועה, בתאוצה קבועה או בתאוצה משתנה? נמקו.
2. מהי צורת מסלול התנועה של הגוף? הסבירו.
3. הגדירו ציר מקום, x, וחשבו את תאוצת הגוף ביחס לציר זה.
4. חשבו ביחס לציר שהגדרת את מקום הגוף ברגע $t = 3$ s.

פתרון:

1. הכוח השקול קבוע, לכן בתוקף החוק השני של ניוטון התאוצה קבועה.
2. נתבונן בכיוון הניצב לכיוון פעולת הכוח: בכיוון זה אין לגוף מהירות ברגע $t = 0$. הפעלתו של הכוח $\vec{F}$ אינה יכולה לשנות את המהירות בכיוון זה מאפס לערך שונה מאפס, כי לכוח אין רכיב בכיוון זה. התנועה מתנהלת לאורך קו ישר, בכיוון הכוח השקול, כי רק בכיוון זה הכוח גורם לשינוי מהירות.
3. נבחר ציר x שכיוונו החיובי מצביע ימינה, בכיוון הכוח השקול. זהו גם כיוון התאוצה. אנו רשאים לבחור את כיווני הצירים כרצוננו, אולם לשם ניתוח מצבם של גופים מוצאים נוח לבחור את הכיוון החיובי של הציר בכיוון תאוצת הגוף; הסימן האלגברי של התאוצה במקרה זה יהיה חיובי. נבחר את ראשית הציר במקום הימצאות הגוף ברגע $t = 0$.

   על-פי החוק השני של ניוטון: $\Sigma F_x = ma_x$

   נציב את ערכי הכוח והמסה: $8 = 2a$, מתקבלת התאוצה 4 מ'\ש'².
4. התנועה היא שוות תאוצה, לכן אנו רשאים להשתמש בנוסחה:

   $$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2} \Rightarrow x = 0 + 0 \cdot t + \frac{4 \cdot 3^2}{2} = 18 \text{ m}$$

ברגע $t = 3$ s הגוף יימצא במרחק 18 מ' ממקום מנוחתו.

דוגמה 2: גרירת גוף על משטח אופקי

גוף שמסתו $m = 0.5$ kg נח על משטח אופקי. החל מרגע מסוים מופעל על הגוף כוח אופקי קבוע שגודלו

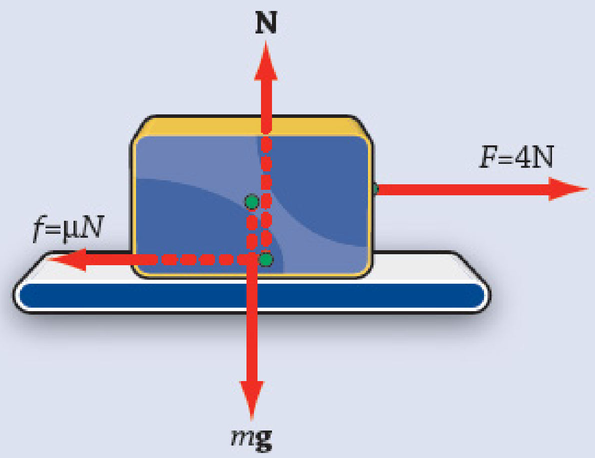
$F = 4$ N. מקדם החיכוך (הסטטי והקינטי) בין הגוף לבין המשטח הוא $\mu = 0.3$.

1. חשבו את המרחק שהגוף עובר ב-5 השניות הראשונות לתנועתו.
2. סרטטו את וקטורי הכוח השקול, התאוצה והמהירות ברגע כלשהו אחרי הפעלת הכוח (התייחסו לכיווניהם בלבד).

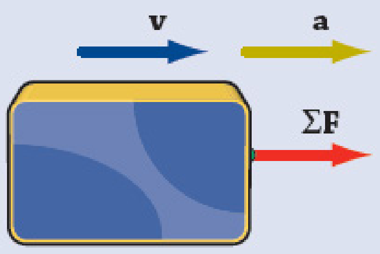
פתרון:

ניתוח: על הגוף פועלים כוחות קבועים, לכן תאוצתו קבועה. יש למצוא את המרחק שהגוף עובר. זהו אמנם גודל קינמטי, אולם אין בידינו די נתונים כדי לחשב באמצעות נוסחאות הקינמטיקה. נחשב תחילה את תאוצת הגוף משיקולי כוחות.

תרשים כוחות הפועלים על הגוף: על הגוף פועלים כוח הכובד mg, הכוח הנורמלי N, כוח החיכוך קינטי שגודלו $f=\mu N$, והכוח F (איור 19א).



א. תרשים כוחות הפועלים על הגוף



ב. וקטורי הכוח השקול, המהירות והתאוצה

מערכת צירים: נבחר ציר x שכיוונו החיובי בכיוון פעולת הכוח F, וציר y שכיוונו החיובי כלפי מעלה.

משוואות התנועה:

בכיוון הציר $x:\ ma = \mu N - F \Rightarrow ma = \Sigma F_x$ (א)

בכיוון הציר $y:\ 0 = mg - N \Rightarrow 0 = \Sigma F_y$ (ב)

התרת המשוואות: נציב את N ממשוואה (ב) במשוואה (א), נחלק את שני אגפי המשוואה המתקבלת ב-m ונקבל:

$$a = \frac{F-\mu mg}{m} = \frac{4-0.3\cdot 0.5\cdot 10}{0.5} = 5\ m/s^2$$

עתה נחשב את העתק הגוף בעזרת נוסחה קינמטית:

$$\Delta x = v_0 t + \frac{at^2}{2} = 0\cdot 5 + \frac{5\cdot 5^2}{2} = 62.5\ m$$

כלומר ב-5 השניות הראשונות לתנועתו הגוף עובר 62.5 מטר.

ב. הווקטורים מסורטטים באיור 19ב.

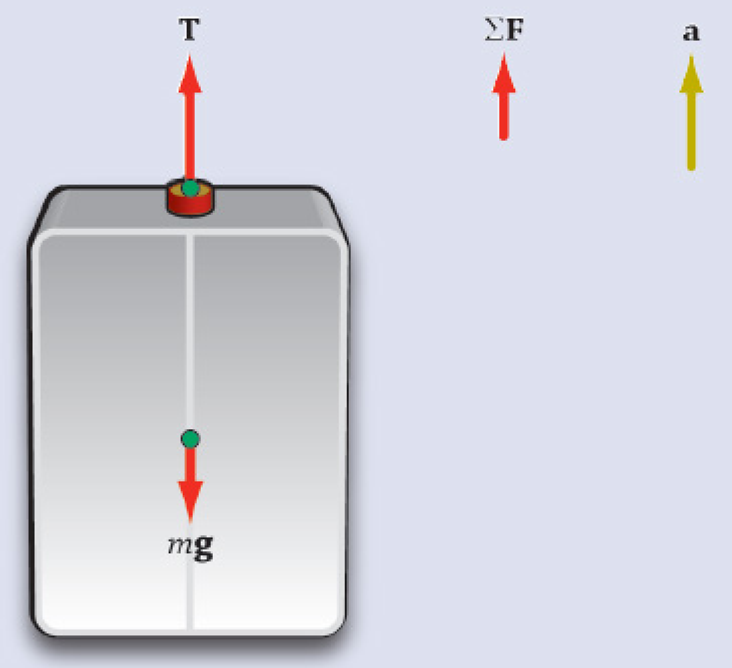
דוגמה 3: מעלית מואצת

מעלית שמסתה 800 ק"ג מואצת באמצעות כבל בתאוצה שגודלה 1.2 מ\ש² וכיוונה כלפי מעלה.

1. סרטטו את וקטור התאוצה (התייחסו לכיוונו בלבד), את וקטור הכוח השקול (התייחסו לכיוונו בלבד), ואת תרשים הכוחות הפועלים על המעלית (התייחסו לכיווני הווקטורים ולגודליהם היחסיים).
2. חשבו את מתיחות הכבל בנקודת קשירתו למעלית.

פתרון:

1. התשובות מופיעות באיור 20. התאוצה מכוונת כלפי מעלה (נתון בשאלה). בתוקף החוק השני של ניוטון, הכוח השקול פועל גם הוא כלפי מעלה. הכוחות הפועלים על המעלית הם כוח הכובד mg כלפי מטה, ומתיחות הכבל T כלפי מעלה. הכוח השקול מכוון כלפי מעלה, ולכן כוח המתיחות גדול מכוח הכובד.



2. משוואת התנועה של המעלית (לגבי ציר מקום שכיוונו החיובי כלפי מעלה):

$$\Sigma F = ma \Rightarrow T - mg = ma \Rightarrow T = m(a+g) \qquad (\text{א})$$

לפני שנציב במשוואה האחרונה ערכים מספריים נבחן את הפתרון:

יחידות: לאגף ימין יחידה של מסה בפול תאוצה. על-פי החוק השני של ניוטון זו יחידת כוח, לכן היחידות בשני האגפים שוות.

התאמה למקרים פרטיים: כאשר המעלית נייחת או נעה בתנועה שוות מהירות - הכוח השקול שווה לאפס, לכן מתיחות הכבל שווה לכוח הכובד הפועל על המעלית. ואכן, אם נציב במשוואה האחרונה $a = 0$ נקבל $T = mg$.

נציב את נתוני השאלה ב-(א): $T = 800\,(10 + 1.2) = 8{,}960$ N

נסביר את הפתרון: כוח הכובד הפועל על המעלית הוא 8,000 ניוטון. חלקו של כוח המתיחות (8,000 ניוטון) מקזז משקל זה, ויתרתו (960 ניוטון) מאיץ את המעלית.

דוגמה 4: אדם בתוך מעלית מואצת

אדם ניצב על מאזני קפיץ המונחים על רצפת מעלית. כאשר המעלית נחה המאזניים מורים 700 ניוטון.

1. מהי המסה של האדם?
2. חשבון את הוריית המאזניים בכל אחד מן המקרים שלפניכם:

(1)המעלית נעה במהירות קבועה. האם התשובה תלויה בכיוון תנועת המעלית?

(2)למעלית תאוצה שגודלה 2 מ'\ש'^{2} וכיוונה כלפי מטה. האם התשובה תלויה בכיוון תנועת המעלית?

(3)הכבל הנושא את המעלית נקרע, והיא נופלת חופשית.

פתרון:

1. ניתוח: האדם מפעיל על המאזניים כוח המכוון כלפי מטה, נסמנו ב-'N (איור 21א). מאזניים מורים את גודלו של כוח הפועל כלפי מטה על משטחם העליון, שעה שהם מונחים על רצפה (כך הם כוילו). כאשר המעלית נחה הם מורים 'N = 700 N.

המאזניים מפעילים על האדם כוח N כלפי מעלה. N ו-'N הם צמד כוחות "פעולה" ו"תגובה", לכן:

(א) $N = N'$

שוויון (א) נכון בכל מצב (אין זה משנה אם המאזניים נחים, נעים במהירות קבועה או מואצים). כלומר מאזניים מורים בכל מצב את הכוח הנורמלי שהם מפעילים על הגוף הניצב עליהם.

א. הכוח שהאדם מפעיל על המאזניים בשעה שהמעלית מואצת

ב. תרשים כוחות הפועלים על האדם

איור 21: תרשימי דוגמה 4

נתבונן עתה בכוחות הפועלים על האדם: מלבד N פועל עליו כוח הכובד mg כלפי מטה (איור 21ב). נבחר ציר מקום y שכיוונו החיובי כלפי מטה כאשר המעלית נחה. האדם במצב התמדה, לכן:

(ב) $$N - mg \Leftarrow 0 = \Sigma F = 0$$

על-פי משוואות (א) ו-(ב): $mg = 700N$. מכאן שמסת האדם $m = 70$ kg.

ב. (1) נניח שהמעלית נעה במהירות קבועה: שוויון (א) נשאר בתוקף. גם שוויון (ב) נשאר בתוקף, כי האדם עדיין במצב התמדה, לכן המאזניים יורו 700 ניוטון, בין אם המעלית נחה ובין אם היא עולה או יורדת במהירות קבועה.

(2) ניתוח: האם הוריית המאזניים שווה בכל מצב למשקל האדם? לא בהכרח: כאשר המע־לית מואצת – שוויון (ב) אינו מתקיים. האדם נמצא במנוחה ביחס למעלית, לכן הוא מואץ בתאוצה השווה לתאוצת המעלית.

בתוקף החוק השני של ניוטון חייב לפעול על האדם כוח שקול המכוון בכיוון התאוצה, כלו־מר כלפי מטה.

מכאן ש-N קטן ממשקל האדם mg, לכן הוריית המאזניים קטנה מ- 700 ניוטון.

משוואת התנועה של האדם: נבחר ציר y שכיוונו החיובי כלפי מטה.

נציב $g = 10\ m/s^2$, $m = 70\ kg$ ו- $a = 2\ m/s^2$ נקבל כי: $N = 560\ N$

הוריית המאזניים היא 560 ניוטון.

המאזניים יורו 560 ניוטון כאשר למעלית תאוצה של 2 מ'\ש'^{2} כלפי מטה. תאוצה שכיוונה כלפי מטה תיתכן בשני מקרים:

(1) המעלית יורדת במהירות אשר גודלה הולך והדל.

(2) המעלית עולה אך נבלמת, כלומר גודל מהירותה הולך וקטן.

משוואה(ג) אינה תלויה בכיוון התנועה (אלא בכיוון התאוצה) לכן המאזניים יורו 560 ניוטון בשני מקרים אלה.

(3) מנוסחה (ג) אפשר לראות כי כאשר תאוצת המעלית המכוונת כלפי מטה הולכת וגדלה - קטן הכוח הנורמלי שהמאזניים מפעילים על האדם. כאשר הכבל נקרע, מגיע גודל תאוצת המעלית ל- g, ועל-פי נוסחה (ג) האדם והמאזניים לא יפעילו כוחות זה על זה. הוריית המאזניים במקרה זה תהיה שווה לאפס, והאדם ירחף במרחב המעלית.

דוגמה 5: תנועת גוף על מישור משופע חסר חיכוך

מניחים גוף על מדרון אשר זווית נטייתו ▯. הנח כי ניתן להזניח את החיכוך בין הגוף לבין המדרון.

1. סרטטו את תרשים הכוחות הפועלים על הגוף, ובאיור נפרד את הכוח השקול הפועל עליו ואת תאוצתו.
2. הסבירו מדוע תאוצת הגוף קבועה, וחשבו את גודלה.

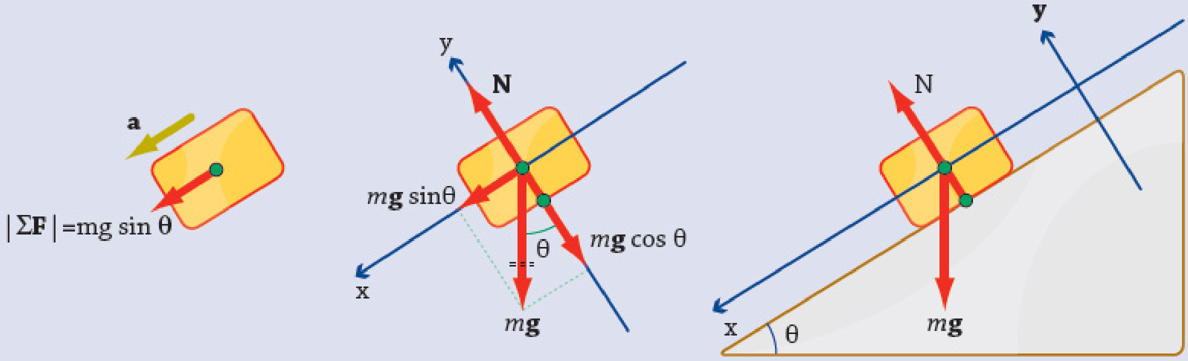
מטילים את הגוף במעלה המדרון:

3. מהו גודל תאוצת הגוף בעת עלייתו?
4. מהו גודל תאוצת הגוף בשיא הגובה?
5. סרטטו במה וקטורי תאוצה ווקטורי מהירות - בעת עליית הגוף, בשיא הגובה ובעת ירידת הגוף; התייחסו לכיווני הווקטורים ולגודליהם היחסיים של וקטורים מאותו סוג.
6. תארו במילים את תנועת הגוף (השתמשו במילים כוח, תאוצה ומהירות).

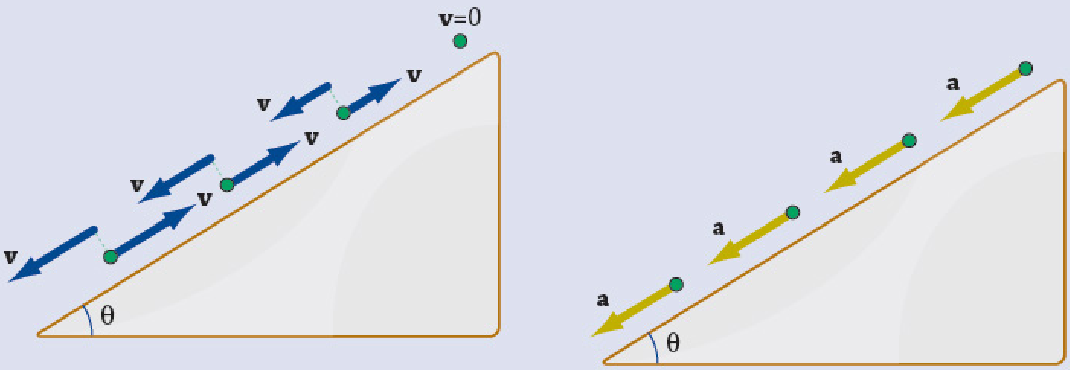
פתרון:

1. הכוחות הפועלים על הגוף כשהוא מונח על המדרון הם כוח הכובד הפועל על הגוף mg והכוח הנורמלי N (איור 22א). בכיוון ניצב למדרון הגוף אינו מואץ, לכן נוח לבחור ציר y בכיוון זה וציר x בכיוון מקביל למדרון, למשל במורד. נחליף את משקל החף ברכיביו הקרטזיים (איור 22ב). הכוח הנורמלי מתקזז עם רכיב המש־

קל הניצב למישור המשופע. הכוח השקול הוא רכיב המשקל בכיוון מקביל למישור המשופע, כמתואר באיור 22ג. כיוון התאוצה זהה לכיוון הכוח השקול.



א. תרשים כוחות הפועלים על הגוף
ב. "פרוק" כוח הכובד לרכיביו הקרטזיים
ג. הכוח השקול הפועל על הגוף ותאוצתו



ד. וקטורי תאוצת הגוף
ה. וקטורי מהירות הגוף

2. הכוח השקול הפועל על הגוף קבוע בגודלו (באמור בסעיף א, הוא שווה לרכיב המ־שקל בכיוון מקביל למדרון). לכן גם תאוצת הגוף קבועה.

על־פי החוק השני של ניוטון: $\Sigma F_x = ma \Rightarrow mg\sin\theta = ma$

לכן: $a = g\sin\theta$ (ג)

נבחן את הפתרון–

יחידות: יחידות אגף שמאל שוות לאלה של אגף ימין.

מקרים פרטיים: כאשר $\theta=0$ הגוף מונח על משטח אופקי והוא אינו מואץ, ואכן מסקנה זו מתקבלת מהפתרון.

כתרגיל, בחנו את הפתרון עבור $\theta=90°$.

3. כאשר הגוף מוטל במעלה המדרון פועלים עליו בדיוק אותם הכוחות שפעלו בשעה שהחליק כלפי מטה. גם במקרה זה תאוצתו שווה $g\sin\theta$. תאוצת הגוף אינה תלויה בכיוון מהירותו ההתחלתית.

4. על בסיס אותו שיקול שהעלינו בסעיף ג, גם בשיא הגובה התאוצה שווה ל- sin g.

נדגיש כי אין סתירה בין העובדה שמהירותו הרגעית של הגוף שווה לאפס, לבין העובדה שתאוצתו בנקודה זו שונה מאפס! מצבו של גוף המוטל במעלה של מדרון חסר חיכוך דומה לזה של גוף הנזרק כלפי מעלה: גוף הנזרק כלפי מעלה מואץ בתאוצה שגודלה g וכיוונה כלפי מטה בשעה שהגוף עולה, כשהוא בשיא הגובה, וגם בעת ירידתו.

5. באיור 22ד מוצגים וקטורי התאוצה בנקודות שונות. התאוצה מכוונת בכל נקודה בכיוון המורד, בין אם הגוף עולה, נעצר רגעית בשיא הגובה, או יורד. באיור 22ה מוצגים וקטורי המהירות: כיוון המהירות בכל נקודה זהה לכיוון תנועת הגוף באותה נקודה. בעת עליית הגוף המהירות הולכת וקטנה, בשיא הגובה היא מתאפסת, וב־מהלך ירידתו המהירות הולכת וגדלה. באיור הזזנו כלפי מעלה את וקטורי המהירות בירידה כדי ליצור הפרדה ברורה ביניהם לבין וקטורי המהירות בעליה. בכל שנייה מתווסף (חיבור וקטורי) לווקטור המהירות וקטור המכוון בכיוון החיובי של הציר x, וגודלו sin g.

6. בתחילת התנועה, לאחר שהגוף הוטל בכיוון מעלה המדרון, יש לו מהירות התחלתית בכיוון מעלה המדרון. במהלך התנועה, פועל עליו כוח שקול קבוע שגודלו sin mg בכיוון המורד. כוח זה מעניק לגוף תאוצה קבועה שגודלה sin g וכיוונה לעבר המורד – כלומר בכל שנייה מצטרפת למהירות הגוף תוספת שגודלה sin g וכיוונה אל המורד; בתחילה, במשך תנועת הגוף במעלה המדרון, הדבר מתבטא בהקטנת גודל המהירות, עד שהיא מתאפסת רגעית(בשיא הגובה); ברגע שהגוף נמצא בשיא הגובה הדבר מתבטא בשינוי כיוון המהירות, כלפי מטה; במשך תנועת הגוף במורד המדרון, הדבר מתבטא בהגדלת גודל המהירות.

על מדידת תאוצה

תאוצה מוגדרת באמצעות מונחים קינמטיים:

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

מדידת תאוצה על-פי הגדרתה אינה נוחה: יש לחשב גבול של סדרה אינסופית של תאוצות ממוצעות! יתר על כן, המהירות בכל רגע אף היא מוגדרת כגבול של סדרה אינסופית של מהירויות ממוצעות:

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta r}{\Delta t}$$

בהסתמך על החוק השני של ניוטון, אפשר למדוד תאוצה בשיטה אחרת: מודדים את הכוח השקול הפועל על הגוף, ועל פי תוצאת מדידה זו מחשבים את תאוצתו. זו מדידה דינמית של תאוצה, והיא בדרך כלל פשוטה ונוחה יותר.

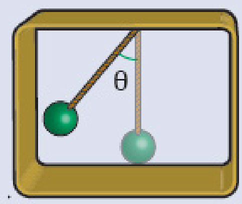
דוגמה 6: מד תאוצה

בדור קטן תלוי באמצעות חוט לתקרתה של מכונית הנוסעת על כביש ישר ואופקי. בזמן הנסיעה החוט יוצר זווית קבועה θ עם האנך, כמתואר באיור א23.

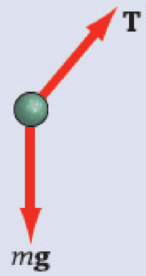
1. האם תאוצת המכונית קבועה? מהו כיוון התאוצה?
2. מהו כיוון תנועת המכונית?
3. בטאו את גודל תאוצת המכונית באמצעות θ.

פתרון:

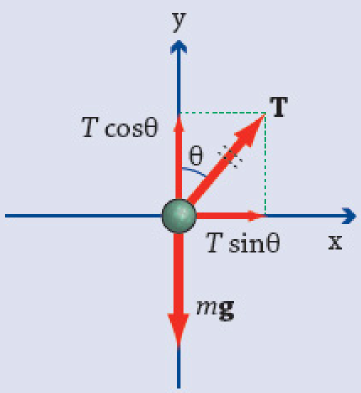
1. תרשים הכוחות הפועלים על הכדור ומערכת צירים: על הגוף פועלים כוח הכובד (m mg – מסת הכדור) וכוח מתיחות החוט T (איור ב23). נבחר מערכת צירים כמתואר באיור ג23.



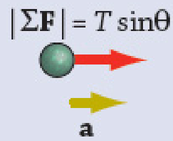
א. המערכת



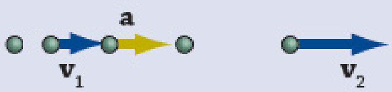
ב. תרשים כוחות של הכדור



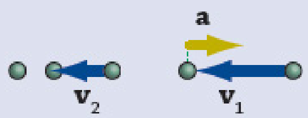
ג. הצגת הכוחות במערכת צירים



ד. הכוח השקול הפועל על הכדור ותאוצתו



ה. אפשרות אחת: המכונית נוסעת ימינה במהירות שהולכת וגדלה



ו. אפשרות אחרת: המכונית נוסעת שמאלה במהירות שהולכת וקטנה

נחליף את T ברכיביו הקרטזיים: $T_y = T\cos\theta$; $T_x = T\sin\theta$. בכיוון הציר y הכדור אינו נע, לכן סכום רכיבי הכוחות בכיוון זה שווה לאפס, כלומר mg ו־T_y מתקזזים. על הכדור פועל כוח שקול קבוע, שכיוונו ימינה וגודלו $|\Sigma F| = T_x = T\sin\theta$ (איור ד23). בתוקף החוק השני של ניוטון הכדור מואץ בתאוצה קבועה ימינה.

מאחר ואין תנועה יחסית בין המכונית לבין הכדור, נסיק שהמכונית נעה בתאוצה קבועה ימינה.

2. באיור ד22 מוצג כיוון התאוצה (a) ברגע מסוים t. נסמן את מהירות המכונית זמן מה לפני t, וב־v_2 את מהירות המכונית זמן מה אחרי t. בתוקף הגדרת המושג "תאוצה", הכיוונים של $(v_1 - v_2)$ ושל a זהים; שניהם פונים ימינה.

$v_2 - v_1$ עשוי להצביע ימינה בשני מקרים: האחד מוצר באיור 123ה: המכונית נעה ימי־נה במהירות אשר הולכת וגדלה. האפשרות האחרת מוצגת באיור 123: המכונית נעה שמאלה במהירות הולכת וקטנה.

אי אפשר לקבוע על-פי נתוני השאלה אם המכונית מגבירה את מהירותה בנסיעה ימינה או מק־טינה את מהירותה בנסיעה שמאלה. שני המצבים אפשריים.

3. נתבונן בכדור: בכיוון הציר y הכדור במנוחה, ועל-פי החוק השני של ניוטון:

$\Sigma F_y=0 \Rightarrow 0 = T\cos\theta - mg$ (א)

בכיוון הציר x הכדור מואץ: $\Sigma F_x = ma \Rightarrow ma = T\sin\theta$ (ב)

מ-(א) ו-(ב): $\frac{T\sin\theta}{T\cos\theta} = \frac{ma}{mg}$

לכן: $\tan\theta \cdot g = a$

המתקן המתואר בדוגמה זו יכול לשמש מד תאוצה (ראו תרגילים 32 ו- 90 בפרק זה).

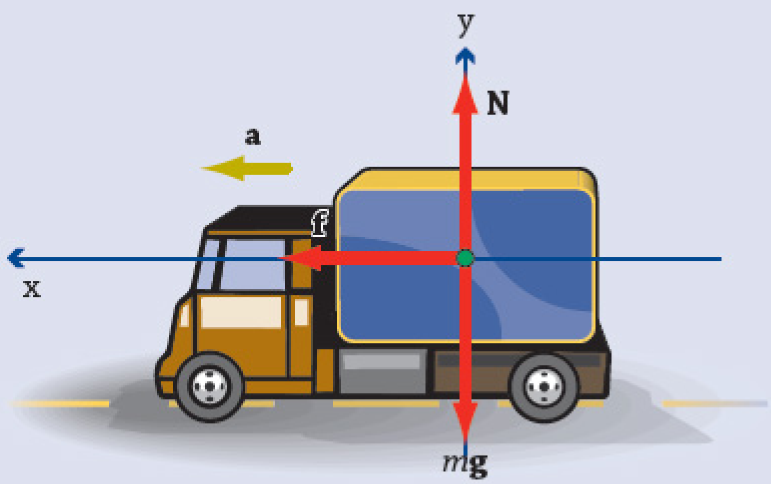
תרגיל: בחנו את התוצאה עבור המקרה הפרטי $\theta=0$. האם יתכן שתתקבל זווית $\theta=90°$?

דוגמה 7: האצה באמצעות כוח חיכוך סטטי

נהג משאית מניח תיבה על רצפת משאיתו. מקדם החיכוך הסטטי בין התיבה לרצפת המשאית הוא 0.3. חשבו את תאוצתה המרבית של המשאית כך שהתיבה לא תחליק.

פתרון:

נתבונן בתיבה: כל עוד התיבה אינה מחליקה, פועלים עליה כוח החיכוך הסטטי (בכיוון הנסיעה), כוח הכובד והכוח הנורמלי (איור 24). כאשר המשאית מואצת בתאוצה a, והתיבה נחה ביחס למ־שאית, כוח החיכוך הסטטי הוא אשר מאיץ את התיבה, ומקנה לה תאוצה a, השווה לזו של המ־שאית. נבחר מערכת צירים כמתואר באיור 24.



בתוקף החוק השני של ניוטון:

בכיוון ציר x: $\Sigma F_x = ma \Rightarrow f_s = ma$ (א)

בכיוון ציר y: $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N - mg = 0$ (ב)

ככל שתאוצת המשאית גדלה, כוח החיכוך הסטטי הולך וגדל, והוא "מצליח" להקנות לתיבה תאוצה שווה לזו של המשאית. אולם, לכוח החיכוך הסטטי יש ערך מרבי שגודלו $f_{s,max} = \mu_s N$, והוא עשוי להקנות לתיבה תאוצה מקסימלית, שתסומן a_{max}. אם תאוצת המשאית גדולה מ-a_{max}, כוח החיכוך הסטטי לא "יצליח" להעניק לתיבה תאוצה השווה לתאוצת המשאית, והתיבה תנוע לאחור ביחס למשאית.

נכתוב את משוואה (א) עבור כוח החיכוך הסטטי המרבי:

$f_{s,max} = m a_{max} \Rightarrow \mu_s N = m a_{max}$ (א')

ממשוואות (ב) ו-(א') נקבל: $a_{max} = \mu_s g$ (ג)

קיבלנו שהתאוצה המרבית של התיבה אינה תלויה במסת התיבה. נסביר זאת כך: הכוח המאיץ את התיבה שווה ל- $\mu_s N$. בבעיה זו $mg=N$, כלומר הכוח המאיץ פרופורציוני למסת הגוף. לכן התאוצה, שהיא הכוח ליחידת מסה, אינה תלויה במסת התיבה.

נציב ערכים ב-(ג) ונקבל: $a_{max} = 0.3 \cdot 10 = 3\ m/s^2$

כאשר המשאית תואץ ב-3 מ'/ש'², גודלו של כוח החיכוך הסטטי הפועל על התיבה יגיע לערכו המרבי, והוא יצליח להאיץ את התיבה בתאוצה זו. בתאוצה גדולה מזו התיבה תחליק "לאחור", על רצפת המשאית.

הנעת גופים

כדי שמהירותו של גוף תשתנה, דרוש שיפעל עליו כוח חיצוני (ראו החוק השני של ניוטון). לכן אדם אינו יכול להתקדם כאשר הוא מושך עצמו בחולצתו או בשערותיו. נהג היושב במכונית אינו יכול להסיע את מכוניתו אם ידחוף את ההגה (או כל חלק אחר של המכונית).

מאידך גיסא, העולם מלא חיים ותנועה: אנשים הולכים, מכוניות נוסעות, ציפורים עפות ודגים שוחים. הכיצד?

גוף אמנם אינם יכול לנוע בהשפעת כוחות שהוא מפעיל על עצמו, אך הוא יכול לדחוף גוף אחר. בתוקף החוק השלישי של ניוטון, הגוף האחר מפעיל כוח תגובה על הגוף הנדון, ולגבי הגוף הנדון זהו כוח חיצוני.

שימוש בכוחות חיכוך לצורך הנעה: בדוגמה 7 ראינו כיצד כוח חיכוך סטטי עשוי להאיץ גופים (התיבה). דוגמאות אחרות הן הליכה ונסיעת מכונית.

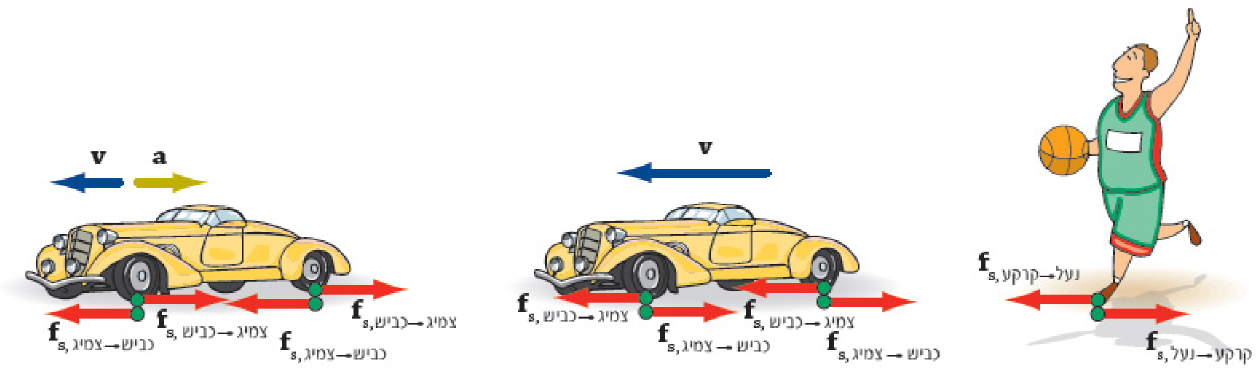
הליכה: בעת ההליכה, הנעל שבמגע עם הקרקע נמצאת במנוחה במשך פרק זמן קצר. היא דוחפת את הקרקע לאחור בכוח חיכוך $f_{s,\text{נעל}\rightarrow\text{קרקע}}$, ובתגובה הקרקע מפעילה כוח חיכוך סטטי $f_{s,\text{קרקע}\rightarrow\text{נעל}}$, על הנעל בכיוון "קדימה", כמתואר באיור 25א. זו' הסיבה שהליכה על משטח חלק (כגון משטח משומן או משטח קרח) היא משימה קשה.

נסיעה: תפקיד מנוע המכונית הוא לסובב גלגלים של המכונית. מכונית שבה המנוע מסובב את זוג הגלגלים הקדמיים נקראת מכונית עם הנעה קדמית (זה המצב ברוב המכוניות הפרטיות). בהנעה קדמית לגלגלים הקדמיים תפקיד דומה לתפקיד הרגליים בהליכה - זוג הצמיגים מפעילים על הכביש כוח חיכוך לאחור, והכביש מפעיל על הצמיגים כוח חיכוך בכיוון התנועה. לכן גלגלים אלה נקראים "גלגלים מניעים". כאשר הגלגלים המניעים מתגלגלים על הכביש ללא

החלקה שלהם, חלק הצמיג שבמגע עם הכביש נמצא במנוחה רגעית, וכוח החיכוך הוא סטטי (איור 25ב). בהנעה קדמית הגלגלים האחוריים אינם תורמים להנעת המכונית, והם מכונים "גלגלים נגררים". בגלגלים הנגררים כוח החיכוך פועל על הצמיגים בניגוד לכיוון התנועה.

במשאיות המנוע מסובב את הגלגלים האחוריים; זה נקרא הנעה אחורית.

אם המנוע מסובב את כל ארבעת הגלגלים – הנעה זו נקראת 4X4.



א. בשעת הליכה

ב. בשעת נסיעה
(במכונית שבה כל הגלגלים מחוברים למנוע)

ג. בשעת בלימה

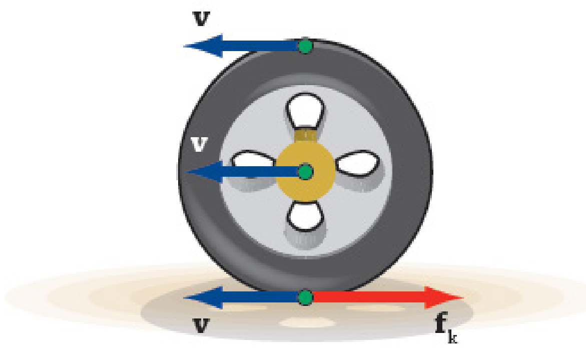
בלימה: בעת שנהג לוחץ על הבלמים, הוא מקטין את מהירות סיבובם של הגלגלים. הצמיג מפעיל על הכביש כוח חיכוך המכוון בכיוון תנועת המכונית, וכתגובה מפעיל הכביש על הצמיג כוח חיכוך לאחור, המאט את מהירות המכונית. כאשר הלחיצה על הבלמים חלשה – הגלגלים ממשיכים להסתובב, והכביש מפעיל על הצמיגים כוח חיכוך סטטי בכיוון מנוגד לתנועת המכונית. כאשר הלחיצה חזקה – הגלגלים "ננעלים" והכביש מפעיל על הצמיגים כוח חיכוך קינטי בכיוון מנוגד לתנועת המכונית (איור 25ג).

נדגיש כי תפקיד בלמי המכונית הוא להאט את קצב סיבוב הגלגלים. הכוח אשר בולם את המכונית הוא החיכוך שהכביש מפעיל על הצמיגים. דבר זה בולט כאשר מתבוננים במכונית המנסה לבלום על גבי משטח קרח; הגלגלים אינם מסתובבים, אך המכונית עלולה להמשיך ולהחליק.

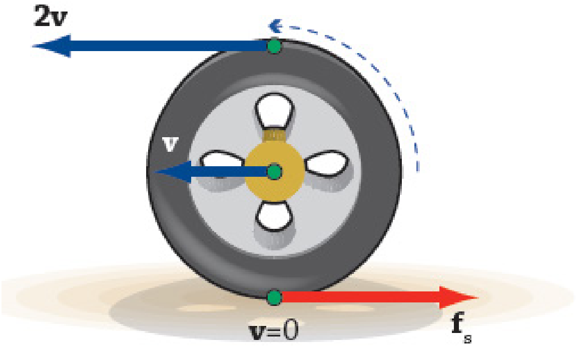
מרחק בלימה של מכונית

נהג רוצה לבלום את מכוניתו במצב חירום. אם הוא מפעיל את בלמי מכוניתו בעוצמה – הגלגלים עלולים "להינעל" והם יחליקו לאורך הכביש. הכוח הבולם במקרה זה את המכונית הוא חיכוך קינטי שהכביש מפעיל על צמיגי המכונית (איור 26א), כיוון שמהירותו של אתר המגע של הצמיג עם הכביש שונה מאפס.

לעומת זאת, אם הנהג מפעיל את הבלמים ומרפה מהם לסרוגין, כך שהגלגלים מתגלגלים ללא החלקה, אתר הצמיג שבמגע עם הכביש נמצא במנוחה רגעית ביחס לכביש (איור 26ב). במקרה זה כוח החיכוך שהכביש מפעיל על הצמיג הוא סטטי. כיוון ש- $\mu_k < \mu_s$, גודל התאוצה במקרה זה עשוי להיות גדול מגודל התאוצה במקרה של נעילת הגלגלים, לכן מרחק העצירה יהיה קטן יותר.

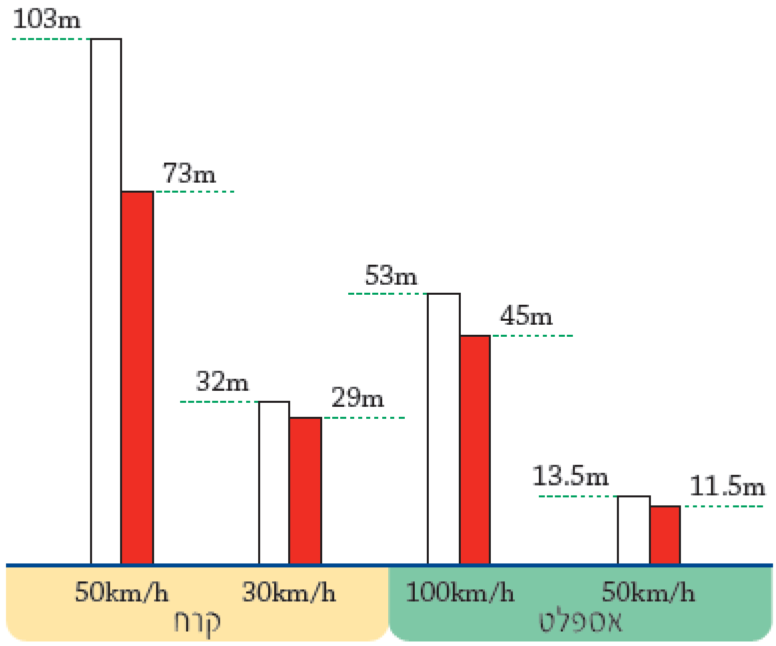


א. מצב שבו גלגל המכונית "נעול" והצמיג מחליק על הכביש



ב. מצב שבו אין החלקה

על מנת לאפשר עצירת חירום בטוחה ככל האפשר, פותחה מערבת בלימה הנשלטת על-ידי מחשב: חיישנים בודקים את תנועת הגלגלים מספר רב של פעמים בכל שנייה, והם מזינים את המחשב במידע זה. ברגע שהצמיגים מתחילים להחליק, המחשב מורה על הקטנה רגעית של לחץ הבלמים על הגלגלים. באופן כזה המכונית נבלמת על-ידי כוח החיכוך הסטטי, ומרחק הבלימה עשוי להיות קצר יותר. מערכת זו מכונה Anti-lock Brake System (ABS). איור 27 מתאר מרחקי בלימה של מכונית המצוידת במערכת ABS, ושל מכונית ללא מערכת זו.



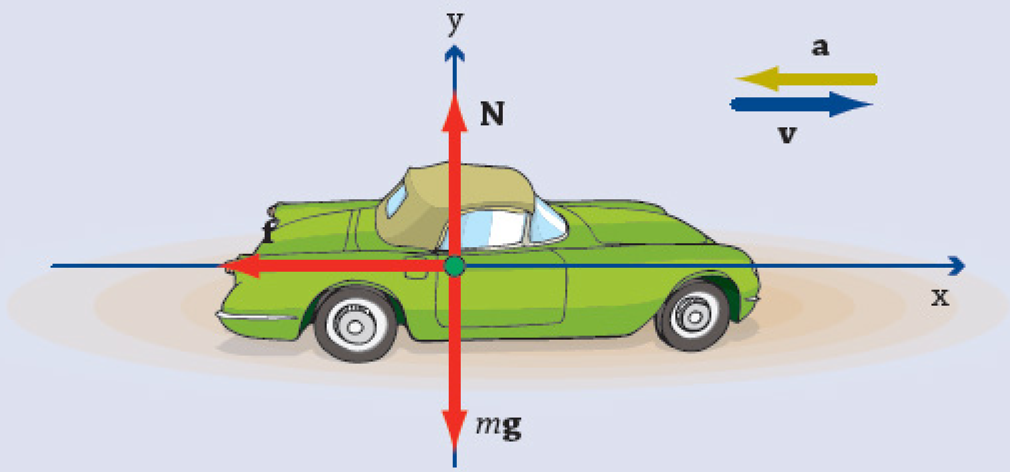
דוגמה 8: בלימה של מכונית

מקדמי החיכוך הקינטי והסטטי בין צמיגי מכונית לבין הכביש הם 0.8 ו-0.9 בהתאמה. המכונית נוסעת במהירות של 90 ק"מ לשעה. חשבו:

1. את מרחק הבלימה המינימלי.
2. את מרחק הבלימה במצב של "נעילה" מלאה של הגלגלים.

פתרון:

הכוחות הפועלים על המכונית בעת הבלימה הם: כוח הכובד, הכוח הנורמלי וכוח החיכוך. באיור 28 מתוארים הכוחות הפועלים על המכונית ומערכת צירים x ו- y שבחרנו; כוחות החיכוך לא סורטטו בנקודות המגע עם הכביש, אלא השקול שלהם סורטט במרכז המכונית.



משוואות התנועה של המכונית:

לגבי רכיבים בביוון $\square F_x = ma \;\square\; ma=f-$:x (א)

לגבי רכיבים בביוון $\square F_y = 0 \;\square\; 0 = mg - N$:y (ב)

1. מרחק הבלימה המינימלי מתקבל כאשר הכביש מפעיל על המכונית כוח חיכוך סטטי מרבי. עבור מקרה זה נוכל להציב במשוואה (א) $\square_s N$ במקום f, ואז נקבל ממשוואות (א) ו-(ב):

$a = - \square_s g$ (ג)

ביוון שבוח החיכוך הסטטי המרבי קבוע במהלך הבלימה, תנועת המכונית היא שוות תאוצה, ונובל להשתמש במשוואה הקינמטית:

$v^2 = v_0^2 + 2a\square x$ (ד)

נחלץ מקשר (ד) את ההעתק $\square x$ ונציב: $v = 0$, $v_0 = 90\ km/h = 25\ m/s$, ואת הביטוי ל-a מ-(ג), ונקבל:

$$\Delta x_{\text{ללא החלקה}} = \frac{v_0^2}{2a} = \frac{v_0^2}{2\mu_s g} = \frac{25^2}{2\cdot0.9\cdot10} \approx 34.7\ m$$

2. במצב של "נעילה" מלאה של הגלגלים הכביש מפעיל על המכונית כוח חיכוך החלקה. נציב במשוואה (א) את הביטוי $\square_k N$ במקום f ואז נקבל ממשוואות (א) ו-(ב):

$a = \square_k N$ (ה)

נציב במשוואה (ד) את הביטוי ל-a על-פי משוואה (ה) ונקבל:

$$\Delta x_{\text{ללא החלקה}} = \frac{v_0^2}{2a} = \frac{v_0^2}{2\mu_k g} = \frac{25^2}{2\cdot0.8\cdot10} \approx 39.1\ m$$

מתקבל פער של 4.4 מטרים. פער זה עשוי למנוע התנגשות.

4.2 יישומים למערכות רב גופיות, שבהן תאוצות הגופים שוות בגודלן

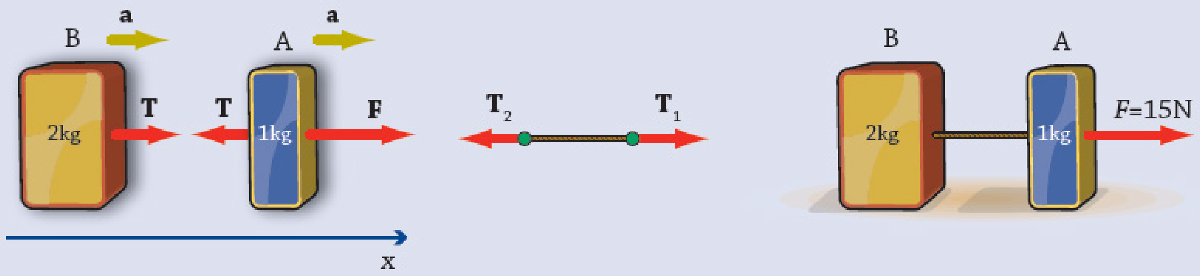
דוגמה 9: זוג גופים הקשורים בחוט נגררים על משטח אופקי

גוף A שמסתו $m_1 = 1$ kg קשור בחוט לגוף B שמסתו $m_2 = 2$ kg. הגוף A נמשך ימינה על-ידי כוח שגודלו $F = 15$ N (איור 29א). ניתן להזניח את מסת החוט ואת החיכוך בין הגופים לבין המשטח. במהלך התנועה אורך החוט אינו משתנה.

1. האם תאוצות הגופים שוות? נמקו.
2. האם מתיחויות החוט בקצותיו שוות? נמקו.
3. חשבו את תאוצת הגוף A ואת מתיחות החוט.

פתרון:

1. כאשר גוף A עובר מרחק s – גוף B נע בדיוק באותו שיעור (כיוון שאורכו של החוט אינו משתנה). לכן בכל רגע לשני הגופים מהירויות שוות, לכן גם תאוצות שני הגופים שוות בגודלן.
2. נסמן: m – מסת החוט; T_1 – מתיחות החוט בקצה הימני; T_2 – המתיחות בקצה השמאלי (איור 29ב).



ג. כוחות אופקיים הפועלים על שני הגופים ב. הכוחות הפועלים על קצות החוט א. שני גופים נגררים על משטח אופקי חסר חיכוך

משוואת התנועה של החוט המואץ (ביחס לציר x אופקי):

$ma = T_2 - T_1 \Leftarrow ma = \Sigma F_x$ (א)

$ma > 0$ לכן $T_1 < T_2$. בכל שהמכפלה ma קטנה יותר – הערכים של T_1 ו- T_2 הולכים ומתקרבים זה לזה. אם מסת החוט ניתנת להזנחה, אזי $T_2 = T_1$ (ראו קשר(א)). נסמן את המתיחות במקרה זה ב-T.

3. משוואת התנועה של גוף A ביחס לציר x אופקי: $m_1a = T - F \Leftarrow m_1a = \Sigma F_x$ (ב)

משוואת התנועה של גוף B: $m_2a = T \Leftarrow m_2a = \Sigma F_x$ (ג)

ממשוואות (ב) ו-(ג) נקבל: $a = \frac{F}{m_1+m_2}$ (ד)

שימו לב כי ביטוי (ד) מתקבל ממשוואת התנועה עבור שני הגופים יחד. נציב ערכים מספריים ב-(ד), ונקבל כי $a = 5$ m/s². נציב ערך זה ואת נתוני השאלה במשוואה (ג)(או(ב)), ונקבל כי: $T = 10$ N.

דוגמה 10: קרונית על משטח אופקי קשורה למשקולת

קרונית שמסתה M = 3 kg מונחת על שולחן, וקשורה באמצעות חוט העובר על פני גלגלת למשקולת שמסתה m = 2 kg. אדם מחזיק את הקרונית במנוחה (איור 30א). כוחות החיכוך בין החוט לבין הגלגלת, ובין הקרונית לבין השולחן ניתנים להזנחה.

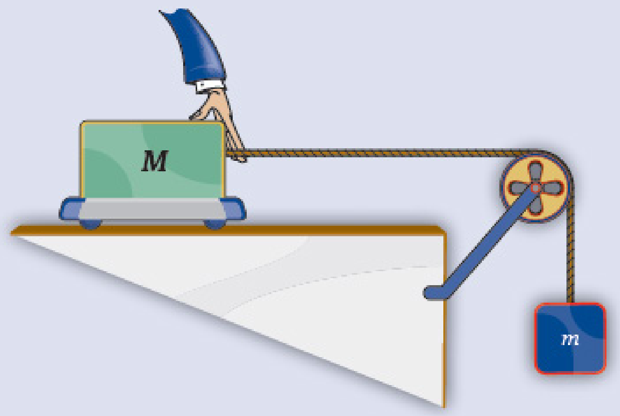
1. חשבו את מתיחות החוט.

האדם מרפה מהקרונית.

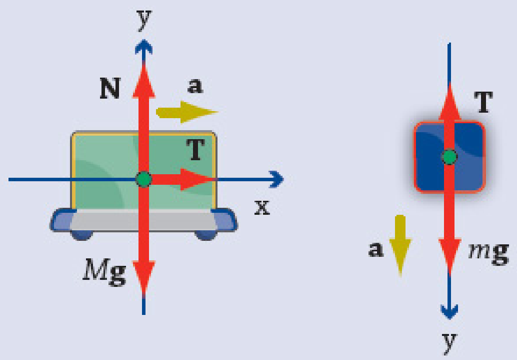
2. האם מתיחות החוט בעת תנועת הקרונית קטנה ממתיחות החוט שחישבת ב-א, גדולה ממנה או שווה לה? הסבירו ללא חישוב.
3. חשבו את תאוצת הקרונית ואת מתיחות החוט.

פתרון:

1. ניתוח: מתיחות החוט קבועה לכל אורכו (ראו "גלגלת" בפרק ג, אחרי דוגמה 11) נסמן את המתיחות במצב שהמערכת במנוחה ב-$T_{מנוחה}$. כדי לחשב את גודלה, נוכל לכתוב את משוואת התנועה של הקרונית, או את זו של המשקולת. הכוח שהאדם מפעיל על הקרונית אינו ידוע. מאידך גיסא, כוח הכובד הפועל על המשקולת ידוע, לכן נבחר באפשרות השנייה.



א. המערכת מוחזקת במנוחה



ב. תרשימי כוחות של הקרונית ושל המשקולת

צירים: נבחר ציר y שכיוונו החיובי כלפי מטה, ונרשום את משוואת התנועה של המשקולת:

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow T_{מנוחה} - mg = 0 \qquad (ב)$$

לכן: $T_{מנוחה} = mg = 2 \cdot 10 = 20\ N$

2. לאחר שהאדם מרפה מהקרונית, המשקולת והקרונית מואצות. נתבונן במשקולת: פועלים עליה הכוחות T ו-mg. תאוצתה כלפי מטה, לכן הכוח השקול הפועל עליה מכוון כלפי מטה. כוח הכובד קבוע, לכן מתיחות החוט במצב זה צריכה להיות קטנה ממתיחותו במצב המנוחה! מכאן נסיק כי לאחר שהאדם מרפה מהמשקולת, מתיחות החוט קטנה מערכה במצב המנוחה.

3. תאוצות הקרונית והמשקולת שוות בגודלן(ראו הסבר בדוגמה 9 סעיף א), אולם הן שונות בכיוונן: תאוצתה של המשקולת מכוונת כלפי מטה, ושל הקרונית ימינה.

נסרטט את תרשים הכוחות של הקרונית, ונבחר מערכת צירים כמתואר באיור 30ב.

משוואות התנועה של הקרונית: $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N - Mg = 0$ (א)

$\Sigma F_x = Ma \Rightarrow T = Ma$ (ב)

משוואות התנועה של המשקולת: $\Sigma F_y = ma \Rightarrow T - mg = ma$ (ג)

בעזרת משוואה (א) אפשר לחשב את ערכו של הכוח הנורמלי. לצורך חישוב התאוצה ומתי־חות החוט נחבר את משוואות (ב) ו-(ג), ולאחר כמה פעולות אלגבריות נקבל:

$$a = \frac{m}{m+M}g = \frac{2}{2+3} \cdot 10 = 4 m/s^2$$ (ד)

כדי לחשב את מתיחות החוט נציב את (ד) ב-(ב): $T = \frac{M \cdot m}{m+M}g = \frac{3 \cdot 2}{2+3} \cdot 10 = 12 N$

אכן קבלנו שמתיחות החוט בשלב ההאצה(12 N) קטנה ממתיחות החוט בשלב המנוחה(20 N), כפי שהסקנו כבר משיקולים איכותיים בסעיף ב.

דוגמה 11: מכונת אטווד

שני גופים A ו-B שמסותיהם $m_1 = 3$ kg ו- $m_2 = 2$ kgבהתאמה, קשורים באמצעות חוט העובר על פני גלגלת. ניתן להזניח את מסת החוט ביחס למסות הגופים, ואת החיכוך בין החוט לבין הגלגלת. (מערכת זו מכונה מכונת אטווד.)

1. אדם אוחז בגוף B (איור 31א) והמערכת נמצאת במנוחה. חשבו את מתיחות החוט, ואת גודל הכוח המופעל על ידי האדם.
2. במצב אחר, האדם מרפה מהגוף B, אך אוחז בגלגלת (אינו נותן לה להסתובב), ומצמיד את החוט לגלגלת, כך שהוא אינו יכול להחליק עליה. חשבו את מתיחויות החוט.
3. המערכת משוחררת. חשבו את גודל תאוצת הגוף A.

פתרון:

1. המתיחות לאורך החוט אחידה. כדי לחשב אותה, נתבונן בכוחות הפועלים על גוף A: מתיחות החוט המכוונת כלפי מעלה, וכוח הכובד שגודלו 30 ניוטון כלפי מטה. הגוף במנוחה, לכן הכוח השקול שווה לאפס, מכאן שמתיחות החוט שווה ל- 30 ניוטון.

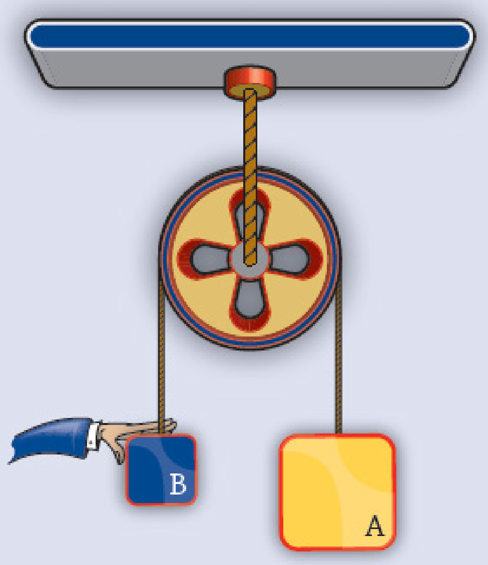
כדי לחשב את גודל הכוח F שמופעל על ידי האדם נרשום משוואת תנועה לגוף B:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow T - F - m_2 g = 0 \Rightarrow 30 - F - 2 \cdot 10 = 0 \Rightarrow F = 10 N$$

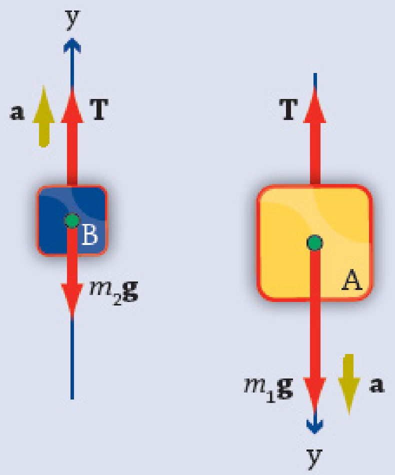
2. במצב שבו החוט מוצמד לגלגלת, מתיחות החוט אינה אחידה: לכל אחד משני חלקיו – זה שמימין לגלגלת וזה שמשמאל לה מתיחות שונה.

בדי לחשב את מתיחות החלק הימני של החוט, נתבונן בכוחות הפועלים על גוף A: מתיחות T_1 המכוונת כלפי מעלה, וכוח כובד בן 30 ניוטון כלפי מטה. הגוף נח, לכן $T_1 = 30N$.

כאשר מתבוננים בגוף B אפשר להראות כי המתיחות של החלק השמאלי של החוט היא $T_2 = 20N$.



א. המערכת מוחזקת במנוחה



ב. תרשימי הכוחות של הגופים לאחר שחרור המערכת

3. ניתוח: ביוון שאין חיכוך בין החוט לבין הגלגלת, ומסת החוט ניתנת להזנחה (ביחס למסות הגופים הקשורים אליו) מתיחות החוט אחידה לכל אורכו. נסמן אותה באות T. מלבד כוחות המתיחות, פועלים על הגופים רק כוחות הכובד, כמתואר באיור 31ב.

המערכת נעה בתאוצה. על-פי הסבר המופיע בסעיף א של דוגמה 9, תאוצת שני הגופים שווה בגודלן, אולם הן מנוגדות בכיוונן: תאוצתו של A מכוונת כלפי מטה, ושל B כלפי מעלה.

מערכת צירים: נוכל לתאר את תנועת שני הגופים ביחס לציר יחיד. אם כיוונו החיובי יהיה כלפי מעלה, ונסמן את רכיב התאוצה של גוף A על ציר זה באות a, אזי רכיב התאוצה של B על ציר זה תהיה (a-).

נבחר באפשרות אחרת: גוף A כבד מגוף B לכן תאוצתו של A מכוונת כלפי מטה ושל גוף B כלפי מעלה. נבחר לגבי כל גוף ציר בכיוון תאוצתו: תנועתו של גוף A תתואר ביחס לציר y שכיוונו החיובי כלפי מטה, ושל גוף B ביחס לציר y שכיוונו החיובי כלפי מעלה (איור 31ב). באופן כזה יהיו רכיבי שתי התאוצות חיוביים. נצטרך כמובן להקפיד לרשום את רכיבי הכוחות עם הסימן האלגברי הנכון.

משוואות התנועה:

לגבי הגוף A: $\Sigma F_y = ma \Rightarrow m_1a = T-m_1g$ (א)

לגבי הגוף B: $\Sigma F_y = ma \Rightarrow m_2a = m_2g-T$ (ב)

התרת המשוואות: נחבר את משוואות (א) ו-(ב), נוציא את a כגורם המשותף לשני מחוב-רים, נחלק ב-$m_1 + m_2$ ונקבל:

$$a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g \qquad (ג)$$

בחינת הפתרון: מבחינת היחידות - לשני האגפים יחידות של תאוצה.

כאשר שני הגופים שווים במסתם - נצפה שהמערכת לא תואץ. ואכן, אם נציב בפתרון $m_1 = m_2$ נקבל כי התאוצה שווה לאפס.

נציב ב-(ג) את הנתונים:

$$a = \frac{3-2}{3+2} \cdot 10 = 2\ m/s^2$$

לגוף A יש, אם כן, תאוצה שגודלה 2 מ'\ש'².

4.3 יישומים למערכות רב גופיות, שבהן תאוצות הגופים שונות בגודלן

(נושא זה חורג מתכנית הלימודים של בית הספר התיכון)

דוגמה 12: משקולת הקשורה לגלגלת ניידת

מסות הגופים המתוארים באיור 32א הן $m_1 = 2$ kg ו- $m_2 = 4.5$ kg ניתן להזניח את המסות של החוטים ושל

הגלגלת, ואת החיכוך בין הגוף שמסתו m2 לבין המשטח.

1. האם תאוצות הגופים שוות בגודלן? אם לא - מצאו קשר בין גודלי התאוצות.
2. חשבו את גודל התאוצה של כל אחד משני הגופים ואת מתיחות החוט S_1.

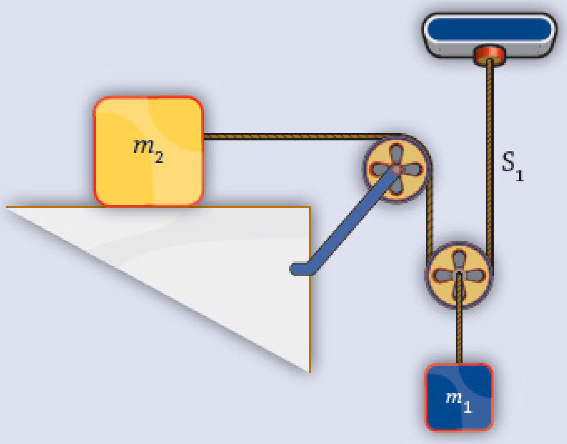
פתרון:

1. בדוגמה 9 ראינו כי תאוצות הגופים במערכת המתוארת שם שוות. הסברנו זאת כך: כאשר גוף אחד עובר מרחק s, עובר האחר את אותו המרחק. מצב זה אינו מתקיים במערכת המתוארת בדוגמה הנוכחית: כאשר המערכת משוחררת ממנוחה, הגוף שמסתו m_1 יורד ו-m_2 נע ימינה. כדי ש-m_1 ירד 1 מטר, על הגוף שמסתו m_2 לנוע שמאלה לאורך דרך של שני מטר. באופן כללי: אם הגוף m_1 עובר מרחק s - אזי הגוף m_2 עובר מרחק 2s. לכן בכל רגע ורגע מהירותו של m_2 כפולה מזו של m_1, לכן גם תאוצתו כפולה מזו של m_1.
2. נסמן את גודלי התאוצות של m_1 ו-m_2 ב-a ובו- 2a בהתאמה.

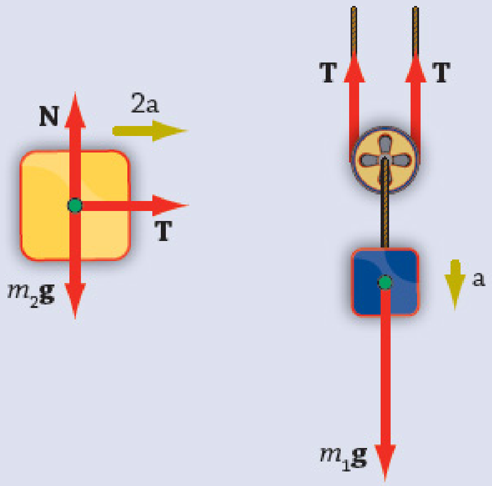
תרשים כוחות הפועלים על הגוף שמסתו m_1: הכוחות הפועלים עליו הם m_1g כלפי מטה ו-T2 כלפי מעלה, כאשר האות T מציינת את מתיחות החוט (איור 32ב).

משוואת התנועה של הגוף m_1 ביחס לציר y שכיוונו החיובי כלפי מטה:

$$m_1a = 2T - m_1g \Leftarrow ma = \Sigma F_y \qquad (א)$$



א. המערכת



ב. תרשימי כוחות הפועלים על הגופים

תרשים כוחות הפועלים על הגוף שמסתו m_2: על גוף זה פועל כוח מתיחות T ימינה, m_2g כלפי מטה, ו-N כלפי מעלה (איור 232ב).

משוואת התנועה של הגוף m_2 ביחס לציר x שכיוונו החיובי ימינה:

$(\Sigma F_x = ma \Rightarrow T = m_2 \cdot 2a)$

ממשוואות (א) ו-(ב) נקבל: $a = \frac{m_1 g}{4m_2 + m_1}$ (ג)

נציב ב- (ג) את ערכי m_1 ו- m_2 ונקבל כי תאוצת הגוף שמסתו m_1 היא $1\ m/s^2$. תאוצת הגוף שמסתו m_2 כפולה, ושווה ל- $2\ m/s^2$. ממשוואה (א) (או (ב)) נקבל כי מתיחות החוט היא $T = 9\ N$.

5. משוואת תנועה

5.1 הקשרים בין פונקציות מקום-זמן, מהירות-זמן ותאוצה-זמן - ניסוח באמצעות נגזרות ואינטגרלים

א. חישוב $V(t)$ מ־$X(t)$, וחישוב $a(t)$ מ־$V(t)$

בפרק א ראינו כי בהינתן פונקציית מקום-זמן אפשר לחשב את פונקציית מהירות-זמן; המהירות בכל רגע נתונה על ידי הקשר:

$$v(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{x(t+\Delta t)-x(t)}{\Delta t} \qquad (14)$$

קשר (14) אומר כי הפונקציה $v(t)$ היא הנגזרת על-פי הזמן t של הפונקציה $x(t)$. נרשום זאת בשלוש צורות שונות, שמשמעותן זהה:

$$v(t) = x'(t) = \dot{x}(t) = \frac{dx(t)}{dt} \qquad (15)$$

$x'(t)$ - מציין נגזרת של הפונקציה $x(t)$.

$\dot{x}(t)$ - מציין נגזרת לפי הזמן (ולא על-פי משתנה אחר שיכול להופיע בפונקציה). זהו סימון שניוטון טבע.

$\frac{dx(t)}{dt}$ - זו צורת כתיבה אחרת, המציינת נגזרת של הפונקציה $x(t)$, ומדגישה שאת הפונקציה $x(t)$ יש לגזור על פי הזמן (כאן $\frac{d}{dt}$ מציין נגזרת לפי הזמן).

ראינו בפרק א כי אפשר לחשב את פונקציית תאוצה-זמן מפונקציית מהירות-זמן; התאוצה בכל רגע נתונה על ידי הקשר:

$$a(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{v(t+\Delta t)-v(t)}{\Delta t} \qquad (16)$$

אפשר לכתוב קשר זה באמצעות נגזרת:

$$a(t) = v'(t) = \dot{v}(t) = \frac{dv(t)}{dt} \qquad (17)$$

מקשרים (15) ו-(17) נובע כי פונקציית תאוצה-זמן מתקבלת כנגזרת שנייה של פונקציית מקום-זמן. כותבים זאת כך:

$$a(t) = x''(t) = \ddot{x}(t) = \frac{d^2x(t)}{dt^2} \qquad (18)$$

דוגמה 10: שימוש בעזרות בבעיות מתחום הקינמטיקה

גוף נע לאורך קו ישר. נוסחת מקום-זמן של הגוף, ביחס לציר x המקביל למסלול התנועה היא:

$$x(t) = 2t^3 + 4t + 10$$

כאשר המקום והזמן נמדדים ביחידות .S.I.

1. היכן נמצא הגוף ברגע $t = 0$?
2. מצאו את פונקציית מהירות-זמן של הגוף.
3. מצאו את מהירות הגוף ברגע $t = 0$.
4. מצאו את פונקציית תאוצה-זמן של הגוף.
5. האם תנועת הגוף היא שוות-תאוצה? נמקו.

פתרון:

1. כדי למצוא את מקום הגוף ברגע $t = 0$, נציב $t = 0$ בנוסחת מקום-זמן הנתונה:

   $$x(0) = 2 \cdot 0^3 + 4 \cdot 0 + 10 = 10\ m$$

   כלומר ברגע $t = 0$ הגוף נמצא בנקודה ששיעורה 10 מטר.
2. נמצא את נוסחת מהירות-זמן על ידי גזירה של נוסחת מקום-זמן:

   $$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} = \frac{d(2t^2+4t+10)}{dt} = 6t^2 + 4$$
3. נציב $t = 0$ בנוסחת מהירות-זמן שמצאנו בסעיף ב: $v(0) = 6 \cdot 0^2 + 4 = 4\ m/s$

   כלומר ברגע $t = 0$ מהירות הגוף היא 4 מטר לשנייה.
4. $a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = \frac{d(6t^2+4)}{dt} = 12\,t$. נוסחת תאוצה-זמן היא: $a(t) = 12t$.
5. תנועת הגוף אינה שוות-תאוצה, כי התאוצה היא פונקציה של הזמן.

אפשרות אחרת לקבוע שהתנועה אינה שוות-תאוצה היא להתבונן בנוסחת מקום-זמן. בזכור, החזקה הגבוהה ביותר של t בנוסחת מקום-זמן של תנועה שוות-תאוצה היא 2 (רואים זאת מהנוסחה $x(t) = x_0 + v_0t+\frac{1}{2}at^2$)

ואילו בדוגמה זו החזקה הגבוהה ביותר של t היא 3.

ב. חישוב $x(t)$ מ-$v(t)$, וחישוב $v(t)$ מ-$a(t)$

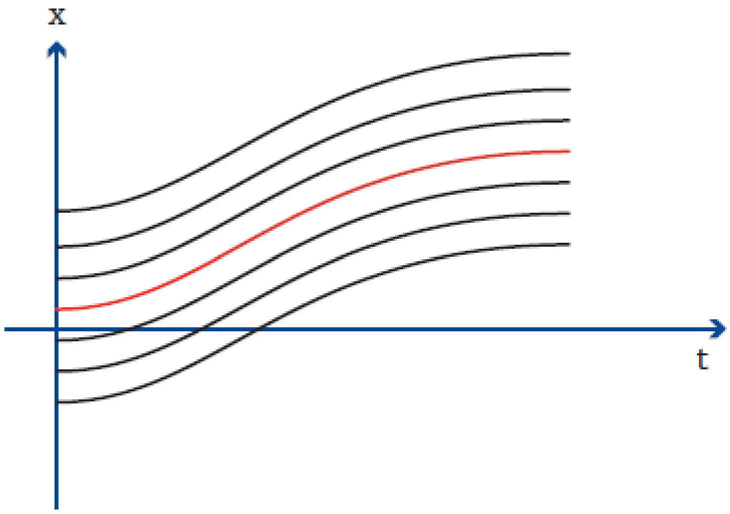
מקשר (15) נובע כי בהינתן הנוסחה $v(t)$ אפשר לחשב את $x(t)$ באמצעות אינטגרל:

$$x(t) = \qquad (19)$$

כאשר מחשבים את אינטגרל (19) עבור נוסחה $v(t)$ מסוימת, הפתרון כולל קבוע אינטגרציה (שנהוג לסמן אותו באות C).

נסביר זאת: אם מצאנו פונקציה $x(t)$ מסוימת המקיימת את קשר (19) (נניח שזו העקומה הצבעונית באיור 33) הרי שבל פונקציה שתתקבל על-ידי הוספת קבוע C (חיובי או שלילי) ל-$x(t)$ תקיים אף היא שהנגזרת שלה שווה ל-$v(t)$,

כי הנגזרת של קבוע כלשהו שווה לאפס. הפונקציות $x(t) + c$ הנבדלות זו מזו בערכו של C מתארות תנועה עם אותה מהירות. מבחינה גאומטרית אפשר להבין זאת כך: בהינתן גרף מקום-זמן, שיפוע המשיק בכל רגע מבטא את גודל המהירות. שיפוע המשיק ברגע מסוים שווה בכל העקומות (ראו איור 33) המתקבלות מהוספת קבוע C לפונקציה $x(t)$, כלומר כל העקומות מתארות תנועה עם אותה מהירות. הפונקציות שונות זו מזו בערכי המקום. אם נדע את מקום הגוף באיזשהו רגע(למשל ב- $t = 0$), נוכל להכריע איזו מביניהן מתארת את תנועת הגוף.



לסיכום: ידיעת x_0 מאפשרת לחשב באמצעות קשר (19) פונקציית מקום-זמן מסוימת.

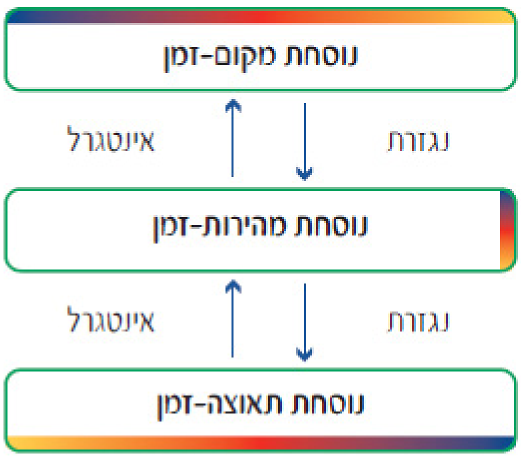
נניח שנתונה הפונקציה $a(t)$. מקשר (17) נובע כי אפשר לחשב את $v(t)$ באמצעות אינטגרל:

$$v(t) = \qquad (20)$$

כדי לקבוע את ערכו של קבוע האינטגרציה יש לדעת את ערך המהירות ברגע מסוים, למשל את v_0 (המהירות ברגע $t= 0$).

המקום x_0 והמהירות v_0 מכונים תנאיי התחלה.

הדיאגרמה המוצגת באיור 34 מסכמת את הקשרים בין הפונקציות השונות.



5.2 משוואת תנועה - פתרון אנליטי

בהינתן ביטוי מתמטי של הכוח הפועל על גוף בכל רגע ורגע, $F(t)$, ותנאיי התחלה, v_o ו-x_o, נוכל למצוא את נוסחאות תאוצה-זמן, מהירות-זמן ומקום-זמן כמתואר להלן.

א.מציאת נוסחת תאוצה-זמן

נרשום את משוואת התנועה: $F(t) = ma(t)$

נחלק את שני אגפי משוואת התנועה במסת הגוף, m, ונקבל את נוסחת תאוצה-זמן:

$a(t) = \frac{F(t)}{m}$

ב.מציאת נוסחת מהירות-זמן

לאחר שמצאנו את נוסחת תאוצה-זמן, נוכל למצוא את נוסחת מהירות-זמן בעזרת קשר (20), ובעזרת הערך v_o.

דוגמה 11: תנועה בהשפעת כוח שקול קבוע

על גוף שמהירותו v_o ומסתו m מתחיל לפעול ברגע $t = 0$ כוח שקול קבוע שגודלו F וכיוונו שווה לכיוון של v_o.

בטאו את מהירות הגוף כפונקציה של הזמן.

פתרון

נבחר ציר x בכיוון v_o. בכיוון ניצב ל- v_o אין לגוף מהירות ברגע $t = 0$, וגם לא פועל כוח בכיוון זה, לפיכך התנועה מתנהלת לאורך הציר x.

משוואת התנועה: $ma = F$

תאוצת הגוף: $a = \frac{F}{m}$ כיוון ש- F ו- m קבועים, גם a קבוע ואינו תלוי ב- t.

כלומר נוסחת תאוצה-זמן היא: $a(t) = a$.

נמצא נוסחת מהירות-זמן:

$v(t) = \ = a\ = at + C$

כלומר: $v(t) = at + C$ (א)

הפתרון מקיים את קשר (20) עבור כל C.

אנו יודעים כי ברגע $t = 0$ המהירות היא v_o. נציב זאת בקשר (א): $v_o = a \cdot 0 + C$, ונקבל כי: $C = v_o$.

נוסחת מהירות זמן היא: $v(t) = v_o + at$

זו נוסחת מהירות-זמן המוכרת לנו מפרק א (נוסחה (8')) עבור תנועה שוות-תאוצה לאורך קו ישר.

ג.מציאת נוסחת מקום-זמן

אפשר למצוא מ- $v(t)$ את $x(t)$ בהסתמכנו על קשר (19), ועל ידיעת ערך המקום x_o ברגע $t = 0$.

תרגיל: התבססו על קשר (19) (ולא על פרק א) והראו כי נוסחת מקום-זמן המתאימה לתנועה המתוארת בדוגמה האחרונה ניתנת על-ידי:

$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

נסכם:

בהינתן התבנית המתמטית של הכוח השקול הפועל על גוף, מסתו, ותנאיי התחלה של תנועתו, אפשר לחשב עבור כל רגע ורגע את מקום הגוף, מהירותו ותאוצתו.

5.3 משוואת תנועה - פתרון נומרי

בסעיף 5.2 הראינו כיצד אפשר למצוא את התאוצה, את המהירות ואת המקום של גוף (שמסתו ידועה) בכל רגע בעתיד אם אנו יודעים את תנאיי ההתחלה (x_0 ו- v_0) ואת התבנית המתמטית של הכוח השקול הפועל על הגוף כפונקציה של הזמן.

אולם, זה המקום לציין שלא תמיד אפשר למצוא את הנוסחאות בדרכים אנליטיות. אחד השלבים המר־כזיים בפתרון הוא חישוב האינטגרלים המופיעים בקשרים (19) ו-(20). אבל, יש פונקציות שאי אפשר לחשב את האינטגרל שלהן באופן אנליטי. המגבלה לחישוב האינטגרל אינה טכנית אלא עקרונית. כלומר יש פונקציות שאפשר להוכיח שאין להן אינטגרל, כלומר שלא קיימת פונקציה שהנגזרת שלה היא הפו־נקציה הנתונה. אומרים כי במקרים אלה הפונקציה אינה אינטגרבילית. במקרים אלה אפשר לחשב את האינטגרל בצורה מקורבת, באופן נומרי. כלומר מחשבים את ערכי התאוצה, המהירות והמקום בנקודות זמן רבות, שהמרווח ביניהן קבוע, ויכול להיות קטן כרצוננו.

קיימות נוסחאות קירוב שונות לחישוב נומרי. אנו נציג את הפשוטות ביותר, המכונות "הקירוב הסטנדר־טי של אוילר".

הקירוב הסטנדרטי של אוילר:

גוף נע לאורך קו ישר. נחלק את הזמן, החל מתחילת התנועה $t_0 = 0$ לנקודות זמן $t_0, t_1, t_2, \ldots$, כך שמרווחי הזמן, Δt, ביניהן שווים.

נסמן: ברגע t_0: מקום הגוף - x_0, מהירותו - v_0, ותאוצתו - a_0.

ברגע t_1 מקום הגוף - x_1, מהירותו - v_1, ותאוצתו - a_1.

ברגע t_2: מקום הגוף - x_2, מהירותו - v_2, ותאוצתו - a_2.

וכך הלאה.

אזי מתקיים:

$$v_{n+1} \approx v_n + a_n \Delta t \qquad n = 0,1,2,\ldots \qquad (21)$$

$$x_{n+1} \approx x_n + v_n \Delta t \qquad n = 0,1,2,\ldots \qquad (22)$$

ככל שמרווח הזמן Δt יותר קטן - הקירוב יותר מדויק.

משוואה (21) מבטאת את הקירוב ש- v משתנה בכל מרווח זמן Δt באופן לינארי כפונקציה של הזמן, בתאוצה שהיתה לגוף בתחילת פרק הזמן הנדון. משוואה (22) מבטאת את הקירוב ש- x משתנה באופן לינארי כפונקציה של הזמן, במהירות שהיתה לגוף בתחילת פרק הזמן, Δt, הנדון. לכן המשוואות מכונות גם בשם "קירוב אוילר על-פי הנקודה הראשונה" (התאוצה במשוואה (21) היא התאוצה בתחילת פרק הזמן, והמהירות במשוואה (22) היא המהירות בתחילת פרק הזמן).

מעט אודות אויילר

לאונהרד אויילר (Euler Leonhard, 1707 -1783) היה מתמטיקאי ומדען שוויצרי. אביו קיווה שאויילר יהיה איש דת, אולם אויילר פנה לשדה המתמטיקה, ונהיה גדול המתמטיקנים בדורו. הוא שידרג; את החשבון האינטגרלי, פיתח את הטריגונומטריה ואת הפונקציות הלוגריתמיות. בספרו "מכניקה" הוא הציג את חוקי התנועה של ניוטון באופן מתמטי. הוא עזר לייסד את החינוך המתמטי ברוסיה.

5.4 דטרמיניזם ויכולת ניבוי במכניקה הניוטונית

כפי שראינו, אם אנו יודעים את תנאיי ההתחלה של מערכת פיזיקלית (כלומר את המקום ואת המהירות ברגע מסוים), ואת הכוחות הפועלים עליה, אפשר עקרונית לחשב באמצעות משוואת התנועה את מצבה של המערכת בכל רגע ורגע בעתיד (בדרכים אנליטיות או נומריות). בהקשר זה אומרים כי המכניקה הניוטונית היא דטרמיניסטית.

האם דטרמיניזם מבטיח יכולת ניבוי?

כלומר האם העובדה שהמערכות הפיזיקליות שבהן אנו עוסקים הן דטרמיניסטיות, מבטיחה לנו שנוכל לנבא (לקבוע) את המקום של המערכת בכל רגע בעתיד? נניח שאנו יודעים את הכוחות הפועלים על מערכת פיזיקלית מסוימת, ומודדים תנאיי התחלה שלה. כידוע, נוכל למדוד את המקום ההתחלתי של גוף בדיוק רב, אך לעולם לא נוכל למדוד אותו בצורה מדויקת לחלוטין. תמיד יהיה אי-דיוק מסוים במדידה. נניח שטעינו במדידת המקום בשיעור של עשירית המילימטר. ביצד ישפיע הדבר על אי-דיוק תוצאת חישוב מקום המערכת ברגע מסוים בעתיד? מתברר כי יש מערכות פיזיקליות רבות שאי-הדיוק במדידה של תנאיי התחלה יוביל לאי-דיוק קטן יחסית בחישוב מקום המערכת בעתיד. אנו אומרים שמערכות אלה ניתנות לניבוי. מערכות כאלו מאופיינות בכך שהביטוי המתמטי של הכוח כפונקציה של הזמן הוא לינא־רי. במערכות כאלו עוסקים במכניקה הניוטונית. דוגמה למערכת כזו היא גוף הנופל חופשית.

אולם יש מערכות פיזיקליות שנאמר עליהן שהן רגישות לתנאיי התחלה, כלומר אי-דיוק מזערי במדידת תנאיי התחלה, ילך ויטפח בקצב מהיר, ומקום המערכת בעתיד,במציאות, יהיה שונה מאוד מן המקום המחושב על-פי תנאיי ההתחלה ומשוואת התנועה. במערכות אלה הביטוי המתמטי המתאר את הכוחות כפונקציה של הזמן אינו לינארי. מערכות כאלה, למרות היותן דטרמיניסטיות, מצבן בעתיד אינו ניתן לניבוי. ענף הפיזיקה העוסק במערכות כאלה נקרא כאוס.

6. חוקי ניוטון ומערכות ייחוס

6.1 החוק הראשון של ניוטון ומערכות ייחוס אינרציאליות

את החוק הראשון של ניוטון (חוק ההתמדה) הצגנו בתחילת פרק ג: "כל גוף מתמיד במצב מנוחה או בת־נועה קצובה לאורך קו ישר, כל עוד לא יאולץ לשנות מצב זה על ידי השפעות חיצוניות".

א. פירושים לחוק הראשון של ניוטון

נציע שני פירושים לחוק הראשון של ניוטון.

פירוש א לחוק הראשון של ניוטון – החוק תקף עבור תרועת גוף חופשי

אפשר לפרש את החוק הראשון כחוק המתייחס לגוף שלא פועלים עליו כלל כוחות. נכנה גוף כזה בשם "גוף חופשי". על פי פירוש זה, החוק הראשון קובע שמהירותו של גוף חופשי אינה משתנה.

במציאות לא קיימים גופים חופשיים במלוא מובן המילה, כי בכל מקום ביקום שבו גוף יימצא, גרמי שמיים יפעילו עליו כוחות. אמנם, אם נרחיק אותו מגרמי השמיים, כוחות אלה יחלשו, לכן נוכל להתייחס אליו, בקירוב טוב, כאל גוף חופשי. אולם בשום מקום ביקום גוף לא יהיה ממש חופשי.

פירוש ב לחוק הראשון של ניוטון – החוק תקף עבור תרועת כל גוף, גם עבור גופים שפועלים עליהם

כוחות אפשר לתת לחוק הראשון של ניוטון פרוש שונה לחלוטין מפרוש א דלעיל. על פי פרוש זה (פרוש ב), החוק הראשון של ניוטון תקף עבור כל הגופים, גם עבור גופים שנעים בהשפעת כוחות שהשקול שלהם אינו אפס.

דוגמה שנועדה להבהיר את פרוש ב:

גוף נע על שולחן אופקי חסר חיכוך (איור 35א) במהירות קבועה v_o. במהלך תנועתו, החל מרגע t_o, מופעל על הגוף כוח אופקי קבוע, F, בכיוון v_o (איור 35ב). מרגע זה תנועת הגוף היא שוות תאוצה לאורך קו ישר. העתק הגוף, ביחס לציר x המשתרע לאורך מסלול התנועה וראשיתו במקום שבו הגוף היה ברגע t_o, ניתן על ידי הביטוי:

$$\Delta x = v_o t + \frac{at^2}{2} \qquad (א)$$

ב. הגוף מואץ

א. הגוף נע במהירות קבועה

אגף ימין של קשר (א) מורכב משני מחוברים: המחובר הראשון, $v_o t$, מייצג את ההתקדמות שהייתה לגוף בכל רגע ורגע, אילו לא פעלו עליו כוחות. מקורו של מחובר זה הוא בהתמדת הגוף. הוא אינו קשור לכו־חות הפועלים על הגוף. זו ההתמדה שבה עוסק החוק הראשון של ניוטון, על פי פרוש ב.

המחובר השני, $\frac{at^2}{2}$, נובע מפעולתם של כוחות. הכוח השקול משנה בכל רגע ורגע את מהירות הגוף, ומ־חובר הזה מבטא את התקדמות הועף הודות לפעולת הכוח.

התנועה בכללותה מורכבת מתנועה הנובעת מהתמדה, על-פי החוק הראשון של ניוטון, והיא באה לידי ביטוי בדוגמה הנוכחית בביטוי v_ot, ומתנועה הנובעת מפעולתם של כוחות אשר משנים את המהירות כלומר מקנים לגוף תאוצה, והיא באה לידי ביטוי, בדוגמה הנוכחית ב- $\frac{at^2}{2}$.

לפני שהכוח התחיל לפעול על הגוף, הגוף נע בתנועה שוות מהירות, כלומר התמיד במצבו. גוף מתמיד, אם כן, במצבו לא רק במצב הלא מציאותי כאשר לא פועלים עליו כוחות (ראו תת סעיף א לעיל), אלא גם כאשר פועלים כוחות והשקול שלהם מתאפס ($\Sigma F = 0$).

פרוש ב של החוק הראשון של ניוטון מתאים למצבים מציאותיים, בניגוד לפרוש א.

ב. מערכות ייחוס אינרציאליות

המושג "מערכת ייחוס אינרציאלית"

ציינו בפרק א שכל תנועה היא יחסית; העתקו של גוף, מהירותו ותאוצתו נמדדים ביחס למערכת צירים מוגדרת, הנקראת מערכת ייחוס.

הגדרת המושג "מערכת ייחוס אינרציאלית" ("מערכת ייחוס התמדית"):

מערכת ייחוס אינרציאלית (התמדית) היא מערכת ייחוס שביחס אליה תנועתו של גוף חופשי (או של גוף ששקול הכוחות הפועלים עליו שווה לאפס) היא שוות מהירות.

במילים אחרות מערכת ייחוס אינרציאלית היא מערכת ייחוס שביחס אליה מתקיים החוק הראשון של ניוטון.

בהמשך נראה כי מערכת ייחוס אינרציאלית הינה מערכת ייחוס שביחס אליה תקף גם החוק השני של ניוטון.

ביצד נזהה מערכת ייחוס אינרציאלית?

ניוטון בחר במערכת ייחוס הצמודה לכוכבי השבת הרחוקים במערכת אינרציאלית. כיום יודעים (מה שלא ידעו בתקופתו של ניוטון) שהגלקסיות נמצאות בתנועה זו ביחס לזו, ותנועה זו איננה קצובה. לכן מער־כת הכוכבים אינה יכולה להיות מערכת ייחוס אינרציאלית. כיום משתמשים במונח "כוכבים" ולא במונח "כוכבי שבת".

הקביעה אם מערכת מסויימת היא אינרציאלית יכולה להעשות רק על ידי ניסוי: נצפה בגוף שאינו נתון להשפעת כוחות חיצוניים (או בגוף שפועלים עליו כוחות שהשקול שלהם שווה לאפס); אם הוא אינו מואץ ביחס למערכת מסוימת, אזי היא אינרציאלית. הגדרה זו היא מעגלית; אך אנו, יחד עם הפיזיקאים הקלסיים, נניח בשלב זה כי אפשר למצוא בטבע "מערכת ייחוס אינרציאלית".

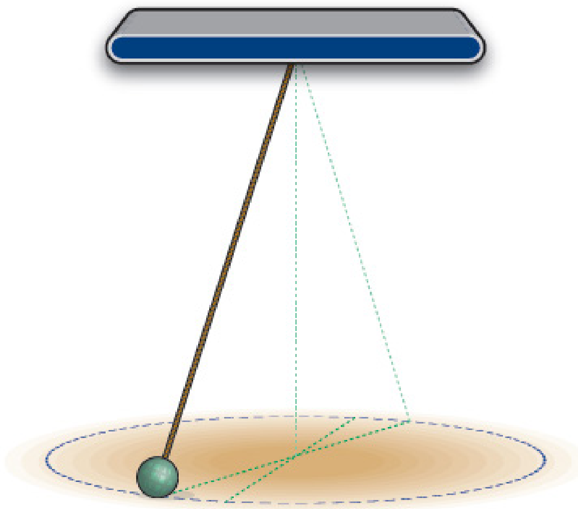
מערכת ייחוס הצמודה לארץ

האם מערכת ייחוס ה"צמודה" לכדור הארץ היא אינרציאלית?

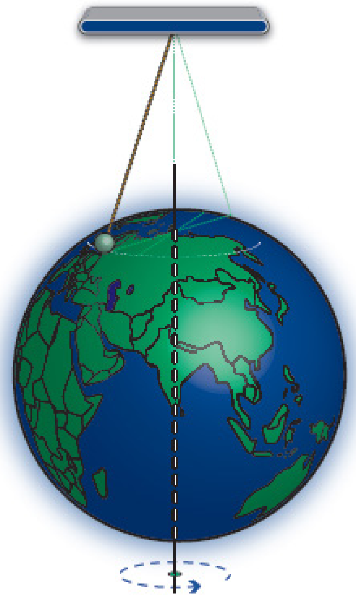
עד כאן התייחסנו אל כדור הארץ כאל מערכת אינרציאלית בסיסית, בה מתקיים החוק הראשון. הניסויים שערכנו במעבדה מוגבלים בהכרח בדיוקם. הייתכן כי ניסויים מדויקים יותר יראו סטייה?

הפיזיקאי הצרפתי פוקו (Jean, 1819–1868 B. L. Foucault) בנה בשנת 1851 מטוטלת ארוכה, כדי להראות באמצעותה שהארץ סובבת על צירה, כלומר שגוף הנמצא על פניה מואץ. מטוטלת זו מכונה מטוטלת פוקו. אילו כדור הארץ לא היה מסתובב סביב צירו, אזי המטוטלת הייתה מתנודדת ביחס אליו במישור תנודתה הראשון. אולם ניסויים הראו שמישור תנודתה מסתובב ביחס לארץ (איור 36א). בכיוון הניצב למישור התנודה של המטוטלת לא פועל עליה כוח, למרות זאת היא מואצת בכיוון זה יחסית לארץ.

נציין שמנקודת ראות של צופה על הארץ, מישור תנודתה של מטוטלת הממוקמת בקוטב הצפוני יסתובב (איור 36ב), וישלים מעגל שלם במשך 24 שעות, היות שהארץ מסתובבת "מתחת" למטוטלת במחזוריות של 24 שעות. בכל שנמקם את המטוטלת קרוב יותר לקו המשווה – פרק הזמן בו מישור התנודה יסתובב ויחזור לעצמו ילך ויגדל. על קו המשווה, אם מישור התנודה הוא מישור קו המשווה אז מישור התנודה יישאר קבוע ("פרק הזמן הנדרש לסיבוב שלם של מישור התנודות הוא אינסופי"). נציג את הניתוח בפרק ב בספר "מערכות ייחוס – מגלילאו גליליי עד תאוריית המפץ הגדול".



א. סיבוב מישור התנודות של מטוטלת פוקו



ב. מישור התנודות של מטוטלת פוקו הממוקמת בקוטב משלים מעגל שלם

מהדיון לעיל נובע כי אם גוף ינוע על פני שולחן חלק הממוקם על הארץ, למשל בקוטב, החוק הרא־שון של ניוטון לא יתקיים בצורה מדוייקת, כי המסלול יהיה עקום במידה מסוימת (אם כי במידה קטנה מאוד).

אילו ערכנו את הניסוי על קו המשווה, וכיוון תנועת הגוף היה לאורכו, מסלול הגוף היה נראה ישר.

כדור הארץ במערכת ייחוס:

מערכת ייחוס הצמודה לארץ היא בקירוב טוב התמדית (אינרציאלית), אם היא בעלת אופי מקומי. בכל שנתייחס לסביבה קטנה יותר, כך הקירוב למערכת אינרציאלית יהיה טוב יותר.

האם קיימות על פני הארץ מערכות אינרציאליות נוספות?

בדי לענות על השאלה נדון במצב הבא:

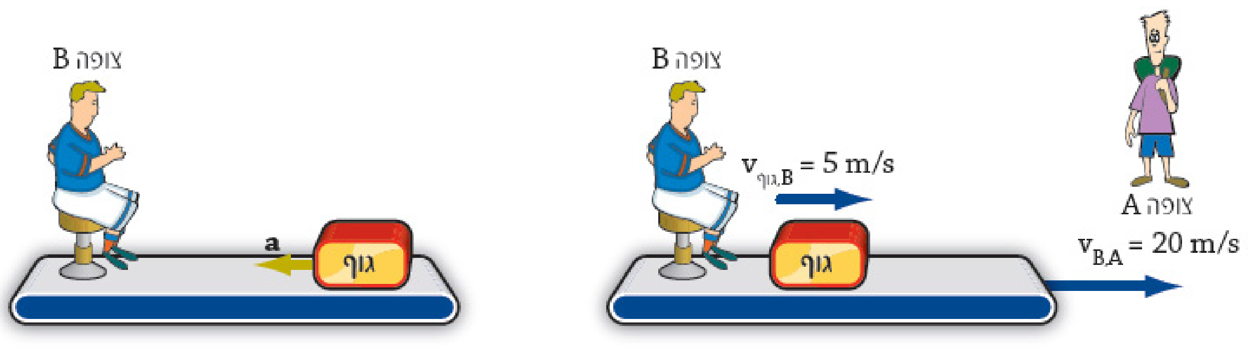
משטח אופקי נטול חיכוך נמצא בקרון רכבת הנעה על מסילה ישרה ואופקית. בהנחה שהארץ היא מערכת אינרציאלית מושלמת, האם גוף הנע על המשטח יתנהג בהתאם לחוק הראשון של ניוטון?

נדון בשני מקרים, א ו-ב.

מקרה א: הרכבת נעה במהירות קבועה ביחס לקרקע (איור 20א).

ניסויים מראים כי התשובה לכך חיובית. גם ניתוח עיוני מראה זאת: נבחר, צופה A הצמוד לארץ וצופה B הצמוד למשטח. אם ביחס לארץ גודלי המהירות של הרכבת, של המשטח ושל הצופה B הם $v_{B,A} = 20$ m/s בכיוון ימינה, ומהירות הגוף ביחס לצופה B הצמוד למשטח היא $v_{\text{גוף},B} = 5$ m/s בכיוון ימינה, אז מהירות הגוף ביחס לצופה A היא $v_{\text{גוף},A} = v_{\text{גוף},B} - v_{A,B} = 5-(-20) = 25$ m/s בכיוון ימינה, כלומר היא קבועה. מכאן נסיק:

אם מערכת ייחוס מסוימת היא אינרציאלית, אז כל מערכות הייחוס הנעות במהירות קבועה יחסית אליה הן אינרציאליות.



ב. הרכבת מואצת ימינה

א. הרכבת נעה במהירות קבועה

מקרה ב: הרכבת נעה בתאוצה a (נניח שהיא מואצת ימינה).

למרות ששקול הכוחות הפועלים על הגוף שווה לאפס, הגוף מואץ יחסית לצופה B הניצב במנוחה על המשטח (איור 20ב). במערכת ייחוס זו חוק התמדה אינו מתקיים, ולכן מערכת ייחוס זו אינה אינר־ציאלית.

מערכות מואצות ביחס לארץ:

חוק ההתמדה אינו תקף ביחס למערכת ייחוס המואצת יחסית לארץ.

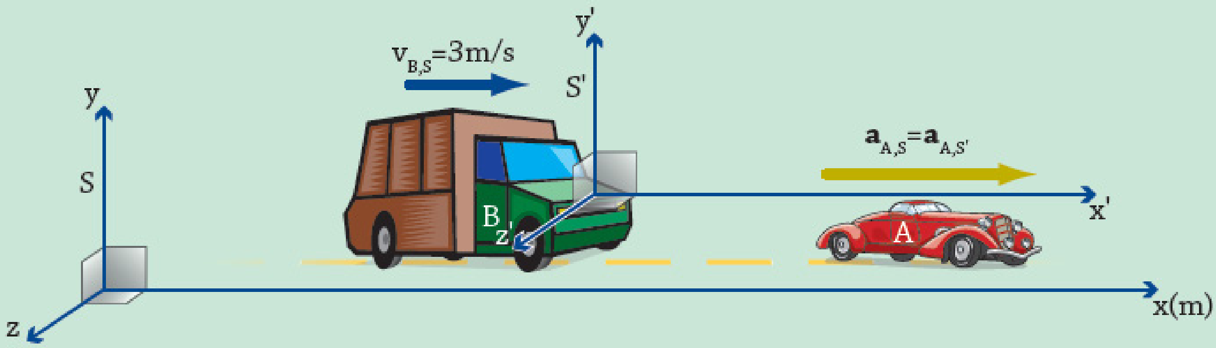
6.2 החוק השני של ניוטון ומערכות ייחוס אינרציאליות

א. מדידת תאוצה של גוף ביחס למערכות אינרציאליות שונות

האם גם החוק השני של ניוטון מתקיים בכל מערכות הייחוס האינרציאליות?

נבחן תחילה את תאוצתו של גוף ביחס למערכות אינרציאליות שונות:

נניח כי מכונית A נעה ימינה בתאוצה קבועה ביחס למערכת ייחוס S ה"צמודה" לכביש (איור 38).



בדוגמה מספרית רשמנו בשתי השורות הראשונות שבטבלה 5 ערכים אחדים של הזמן, ושל מהירות המכונית A ביחס למערכת S ($v_{A,S}$).

נניח כי משאית B, אליה "צמודה" מערכת ייחוס שנייה, S', נעה ימינה במהירות קבועה שגודלה 3 מ'\ש' ביחס למערכת הייחוס S (איור 38). שתי מערכות הייחוס S ו- S' הן אינרציאליות. בשורה השלישית בטבלה הסתמכנו על הטרנספורמציה של גלילאו למהירויות ($v_{A,S'} = v_{A,S} - v_{S',S}$).

זמן - t (ש')	0	1	2	3	4	5	
$v_{A,S}$ (מ'\ש')	5	7	9	11	13	15	$a_{A,S} = 2\ m/s^2$
$v_{A,S'}$ (מ'\ש')	2	4	6	8	10	12	$a_{A,S'} = 2\ m/s^2$

טבלה 5: מהירות של המכונית A ביחס לשתי מערכות ייחוס, כפונקציה של הזמן.

על-פי ערכי המהירויות בשורה השנייה ובשורה השלישית בטבלה, אפשר לראות כי תאוצתה של המכונית A ביחס לשתי מערכות הייחוס היא 2 מ'\ש'^{2} (בדוק!).

הוכחה כללית לכך שהתאוצה של גוף שווה ביחס לכל מערכות הייחוס האינרציאליות:

נסמן ב-$v_{A,S}(t)$ את מהירותו של גוף A ביחס למערכת ייחוס אינרציאלית S (S יכולה להיות לדוגמה "מערכת המעבדה"). מהירות זו עשויה להשתנות (בגודלה ובכיוונה) כפונקציה של הזמן.

$v_{S',S}$ היא המהירות הקבועה של מערכת ייחוס S' ביחס למערכת S. S ו- S' הן מערכות אינרציאליות.

המהירות של גוף A ביחס ל- S':

$$v_{A,S'}(t) = v_{A,S}(t) - v_{S',S}$$

נגזור את שני אגפי המשוואה על-פי הזמן:

$$\frac{d(v_{A,S'}(t))}{dt} = \frac{d(v_{A,S}(t))}{dt} = \frac{d(v_{S',S})}{dt}$$

אגף שמאל מבטא את התאוצה של גוף A ביחס למערכת הייחוס ($a_{A,S'}$) S. המחובר הראשון באגף ימין מבטא את התאוצה של גוף A ביחס למערכת הייחוס ($a_{A,S}$) S. המחובר השני באגף ימין שווה לאפס כי המהירות $v_{S',S}$ קבועה.

תאוצתו של גוף זהה ביחס לכל מערכות הייחוס האינרציאליות.

בניסוח מתמטי:

$$a_{A,S'} = a_{A,S} \qquad (23)$$

כאשר: $a_{A,S'}$ – תאוצת גוף A ביחס למערכת אינרציאלית S';

$a_{A,S}$ – תאוצת גוף A ביחס למערכת אינרציאלית S.

ב. מדידת כוחות ומסות במערכות אינרציאליות שונות

לא רק תאוצתו של גוף, אלא גם הכוחות שגופים אחרים מפעילים עליו(כוחות שהיו ידועים בתקופתו של ניוטון), שווים ביחס לכל המערכות האינרציאליות. הדבר נובע מכך שהכוחות בהם אנו עוסקים תלויים רק בתכונות העצמיות של הגופים ובמרחקים שביניהם. מנקודת ראותה של המכניקה הניוטונית, "המרחק בין שני גופים" הוא גודל "מוחלט", במובן שהוא אינו תלוי במערכת ייחוס.

גם המסה במכניקה הניוטונית, היא תכונה עצמית של גופים, ואינה תלויה במערכת הייחוס. כלומר:

תאוצתו של גוף, הכוחות שגופים מפעילים עליו, ומסתו, שווים בכל מערכות הייחוס האינרציאליות.

החוק השני נתגלה במערכת המעבדה, שהיא (בקירוב) אינרציאלית. על סמך הנאמר לעיל נסיק:

החוק השני של ניוטון מתקיים בכל מערכות הייחוס האינרציאליות.

החוק הראשון של ניוטון מגדיר את "מגרש המשחקים" של המכניקה הניוטונית, והוא מבטיח את קיומן של מערכות אינרציאליות. החוק השני של ניוטון הוא "חוקי המשחק" של המכניקה הניוטונית.

ג. עקרון היחסות של גלילאו גליל"

נניח שאנו נמצאים בתוך מטוס–נוסעים בעודו חונה על מסלול ההמראה ומנועיו פועלים, מתבוננים בתו־פעות המתרחשות בתוך המטוס, ולומדים עליהן:

אנו רואים כי גוף המשוחרר ממנוחה נופל בקו ישר, בכיוון ניצב לרצפת המטוס. אנו לומדים כיצד כדור נע כאשר שניים זורקים אותו איש לרעהו. כאשר מניחים גוף על שולחן – הוא נשאר במנוחה. כאשר מוזגים קפה מקנקן לספל הנמצא מתחתיו – הקפה נשפך היישר לספל. דגים הנמצאים באקווריום שוחים בו לכל הכיוונים; אין להם כיוון מועדף.

עתה נניח שהמטוס ממריא, וכי בעת ההמראה אנו ישנים, (ולכן איננו ערים לתופעות המתרחשות בעת ההמראה). אנו מתעוררים מתרדמתנו שעה שהמטוס נע במהירות קבועה ובקו ישר, בכיוון מקביל לק־רקע. נניח כי הטיסה "חלקה" כלומר המטוס אינו רועד כתוצאה מ"כיסי אוויר" או מתופעות אחרות. חלונות המטוס מוגפים על–ידי וילונות, לכן איננו יכולים להציץ החוצה, ולראות שהעננים והקרקע נעים ביחס למטוס.

כאשר נבחן שוב את התופעות המתרחשות במטוס, יתברר לנו כי כולן, אחת לאחת, נותרות ללא כל שינוי ביחס למצב הקודם.

גופים המשוחררים ממנוחה נופלים בדיוק כמו קודם לכן. כדי למזוג קפה מהקנקן לספל לא נדרש לשנות את תנועת הידיים שאנו רגילים לה. כאשר נניח את ספל הקפה על השולחן כדי שיתקרר – הוא יתמיד במנוחתו. תנועות הידיים שנעשה כדי לזרוק כדור לחברנו לא תשתנינה. אף הדגים שבאקווריום ימשיכו לשחות לכל הכיוונים כמו קודם. גם הם כנראה אינם חשים בהבדל בין שני המצבים.

אין שום תופעה שתעזור לנו להכריע בשאלה האם המטוס עדיין נח על מסלול ההמראה, או שהוא כבר טס במהירות קבועה בשמי התכלת של הים התיכון.

אי אפשר להבחין בין גוף נח לבין גוף נע במהירות קבועה: אם גוף נח ביחס למערכת אחת, נוכל להגדיר מערכת שנייה, אשר נעה במהירות קבועה ביחס לראשונה. מנקודת ראותו של צופה הנע עם המערכת השנייה הגוף אינו נח אלא נע; והמערכת השנייה, אינה "פחות טובה" (ולא "יותר טובה") מהראשונה. מנוחה ותנועה הם מצבים זהים.

בחירה של מערכת ייחוס לשם תיאור תופעות פיזיקליות היא עניין של נוחות.

עקרון היחסות של גלילאו גליליי:

חוקי המכניקה זהים בכל מערכות הייחוס האינרציאליות.

ניסוח חלופי לעקרון היחסות:

לא קיימת תופעה מכנית אשר בעזרתה אפשר לקבוע אם גוף כלשהו נח או נע במהירות קבועה (בגודלה ובכיוונה).

החוק הראשון והחוק השני של ניוטון ← יחד עם ← הטרנספורמציות של גלילאו ← מובילים ל... ← עקרון היחסות עבור המכניקה

עיקרי הדברים – פרק ד

1. החוק השני של ניוטון: תאוצתו של גוף נקבעת על ידי השקול של כל הכוחות החיצוניים הפועלים עליו. כיוון התאוצה זהה לכיוון הכוח השקול, וגודל התאוצה נמצא ביחס ישר לגודל הכוח השקול, וביחס הפוך למסת הגוף.

   בנוסחה: $a = \frac{\Sigma F}{m}$

   כאשר $\Sigma F = 0$ – מתקבל התנאי להתמדה.

2. חמשת השלבים העיקריים ליישום החוק השני של ניוטון:

   1. בוחרים בגוף מתאים כדי ליישם עבורו את החוק השני של ניוטון; כאשר המערכת המכנית מורכבת משני גופים אפשר לבחור את הגוף האחד, או את הגוף האחר, או את שני הגופים יחד כגוף אחד. הבחירה נעשית בהתאם לגדלים הנתונים ובהתאם לגדלים המבוקשים. לדוגמה, אם הכוח שאחד משני הגופים מפעיל על הגוף האחר אינו נתון וגם אינו מבוקש – כדאי ליישם את החוק השני של ניוטון עבור מערכת שני הגופים, כי אז הכוח הנדון הוא פנימי, והוא לא יופיע במשוואות החוק השני של ניוטון עבור שני הגופים.

   2. מסרטטים תרשים כוחות הפועלים על הגוף הנבחר; זהו תרשים (סכמטי) של הגוף הנבחר, ושל כל הכוחות החיצוניים הפועלים עליו.

   במכניקה, הכוחות הפועלים על גוף הם כוחות שמופעלים על ידי גופים אחרים הנמצאים עם הגוף הנדון במגע, וכוח הכובד שיכול לפעול גם מרחוק, ללא מגע.

   3. מוסיפים לתרשים הכוחות מערכת צירים x ו- y. בחירת הכיוונים של הצירים x ו- y היא שרירותית – כל מערכת צירים היא לגיטימית. אם בוחרים מערכת צירים שרירותית – יש לפרק את הכוח השקול לרכיבים קרטזיים וגם את התאוצה, ויש לרשום את החוק השני של ניוטון באמצעות שתי המשוואות:

   $$ma_x = \Sigma F_x$$

   $$ma_y = \Sigma F_y$$

   עם זאת, נוח לבחור את אחד הצירים, למשל את ציר ה- x, בכיוון תאוצת הגוף, ואז שתי המשוואות הן:

   $$ma = \Sigma F_x$$

   $$\Sigma F_y = 0$$

   4. רושמים שתי משוואות של החוק השני של ניוטון לגבי הכיוונים x ו- y.

   5. פותרים את מערכת המשוואות.

3. אפשר לחשב את מקומו, מהירותו ותאוצתו של גוף בכל רגע ורגע אם יודעים את מקומו ואת מהירותו של הגוף ברגע $t = 0$ (כלומר את תנאיי ההתחלה), ואת הכוח השקול הפועל על הגוף בכל רגע ורגע.

4. המסה (m) של גוף מייצגת שתי תכונות של הגוף:
   1. את מידת ההתמדה של הגוף: ככל שמסתו גדולה יותר - דרוש כוח גדול יותר כדי להקנות לגוף תאוצה בת יחידה אחת.
   2. את עוצמת כוח הכובד הפועל על הגוף: ככל שמסתו גדולה יותר - עוצמתו של כוח הכובד הפועל על הגוף גדולה יותר.
5. מסתו של גוף היא תכונה סגולית של הגוף, ומייצגת את "כמות החומר" בגוף. כל עוד לא הוספנו לגוף חומר או גרענו ממנו חומר - מסתו קבועה.
6. הק"ג הוא היחידה התקנית של המסה. היא אחת משבע היחידות הבסיסיות של מע־רכת היחידות התקנית (SI), והיא מגולמת בגוף השמור במכון תקנים בינלאומיים.
7. מאזני כפות משמשים למדידת מסה.
8. הניוטון היא היחידה התקנית של כוח. 1 ניוטון הוא הכוח הדרוש כדי להאיץ גוף שמסתובב בתאוצה שגודלה 1 m/s^2.
9. אפשר לקבוע את גודלו של כוח על ידי מדידה באמצעות דינמומטר (מאזני קפיץ), או על ידי מדידת התאוצה של גוף הנע בהשפעת הכוח, מדידת מסתו, וחישוב מכפ־לתם.
10. הצפיפות של חומר מוגדרת כמסה של יחידת נפח אחת של החומר. אם מסתו של גוף שנפחו V היא m, אזי צפיפותו היא:

$$p = \frac{m}{V}$$

11. המשקל הסגולי של חומר מוגדר כמשקל של יחידת נפח אחת של החומר. אם משקלו של גוף שנפחו V הוא w, אזי משקלו הסגולי הוא:

$$d = \frac{w}{V}$$

12. מהירותו של גוף כפונקציה של הזמן היא הנגזרת לפי הזמן של נוסחת מקום-זמן:

$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt}$$

נוסחת מקום-זמן של גוף היא האינטגרל של נוסחת מהירות-זמן:

$x(t) =$

13. תאוצתו של גוף כפונקציה של הזמן היא הנגזרת של פונקציית מהירות-זמן לפי הזמן:

$$a(t) = \frac{dv(t)}{dt}$$

נוסחת מהירות-זמן של גוף היא האינטגרל של נוסחת תאוצה-זמן:

$$v(t) =$$

14. מערכת צירים אינרציאלית היא מערכת צירים שבה מתקיים החוק הראשון של ניוטון.

מערכת צירים אינרציאלית מתקיים גם החוק השני של ניוטון.

מערכת ייחוס ה"צמודה" לכדור הארץ הוא בקירוב טוב אינרציאלית. הקירוב טוב יותר ככל שהמרחב שבו האינרציאליות נבדקת הוא קטן יותר.

15. מטוטלת פוקו היא הוכחה ניסויית שכדור הארץ מסתובב.

16. מערכת ייחוס הצמודה לארץ היא בקירוב טוב אינרציאלית. ככל שמתייחסים לסביבה קטנה יותר על פני הארץ כך הקירוב למערכת אינרציאלית טוב יותר.

17. כל מערכת ייחוס הנעה במהירות קבועה ביחס למערכת ייחוס אינרציאלית גם היא אינרציאלית.

18. כל אחד משלושת הגדלים: תאוצתו של גוף, הכוחות הפועלים עליו ומסתו, שווה בכל מערכות הייחוס האינרציאליות.

19. עקרון היחסות של גלילאו קובע כי חוקי המכניקה זהים בכל מערכות הייחוס האינרציאליות.

שאלות, תרגילים ובעיות

תרגילים מותאמים לסעיפי הפרק

תרגילים 1- 69 ממויינים על-פי סעיפי הפרק והם נועדו בעיקר לתרגול החומר המופיע באותם סעיפים. תרגילי סיכום אינטגרטיביים מופיעים אחרי תרגילים אלה.

סעיפים 2.1 ו-2.2: כיווניהם היחסיים של וקטורי הכוח השקול, התאוצה והמהירות

1. באיור מוצגות עקבותיו של גוף במרווחי זמן שווים. הגוף נע ימינה.

סרטטו את וקטורי המהירות, התאוצה והכוח השקול:

1. ברגע t_2
2. ברגע t_6
3. ברגע t_9

2. לפניכם תיאור של שלושה מצבים:

(1) גוף נע במהירות קבועה על משטח אופקי חסר חיכוך.

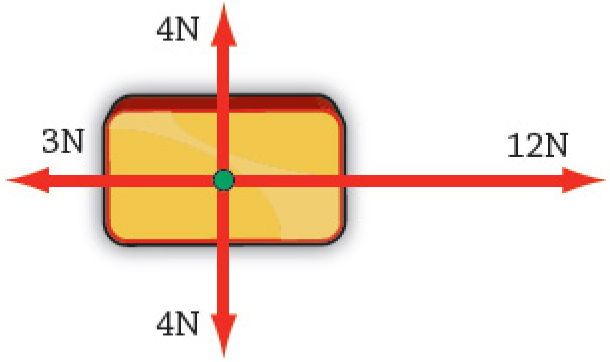
(2) מפעילים כוח אופקי קבוע על גוף אשר נח על משטח אופקי חסר חיכוך.

(3) גוף נע על משטח אופקי מחוספס, לאחר שהוענקה לו מהירות התחלתית.

ענו על שאלות א-ד שלהלן לגבי כל אחד משלושת המצבים (1)-(3) דלעיל.

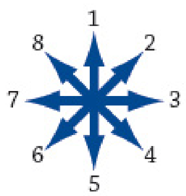
1. סרטטו תרשים כוחות הפועלים על הגוף.
2. סרטטו את הגוף בשלושה זמנים שונים בעת תנועתו, במרווחי זמן שווים. הסרטוטים צריכים להציג באופן מקורב הבדלים בדרכים (במידה ויש הבדלים). הוסיפו לכל סרטוט את וקטורי הכוח השקול, המהירות והתאוצה. הסרטוטים צריכים להראות הבדלים בגודלי וקטורים מאותו סוג (במידה ויש הבדלים).
3. תארו במילים את תנועת הגוף (השתמשו במונחים "כוח שקול", "מהירות" ו"תאוצה").
4. מדוע תנועת הגוף מתנהלת לאורך קו ישר?

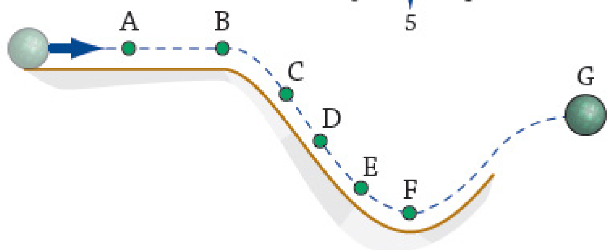
3. לפניכם תרשים כוחות של גוף נע.



1. מהו כיוון תאוצת הגוף?
2. האם אפשר לקבוע, על סמך האיור, מהו כיוון תנועת הגוף? אם לא - הסבירו מדוע. אם כן - ציינו מהו כיוון התנועה.

4. באיור מתואר כדור המחליק על מסילה חסרת חיכוך (קטע AB אופקי, וקטע CE הוא ישר). בנקודה A הכדור נע ימינה. השלימו את הטבלה לגבי כיווני הווקטורים; התייחסו בתשובותיכם לשמונת החצים הממוספרים, המייצגים כיוונים. לגבי וקטור שלדעתכם שווה לאפס – רשמו "0" במקום המתאים.

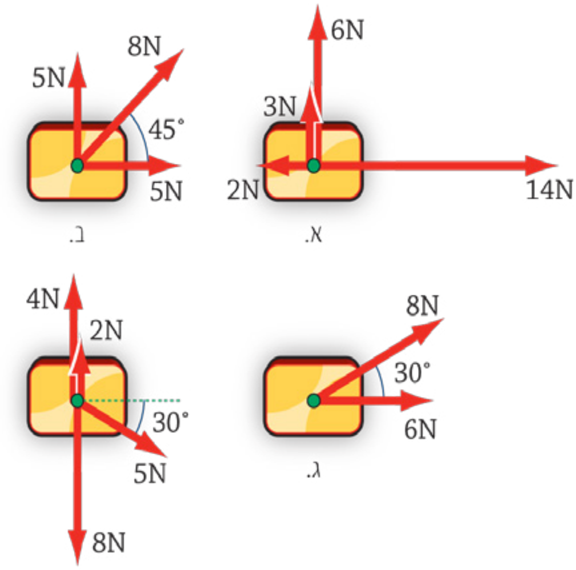




נקודה	כיוון המהירות	כיוון התאוצה	כיוון הכוח השקול
A	3		
D			
F			
G			

סעיף 4.1: יישומים לגבי גוף יחיד

5. בכל אחד מתרשימים א-ד שלהלן מוצג גוף שמסתו 2 ק"ג וכל הכוחות הפועלים עליו.



מצאו, עבור כל אחד מארבעת התרשימים:

- את תאוצת הגוף (גודל וכיוון).
- את הקשר בין הכיוון שבו $\Sigma F = 0$ לבין כיוון התאוצה.

6. תיבה שמסתה $m = 3\ kg$ נמצאת במנוחה. החל מרגע $t = 0$ מופעל עליה כוח שקול קבוע שגודלו 6 N. הגדירו ציר מקום, וסרטטו, עבור פרק הזמן מרגע $t = 0$ עד רגע $t = 10\ s$ את הגרפים:
   1. תאוצה-זמן.
   2. מהירות-זמן.
   3. מקום-זמן.

7. גוף שמסתו $m = 2\ kg$ נע במהירות קבועה שגודלה $v_o = 6\ m/s$. ברגע $t = 0$ מתחיל לפעול עליו כוח שגודלו 4 ניוטון. הכוח פועל במשך 4 s, ולאחר מכן מפסיק לפעול.

   סרטטו עבור פרק הזמן מרגע $t = 0$ עד רגע $t = 6\ s$ את הגרפים:

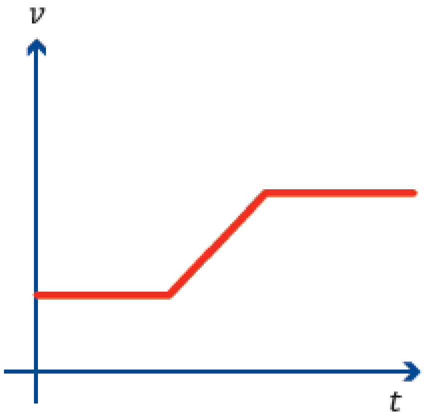
   (1) תאוצה-זמן.

   (2) מהירות-זמן.

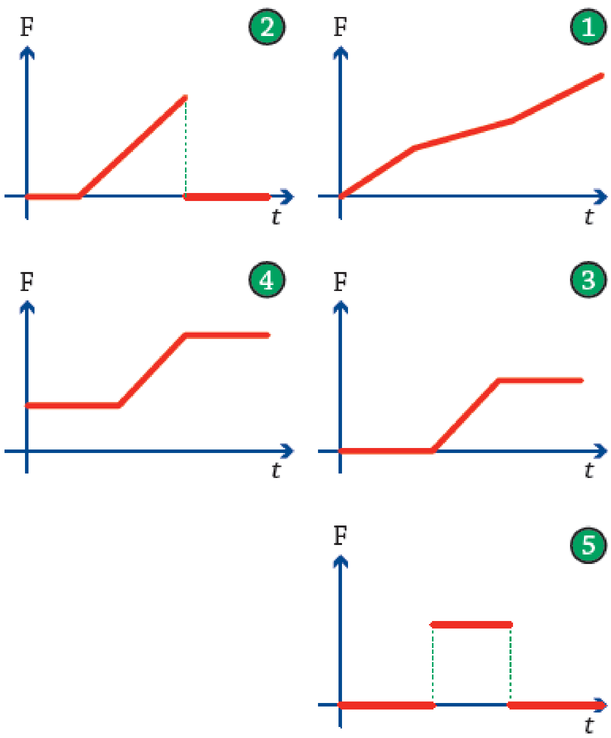
   בכל אחד משני המקרים שלפניכם:

   1. הכוח פועל בכיוון המהירות v_o.
   2. הכוח פועל בכיוון מנוגד לכיוון המהירות v_o.

8. לפניכם גרף מהירות-זמן של גוף הנע לאורך קו ישר.



איזה מבין הגרפים (1)-(5) שלפניכם מייצג נכון את גודל הכוח השקול הפועל על הגוף, כפונקציה של הזמן? נמקו.



9. גלשן שמסתו 0.2 kg מונח בקצה מסילת אוויר אופקית (מסילת אוויר מאופיינת בכך שהחיכוך בינה לבין גלשן הנע עליה ניתן להזנחה). מפעילים על הגלשן כוח אופקי קבוע שגודלו 0.8 N.
   1. מדוע תאוצת הגלשן קבועה? חשבו את גודלה.

2. תוך כמה זמן מגיע הגלשן לקצה השני של המסילה, שמרחקו מהמקום ההתחלתי של הגלשן הוא 2 m?

3. מהי מהירותו של הגלשן בקצה השני של המסילה?

10. על גוף נח שמסתו 0.5 ק"ג החל לפעול ברגע t = 0 כוח שקול קבוע, שגודלו 4 ניוטון. הכוח הפסיק לפעול ברגע t = 10 s. ברגע t = 12 s החל לפעול על הגוף כוח שקול קבוע, F_2, שגודלו 5 ניוטון, בכיוון מנוגד לכיוון בו פעל F_1.

1. סרטטו את הגוף ואת הכוח השקול הפועל עליו בשלושת קטעי התנועה השונים.

2. חשבו את תאוצת הגוף בקטעי התנועה השונים.

3. מתי נעצר הגוף בהשפעת פעולתו של הכוח F_2?

4. סרטטו גרף מהירות-זמן מרגע t = 0 עד הרגע בו הגוף נעצר בהשפעת F_2.

11. קליע של רובה M-16 שמסתו 3.5 גרם פוגע בלוח עץ שעוביו 5 ס"מ בכיוון ניצב ללוח. הקליע פוגע במהירות שגודלה 400 מ'\ש' ויוצא מעברו השני של הלוח במהירות שגודלה 200 מ'\ש'.

1. חשבו את גודלו של הכוח המעכב שהלוח מפעיל על הקליע, בהנחה שכוח זה קבוע.

2. היכן הסתמכתם בחישוביכם על כך שה־כוח קבוע?

12. לקליע נחושת שנורה מאקדח ברטה, מהירות לוע של 300 מ'\ש', מסת הקליע 2.5 גרם, והמרחק שלאורכו הקליע נע בתוך קנה האקדח הוא 6.4 ס"מ. חשבו את גודל הכוח השקול הפועל על הקליע בעת תנוע־תו בקנה, בהנחה שכוח זה קבוע.

13. גוף שמסתו 5 kg נע במהירות קבועה שגודלה 4 s/m על משטח אופקי. מקדם החיכוך הקינטי בין הגוף למשטח הוא 0.2 .

1. איזה כוח אופקי דרוש כדי לקיים את התנועה?

2. אם הכוח חדל לפעול, בעבור כמה זמן ייעצר הגוף?

14. מניחים מטבע בנקודה A על שולחן, והודפים אותו עד לנקודה B (בנקודה B מרפים ממנו). המטבע נע על השולחן ונע־צר בנקודה C. מרחק הנקודה C מ-B הוא 40 cm. מקדם החיכוך בין המטבע לשולחן הוא 0.35. חשבו את מהירותו של המטבע בנקודה B.

15. נער מושך אנבית כלפי מעלה, באמצעות חוט מתוח, גוף שמסתו 2kg. לגוף יש תאוצה שכיוונה כלפי מעלה וגודלה $3/m\ s^2$. התנג־דות האוויר ניתנת להזנחה.

1. מהו כיוון הכוח השקול הפועל על הגוף? נמקו.

2. חשבו את גודלו של הכוח השקול הפועל על הגוף.

3. סרטטו תרשים של הכוחות הפועלים על הגוף, וציינו איזה גוף מפעיל כל כוח.

4. חשבו את גודלו של כל אחד מן הכוחות.

16. תיק שמסתו m = 1.2 kg מונח על רצפה. נער מושך את התיק אנבית כלפי מעלה בכוח שגודלו F = 18 N. לאחר שהתיק עולה לגו־בה של 1.6 m, מרפה הנער מהתיק. התנגדות האוויר זניחה.

1. סרטטו תרשים סכמטי של התיק, והוסיפו תרשים של הכוחות הפועלים על התיק בשלב שבו הנער מושך אותו. ציינו איזה גוף מפעיל כל כוח.

2. חשבו את גודלו של שקול הכוחות הפוע־לים על התיק בשעה שהנער מושך אותו כלפי מעלה, וציינו את כיוונו.

3. חשבו את מהירות התיק ברגע שהנער מרפה ממנו.

4. ציינו את כיווני התנועה של התיק מהרגע שהנער מרפה ממנו עד פגיעתו ברצפה.

17. גוף שמסתו 2 kg תלוי במנוחה בחוט שמ־סתו ניתנת להזנחה. מושכים את החוט כלפי מעלה במשך שנייה אחת, והוא מואץ ב- $m/2\ s^2$. לאחר מכן מרפים מהחוט.

1. תארו במילים את תנועת הגוף מתחילת ההאצה עד שהגוף חוזר לנקודת המוצא (הש־תמשו במונחים "כוח כובד", "כוח מתיחות", "מהירות", "תאוצה").

2. חשבו את מתיחות החוט בשלב ההאצה.

3. חשבו את מהירות הגוף ברגע שהרפו מה־חוט.

4. לאיזה גובה מרבי מעל נקודת המוצא הגוף עולה?

18. עגלה נחה על הרצפה. החיכוך בינה לבין הרצפה ניתן להזנחה. תלמיד קשר רצועת גומי לעגלה, כדי לגרור את העגלה תוך כדי הליכ־תו, כך שרצועת הגומי תימתח במידה קבועה. מדוע התלמיד אינו יכול להתמיד לאורך זמן, בהליכה בתנאים אלה?

19. אישה שמסתה 60 ק"ג עולה במעלית מהקומה הראשונה לשישית. כאשר המ־עלית מתקרבת לקומה השישית קטנה מהירות המעלית מ- 8 מ'\ש' כלפי מעלה ל- 2 מ'\ש' כלפי מעלה, תוך 3 ש', חשבו את הכוח הממוצע שמפעילה רצפת המעלית על האישה במרווח זמן זה.

20. אדם נעמד על מאזניים. באילו תנאים הוריית המאזניים שווה ל-
1. כוח הנורמלי שהאדם מפעיל על המאז־ניים?
2. כוח הכובד שמקורו בכדור-הארץ הפועל על האדם?

21. אדם עומד על מאזני קפיץ הניצבים על משטח נייח, ומוצא שהוריית המאזניים היא 750 ניוטון.
1. מצאו את הכוח הנורמלי הפועל על האדם, ואת משקלו. הסבירו תשובותיכם.
2. האדם עומד על מאזניים הניצבים על רצפת מעלית. מצאו את הוריית המאזניים בכבל אחד מהמצבים שלפניכם:
(1) המעלית עולה, וגודל מהירותה גדל ב-2 מ'\ש' בכבל שנייה.
(2) המעלית עולה במהירות קבועה.
(3) המעלית עולה, וגודל מהירותה קטן ב-2 מ'\ש' בכבל שנייה.
(4) המעלית יורדת, וגודל מהירותה גדל ב-2 מ'\ש' בכבל שנייה.
(5) המעלית יורדת במהירות קבועה.
(6) המעלית יורדת, וגודל מהירותה קטן-2 מ'\ש' בכבל שנייה.
(7) הכבל הנושא את המעלית נקרע, והיא נופלת חופשית.

22. אבן שמסתה m נמצאת בתוך קופ־סה שצורתה קוביה הנמשבת כלפי מטה בתאוצה של 1.5g.
1. על איזו פאה של הקופסה לוחצת האבן? נמקו.
2. מהו כיוון הכוח הנורמלי הפועל על האבן? בטאו את גודלו באמצעות m.

23. גוף שמסתו 10 ק"ג מונח על רצפת מעלית. מקדם החיכוך הסטטי בין הגוף והרצפה הוא 0.4. חשבו את הכוח האופקי המינימלי הדרוש להביא את הגוף לתנועה

כאשר המעלית-
1. נחה;
2. עולה, וגודל מהירותה גדל בכבל שנייה ב-2 מ'\ש';
3. עולה, וגודל מהירותה קטן בכבל שנייה ב-2 מ'\ש',

מישור משופע

24. מניחים קרונית על משטח משופע שזווית שיפועו 30°. החיכוך בין הקרונית לבין המש־טח ניתן להזנחה. תוך כמה זמן עוברת הקרו־נית מרחק של 2.5 מטר?

25. מטילים גוף במעלה מישור משופע חסר חיכוך שזווית שיפועו 30°. הגוף חוזר לנקודת המוצא על גבי המישור המשופע בעבור 3 ש'.
1. מדוע יש לגוף תאוצה בשיא המסלול? הסבירו בעזרת שיקולים קינמטיים ובעזרת שיקולים דינמיים.
2. חשבו את תאוצת הגוף בשיא המסלול.
3. חשבו את מהירותו ההתחלתית של הגוף על המישור המשופע.

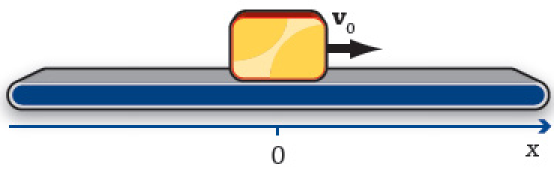
26. משטח משופע נטוי בזווית 30° עם הכיוון האופקי.
1. בהנחה שהחיכוך בין המשטח לבין גוף ניתן להזנחה, קבעו את תאוצת הגוף ביחס לציר מקום המצביע בכיוון המורד-
(1) כאשר מניחים אותו על המשטח.
(2) כאשר מטילים אותו במעלה המשטח המשופע.
2. בהנחה שהחיכוך בין המשטח לבין הגוף אינו ניתן להזנחה:
(1) מהו ערכו של מקדם חיכוך ההחלקה בין הגוף והמשטח, אם הגוף שמונח על המשטח מתחיל לרדת בתאוצה $3\,m/s^2$?
(2) מה היתה תאוצת הגוף אילו הוא היה נזרק במעלה המשטח המשופע, ומקדם החיכוך ההחלקה הוא זה שחישבתם בסעיף ב(1)?
3. מדוע במצבים המתוארים בסעיפים א(1) ו-א(2) התאוצות שוות, ואילו בסעיפים ב(1) ו-ב(2) התאוצות שונות?

27. ארגז שמסתו 100 ק"ג נגרר במעלה מדרון שזווית שיפועו 20° על ידי כוח F שכיוונו מקביל למדרון. מקדם החיכוך בין הארגז למדרון הוא 0.4 .

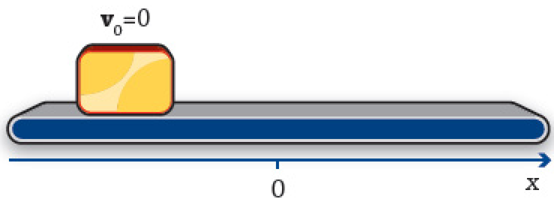
1. חשבו את גודלו של הכוח F, אם הארגז נע במהירות קבועה.
2. חשבו את תאוצת הארגז אם גודלו של הכוח F הוא 1,200 ניוטון.
3. האם הכוח הנורמלי שהמדרון מפעיל על הארגז שווה למשקל הארגז? נמקו.

28. בכל אחד מתרשימים א–ז מוצג גוף הנמצא על משטח. בתרשימים א–ג – המשטח אופקי, ובתרשימים ד–ז המשטח משופע. אין חיכוך בין הגוף לבין המשטח. בחלק מהתרשימים מוקנית לגוף מהירות התחלתית v_o (ואז מסורטט הווקטור v_o), ובאחרים הגוף משוחרר ממנוחה (ואז רשום $v_o = 0$). ליד כל איור מסורטט ציר מקום x.

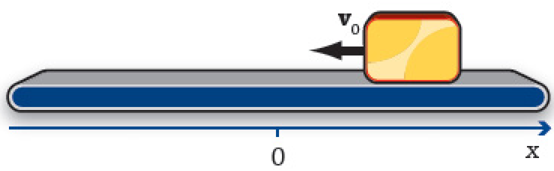
סרטטו לגבי כל אחד משבעת המקרים שלושה גרפים מקורבים (התואמים לציר המקום המסורטט) המייצגים: את תאוצתו, את מהירותו ואת מקומו של הגוף כפונקציה של הזמן (סה"כ 21 גרפים).



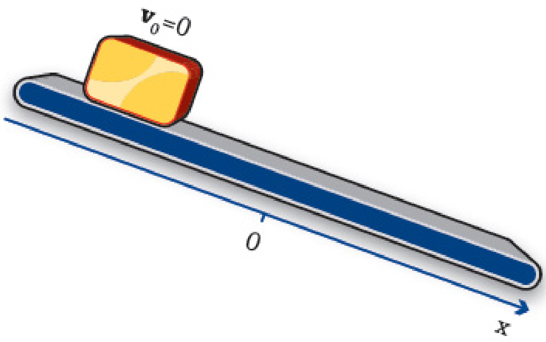
א.



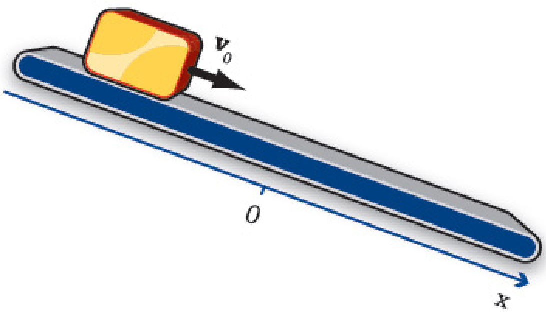
ב.



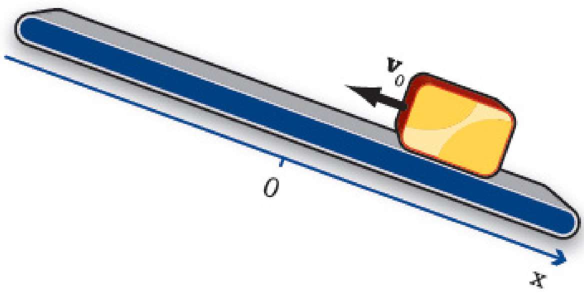
ג.



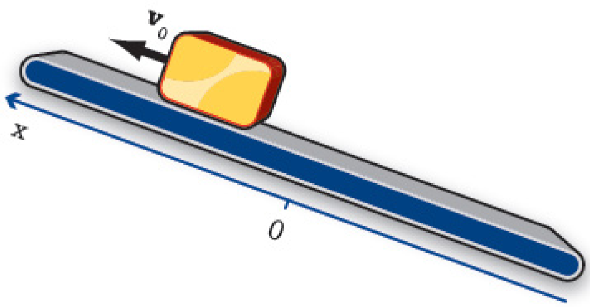
ד.



ה.



ו.



ז.

הנעת גופים (רק תרגיל 29)

29. א. האם כוח פנימי עשוי לשנות את מהירותו של גוף? הסבירו בהסתמך על חוקי ניוטון, והביאו דוגמאות.

ב. מכונית יוצאת לדרך ממנוחה.

(1) איזה כוח מאיץ את המכונית? מי מפעיל כוח זה?

(2) מהו תפקיד המנוע?

ג. מכונית שמסתה 1,500 ק"ג מואצת ממנוחה למהירות 24 מ'\ש' במשך 8 ש'. מהו גודלו הממוצע של הכוח השקול הפועל על המכונית?

ד. מכונית שגודל מהירותה 15 מ'\ש' מתנגשת, ונעצרת תוך 0.5 ש'.

(1) מהו הכוח הממוצע שמפעילה חגורת הבטיחות על הנהג שמסתו 75 ק"ג?

(2) נוסע (שגם הוא חגור) מחזיק בידיו כד יקר ושביר שמסתו 10 ק"ג. גודל הכוח המרבי שנוסע זה יכול להפעיל באמצעות ידיו הוא 250 ניוטון. האם הנוסע יצליח להחזיק בכד בעת ההתנגשות? נמקו.

30. גוף שמסתו 2.5 ק"ג נמצא ברגע $t = 0$ בראשית של מערכת צירים קרטזית, ופועלים עליו שני כוחות קבועים: F_1 שגודלו 10 ניוטון בכיוון החיובי של הציר x, ו- F_2 שגודלו 7.5 ניוטון בכיוון החיובי של הציר y (כוחות נוספים אינם פועלים על הגוף).

1. חשבו את הכוח השקול.

2. חשבו את מהירות הגוף ברגע $t = 2\ s$, אם מהירותו ברגע $t = 0$ היא:

(1) 0

(2) 2 מ'\ש' בכיוון הכוח השקול.

(3) 2 מ'\ש' בכיוון החיובי של הציר x.

(4) 2 מ'\ש' בכיוון השלילי של הציר x.

3. באילו מארבעת המצבים (1)-(4) המתוארים בסעיף ב הגוף נע בכיוון הכוח השקול?

4. חשבו את מקום הגוף ברגע $t = 2\ s$ בכל אחד מארבעת המצבים המתוארים בסעיף ב.

31. מניחים גוף A בחזית קרונית, כמתואר באיור, ובו זמנית מאיצים אותה ממנוחה בתאוצה קבועה. מקדם החיכוך בין גוף A והקרונית הוא μ.

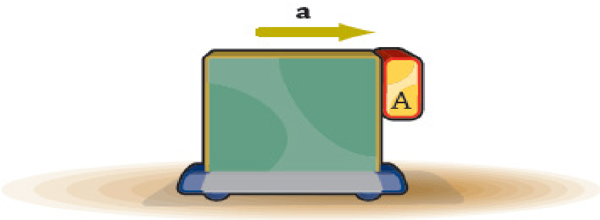
1. בטאו באמצעות μ את התאוצה המינימלית בה דרוש להאיץ את הקרונית, כדי שגוף A לא יחליק לאורך חזית הקרונית.

2. מאיצים את הקרונית בתאוצה השווה למחצית התאוצה שחישבתם בסעיף א.

(1) בטאו באמצעות μ את הרכיב האנכי של תאוצת גוף A.

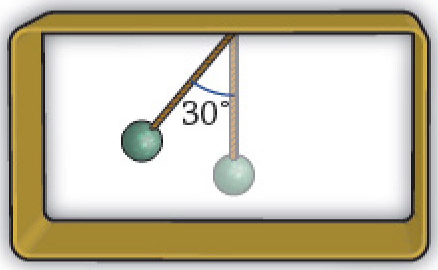
(2) בטאו באמצעות μ את התאוצה הכוללת של גוף A (גודל וכיוון).

(3) תארו את מסלול התנועה של גוף A מנקודת ראותו של צופה על הקרקע, ומנקודת ראותו של צופה הנמצא בקרונית.



מד תאוצה

32. באיור מוצגת משקולת הקשורה באמצעות חוט לתקרה של מכונית, הנעה בכיוון אופקי. המתקן משמש מד-תאוצה; התאוצה נקבעת על-פי סטיית החוט מהכיוון האנכי. זווית הסטייה של החוט מהכיוון האנכי היא $30°$.

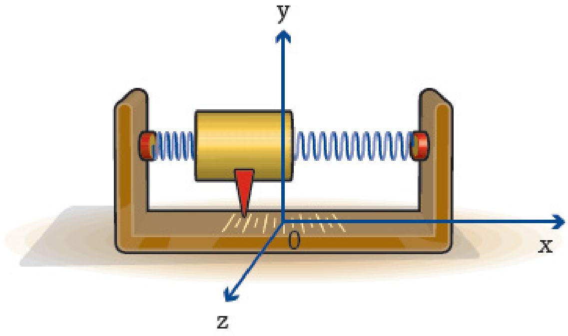


1. קבעו על-פי האיור את כיוון תאוצת המכונית.

2. חשבו את גודל תאוצת המכונית.

3. האם אפשר לקבוע על-פי האיור את כיוון התנועה של המכונית? נמקו.

33. באיור מתואר מתקן המורכב מגוף שמסתו m ומשני קפיצים זהים המחוברים אליו בשני צידיו. לכל קפיץ קבוע כוח k. כאשר המתקן אינו מואץ, הקפיצים רפויים (אינם מתוחים ואינם מכווצים), והמחוג המחובר לגוף מצביע על שנת "0". אפשר למדוד באמצעות מתקן זה את תאוצתו, כאשר זו לאורך המתקן.



1. המתקן מואץ לאורכו (לאורך ציר x) והגוף סוטה מהמרכז בשיעור M, במתואר באיור. במצב זה:

(1) מהו כיוון תאוצת המתקן?

(2) בטאו את גודל התאוצה באמצעות m, k, ו־$\Delta\ell$.

2. רוצים להתקין מד תאוצה בתוך צוללת היכולה לנוע במרחב תלת ממדי כלומר לכל הכיוונים.

(1) תכננו מערכת המבוססת על המתקן, שבאמצעותה תוכלו למדוד תאוצה במרחב, כלומר למדוד 3 רכיבי תאוצה במערכת צירים קרטזית y, x ו־z.

(2) כיצד אפשר לקבוע בכל רגע את מקומה ואת מהירותה של הצוללת באמצעות מד־תאוצה וידיעת "תנאיי התחלה" (כלומר ידיעת מקומה ומהירותה ברגע מסוים)?

סעיף 2.4: המסה כמדד להתמדתם של גופים

34. נניח שאתם מאיצים גוף ממנוחה על־ידי כוח קבוע, ומוצאים כי בעבור שנייה אחת גודל מהירותו הוא 1.5 m/s. אתם חוזרים על הניסוי, בהפעילכם אותו כוח על גוף אחר, וגודל מהירותו משתנה מאפס ל־2.25 m/s במשך חצי שנייה. לאיזה משני הגופים מסה גדולה יותר? פי כמה?

35. כוח שגודלו F מעניק לגוף שמסתו m_1 תאוצה שגודלה $3\ m/s^2$, ולגוף שמסתו m_2 תאוצה $5\ m/s^2$. איזה מהקשרים (1)-(4) שלהלן נכון לגבי גודל התאוצה a (ביחידות m/s^2) שתוענק על ידי כוח זה לשני הגופים בהיותם מחוברים זה לזה? נמקו את בחירתכם.

(1) $5 < a$

(2) $3 > a$

(3) $5 > a > 3$

(4) אי אפשר לענות על השאלה כי ערכי m_1 ,F ו־m_2 אינם נתונים.

36. שני גופים A ו־B מתנגשים. בעת ההתנגשות, מלבד הכוחות שכל גוף מפעיל על משנהו, אין פועלים כוחות נוספים. השינוי במהירותו של גוף A גדול מהשינוי במהירותו של גוף B.

איזו מבין ארבע האפשרויות שלפניכם היא הנכונה? נמקו את בחירתכם.

(1) מסתו של גוף A גדולה מזו של גוף B.

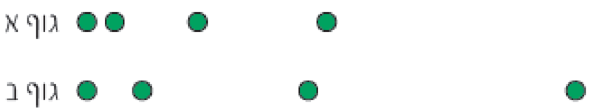
(2) מסתו של גוף B גדולה מזו של גוף A.

(3) אי אפשר לקבוע לאיזה מבין שני הגופים מסה גדולה יותר, כי ערכים מספריים אינם נתונים.

(4) המצב המתואר בשאלה אינו אפשרי.

סעיף 3.1: המסה של גוף כמדד לעוצמת כוח הכובד הפועל עליו

37. על שני גופים נחים א ו־ב מופעלים בו זמנית כוחות (שקולים) שווים (כוחות הכובד מתקזזים על־ידי כוחות נגדיים). איור א מתאר את עקבותיהם של שני הגופים באותם רגעים (הגופים נעים ימינה).



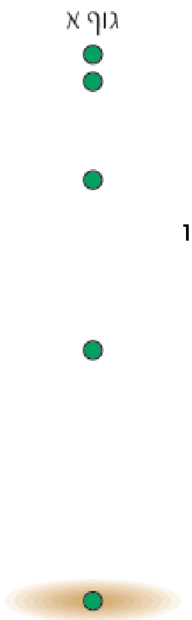
איור א

1. לאיזה מהגופים מסה גדולה יותר? נמקו.

2. תולים כל גוף על קפיץ. שני הקפיצים זהים. התארכותו של איזה קפיץ גדולה יותר? הסבירו.

3. שני הגופים משוחררים מאותו גובה, ונופלים חופשית. איור ב מתאר את עקבותיו של גוף א במרווחי זמן שווים. העתיקו את האיור, והוסיפו לצידו איור המתאר את עקבותיו של גוף ב באותם זמנים בהם מתואר גוף א.

האם שני הגופים נופלים יחד? אם לא - איזה מהם נע מהר יותר? אם כן - מדוע הגוף הכבד אינו נופל מהר מהגוף הקל, למרות שפועל עליו כוח כובד גדול יותר?



איור ב

38. תולים גוף על קפיץ, ומעתיקים את המ־ערכת מכדור הארץ לירח. האם התארכות הקפיץ על הירח תהיה שווה לזו על פני כדור הארץ? נמקו.

ב. מאזנים גוף על מאזני כף באמצעות משקולות, ומעתיקים את המערכת מכ־דור הארץ לירח. האם המאזניים יישארו מאוזנים גם על הירח? נמקו.

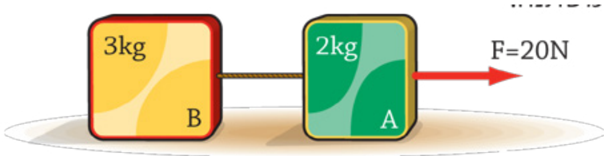
39. מסתו של גוף על פני כדור הארץ היא 100 גרם.

1. מה תהיה מסתו על פני כוכב הלכת מא־דים?

2. האם כוח הכובד שיפעל עליו על פני המאדים יהיה שווה לכוח הכובד שפועל עליו על פני הארץ? נמקו.

סעיף 4.2: יישומים למערכות רב גו־פיות, שבהן תאוצות הגופים שוות בגודלן

40. גוף A שמסתו 2 kg קשור בחוט שמסתו ניתנת להזנחה לגוף B שמסתו 3 kg . הגוף A נמשך ימינה על ידי כוח שגודלו 20 N. שני הגופים נמצאים על משטח אופקי חסר חיכוך. במהלך התנועה אורך החוט אינו משתנה.



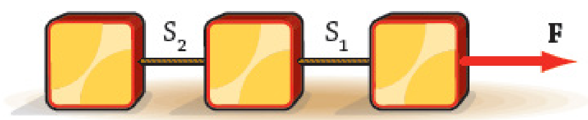
1. מדוע תאוצות הגופים שוות?

2. על איזה מבין שני הגופים פועל כוח שקול גדול יותר? נמקו באופן איכותי(במילים, ללא חישוב).

3. מצאו את תאוצת הגופים ואת מתיחות החוט.

4. סרטטו את החוט ואת הכוחות הפועלים עליו בקצותיו (התייחסו לכיווני הכוחות ולגדלים שלהם).

41. הכוח F מאיץ את המערכת המתוארת באיור. מסות החוטים וכוחות חיכוך ניתנים להזנחה.



האם מתיחותו של חוט S_1 קטנה מזו של חוט S_2, גדולה ממנה או שווה לה? ענו על השאלה מתוך שיקול דעת, ואחר-כך בדקו בעזרת נוסחאות.

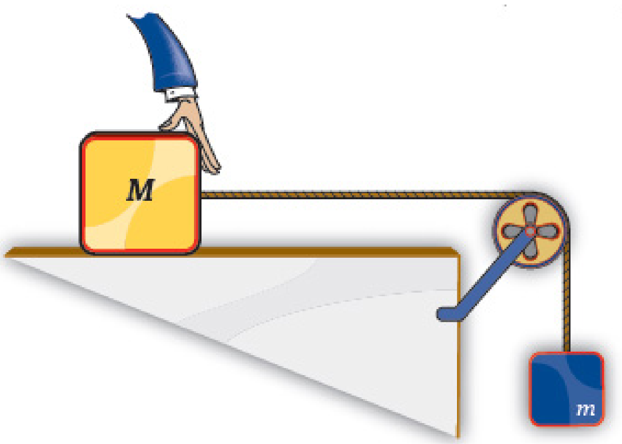
42. כוח אופקי שגודלו F = 30 N פועל על תיבה שמסתה M = 20 kg. תיבה זו דוחפת תיבה שנייה שמסתה m = 10 kg. שתי התיבות מונ־חות על משטח אופקי נטול חיכוך. חשבו את:

1. תאוצתה של כל אחת משתי התיבות.

2. הכוח הנורמלי $N_{1\to2}$ שבו התיבה הראשונה דוחפת את השנייה.

3. הכוח הנורמלי $N_{2\to1}$ שבו התיבה השנייה דוחפת את הראשונה.

43. גוף שמסתו M = 0.8 kg קשור באמצעות חוט העובר על פני גלגלת למשקולת שמסתה m = 0.2 kg. ניתן להזניח את החיכוך בין הגוף לבין השולחן, ואת מסת החוט.



1. המערכת מוחזקת במנוחה. סרטטו את הכו־חות הפועלים על כל אחד משני הגופים, והש־לימו את הטבלה שלפניכם לגבי כוחות אלה.

2. משחררים את המערכת. חשבו את:

(1) גודל התאוצה a של המשקולת.

(2) המתיחות T של החוט.

שם הכוח	הגוף המפעיל את הכוח	כיוון הכוח	גודל הכוח

44. התבוננו באיור של שאלה 43 (ניתן להז־ניח את החיכוך בין הגוף לבין השולחן, ואת מסת החוט).

1. המערכת מוחזקת במנוחה. סרטטו את הכוחות הפועלים על כל אחד משני הגופים.

משחררים את המערכת:

2. האם גודל הכוח שהחוט מפעיל על הגוף שמסתו M שווה ל-mg? נמקו.

3. בטאו באמצעות m, M ו- g את:

(1) גודל התאוצה a של המשקולת.

(2) המתיחות T של החוט.

4. אילו היו מחליפים בין הגוף והמשקולת:

(1) האם התאוצה היתה משתנה? נמקו.

(2) האם מתיחות החוט היתה משתנה? נמקו.

5. הראו כי $a < g$. ענו מתוך שיקול דעת, ואחר-כך הוכיחו באמצעות תשובתכם לסעיף ג(1).

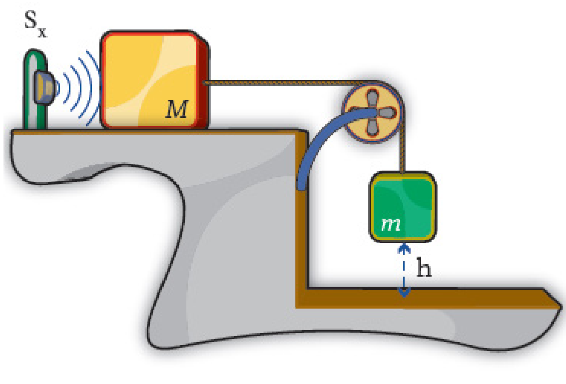
6. עורכים סדרת ניסויים בהם מסת הגוף המחליק על השולחן (M) קבועה, ומשנים בכל ניסוי את מסת המשקולת m.

(1) סרטטו גרף מקורב של תאוצת הגוף המחליק על השולחן כפונקציה של יחס המסות M/m.

(2) בחנו את תשובתכם לסעיף (1) על-ידי בניית גרף על-פי ערכים מספריים. היעזרו במחשב.

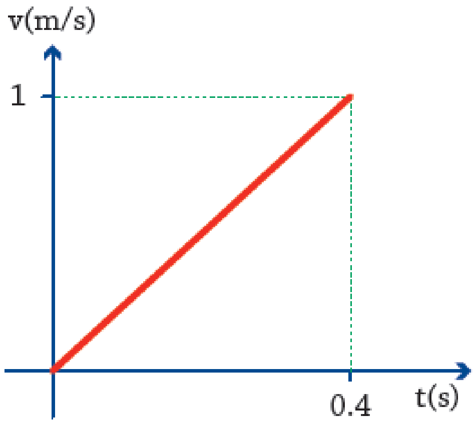
הנחיה: על סמך הביטוי שמצאתם בסעיף ג(1) בטאו את a בפונקציה של M/m.

45. גוף שמסתו $M = 0.5$ kg קשור באמצעות חוט העובר על פני גלגלת למשקולת בת $m = 0.3$ kg (איור א). מאחורי הגוף שמס־תו M ניצב מד טווח S_x המחובר למחשב. המערכת במנוחה והמשקולת שמסתה m נמצאת בגובה h מעל הרצפה.



איור א

ברגע $t = 0$ משוחררת המערכת, ועל מסך המחשב נרשם גרף מהירות-זמן של הגוף שמסתו M, מרגע $t = 0$ עד לרגע שבו המש־קולת פוגעת ברצפה (איור ב). מסת החוט ניתנת להזנחה, אך החיכוך בין הגוף למשטח אינו ניתן להזנחה.



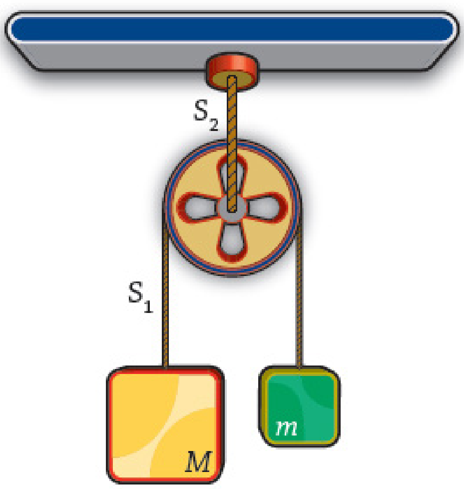
איור ב

1. חשבו את תאוצת הגוף שמסתו M ואת הגו־בה h.

2. חשבו את מקדם החיכוך בין הגוף לבין המ־שטח.

3. העתקו את איור ב, והוסיפו עקומת מהירות-זמן של הגוף שמסתו M, עד רגע עצירתו, בהנחה שהוא נעצר לפני הגעתו לקצה המשטח האופקי.

46. שני גופים בני מסה $M = 1.05$ kg ו- $m = 0.7$ kg, קשורים באמצעות חוט S_1 העובר על פני גלגלת. הגלגלת תלויה באמצעות חוט S_2. מסות החוטים והגלגלת ניתנות להזנחה ביחס למסות הגופים.



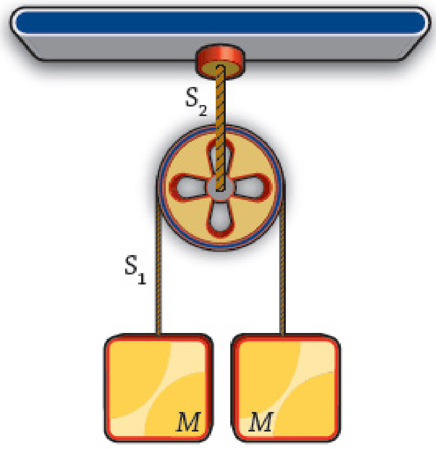
חשבו את:

1. גודל תאוצת המערכת.

2. מתיחות החוט S_1.

3. מתיחות החוט S_2.

47. שני גופים בני מסה M כל אחד, קשורים באמצעות חוט S_1 העובר על פני גלגלת. הגלגלת תלויה על חוט S_2. מסות החוטים והגלגלת זניחות.



1. בטאו באמצעות נתוני השאלה את:

(1) מתיחות החוט S_1.

(2) מתיחות החוט S_2.

2. תולים על הדוף הימני משקולת שמסתה m, באמצעות חוט S_3 (מסתו זניחה).

(1) בטאו באמצעות נתוני השאלה את גודל תאוצת המשקולת.

(2) האם מתיחות החוט S_3 קטנה ממתיחות החוט S_1, שווה לה או גדולה ממנה? נמקו.

(3) תוך כדי תנועה, נקרע החוט S_1 תארו את תנועת הגוף השמאלי, לאחר קריעת החוט.

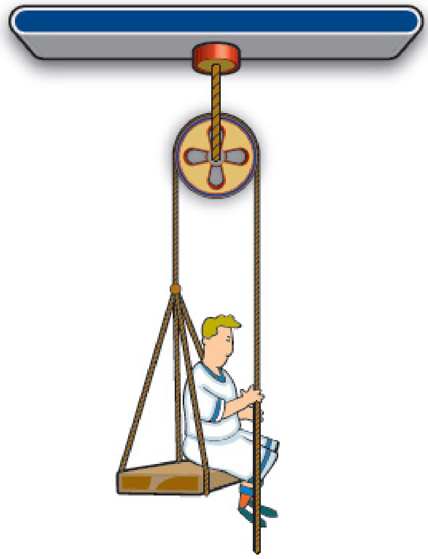
48. מצווים על סוס למשוך עגלה. הסוס מסרב, בהסתמכו על החוק השלישי של ניוטון: "אם אפעיל על העגלה כוח, תפעיל עלי העגלה כוח בעל אותו גודל, ובכיוון ממדד. לעולם לא אצליח להפעיל על העגלה כוח הגדול מן הכוח שהיא מפעילה עלי. כיצד אם כן, אצליח להניע את העגלה?". מה תשיבו לסוס?

49. שתי קבוצות עורכות תחרות של משיכה בחבל, כדי לקבוע מי מהן חזקה יותר. הניחו כי מסת החבל זניחה.

1. מדוע תמיד שתי הקבוצות מושכות את החבל בכוחות שווי גודל?

2. כיצד יתכן אם כן, שאחת הקבוצות מנצחת? הסבירו.

50. צבע שמסתו 60 kg יושב על כיסא שמסתו 10 kg. הכיסא קשור בחבל העובר על פני גלגלת קבועה. באמצעות חבל זה מושך הצבע בכוח קבוע את עצמו עם הכיסא כלפי מעלה. בשעת העלייה לחצו על הכיסא 300 N. ניתן להזניח את מסת החבל.



1. סרטטו את כל הכוחות(החיצוניים) הפועלים על:

(1) האדם.

(2) הכיסא.

(3) המערכת הכוללת את האדם והכיסא.

2. בחרו שניים מהתרשימים, ומצאו באמצעותם את:

(1) תאוצת הכיסא.

(2) הכוח בו מושך הצבע את החבל.

3. בחרו זוג תרשימים אחר, וענו על שאלות (1) ו-(2) שבסעיף ב.

51. באיור של תרגיל 43 מסת הגוף M = 3 kg ומסת המשקולת m = 2 kg. על הגוף (המונח על השולחן) פועל כוח אופקי שגודלו F = 30 N וכיוונו שמאלה, במשך 3 s.

נבחר ציר x שכיוונו החיובי ימינה, וראשיתו בנקודה בה הכוח מתחיל לפעול על הגוף. רגע התחלת פעולת הכוח נבחר כ- t = 0 (ברגע זה המערכת במנוחה).

1. חשבו את מהירות החף ברגע שבו הכוח מפסיק לפעול.

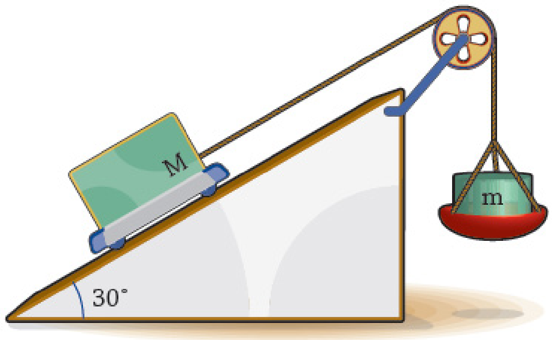
2. לאיזה מקום מריע הגוף ברגע שבו הכוח F מפסיק לפעול?

3. סרטטו גרפי תאוצה-זמן ומהירות-זמן של תנועת הגוף M מרגע t = 0 עד שהוא חולף שנית ב-x = 0.

52. מסת הקרונית במערכת המתוארת באיור היא $M = 2\ kg$ ומסת המשקולת יחד עם הסל היא $m = 3\ kg$. המערכת משוחררת ממנוחה ברגע $t = 0$.

ברגע $t = 2\ s$ החוט נקרע. ניתן להזניח את החיכוך בין הקרונית למדרון ואת מסות החוטים. הניחו כי המדרון ארוך מאוד.

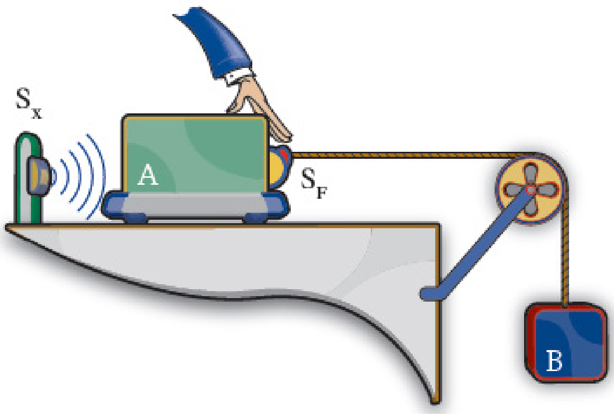
1. איזה מרחק עוברת הקרונית בשתי השניות הראשונות לתנועתה?
2. באיזה מרחק ממקום מוצאה נמצאת הקרונית ברגע $t = 4s$?
3. סרטטו גרף מהירות–זמן של הקרונית מרגע $t = 0$ עד רגע $t = 5\ s$.



53. נהג טרקטורון מנסה לברור בול עץ בדול שמסתו 1,000 ק"ג בעזרת מוט אופקי הקושר את בול העץ לטרקטורון.בחנו אם יצליח בכל אחד מן המצבים שלפניכם:

1. הטרקטורון ובול העץ נמצאים על כביש, וכשנהג הטרקטורון מפעיל את המנוע - הכביש מפעיל על צמיגי הטרקטורון כוח בן 5,000 ניוטון בכיוון "קדימה". מקדם החיכוך הסטטי בין בול העץ והכביש הוא 0.4.
2. הטרקטורון ובול העץ נמצאים על חול, וכשנהג הטרקטורון מפעיל את המנוע - החול מפעיל על צמיגי הטרקטורון כוח בן 2,000 ניוטון בכיוון "קדימה". מקדם החיכוך הסטטי בין בול העץ והחול הוא 0.5.

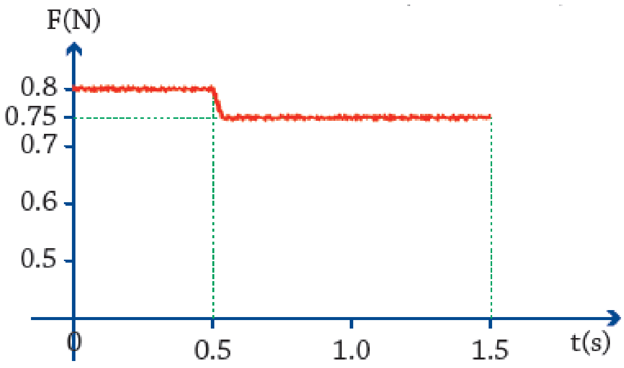
54. תלמיד ערך ניסוי באמצעות המערכת המתוארת באיור א: קרונית A נמצאת על מסלול הרצה חסר חיכוך. לחזית הקרונית מחובר חיישן כוח S_F, הקשור באמצעות חוט העובר על פני גלגלת למשקולת B (חיישן הכוח מודד את מתיחות החוט). מאחורי הקרונית ניצב מד טווח S_x. חיישן הכוח ומד הטווח מחוברים למחשב.



איור א

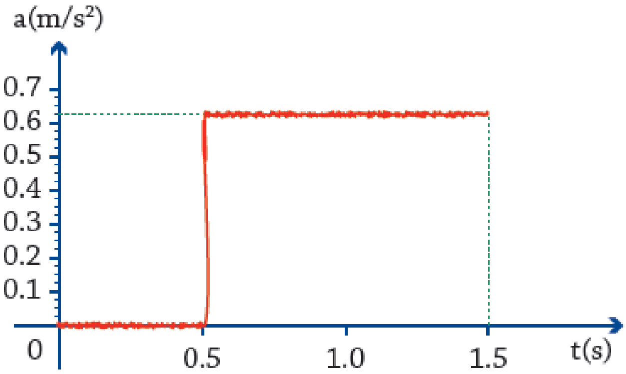
התלמיד החזיק בקרונית, וברגע $t = 0$ התחיל המחשב לקלוט מידע מן החיישנים. זמן מסוים לאחר מכן (ברגע $t > 0$) שחרר התלמיד את הקרונית.

באיור ב מתואר גודל הכוח הנמדד על-ידי התיישן, בפונקציה של הזמן.



איור ב

באיור ג מתוארת תאוצת הקרונית בפונקציה של הזמן.



איור ג

1. מרגע $t = 0$ עד רגע $t = 0.5\ s$ חיישן הכוח מורה על כוח, ואילו התאוצה שווה לאפס. האם עובדות אלה סותרות את החוק השני של ניוטון? הסבירו.
2. מדוע ברגע $t = 0.5\ s$ הכוח קטן?

3. חשבו את מסת הקרונית A.

4. חשבו את מסת המשקולת B.

5. סרטטו גרפים המתארים את מהירות הקרונית ואת מקומה בפונקציה של הזמן, מרגע $t = 0$ עד $t = 1.5$ s.

סעיף 5.1: הקשרים בין הפונקציות $v(t)$, $x(t)$ ו-$a(t)$ באמצעות נגזרות ואינטגרלים

55. פונקציית מקום-זמן של גוף הנע לאורך קו ישר היא $x = 4t - t^2$ כאשר t ו-x נמדדים ביחידות SI. הכיוון החיובי של הציר הוא ימינה.

1. בסעיף זה אל תשתמשו בנגזרות, אלא התבססו, במקרה הצורך, על הנוסחאות הקינמטיות לתנועה שוות תאוצה.

(1) מתי הגוף עבר בראשית הצירים?

(2) מצאו את תאוצת הגוף.

(3) מצאו את נוסחת מהירות-זמן של הגוף.

(4) סרטטו גרף מקום-זמן של הגוף.

(5) מתי היה הגוף במרחק מרבי שמאלה מהראשית?

2. ענו על הסעיפים (2), (3) ו-(5) לעיל בעזרת פעולת הנגזרת.

56. נוסחת מהירות-זמן של גוף הנע לאורך קו ישר היא: $v = 1 + 2t^2$ כאשר t ו-v נמדדים ביחידות SI. ברגע $t = 0$ הגוף היה בנקודה ששיעורה $x_0 = 5$m.

1. מצאו את נוסחת תאוצה-זמן. האם תאוצת הגוף קבועה? נמקו.

2. מצאו את נוסחת מקום-זמן.

סעיף 5.2: משוואת תנועה - פתרון אנליטי

57. גוף שמסתו $m = 2$ kg נע בהשפעת כוח שקול שגודלו מיוצג על ידי התבנית המתמטית: $F(t) = 2t$ (t ו-F נמדדים ביחידות SI וכיוונו קבוע. ברגע $t = 0$ הגוף היה בנקודה ששיעורה $x_0 = 3$ m ומהירותו היתה $v_0 = 2$ m/s.

1. כתבו את משוואת התנועה של הגוף.

2. מצאו את נוסחת תאוצה-זמן.

3. מצאו את נוסחת מהירות-זמן

4. מצאו את נוסחת מקום-זמן.

סעיף 6: חוקי ניוטון ומערכות ייחוס

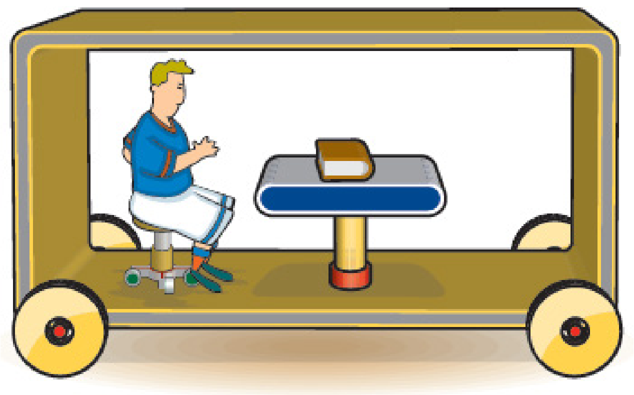
58. א. הגדירו את המושג "מערכת ייחוס".

ב. למה מתכוונים כאשר אומרים ש "מהירות היא גודל יחסי" (ולא גודל מוחלט)?

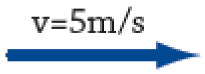
59. האם חוקי ניוטון מנוסחים לכל מערכת ייחוס? הדגימו את דבריכם.

60. הראו באמצעות דוגמה כי קיימות מערכות ייחוס שביחס אליהן תאוצתו של גוף שונה מאפס, למרות שהכוח השקול הפועל על הגוף שווה לאפס.

61. נניח שאתם יושבים בתוך קרון ומתבוננים בספר המונח על שולחן הנמצא בתוך הקרון. אין חיכוך בין הספר לבין השולחן. לפתע הספר מתחיל לנוע לכיוונכם, בתאוצה. כיצד תסבירו את התופעה, אם ידוע שלא הופעלו כוחות על הספר על ידי גופים אחרים?



62. החץ מתאר את מהירותו של גוף ביחס למערכת המעבדה.



סרטטו את וקטור המהירות של הגוף ביחס לצופה אשר נע ביחס למערכת המעבדה:

1. שמאלה, במהירות שגודלה 5 מ'\ש'.

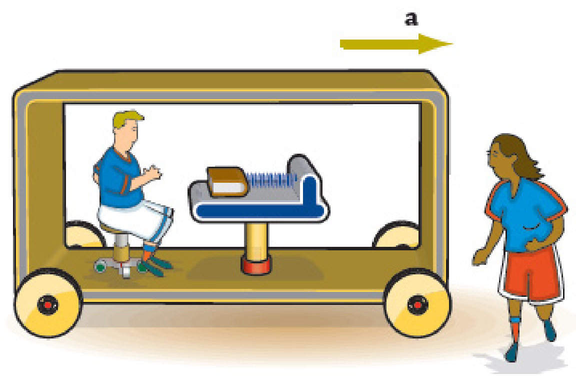
2. ימינה, במהירות שגודלה 5 מ'\ש',

3. ימינה, במהירות שגודלה 10 מ'\ש',

63. החצים מתארים שני ערכי מהירות במרווח זמן של 0.5 ש' של גוף הנע ימינה. המהירויות נמדדו ביחס למערכת המעבדה.

1. סרטטו את וקטור התאוצה הממוצעת ביחס למערכת המעבדה.
2. סרטטו את וקטורי המהירות, ואת וקטור התאוצה הממוצעת, ביחס לצופה אשר נע (ביחס למעבדה):
   (1) שמאלה, במהירות שגודלה 2 מ'\ש'.
   (2) ימינה, במהירות שגודלה 2 מ'\ש'.
   (3) ימינה, במהירות שגודלה 3 מ'\ש'.
   (4) ימינה, במהירות שגודלה 5 מ'\ש'.
   (5) ימינה, במהירות שגודלה 10 מ'\ש'.
   (6) ימינה, במהירות שגודלה 15 מ'\ש'.
3. התבססו על כך שמסתו של גוף, וכוח הפועל על גוף, שווים ביחס לכל מערכות הייחוס, והראו כי החוק השני של ניוטון, תקף לגבי הגוף ביחס לכל הצופים המוזכרים בסעיף ב.

.64 נניח שאתם יושבים בתוך קרון המואץ ימינה בתאוצה קבועה. על השולחן נמצא גוף הקשור לקפיץ. במהלך התנועה הקפיץ מתוח (מעבר למצב הרפוי) ואורכו אינו משתנה.



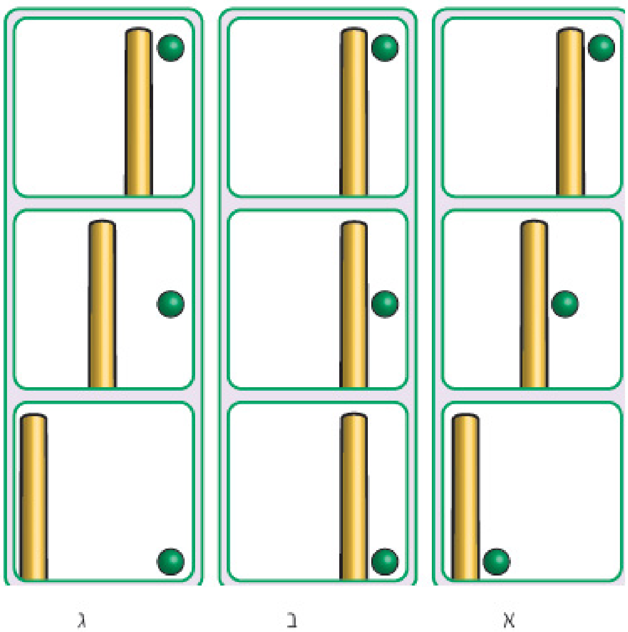
האם החוק השני של ניוטון תקף לגבי הגוף ביחס למערכת צירים ה"צמודה":

1. לצופה הנח ביחס לקרקע?
2. לצופה הנח ביחס לקרון?

.65 גובהו של מגדל הוא 300 מטר. מרגלי המגדל נזרק כדור א כלפי מעלה במהירות שגודלה 40 מטר לשנייה, ובו-זמנית נזרק מראש המגדל כדור ב כלפי מטה במהירות שגודלה 20 מטר לשנייה. בעבור כמה זמן ייפרשו שני הכדורים? פתרו, ביחס לשני צירים שונים –

1. ציר מקום אנכי ה"צמוד" לכדור הארץ.
2. ציר מקום אנכי ה"צמוד" לכדור א.

.66 כדור שוחרר מראש תורן של סירה השטה במהירות קבועה. לפניכם שלושה תיאורים א, ב, ג של התורן והכדור הנופל, כאילו צולמו באמצעות שלוש מצלמות. בסדרת ה"תצלומים" א למשל, ה"תצלום" העליון "צולם" ברגע שחרור הכדור, זה שמתחתיו "צולם" באמצעות אותה מצלמה רגע לאחר מכן, והתחתון בעבור רגע נוסף. לגבי כל אחת משלוש סדרות התצלומים א, ב ו-ג ציינו האם היא אפשרית; אם כן – היכן עשויה היתה המצלמה להיות ממוקמת (על הסירה, על החוף ...)? אם לא – הסבירו מדוע התיאור ב"תצלום" אינו אפשרי.



.67 לפניכם רשימה של גדלים פיזיקליים: מקום, מהירות, תאוצה, מסה.

אילו מבין גדלים אלה הם יחסיים ב"מכניקה הניוטונית"?

.68 החוק השני של ניוטון, $\Sigma F = ma$, תקף למערכות ייחוס אינרציאליות. האם לתאוצה a אותו ערך בכל מערכות הייחוס האינרציאליות?

.69 כאשר טסים בלילה, אין תחושת תנועה, גם אם מהירות המטוס גדולה. הסבירו מדוע.

תרגילי סיכום

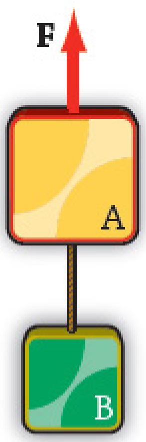
תרגילים 70 - 82 מיועדים לתרגול אינטגרטיבי, ובהכנה לבחינה מסכמת של הפרק.

70. א. האם גוף נע בהכרח בכיוון הכוח השקול הפועל עליו? אם כן - נמקו. אם לא - הביאו דוגמה נגדית.

ב. אם תאוצת גוף היא בהכרח בכיוון הכוח השקול הפועל עליו? אם כן - נמקו. אם לא - הביאו דוגמה נגדית.

71. אתם תולים משקולת על חוט תפירה. החוט אינו נקרע. אולם כאשר אתם מושכים את החוט על ידי הרמת היד בתאוצה כלפי מעלה - החוט נקרע. הסבירו מדוע החוט נקרע במצב השני, למרות שהוא לא נקרע במצב הראשון.

72. גוף A שמסתו $m_1 = 3\ kg$ קשור באמצעות חוט שמסתו ניתנת להזנחה לגוף B שמסתו $m_2 = 2\ kg$. נער מפעיל על גוף A כוח F כלפי מעלה, כך שמערכת שני הגופים נשארת במנוחה, כמתואר באיור. הזניחו את התנגדות האוויר.



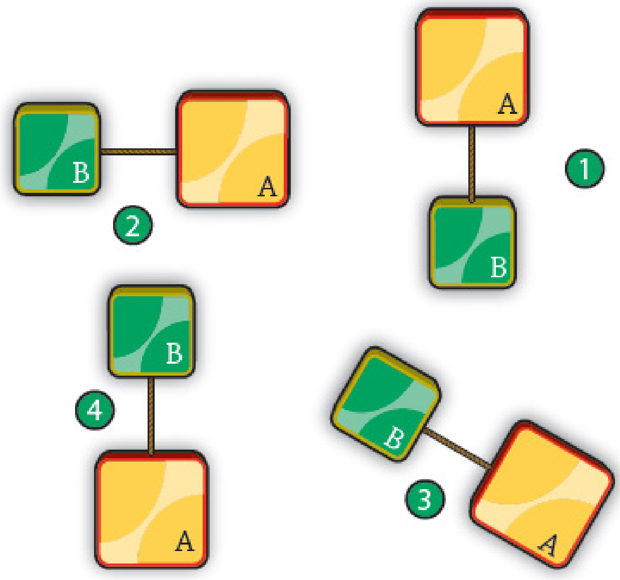
1. חשבו את גודלו של הכוח F.

2. הנער מגדיל את הכוח ל- 80 N -

(1) מהי תאוצת מערכת שני הגופים?

(2) מהי מתיחות החוט?

3. ברגע מסוים הנער מרפה ממערכת שני הגופים. איזה מבין ארבעת התרשימים (1)-(4) שלפניכם מתאר נכון את מערכת הגופים במהלך ירידתה?

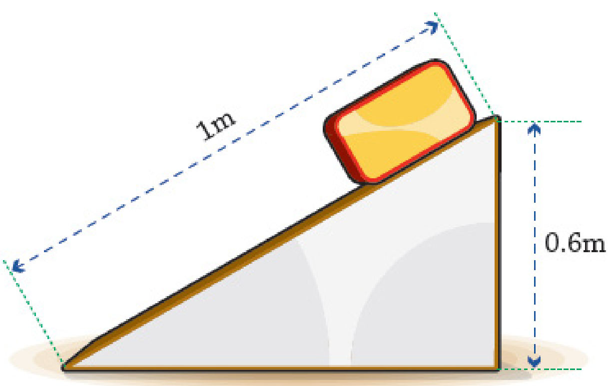


73. משחררים שני גופים א ו-ב מאותו גובה. התנגדות האוויר אינה ניתנת להזנחה. איזה משני הגופים יפגע ראשון ברצפה, אם:

1. לגופים מסות שוות, אך על גוף א פועלת התנגדות אוויר גדולה יותר? נמקו.

2. מסתו של גוף א גדולה יותר, אך על שני הגופים פועלת אותה התנגדות אוויר. נמקו.

74. תלמיד הניח גוף על מדרון, ומדד בעזרת מד טווח את מהירות הגוף המחליק במדרון במרווחי זמן שווים; רגע $t = 0$ הוא רגע מסוים במהלך תנועת הגוף. המהירות נמדדה ביחס לציר מקום בכיוון המורד. הנקודה העליונה של המדרון נמצאת בגובה 0.6 m מעל הנקודה הנמוכה ביותר של המדרון, ואורך המדרון הוא 1 m, כמתואר באיור.

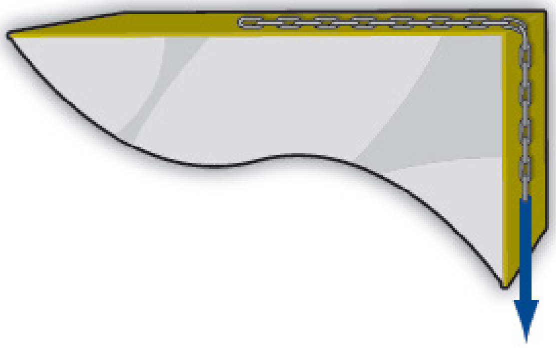


לפניכם טבלת מהירות–זמן של הגוף.

זמן - t (s)	מהירות - v (m/s)
0	0.44
0.1	0.88
0.2	1.32
0.3	1.76
0.4	2.20
0.5	2.64

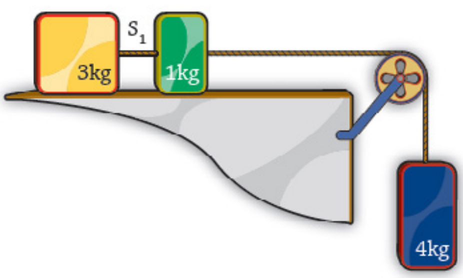
1. סרטטו גרף מהירות–זמן של הגוף.
2. מצאו בעזרת הגרף את תאוצת הגוף.
3. האם יש חיכוך בין המשטח לבין הגוף? אם לא – נמקו. אם כן – חשבו את מקדם החיכוך ביניהם.
4. כמה זמן לפני רגע $t = 0$ יצא הגוף לדרכו (ממנוחה)?

.75 שרשרת (שמסתה אינה זניחה) מחליקה ללא חיכוך משולחן כלפי מטה, כמתואר באיור.

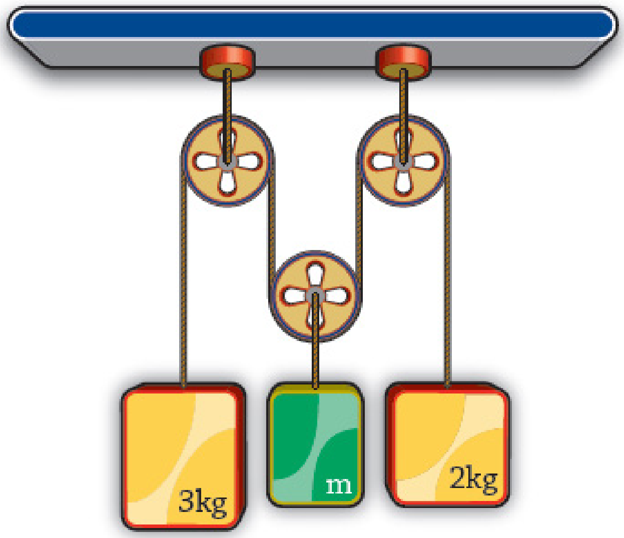


מהו סוג התנועה של החלק האנכי של השרשרת (שוות מהירות, שוות תאוצה, תאוצה הולכת גדלה, תאוצה הולכת וקטנה או אחרת)? נמקו.

.76 חשבו את מתיחות החוט S_1 במערכת המתוארת באיור. הזניחו את החיכוך בין הגופים לבין השולחן, ואת מסות החוטים.



.77 במערכת המתוארת באיור, המשקולת שמסתה m אינה משנה את גובהה. מסות הגלגלות והחוטים ניתנים להזנחה.



חשבו את:

1. תאוצת המשקולת שמסתה 3 ק"ג.
2. המסה m.

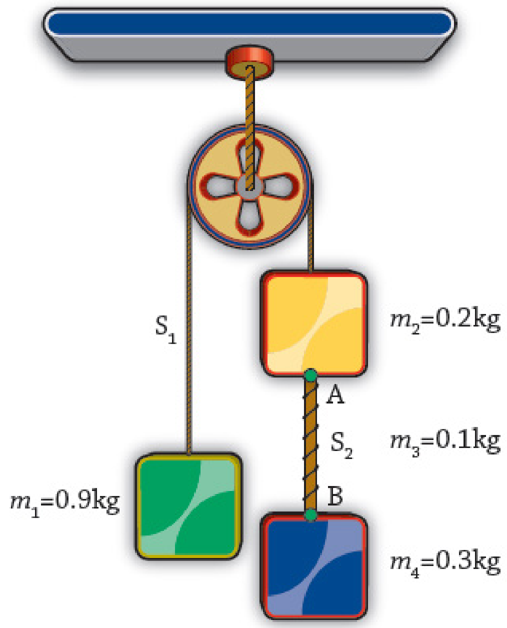
.78 באיור מתואר מטבע המונח על תקליטור מסתובב. המטבע מסתובב יחד עם התקליטור, בתנועה קצובה במעגל.

1. איזו מחמש האפשרויות (1)–(5) מתארת נכון את כיווני המהירות, התאוצה והכוח השקול הפועל על המטבע, בנקודה בה הוא מתואר באיור?

	v	a	F
(1)	אל הקורא	אל הקורא	אל הקורא
(2)	אל הקורא	0 =	אל הקורא
(3)	אל הקורא	0 =	ימינה
(4)	אל הקורא	שמאלה	שמאלה
(5)	אל הקורא	שמאלה	ימינה

2. מהם הכוחות הפועלים על המטבע?

79. מסת החוט S_1 במערכת המתוארת באיור ניתנת להזנחה, וכן החיכוך בין החוט לבין הגלגלת. מסותיהם של שלושת גופים, וכן מסת החבל S_2, רשומות באיור.

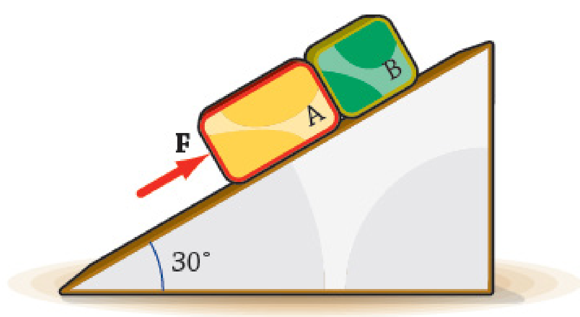


1. אדם אוחז בגלגלת (אינו מאפשר לה להסתובב) ומצמיד את החוט לגלגלת, כך שהוא אינו יכול להחליק עליה.

   חשבו את המתיחות בקצה העליון (A) של החבל, ואת המתיחות בקצה התחתון (B).

2. ענו על סעיף א עבור המצב שבו המערכת משוחררת.

80. מניחים גופים A ו-B על משטח משופע שזווית שיפועו 30° ומפעילים על הגוף A כוח F בכיוון מעלה המשטח המשופע. מסות הגופים A ו-B הן $m_1 = 3$ kg ו-$m_2 = 2$ kg בהתאמה. החיכוך בין הגופים והמשטח ניתן להזנחה.



1. אם F = 25 N:

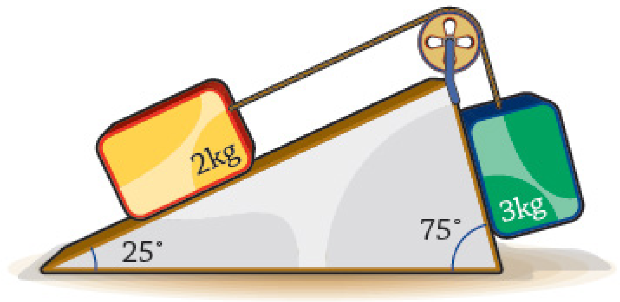
   (1) האם מערכת הגופים תישאר במנוחה? אם כן - נמקו. אם לא - לאיזה כיוון תנוע מערכת שני הגופים - במעלה המשטח או במורד שלו? נמקו.

   (2) מהו הכוח (גודל וכיוון) שגוף B מפעיל על A?

   (3) האם גוף A מפעיל כוח על B? אם לא - נמקו. אם כן-מהו כוח זה (גודל וכיוון).

2. ענה על סעיפים (1) - (3) לעיל אם F = 15 N.

81. במערכת המכנית המוצגת באיור החיכוך בין הגופים לבין המשטחים ניתן להזנחה. המערכת משוחררת ממנוחה.



1. לאיזה כיוון תתחיל המערכת לנוע? נמקו.
2. חשבו את גודל תאוצת המערכת.
3. חשבו את הכוח שהגלגלת מפעילה על החוט.

82. באיור מוצגת גלגלת המחוברת לתקרה ועליה עובר חבל. אב, שמסתו 70 kg, עומד במנוחה על הרצפה ואוחז בחבל. בנו, שמסתו 60 kg, נתלה בקצהו האחר של החבל, וגם הוא נמצא במנוחה. הזניחו את מסת החבל, את מסת הגלגלת ואת כוחות החיכוך.

1. חשבו את גודל הכוח שהרצפה מפעילה על האב.

   הבן מתחיל לטפס במעלה החבל בתאוצה קבועה של $0.25\ m/s^2$ ביחס לרצפה. האב נשאר במנוחה על הרצפה.

2. האם הכוח שהרצפה מפעילה על האב במקרה זה גדול מהכוח שחישבת בסעיף א, קטן ממנו או שווה לו? נמקו.
3. חשבו את המתיחות בחבל בזמן תנועתו של הבן במעלה החבל.
4. חשבו את התאוצה הקטנה ביותר שבה הבן צריך לטפס במעלה החבל, כדי שהאב יתרומם מהרצפה.

תרגילי העמקה והרחבה

תרגילים 83–91 מיועדים להעמקה ולהרחבה.

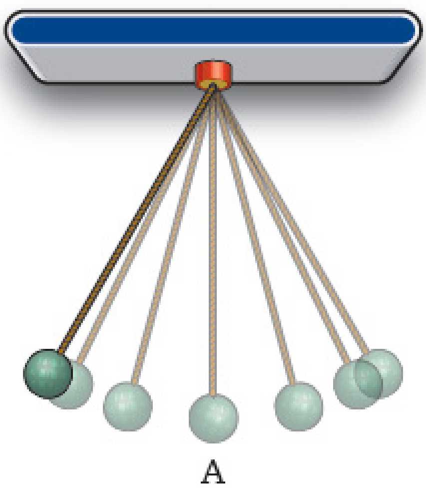
התרגילים המסומנים ב־ # אינם בתכנית הלימודים של בית הספר התיכון.

.83 התבוננו באיור של שאלה 42 (המשטח נטול חיכוך).

.1 בטאו, באמצעות F, M ו־ m, את גודל הכוח $N_{1\to2}$ שבו התיבה הראשונה דוחפת את השנייה.

.2 הראו כי $F >> N_{1\to2}$ כאשר $M >> m$.

.84 באיור מוצגות עקבותיה של מטוטלת פשוטה במרווחי זמן שווים.

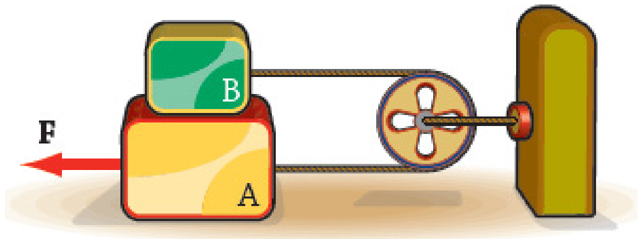


.1 מהו כיוון וקטור התאוצה של המשקולת כאשר היא חולפת בנקודה A, שהיא הנקודה הנמוכה ביותר של המסלול?

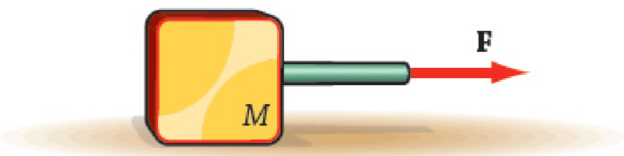
.2 מהם שני הכוחות הפועלים על משקולת המטוטלת?

.3 האם הכוחות שווים בגודלם ברגע שהמשקולת חולפת בנקודה A? אם כן - נמקו. אם לא - איזה משני הכוחות גדול יותר? נמקו.

.58 # מסתו של גוף A שווה ל־ 3 kg, ושל גוף B, המונח על גוף A 1 kg. מקדם החיכוך (הסטטי והקינטי) בין כל המשטחים הוא 0.25. חשבו את גודלו של כוח F הדרוש כדי למשוך את גוף A שמאלה במהירות קבועה.



.86 גוף שמסתו M מונח על משטח אופקי. מחברים לגוף מוט, ומושכים את המוט על ידי כוח אופקי קבוע F. החיכוך בין הגוף למשטח הוא f. נתון כי F > f.



.1 באיזה כוח מושך המוט את הגוף (כלומר מהי המתיחות בקצה השמאלי של המוט) אם מסת המוט ניתנת להזנחה? נמקו.

.2 אם מסת המוט, m, אינה ניתנת להזנחה:

(1) האם הכוח שבו המוט מושך את הגוף קטן מ־ F, שווה לו או גדול ממנו? נמקו.

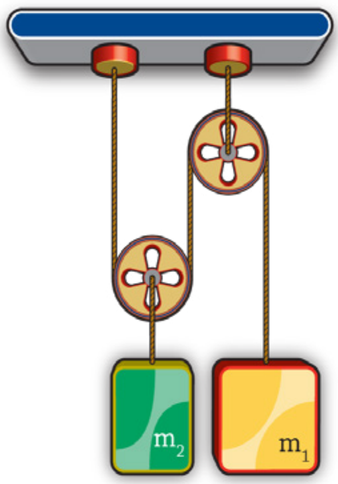
(2) בטאו באמצעות נתוני השאלה את המתיחות בקצה השמאלי של המוט.

(3) הראו כי בכל שמסת המוט קטנה - המתיחות בשני קצות המוט הולכות ומתקרבות זו לזו.

.3 הראו כי אם ניתן להזניח את מסת המוט, מתלכדת התשובה לסעיף ב(2) עם התשובה לסעיף א.

.4 הראו כי אם F = f (הגוף נע במהירות קבועה) אזי מתיחויות המוט בשני קצותיו שוות (בין אם מסת המוט זניחה ובין אם לאו).

78. # במערכת המתוארת באיור, ניתן להזניח את מסות הגלגלות והחוטים. $m_1 = 3kg$ ו-$m_2 = 4kg$.



א. (1) מצאו את שיעור ירידתו של הגוף שמסתו m_1, כאשר הגוף שמסתו m_2 עולה בשיעור של מטר אחד.

(2) נסמן את גודל תאוצתו של הגוף שמסתו m_1 ב- a. בטאו את גודל תאוצת הגוף שמסתו m_2 באמצעות a.

ב. חשבו את תאוצתו של כל אחד משני הגופים.

88. # התבוננו באיור שבשאלה 87. ניתן להזניח את מסות הגלגלות והחוטים ביחס למסות m_1 ו-m_2.

1. חשבו את היחס $\frac{m_2}{m_1}$, אם הגופים בשיווי משקל.

2. אם המערכת אינה בשיווי משקל:

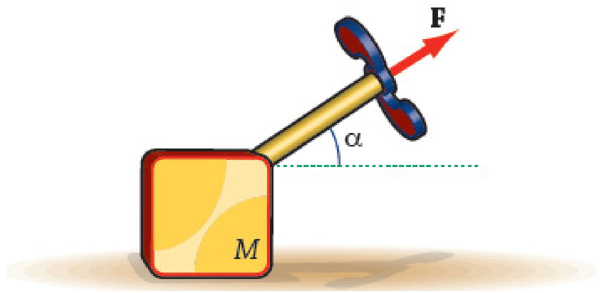
(1) מצאו את שיעור ירידתו של הגוף שמסתו m_1 כאשר הגוף שמסתו m_2 עולה בשיעור של מטר אחד.

(2) נסמן את תאוצתו של הגוף שמסתו m_1 ב- a. בטאו את תאוצת הגוף שמסתו m_2 באמצעות a .

(3) בטאו את a באמצעות m1 ו-m2.

(4) הסתמכו על התוצאה ב-(3), והראו כי כאשר המערכת בשיווי משקל, מתקבל הקשר שמצאתם בסעיף א.

89. גוף שמסתו m מונח על משטח אופקי. מקדם החיכוך בין הגוף לבין המשטח הוא □ (הניחו כי מקדמי החיכוך הסטטי והקינטי שווים זה לזה). לגוף מחובר מדחף שבאמצעותו ניתן להפעיל על הגוף כוח F בזווית□ עם הכיוון האופקי (ראו איור). ניתן לשלוט בגודלו של F.



1. גודלו של הכוח F הולך וגדל. האם הכוח הנורמלי נשאר קבוע, קטן או גדל? נמקו.

2. גודלו של הכוח F קבוע, והגוף מואץ על פני המשטח בתאוצה שגודלה a. הביעו את גודל הכוח באמצעות נתוני השאלה (m, □ ו-□) ובאמצעות a.

3. כאשר גודלו של הכוח F הולך וגדל - גדלה גם התאוצה. הראו זאת על-ידי:

(1) הביטוי שמצאתם בסעיף ב;

(2) ניתוח השינויים בגודלי הכוחות הפועלים על הגוף.

4. כאשר גודלו של הכוח F קטן מערך מסוים – הגוף אינו מתחיל לנוע. מצאו חסם תחתון לגודל הכוח שיביא את הגוף לידי תנועה (בטאו תשובתכם באמצעות נתוני השאלה).

5. כאשר ל- F גודל מרבי, כך שהגוף עדיין נע על פני המשטח:

(1) בטאו באמצעות נתוני השאלה את גודלו של כוח זה;

(2) בטאו באמצעות נתוני השאלה את תאוצת הגוף במקרה זה.

6. מה יקרה לגוף כאשר F יהיה גדול מהכוח שמצאתם בסעיף ה?

90. באיור מתוארת משקולת הקשורה באמצעות חוט לתקרה של כלי רכב, הנע בכיוון אופקי. המתקן משמש מד תאוצה; התאוצה נקבעת על-פי סטיית החוט מהכיוון האנכי.

רוצים לבנות סקלה שצורתה קשת מעגלית (ראו איור), ולסמן בה שנתות במרווחים קבועים של ערכי תאוצה (למשל שנת לכל תוספת של 1 מ'\ש'²).

1. הראינו בדוגמה 6 שבגוף הפרק, כי הקשר בין גודל תאוצה a והזווית a הוא tan ·g = a □. בנו טבלה ובה שתי עמודות: באחת רשמו ערכי תאוצה מ- 0 עד 10 מ'\ש'² בקפיצות של 1 מ'\ש'², ובשנייה רשמו את ערכי הזווית המתאימות. □.

2. קבעו, על פי הטבלה, האם סקלה זו ליניארית (כלומר האם המרחקים בין השנתות שווים).

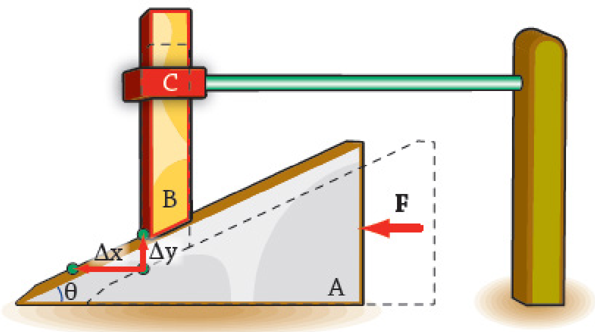
3. הסבירו את מסקנתכם לסעיף (ב) בעזרת הקשר $a = g\cdot\tan\theta$, ולא על-פי הערכים המספריים שבטבלה.

4. האם המרווחים בין השנתות הולכים וגדלים כאשר התאוצה הולכת וגדלה, או שהם הולכים וקטנים?

בדי לענות על השאלה תוכלו להסתייע בתיאור גרפי המופק באמצעות גליון אלקטרוני.

5. תכננו סקלה אחרת, שתהיה ליניארית.

19. # גוף A שמסתו M מונח על משטח אופקי. זווית השיפוע של המשטח המשופע של גוף A היא θ. הגוף נדחק שמאלה באמצעות כוח אופקי שגודלו F. תוך כדי תנועתו שמאלה, גוף A מעלה גוף B (הכלוא על ידי מעטפת C). מסת גוף B היא m. ניתן להזניח את החיכוך בין כל המשטחים.



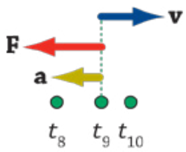
שימו לב: התרשימים המקווקווים של גופים A ו- B מתאימים לרגע מסויים, והתרשימים המלאים של גופים אלה מתאימים לרגע מאוחר יותר.

1. בטאו את גודל התאוצה a_2 של גוף B באמצעות גודל התאוצה a_1 של גוף A, ובאמצעות נתוני השאלה.

2. בטאו את a_1 באמצעות נתוני השאלה.

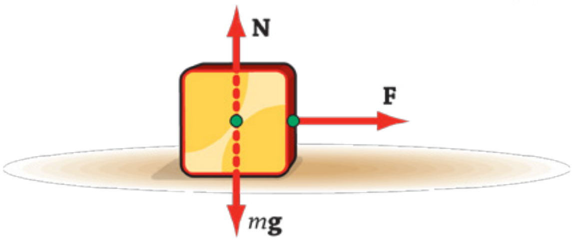
תשובות

1. ג.

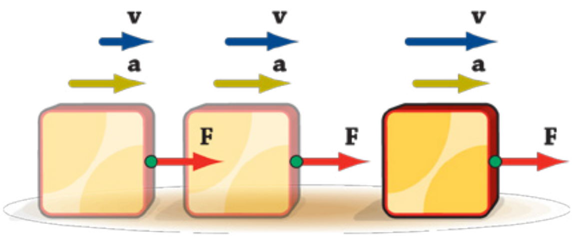


2. תשובות למצב (2):

א.



ב.



ג. הגוף מתחיל לנוע ממנוחה בהשפעת כוח שקול הפועל עליו ימינה. המהירות הולכת וגדלה והתאוצה קבועה.

ד. בכיוון ניצב לכוח השקול לא היתה תנועה לפני שהכוח החל לפעול. לכן גם לאחר הפעלת אין רכיב מהירות בכיוון ניצב לכוח.

3. א. ימינה

ב. לא, כי...

5. א. גודל התאוצה $7.5 m/s^2$ בזווית של בערך 37° מעל הכיוון האופקי ימינה.

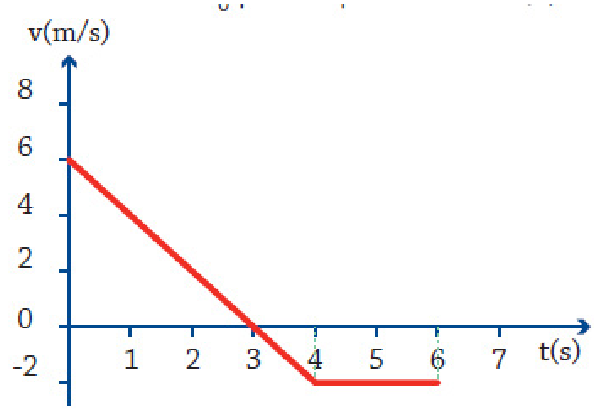
ב. גודל התאוצה בערך $7.5 m/s^2$ בזווית של 45° מעל הכיוון האופקי ימינה.

ג. גודל התאוצה בערך $6.77 m/s^2$ בזווית של בערך 17.2° מעל הכיוון האופקי ימינה.

ד. גודל התאוצה $3.12 m/s^2$ בזווית של בערך 46.1° מתחת לכיוון האופקי ימינה.

בכל המקרים הכיוון שבו $\Sigma F = 0$ מאונך לכיוון התאוצה.

7. ב. (2) ביחס לציר מקום בביוון v_0:



8. (5)

9. א. $4\ m/s^2$

ב. 1 s

ג. 4 m/s

10. ב. מ-t = 0 עד $t = 10\ s$: $8\ m/s^2$ בכיוון התנועה.

מ-t = 10 s עד t = 12 s : 0

אחרי t = 12 s: $12\ m/s^2$ בכיוון מנוגד לתנועה.

ג. הגוף נעצר ברגע t = 20 s.

11. א. 4,200 N

12. ≈ 1758 N

13. א. 10 N

ב. 2 s

14. ≈ 1.67 m/s

15. ב. 6 N

ד. גודל כוח הכובד: 20 N; המתיחות 26 N

16. ב. הכוח השקול מכוון כלפי מעלה, וגודלו 6 N.

ג. 4 m/s

ד. ברגע שהנער הרפה מהתיק היתה לתיק מהירות כלפי מעלה, לכן התיק המשיך לעלות, אך מהירותו הלכה וקטנה, עד שהוא נעצר רגעית, ולאחר מכן הוא נע מטה.

17. ב. 24 N

ג. 2 m/s כלפי מעלה

ד. 1.2 m

18. הנחיה: מהו סוג התנועה של העגלה כאשר פועל עליה כוח שקול קבוע?

19. 480 N

20. א. תמיד.

ב. כאשר האדם במצב התמדה.

21. א. הוריית המאזניים ומשקל האדם הם 750 N.

ב. הוריית המאזניים:

(1) 750 N (2) 900 N (3) 600 N

(4) 750 N (5) 600 N (6) 900 N

(7) 0

22. ב. כלפי מטה, וגודלו 0.5 mg.

23. א. 40 N

ב. 48 N

ג. 32 N

24. תוך 1 שנייה.

25. ב. $5\ m/s^2$

ג. 7.5 m/s

26. א. (1) m/s^2 (2) $+5\ m/s^2$ 5+

ב. (1) בערך 0.23 (2) $6.99\ m/s^2$

ג. הנחיה: סרטטו את הכוחות הפועלים לאורך הציר x בשני המצבים א (1) ו-א (2), ולאחר מכן סרטטו אותם בשני המצבים ב(1) ו-ב (2), ומצאו את ההבדל.

27. א. ≈ 718 N

ב. ≈ 24.8 m/s

ג. לא

29. ג. 4500 N

ד. (1) 2,250 N (2) לא יצליח

30. א. 12.5 N בזווית ≈ 36.9° עם הציר.

ב.(1) 10 m/s בכיוון הכוח השקול.

(2) 12 m/s בכיוון הכוח השקול.

(3) ≈ 11.7 m/s בזווית ≈31° עם הציר x.

(4) ≈ 8.49 m/s בזווית ≈45° עם הציר x.

ג. במצבים (1) ו-(2).

ד. (1) y = 6m ; x = 8 m

(2) y = 8.4 m ; x = 11.2 m

(3) y = 6 m ; x = 12 m

(4) y = 6m; x = 4m

31. א. ▯/g▯

ב. (1) g/2

(2) גודל התאוצה הכוללת $\frac{g}{2}\sqrt{\frac{1}{\mu^2}+1}$ בזווית ▯ מתחת לכיוון תנועת הקרונית כך ש-tan ▯ = ▯.

32. א. ימינה

ב. $a \approx 5.77\ m/s^2$

ג. לא; יתכן שהמכונית נוסעת ימינה, ויתכן שכיוון תנועתה שמאלה, כי....

33. א. (2). $a = \frac{2k\Delta\ell}{m}$

ב.(1) הנחיה: אפשר לחשב תאוצה במרחב אם מודדים שלושה רכיבים קרטזיים שלה.

34. לגוף הראשון מסה גדולה פי שלושה ממסת הגוף השני.

35. (2)

36. (2)

37. א. לגוף א מסה גדולה יותר.

38. א. לא, כי... ב. כן, כי...

40. א. הנחיה: השתמש בשיקולים קינמטיים.

ג. 4 N; 12 m/s²

41. מתיחות החוט S_1 גדולה מזו של חוט S_2.

42. א. 1 m/s² ימינה;

ב. 10 N ימינה;

ג. 10 N שמאלה.

43. ב.(1) 2 m/s²

44. (1) $a = \frac{mg}{M+m}$ (2) $T = \frac{Mmg}{M+m}$

45. א. 2.5 cm; 20 m/s²

ב. 0.2

46. א. 2 m/s²

ב. 8.4 N

ג. 16.8 N

47. א.(1) Mg (2) 2Mg

ב.(1) $\frac{mg}{2M+m}$

(2) מתיחות החוט S_3 קטנה מזו של S_1.

50. ב. (1) 420 N (2) 2 m/s²

51. א. ‎-6 m/s

ב. x = -9 m.

52. א. 8 m

ב. 14 m

53. א. יצליח ב. לא יצליח

54. ב. הנחיה: בחנו את השינוי במצב של משקולת B ברגע שחרור המערכת.

ג. 1.2 kg ד. 0.08 kg

55. א.(1) הגוף היה בראשית ברגעים $t_1 = 0$, $t_2 = 4$ s

(2) תאוצת הגוף: a = 2 m/s²

(3) נוסחת מהירות זמן: v = - 4 + 2t

(5) הגוף היה במרחק מרבי שמאלה לראשית ברגע t = 2 s.

56. א. a = 4t

ב. על-פי התשובה לסעיף א תאוצת הגוף משתנה.

ג. $x(t) = \frac{1}{6}t^3 + t + 5$

57. א. (t) = t. ב. a(t) = t

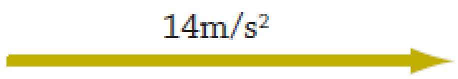
ג. $v(t) = \frac{1}{2}t^2 + 2$ ד.

$x(t) = \frac{1}{3}t^3 + 2t + 3$

59. לא. לדוגמה אדם הנמצא במנוחה (ביחס לארץ) נראה לצופה במכונית מואצת (ביחס לארץ) בתאוצה למרות שהכוח השקול הפועל עליו הוא אפס.

63. ב. (1) וקטורי המהירות:

וקטור התאוצה הממוצעת:



64. א. כן, כי...

ב. לא, כי...

65. 5 s

72. א. F = 50 N

ב. (1) T = 32 N (2) a = 6 m/s²

ג. תרשים (1)

73. א. גוף ב ב. גוף א

74. ב. תאוצת הגוף 4.4 m/s²

ג. מקדם החיכוך בין הגוף והמשטח ▯ = 0.2

ד. הגוף יצא לדרכו 0.1 s לפני תחילת המדידות.

75. תאוצה הולכת וגדלה, כי...

76. 15 N

77. א. 2 m/s² ב. 4.8 kg

78. א.(4)

.79 א. $4N = T_A\ ;\ 3N = T_B$

ב. $4.8N = T_A\ ;\ 3.6N = T_B$

.80 א.(1) המערכת תישאר במנוחה כי שקול הכוחות לאורך המשטח המשופע שווה לאפס, והמהירות ההתחלתית של מערכת הגופים היא אפס.

(2) גוף B מפעיל על A כוח שגודלו 10 N בכיוון המורד.

(3) גוף A מפעיל על B כוח שגודלו 10 N בכיוון המעלה.

ב.(1) המערכת תנוע בכיוון המורד כי הכוח השקול הפועל עליה הוא בכיוון המורד, והמהירות

ההתחלתית של מערכת הגופים היא אפס.

(2) גוף B מפעיל על A כוח שגודלו 6 N בכיוון המורד.

(3) גוף A מפעיל על B כוח שגודלו 6 N בכיוון המעלה.

.81 ב. $\approx 4.1\ m/s^2$

ג. $25.54\ N \approx$ בזווית של $65°$ מעל הכיוון האופקי ימינה.

.82 א. 100 N ב. 615 N ד. $1.67\ m/s^2$

.83 א.(1) $N_{1\to 2} = \frac{Fm}{M+m}$

.84 א. כלפי מעלה (למרכז הקשת המעגלית).

.85 15 N

.86 א. F ב.(2) $\frac{MF+mf}{M+m}$

.87 א. (1) 2 m (2) 0.5 a

ב. תאוצת m_1: $2.5\ m/s^2$

תאוצת m_2: $1.25\ m/s^2$

.88 א. $\frac{m_2}{m_1} = 2$

(3) 0.5 a $a = \frac{2g\cdot(2m_1 - m_2)}{4m_1 + m_2}$

.89 ב. $F = \frac{m\cdot(a+\mu g)}{\cos\alpha+\mu\cdot\sin\alpha}$

ד. $F_{min} = \frac{\mu mg}{\cos\alpha+\mu\cdot\sin\alpha}$

ו. הגוף יתרומם מהמשטח.

.90 ב. הסקלה אינה לינארית.

ד. המרווחים הולכים וקטנים.

.91 א. □ $\tan a_1 = a_2$ [הנחיה: סמנו ב-x את המרחק שעבר גוף A בפרק זמן מסוים, וב-y את המרחק שעלה גוף B באותו פרק זמן; מצאו קשר בין x ל-y].

ב. $a_1 = \frac{F-mg\cdot\tan\theta}{m\cdot\tan^2\theta+M}$

פרק ה – תנועה במישור

בפרקים ג ו–ד טיפלנו בדינמיקה, בעיקר במצבים בהם שקול הכוחות הפועלים על גוף הוא בכיוון המהירות או בכיוון מנוגד לה. במקרים אלה התנועות מתנהלות לאורך קו ישר. בפרק זה נרחיב לשתי דוגמאות של תנועות המתנהלות במישור: נפילה חופשית בקרבת הארץ, כמו זו של אבן נזרקת, ותנועת גוף לאורך מסלול מעגלי.

1. נפילה חופשית בקרבת הארץ (תנועת קלעים)

אחדות מן התנועות המוכרות לנו הן "נפילה חופשית בקרבת הארץ": תפוז הנושר מן העץ, אדם הקופץ ממקפצה לבריכה, כדור המתעופף בין שני שחקני כדורעף, פגז הנורה מתותח.

כדי לפשט את הטיפול ב"נפילה חופשית בקרבת הארץ", נניח כי:

1. הגופים נעים בהשפעת כוח הכובד בלבד (התנגדות האוויר ניתנת להזנחה) כלומר התנועה היא "נפילה חופשית".
2. הגופים אינם מתרוממים ואינם מתרחקים יתר על המידה ממקום זריקתם, כך שכוח הכובד קבוע לכל אורך המסלול, הן בגודלו והן בכיוונו.

מסלול תנועתה של אבן הנזרקת כלפי מטה או מעלה, שונה ממסלול תנועתה של אותה אבן כאשר היא נזרקת בכיוון אופקי, למרות שבשני המקרים אותו כוח כובד פועל עליה. במקרה הראשון מתקבלת תנועה לאורך קו ישר, אותה כינינו זריקה אנכית. במקרה השני המהירות ההתחלתית מאונכת לכיוון כוח הכובד ומתקבלת תנועה בשני ממדים. תנועת גוף הנזרק במהירות התחלתית אופקית תכונה זריקה אופקית.

במקרה הכללי, הזווית בין המהירות ההתחלתית לכוח הכובד יכולה להיות כלשהי, כגון במקרה של פגז הנורה מתותח. תנועה זו תכונה זריקה משופעת.

בטיפול ב"נפילה חופשית בקרבת הארץ" נלך מן הקל אל הכבד: נתחיל בזריקה אופקית (סעיף 1.1), ולאחר מכן נעסוק בזריקה משופעת (סעיף 1.2). לבסוף נגליל לתנועה בהשפעת כוח קבוע כלשהו (סעיף 1.3).

1.1 זריקה אופקית

א. ניתוח עקבותיו של גוף שמרק אופקית

באיור 1 מתועדות עקבותיהם של שני כדורים, במרווחי זמן שווים. כדור אחד נזרק בכיוון אופקי, והאחר נעזב באותו זמן ממנוחה. האיור נבנה על סמך סרטון וידאו של שתי התנועות.

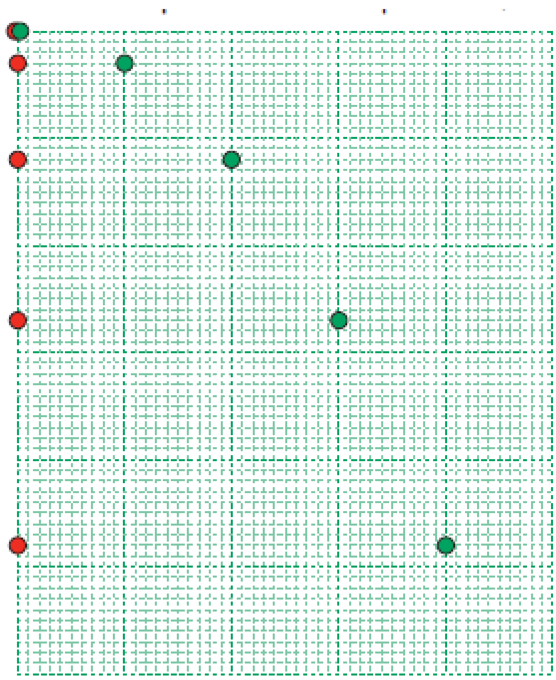
אפשר ללמוד מהאיור כי:

1. באותם רגעים, השיעורים האנכיים של עקבות שני הכדורים שווים, כלומר התנועות האנכיות של שני הכדורים זהות, למרות שהתנועות האופקיות שונות.
2. הכדור שנזרק אופקית עובר העתקים אופקיים שווים בפרקי זמן שווים. מזה אפשר להסיק שהרכיב האופקי של מהירותו קבוע.

כלומר: כאשר גוף נזרק אופקית, אפשר לראות את תנועתו כמורכבת משתי תנועות – אופקית ואנכית – שאינן תלויות זו בזו.

המסקנות הרשומות לעיל, שאותן הסקנו מתוצאות מניסויים (צילום וידאו), נובעות גם מכך שעל הכדורים פעל כוח

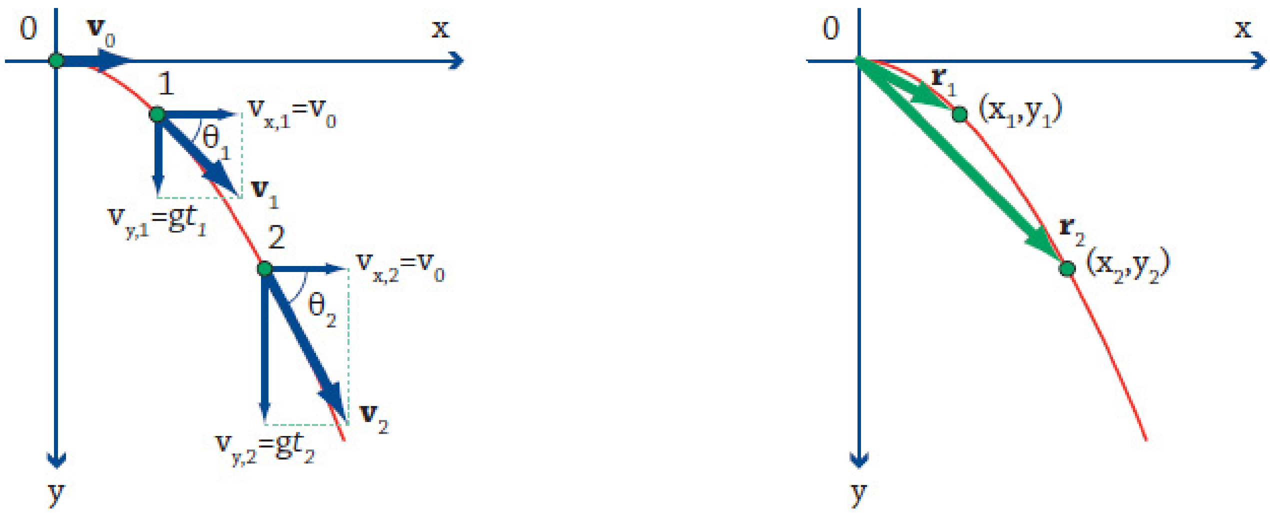
שקול קבוע (כוח כובד) שכיוונו כלפי מטה, ומהחוק השני של ניוטון.



תיאור תנועתו של גוף שנזרק אופקית היא הצגת פונקציות מקום-זמן, $r(t)$, מהירות-זמן, $v(t)$, ותאוצה-זמן, $a(t)$. אולם, בהסתמך על כך שהתנועה האופקית והתנועה האנכית אינן תלויות זו בזו, נוכל לטפל בנפרד בכל אחת מתנועות אלה.

ב. התנועה האופקית והתנועה האנכית

איור 2א מתאר את מסלול תנועתו של גוף שנזרק בכיוון אופקי. בחרנו מערכת צירים במישור התנועה שראשיתה בנקודת הזריקה, הכיוון החיובי של הציר x בכיוון המהירות ההתחלתית, והציר y אנכי, ולשם נוחות בחרנו את כיוונו החיובי כלפי מטה. רגע הזריקה ייבחר ברגע $t_0 = 0$.



א. מסלול תנועתו של גוף שנזרק אופקית

ב. מהירויות הגוף ורכיביהן

"נפרק" את וקטור מקום הגוף, r, לרכיביו הקרטזיים x ו-y, ואת המהירות, v, - לרכיבים קרטזיים v_x ו-v_y, בפרט את המהירות ההתחלתית, v_o, לרכיבים שיסומנו $v_{o,x}$ ו-$v_{o,y}$. את התאוצה, a, "נפרק" לרכיבים a_x ו-a_y.

התנועה האופקית

על הגוף פועל כוח הכובד בלבד, לכן $\Sigma F_x = 0$. מכאן $a_x=0$, כלומר גוף שנזרק אופקית נמצא במצב התמדה בכיוון אופקי.

הרכיב האופקי של המהירות, v_x, קבוע, לכן אפשר לבטא את הרכיב האופקי של המקום על ידי $x = x_0 + v_x \cdot t$. הרכיב האופקי של המהירות שווה בכל רגע למהירות v_0 בה הגוף נזרק (איור 2ב), $v_x = v_0$, ובחרנו את מערכת הצירים כך ש- $x_0 = 0$, לכן מתקבל $x = v_0 \cdot t$.

התנועה האנכית

בכיוון אנכי פועל על הגוף כוח הכובד (בלבד); $\Sigma F_y = mg$. לכן בכיוון זה תאוצתו קבועה, וגודלה g; ביחס לציר ה-y שבחרנו $a_y = +g$.

כאשר גוף נע לאורך קו ישר בתאוצה קבועה, מהירותו בכל רגע ניתנת על-ידי הנוסחה $v = v_0 + at$. בזריקה אופקית רכיב התאוצה בכיוון האנכי כאמור קבוע, לכן נוכל לכתוב $v_y = v_{0,y} + a_y t$. נציב בנוסחה האחרונה $v_{0,y} = 0$ (הגוף אמנם נזרק במהירות התחלתית v_0 שונה מאפס, אך כאן אנו מסתכלים רק על הרכיבים האנכיים, והרכיב האנכי של המהירות ההתחלתית שווה לאפס!) ו- $a_y = +g$ ונקבל כי הרכיב האנכי של המהירות ברגע t ניתן על-ידי $v_y=gt$ באופן דומה אפשר להראות כי $y = \frac{1}{2}gt^2$.

סיכום הנוסחאות שמצאנו, המותאמות למערכת הצירים שבחרנו:

גודל פיזיקלי	תנועה אופקית (שוות מהירות)	תנועה אנכית (שוות תאוצה)
כוח שקול	(1) $\Sigma F_x = 0$	(5) $\Sigma F_y = mg$
תאוצה	(2) $a_x = 0$	(6) $a_y = g$
מהירות	(3) $v_x = v_0$	(7) $v_y = gt$
מקום	(4) $x = v_0 t$	(8) $y = \frac{1}{2}gt^2$

המשוואות שרשמנו לגבי הרכיבים האופקיים והאנכיים מכילות את כל המידע על אודות גופים הנזרקים בכיוון אופקי. מדובר בשתי מערכות נפרדות של משוואות, כאשר הפרמטר היחיד המשותף להן הוא הזמן t.

מעוף הזמן מרגע זריקתו עול גוף עד פגיעתו בקרקע אינו תלוי במהירות v_0 שבה הגוף נזרק. על-פי נוסחה (8) משך זמן זה תלוי אך ורק בגובה מקום הזריקה מעל הקרקע, כפי שאפשר לראות גם מאיור 1.

מטוס משחרר פצצות: באיור 3 מתואר מפציץ המשחרר "שרשרת" של פצצות כפי שנצפות מהקרקע. כל פצצה משוחררת ברגע אחר, אולם המטוס והפצצות (לפני פגיעתן בקרקע) נראים לאורך קו אנכי.

נסביר זאת: כל פצצה נזרקת אופקית במהירות התחלתית השווה למהירות המטוס, לכן כל הפצצות נעות בכיוון אופקי בדיוק במהירות המטוס, בין אם הן נמצאות עדיין בבטן המטוס ובין אם הן כבר הוטלו. לכן המטוס והפצצות נמצאים בכל רגע לאורך אותו קו אנכי.

ג. התנועה הדו-ממדית

הגדרת המושגים "מסלול תנועה" ו"משוואת מסלול תנועה":

מסלול תנועה של גוף הוא הקו המורכב מאוסף כל הנקודות שבהן הגוף הנע עובר.

משוואת מסלול תנועתו של הגוף היא קשר מתמטי בין x לבין y, המתאים למסלול התנועה.

מהי משוואת מסלול התנועה של גוף שנזרק אופקית?

כאשר גוף נזרק בכיוון אופקי, הרכיב האופקי x של המקום ברגע כלשהו t ניתן על-ידי משוואה (4), והרכיב האנכי y של המקום באותו רגע ניתן על-ידי משוואה (8). כדי למצוא את הקשר בין x ל y נחלץ את t ממשוואה (4), ונציב את הביטוי המתקבל במשוואה (8):

$$y = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_0}\right)^2$$

$$y = \frac{g}{2v_0^2}x^2 \qquad (9)$$

משוואה (9) תקפה לכל רגע t, ולכן זו משוואת מסלול התנועה.

נסמן את המקדם של x^2 במשוואה (9) $(2v_o^2/g)$ באות A התבנית המתמטית של מסלול התנועה היא $y=Ax^2$, כאשר A קבוע (לזריקה מסוימת). זו משוואת פרבולה, שהתבנית המתמטית הכללית שלה היא כידוע $y=Ax^2 + Bx + C$. מאחר שבמקרה שלנו $x > 0$, מהווה המסלול רק ענף של פרבולה ("חצי פרבו-לה"), שקודקודה בנקודה שממנה הגוף נזרק.

מסלול תנועתו של גוף שנזרק אופקית הוא פרבולה.

גלילאו גליליי נודע כאדם הראשון שמצא שמסלול תנועתו של גוף נזרק הוא פרבולה.

מהירות הגוף: נבטא את מהירות הגוף $v(t)$ באמצעות רכיביה v_x ו- v_y אותם למדנו למצוא.

נשתמש במשפט פיתגורס עבור המהירות ורכיביה (איור 2ב), ונקבל כי גודל המהירות:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \qquad (10)$$

המהירות יוצרת זווית עם כיוון הציר x, ומתקיים: $\tan \theta = \frac{v_y}{v_x}$

גודל המהירות וכיוונה משתנים בפונקציות של הזמן, כי v_y תלוי ב-t. ככל שהזמן חולף, המהירות גדלה, וכיוונה מתקרב יותר ויותר לכיוון אנכי.

דוגמה 1: מטוס משחרר פצצה

מטוס טס אופקית בגובה 2 ק"מ מעל לקרקע במהירות שגודלה 540 ק"מ\שעה, ומשחרר פצצה.

1. כעבור כמה זמן פוגעת הפצצה בקרקע?
2. חשבו את המרחק האופקי מנקודת שחרור הפצצה עד נקודת פגיעתה בקרקע.
3. חשבו את מהירות הפצצה ברגע פגיעתה בקרקע.

פתרון:

נבחר מערכת צירים במישור תנועת הפצצה שראשיתה בנקודת השחרור, הכיוון החיובי של הציר x בכיוון תנועת המטוס, והכיוון החיובי של הציר y כלפי מטה. רגע שחרור הפצצה יבחר כ- $t_0 = 0$.

1. על פי נוסחה (8), הרכיב האנכי של מקום הפצצה ברגע פגיעתה בקרקע:

$$y = \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow 2000 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot t^2 \Rightarrow t = 20 \text{ s}$$

2. מהירות המטוס היא 540 ק"מ\שעה, וביחידות SI ערכה 150 מ'\ש'.

הרכיב האופקי של מקום הפצצה ברגע פגיעתה בקרקע:

$$x = v_0 \cdot t = 150 \cdot 20 = 3{,}000 \text{ m}$$

3. גודל המהירות: מהירות הפצצה ברגע שחרורה שווה למהירות המטוס - 150 מ'\ש'. הרכיב האופקי של מהירות הפצצה אינו משתנה במהלך תנועתה, והוא נשאר 150 מ'\ש' עד הפגיעה בקרקע. הרכיב האנכי של המהירות ברגע הפגיעה בקרקע:

$$v_y = gt = 10 \cdot 20 = 200 \text{ m/s}$$

גודל המהירות ברגע הפגיעה בקרקע:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{150^2 + 200^2} = 250 \text{ m/s}$$

נסמן באות את הזווית בין כיוון התנועה ברגע הפגיעה בקרקע לבין הכיוון האופקי.

$$\tan \theta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{200}{150} = 1.33 \Rightarrow \theta \approx 53.1^\circ$$

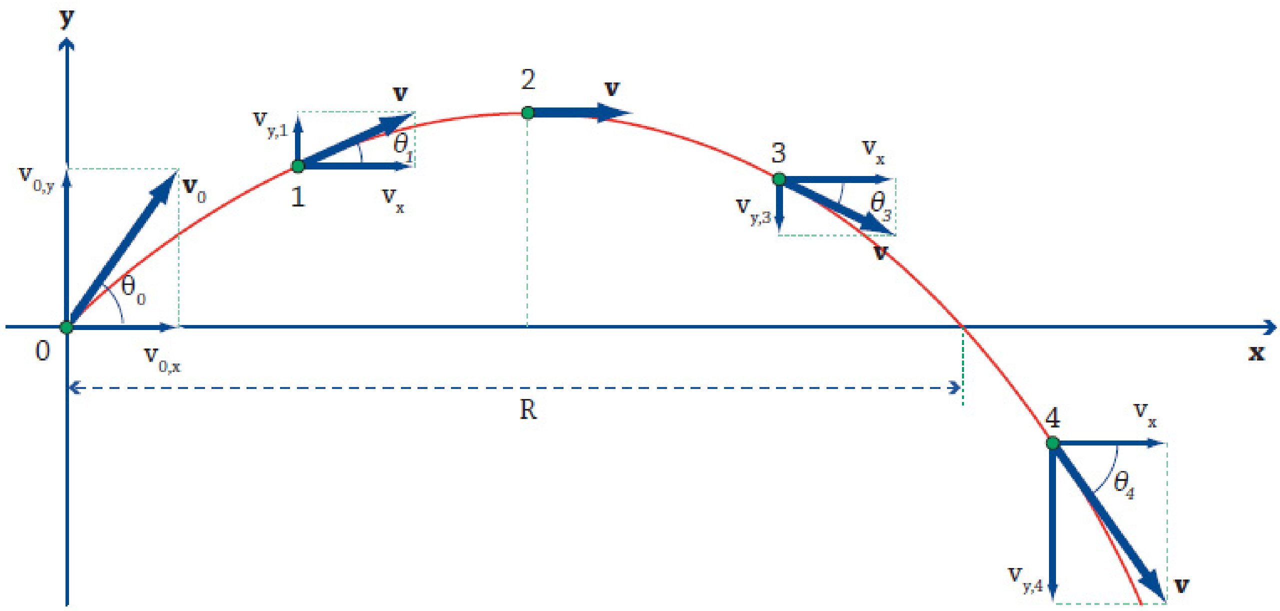
הפצצה פוגעת בקרקע במהירות 250 מ'\ש' בזווית 53.1° מתחת לכיוון האופקי.

1.2 זריקה משופעת

א. התנועה האופקית והתנועה האנכית

במונח "זריקה משופעת", מתכוונים לזריקה שבה כיוון זריקת הגוף יכול להיות כלשהו, לאו דווקא אנכי או אופקי. דוגמאות: תנועת כדור טניס לאחר החבטה, תנועת כדורסל לאחר זריקתו לסל או תנועת פצצה לאחר שמפציץ משחרר אותה תוך כדי צלילה.

באיור 4 מתואר מסלול תנועתו של גוף לאחר שנזרק במהירות התחלתית שגודלה v_0 וכיוונה בזווית θ_0 מעל הכיוון האופקי.



בחרנו מערכת צירים שראשיתה בנקודה ממנה הגוף נזרק, הציר x אופקי, והפעם, בגלל כיוון זריקת הגוף, נוח לבחור את הכיוון החיובי של הציר y כלפי מעלה. רגע $t_0 = 0$ יהיה רגע זריקת הגוף. גם בזריקה משופעת התנועה האופקית והתנועה האנכית אינן תלויות זו בזו.

הרכיבים הקרטזיים של המהירות ההתחלתית v_0 הם (איור 4):

הרכיב האופקי: $v_{0,x} = v_0 \cos\theta_0$ (12)

הרכיב האנכי: $v_{0,y} = v_0 \sin\theta_0$ (13)

התנועה האופקית: בכיוון אופקי לא פועל על הגוף כוח, לכן הרכיב האופקי של המהירות קבוע, והוא שווה בכל רגע ורגע לרכיב האופקי של המהירות ההתחלתית: $v_x = v_0 \cos\theta_0$. הרכיב האופקי של מקום הגוף ניתן על ידי $x = (v_0 \cos\theta_0) \cdot t$.

התנועה האנכית: בכיוון אנכי פועל על הגוף רק כוח הכובד, כלפי מטה. לפיכך תנועתו האנכית זהה לתנועה של גוף שנזרק אנכית במהירות התחלתית $v_{0,y}$ השווה לרכיב האנכי של v_0. בחרנו בציר y שכיוונו החיובי כלפי מעלה, לכן $a_y = -g$

בהסתמך על הנוסחה $v_y = v_{0,y} + a_y t$, נבטא את המהירות כפונקציה של הזמן על ידי $v_y = v_0 \sin\theta_0 - gt$.
הרכיב האנכי של המקום נתון על ידי $y = (v_0 \sin\theta_0) \cdot t - \frac{1}{2} g t^2$.

סיכום הנוסחאות שמצאנו, המותאמות למערכת הצירים שבחרנו:

גודל פיזיקלי	תנועה אופקית (שוות מהירות)	תנועה אנכית (שוות תאוצה)
כוח שקול	(14) $\Sigma F_x = 0$	(18) $\Sigma F_y = -mg$
תאוצה	(15) $a_x = 0$	(19) $a_y = -g$
מהירות	(16) $v_x = v_0 \cos\theta_0$	(20) $v_y = v_0 \sin\theta_0 - gt$
מקום	(17) $x = (v_0 \cos\theta_0) \cdot t$	(21) $y = (v_0 \sin\theta_0) \cdot t - \frac{1}{2}gt^2$

ב. התנועה הדו-ממדית

מסלול התנועה: בדי למצוא את משוואת מסלול תנועתו של גוף שנזרק בכיוון משופע נחלץ את t ממשוואה (17) ונציב את הביטוי המתקבל במשוואה (21):

$$y = -\frac{g}{2v_0^2\cos^2\theta_0}x^2 + (\tan\theta_0)\cdot x \qquad (22)$$

התבנית המתמטית של משוואת המסלול היא: $y = Ax^2 + Bx$, כאשר B ו-A קבועים (עבור זריקה מסוימת). גם הפעם המסלול הוא פרבולה.

מהירות הגוף בכל נקודה תחושב באמצעות רכיביה הקרטזיים (איור 4):

גודל המהירות: $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$ (23)

כיוון המהירות ביחס לציר האופקי: $\tan\theta = \frac{v_y}{v_x}$ (24)

ג. טווח הזריקה

טווח הזריקה הוא המרחק האופקי שגוף עובר מנקודת זריקתו עד שהוא שב לגובה ההתחלתי. נסמן אותו באות R (האות הראשונה במילה range – טווח באנגלית) (איור 4). כאשר שחקן בועט בכדור הנמצא על המגרש, המרחק ממקום הבעיטה עד מקום פגיעת הכדור במגרש הוא טווח הבעיטה. לעומת זאת, כאשר ספורטאי מטיל בידון, המרחק ממקום ההטלה עד מקום נעיצת הכידון בקרקע אינו טווח הזריקה (מדוע?).

דוגמה 2 : פיתוח ביטוי מתמטי עבור טווח הזריקה R

גוף נזרק בכיוון משופע במהירות שגודלה v_0, וכיוונה בזווית θ_0 עם הכיוון האופקי. בטאו את טווח הזריקה, R, באמצעות v_0 ו-θ_0.

פתרון:

נציב בנוסחה (21) $y = 0$ ונחשב את הזמן:

$$0 = (v_0 \sin \theta_0) \cdot t - \frac{gt^2}{2} \Rightarrow t(v_0 \sin \theta_0 - \frac{gt}{2}) = 0$$

למשוואה זו שני פתרונות: האחד - $t_1 = 0$ מתאים לרגע הזריקה (הגוף אבן היה ברגע $t = 0$ בנקודה ששיעורה האנכי הוא $y = 0$).

הפתרון השני $t_2 = \frac{2v_0 \sin\theta_0}{g}$ מתאים לשאלה "כמה זמן לאחר הזריקה יימצא הגוף ב- $y = 0$".

נציב את הביטוי ל- t_2 במשוואה (17) ונקבל:

$$R = \frac{v_0 \cos\theta_0 \cdot 2v_0 \sin\theta_0}{g} \qquad \text{(א)}$$

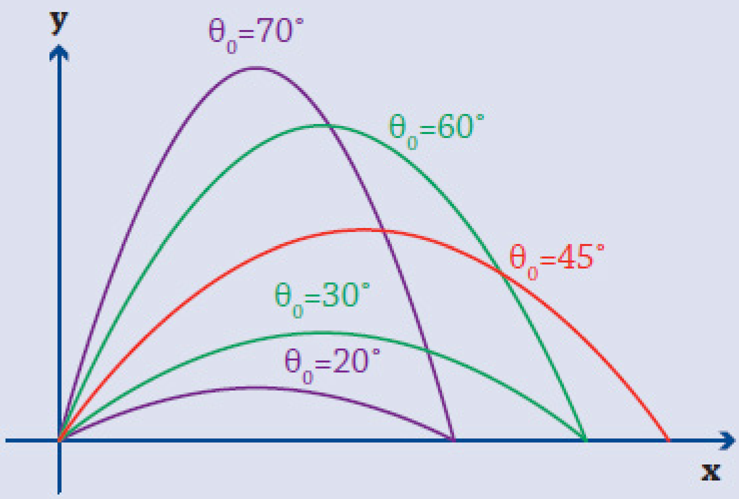
נסתייע בקשר הטריגונומטרי $\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$ ונקבל כי טווח הזריקה מקיים:

$$R = \frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{g} \qquad \text{(ב)}$$

שתי מסקנות מעניינות נובעות מהביטוי שמצאנו עבור טווח הזריקה:

1. כאשר זורקים גוף בזוויות שונות, אך במהירויות התחלתיות שוות בגודלן, טווח הזריקה המרבי מתקבל עבור זווית זריקה בת $45°$ (איור 5).

הסבר: בתנאים אלה, הגודל היחיד המשתנה בנוסחה (ב) הוא θ_0, לכן הערך המרבי של R מתקבל כאשר $\sin 2\theta_0$ מרבי, כלומר $\sin 2\theta_0 = 1$. לכן $\theta_0 = 45°$.



2. אם זורקים גוף בזווית θ_0 הקטנה מ-$45°$, טווח הזריקה יהיה שווה לטווח הזריקה בזווית $90° - \theta_0$ (כמובן בתנאי שגורלי המהירויות ההתחלתיות בשתי הזריקות שווים) (איור 5). קל להיווכח בכך אם מסתבלים על ביטוי (א), וזוכרים כי $\cos(90 - \theta) = \sin\theta$ ו-$\sin(90 - \theta) = \cos\theta$.

לדוגמה, אם זורקים גוף אחד בזווית $20°$ וגוף שני בזווית $70°$ במהירויות התחלתיות שוות גודל, יהיו טווחי הזריקה שווים, אף שמשכי מעופם ושיאי מסלולם שונים (איור 5).

דוגמה 3: הדיפת כדור ברזל

רנדי בארנס מארה"ב קבע בשנת 1990 שיא עולם בהדיפת כדור ברזל. הוא הדף את הכדור למרחק של 23.12 מטר. נניח כי הכדור נהדף מידו בגובה 2 מטר מעל הקרקע ובזווית $45°$, וכי ניתן להזניח את התנגדות האוויר.

1. באיזו מהירות נהדף הכדור מיד הזורק?
2. לאיזה גובה מרבי מעל הקרקע עלה כדור הברזל?

פתרון:

נבחר בנקודת השיגור בראשית של מערכת צירים הנמצאת במישור התנועה של הכדור, את הציר y נבחר כלפי מעלה, ואת $t_0 = 0$ נבחר ברגע הזריקה. ביחס למערכת צירים זו הכדור פגע בקרקע בנקודה ששיעוריה $x = 23.12$ m ו-$y = -2$ m.

1. הרכיב האופקי של מקום הכדור במהלך תנועתו: $x = (v_0 \cos\theta_0) \cdot t$

ובנקודת הפגיעה בקרקע: $23.12 = v_0 \cos 45° t$ (א)

לגבי התנועה האנכית: $y = (v_0 \sin\theta_0)t - \frac{gt^2}{2}$

בנקודת הפגיעה: $-2 = (v_0 \sin 45°)t - 5t^2$ (ב)

מפתרון מערכת משוואות (א) ו-(ב) מקבלים כי $v_0 = 14.6$ m/s, גודל המהירות שבה כדור הברזל נהדף.

2. בשיא המסלול $v_y = 0$. נציב ערך זה במשוואה $v_y = v_0 \sin\theta_0 - gt$ ונקבל: $0 = 14.6 \sin 45° - 10t$ מפתרון המשוואה מקבלים כי הזמן הדרוש לכדור להגיע לגובה המרבי הוא $t \approx 1$ s.

הרכיב האנכי של המקום בכל רגע ניתן על ידי: $y = (v_0 \sin\theta_0)t - \frac{gt^2}{2}$

ובשיא הגובה: $y_{max} = 14.6 \cdot \sin 45° \cdot 1 - 5 \cdot 1^2$ או: $y_{max} = 5.32$ m

בשיא מסלולו הכדור נמצא בנקודה ששיעורה 5.32 m, לכן הגובה המרבי מעל הקרקע הוא 7.32 m.

1.3 תנועה בהשפעת כוח קבוע כלשהו

טיפלנו בנפילה חופשית בקרבת כדור הארץ בשלבים: בפרק א דנו בזריקה אנכית. את הפרק הנוכחי פתחנו בדיון בזריקה אופקית ולאחר מכן הרחבנו לזריקה משופעת. שלבים אלה נועדו להציג את הנושא מהקל אל הכבד. אולם, מבחינת הטיפול המתמטי, די היה לנתח זריקה משופעת כאשר זווית הזריקה θ_0 היא כלשהי. שאר המקרים מתקבלים במקרים פרטיים:

כאשר $v_0 = 0$ – מדובר בתנועה של גוף המשוחרר ממנוחה;

כאשר $\theta_0 = 90°$ – זריקה כלפי מעלה;

כאשר $\theta_0 = -90°$ – זריקה כלפי מטה;

כאשר $\theta_0 = 0$ – זריקה אופקית.

לא רק שההבחנה בין סוגי התנועה השונים מיותרת מבחינה מתמטית, אלא אף אינה חד משמעית: כאשר אדם עומד בקרון נע במהירות קבועה, ומשחרר מידו כדור – הכדור נע לאורך קו ישר אנכי מנקודת ראותו של אדם זה. לעומת זאת צופה חיצוני, אשר נח ביחס לקרקע, יאמר שהכדור נזרק אופקית.

מדוע במקרה אחד המסלול ישר ובאחר הוא עקום?

תנאיי התחלה הם המהירות והמקום ברגע $t_0 = 0$. בשני המקרים פועל אמנם אותו כוח, אך תנאיי ההת־חלה שונים, כי המהירויות ההתחלתיות שונות. (בסעיף 5.1 שבפרק ד הראינו כי בתנועה לאורך קו ישר, תנאיי ההתחלה מצטרפים לכוח בקביעת המקום והמהירות כפונקציה של הזמן).

המסלולים שתיארנו אינם אופיינים רק לתנועה בהשפעת כוח כובד קבוע, אלא לתנועה בהשפעת כוח קבוע כלשהו. הכוונה ב"כוח קבוע" היא שבכל הנקודות במרחב פועל אותו כוח, הקבוע רם בגודלו וגם בכיוונו, בדומה לכוח הכובד.

נסכם:

מסלול תנועתו של גוף אשר נע בהשפעת כוח קבוע הוא:

קו ישר, כאשר המהירות ההתחלתית שווה לאפס או כאשר היא מכוונת בכיוון הכוח(בשני מקרים אלה הגוף נע בכיוון הכוח), או כאשר כיוונה מנוגד לכיוון הכוח (במקרה זה כיוון התנועה ממרד לכיוון הכוח עד לרגע שהמהירות מתאפסת, ולאחר מכן הגוף נע בכיוון הכוח).

פרבולה, כאשר המהירות ההתחלתית אינה בכיוון הכוח ואינה בכיוון מנוגד לכוח. ציר הפרבולה מקביל לכוח.

אפשר לצפות במסלולים פרבוליים של גופים שנזרקו בכיוון משופע כאשר מים פורצים מפתח צינור המ־כוון בכיוון משופע, ובמידה מסוימת בהתפוצצות זיקוקי דינור.

איור 6 הוא תצלום התפרצות של הר הרעש סטרומבולי (Stromboli) שבסיציליה. אפשר לראות כי החומר הנפלט נע לאורך מסלולים פרבוליים.

2. תנועה מעגלית

נחקור עתה תנועת גופים במסלולים מעגליים. דוגמאות: תנועת פטיש לפני שהספורטאי מטיל אותו למר־חק, תנועת ילד המסתובב בקרוסלה, תנועת מכונית הנוסעת על קטע כביש שצורתו קשת מעגלית.

בטיפול בתנועת גופים בקרבת כדור הארץ התבססנו על החוק השני של ניוטון ועל הכוח (כוח הכובד, mg) הפועל על הגוף, וחישבנו את תאוצתו, מהירותו, ומקומו בכל רגע. ידיעת מקומו של הגוף כפונקציה של הזמן איפשרה לנו ללמוד על מסלול תנועתו ולבטאו באמצעות קשר מתמטי.

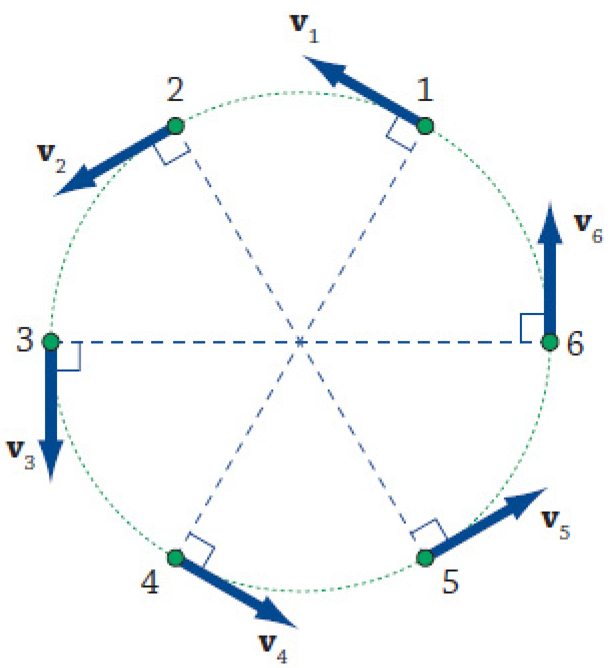
את הטיפול בתנועה מעגלית נעשה בדרך שהיא במובן מסוים הפוכה: נתבסס על כך שגוף נע במסלול ידוע – מעגל, ועל-פי אופי התנועה נלמד על הכוח השקול הפועל על הגוף. גם בטיפול בתנועה המעגלית נלך מן הקל אל הכבד:

תחילה נצטמצם לתנועה מעגלית שבה וקטור המהירות קבוע בגודלו; תנועה זו מכונה תנועה מעגלית קצובה. ולאחר מכן נעסוק בתנועה מעגלית שבה המהירות משתנה גם בגודלה.

2.1 תנועה מעגלית קצובה

א. המהירות בתנועה מעגלית קצובה

בתנועה מעגלית קצובה, כבכל תנועה, המהירות משיקה למסלול התנועה (פרק ב איור 26), לכן היא מאונכת בכל נקודה לרדיוס המתאים (איור 7).



ב. התאוצה בתנועה מעגלית קצובה

האם גוף שנע בתנועה מעגלית קצובה מואץ?

לגוף יש תאוצה בשעה שמהירותו משתנה. התאוצה היא קצב שינוי המהירות (ראו נוסחה (19) בפרק ב). מהירות עשויה להשתנות גם בכיוונה וגם בגודלה, כמו למשל בזריקה משופעת, או רק בגודלה – מכונית מואצת על כביש ישר, או רק בכיוונה – תנועה קצובה לאורך מסלול עקום. בכל המקרים האלה מדובר בגופים מואצים.

בתנועה מעגלית קצובה הווקטור v משתנה, אך גודלו, |v|, נשאר קבוע (במובן זה התנועה נקראת "קצובה") אולם וקטור המהירות משתנה בכיוונו, לכן הגוף מואץ.

כשנהג נוסע במכונית על כביש עקום, ומד המהירות (שבשפה מדעית יש לכנות אותו מד גודל מהירות) מורה ערך קבוע – המכונית מואצת, למרות שאינה נעה "מהר יותר" או "לאט יותר".

מסקנת ביניים:

גוף שנע בתנועה מעגלית קצובה מואץ, כי מהירותו משתנה בכיוונה.

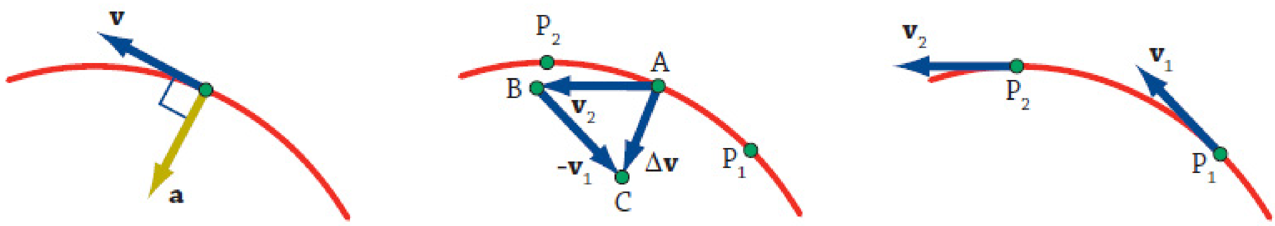
מהו כיוון התאוצה בתנועה מעגלית קצובה?

בדי לענות על שאלה זו נדון במצב הבא:

גוף נע לאורך מסלול עקום בלשהו בתנועה קצובה. הגוף חולף על פני נקודה P_1 במהירות v_1, ואחרי פרק זמן Δt הוא חולף על פני נקודה P_2 במהירות v_2.

דוגמה לכך היא מכונית הנוסעת על כביש עקום, ומד המהירות מורה ערך קבוע.

באיור 8א מוצגים שני וקטורי המהירות של הגוף בשתי הנקודות.



א. וקטורי המהירות בשתי נקודות
ב. וקטור שינוי המהירות
ג. וקטורי המהירות והתאוצה

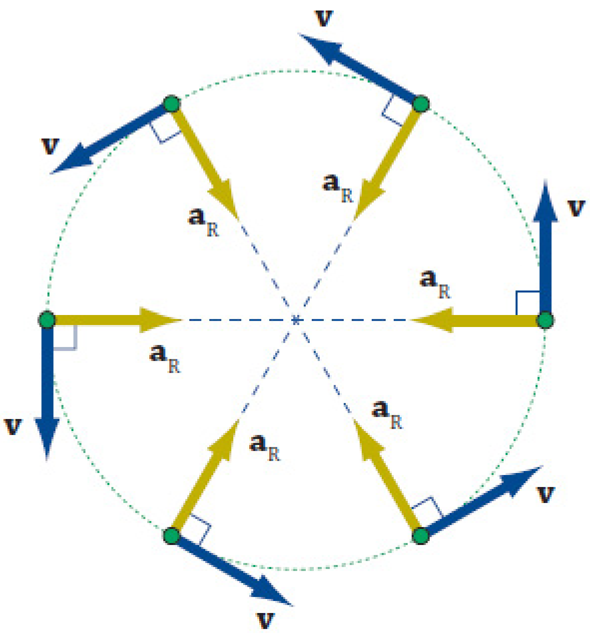
התנועה קצובה, לכן $|v_1| = |v_2|$. המסלול עקום, לכן $v_1 \neq v_2$, כך שההפרש Δv אינו אפס (איור 8ב), ולגוף יש תאוצה. נבחן מהו כיוון התאוצה של הגוף כאשר Δt שואף לאפס. לשם כך נתבונן באיור 8ב במשולש ABC שבו אורכי צלעותיו שווים לגודלי הווקטורים v_2, $-v_1$ ו-Δv. זהו משולש שווה שוקיים שאורך בסיסו Δv.

כאשר Δt הולך וקטן, הנקודות P_1 ו- P_2 הולכות ומתקרבות זו לזו, וזווית הראש של המשולש שווה השוקיים הולכת ושואפת לאפס. מכאן נובע שכל אחת משתי זוויות הבסיס הולכת ושואפת ל-$90°$ (מפני שסכום זוויות המשולש הוא תמיד $180°$). לכן כיוון הווקטור $a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}$ שואף לכיוון ניצב למהירות, כפי שמוצג באיור 8ג. קבלנו, אפוא, כי:

ביוון התאוצה בתנועה קצובה לאורך מסלול עקום:

בתנועה קצובה לאורך מסלול עקום וקטור התאוצה ניצב תמיד לווקטור המהירות, והוא מצביע לצד הקעור של המסלול.

אם המסלול העקום הוא מעגל וגוף נע לאורכו בתנועה קצובה, אזי התאוצה מכוונת אל מרכז המעגל. נכנה את התאוצה בתנועה מעגלית קצובה בשם תאוצה צנטריפטלית, כלומר תאוצה המכוונת אל המרכז. נגדיר ציר רדיאלי R, הצמוד לגוף ונע יחד איתו, ומצביע בכל נקודה לעבר מרכז המעגל. נסמן את התאוצה הצנטריפטלית ב-a_R מאחר שווקטור התאוצה מכוון בכיוון הציר, מקובל לכנות את התאוצה בתנועה מעגלית קצובה גם בשם תאוצה רדיאלית (איור 9).

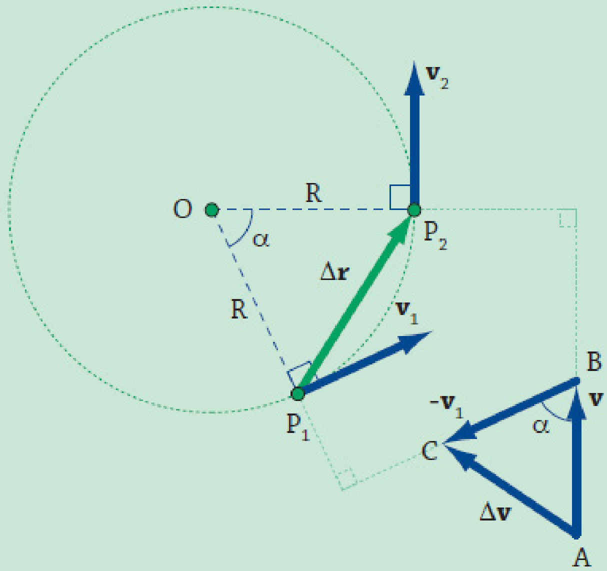


התאוצה בתנועה מעגלית קצובה מכוונת אל מרכז המעגל.

מהו גודלה של התאוצה הצנטריפטלית?

כדי לענות על השאלה נדון במצב הבא:

גוף הסובב במעגל שרדיוסו R במהירות שגודלה v. בעוברו מנקודה P_1 לנקודה P_2 בפרק זמן Δt משתנה מהירותו מ-v_1 ל-v_2 (איור 10).



נוסחה (19) בפרק ב מתארת הליך למציאת כיוון התאוצה וגודלה. את כיוון התאוצה אנו כבר יודעים (צנ־טריפטלית) לכן נשתמש באותו חלק של נוסחה זו המגדיר את גודל התאוצה, $|a_R|$, שנסמנו בקיצור a_R:

$$aR = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{|\Delta v|}{\Delta t} = = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{|v_2-v_1|}{\Delta t} \qquad (25)$$

מנוסחה (25) נובע כי בדי למצוא ביטוי לגודל התאוצה יש למצוא תחילה ביטוי מתמטי עבור $|\Delta v| / |\Delta t|$.
נסרטט את $\Delta v = v_2 - v_1$ (איור 10).

הווקטורים v_1 ו־v_2 אמנם שונים (מדוע?), אך הם שווים בגודלם. גודל מהירות הגוף הוא: $|v_1| = |v_2| = |v|$

שני המשולשים, P_1OP_2 ו־ABC דומים, כי שניהם שווי־שוקיים, וזוויות הראש שווה ($P_1OP_2 = ABC$> = Δ<).

לכן:
$$\frac{AC}{P_1P_2} = \frac{AB}{OP_1} \qquad (26)$$

נציב ב (26): $|P_1P_2| = |\Delta r|$; $AC = |\Delta v|$ (גודל וקטור ההעתק); $R = OP_1$ ו־ $v = AB$, ונקבל:

$$\frac{|\Delta v|}{|\Delta t|} = \frac{AB}{OP_1} \qquad (27)$$

נחלץ את $|\Delta v|$ מ־(27) ואת הביטוי המתקבל נציב ב־(25):

$$a_R = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{|\Delta v|}{\Delta t} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{v}{R}\frac{|\Delta v|}{\Delta t} = \frac{v}{R}\lim_{\Delta t\to 0}\frac{|\Delta v|}{\Delta t}$$

אולם
$$\lim_{\Delta t\to 0}\frac{|\Delta v|}{\Delta t} = v$$

מכאן:
$$a_R = \frac{v^2}{R}$$

ג. הכוח בתנועה מעגלית קצובה

האם פועל כוח על גוף הנע לאורך מעגל בתנועה קצובה?

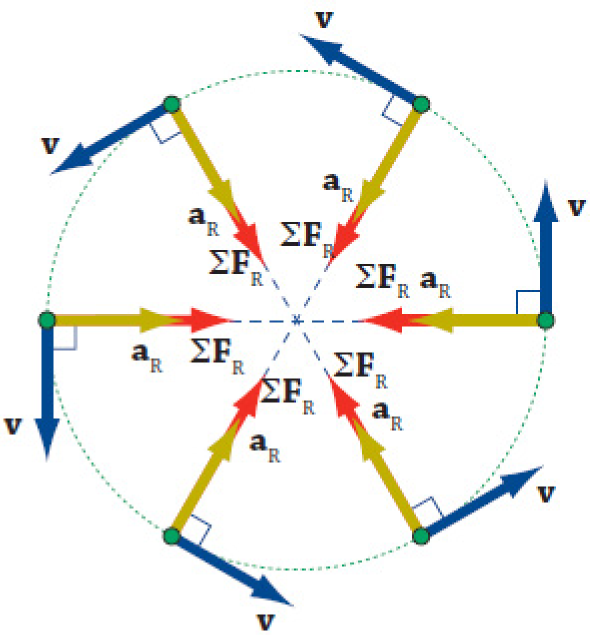
תאוצתו של גוף בתנועה מעגלית קצובה מכוונת בכל נקודה לעבר מרכז המעגל, לכן, על־פי החוק השני של ניוטון, גם הכוח השקול מכוון אל המרכז (איור 11). כוח זה משנה ברציפות את כיוון תנועתו של הגוף.

כיוון הכוח השקול בתנועה מעגלית קצובה:

בתנועה מעגלית קצובה, הכוח השקול הפועל על הגוף מכוון בכל רגע ורגע לעבר מרכז המעגל.

מקורו של הכוח יכול להיות שונה במקרים שונים. לעתים פועלים על הגוף כמה כוחות שסכומם הווקטורי מסתכם לאותו כוח שקול, אולם בכל מקרה שבו הגוף נע לאורך מעגל במהירות קבועה בגודלה - הכוח השקול מכוון בכל רגע לעבר מרכז המעגל. כוח זה, הגורם לתאוצה הצנטריפטלית, מכונה "כוח צנט־ריפטלי". לדוגמה, אם לווין מקיף את כדור הארץ במסלול מעגלי במהירות קבועה בגודלה, כוח הכובד שבדור הארץ מפעיל על הלוויים משנה בכל נקודה

ונקודה את כיוון התנועה של הלוויין ועל ידי כך "מכתיב" לו לנוע במסלול מעגלי. את כוח הכובד בדוגמה זו ניתן לכנות כוח צנטריפטלי, אך אין מדובר בכוח נוסף – הכוח היחיד הפועל על הלוויין הוא כוח הכובד.



את החוק השני של ניוטון עבור גודל הכוח השקול נכתוב כך:

$$\Sigma F_R = ma_R \Rightarrow \Sigma F_R = m\frac{v^2}{R} \qquad (29)$$

נסכם:

כאשר גוף נע בתנועה מעגלית קצובה אזי:

1. וקטור המהירות ניצב לרדיוס המעגל בכל נקודה.
2. לגוף יש תאוצה, כיוונה בכל נקודה לעבר מרכז המעגל, וגודלה: $a_R = \frac{v^2}{R}$
3. על הגוף פועל כוח (שקול), כיוונו בכל נקודה לעבר מרכז המעגל, וגודלו F_R, מקיים את הקשר:

$$\Sigma F_R = m\frac{v^2}{R}$$

ד. תנועה מעגלית קצובה כתנועה מחזורית

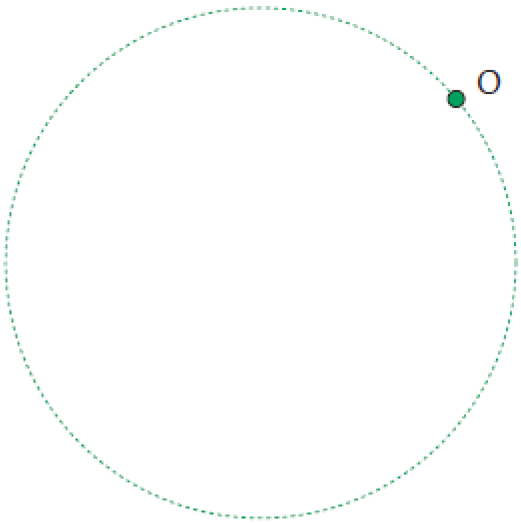
נניח כי הכדור המוצג באיור 12 נע בתנועה מעגלית קצובה. לאחר שהשלים סיבוב אחד, הוא חוזר שוב ושוב על התנועה שביצע בסיבוב זה.

למה מתכוונים בדיוק כאשר אומרים "תנועת הכדור חוזרת על עצמה"? נבחר t = 0 ברגע בו הכדור חולף בנקודה O (באחד מסיבוביו). נניח שמשך הזמן הדרוש כדי שהכדור ישלים מסלול מעגלי אחד הוא 3 ש', כעבור 3 ש' נוספות הכדור יחלוף שוב בנקודה O. יתר על כן, ברגע t = 4 ש' למשל, הכדור יימצא בדיוק בנקודה שבה היה ברגע t = 1 ש' וכו'.

נכליל ונאמר כי הכדור נמצא ברגעים t + 3 ו- t בדיוק באותו מקום, וזאת לגבי כל רגע t שנבחר. לכן נאמר כי תנועה מעגלית קצובה היא תנועה מחזורית.

פרק הזמן הדרוש כדי שהגוף ישלים סיבוב אחד מכונה זמן המחזור של התנועה המעגלית הקצובה, והוא יסומן באות T. "זמן מחזור" הוא גודל המאפיין תנועות מחזוריות.

תנועות מחזוריות אינן מוגבלות למסלול מעגלי דווקא; תנועת כוכבי הלכת סביב השמש (מסלול תנועתם הוא אליפסה), תנועת משקולת המתנודדת על קפיץ אנכי, תנודות ילד בנדנדה, ותנועות רבות אחרות הן מחזוריות.



הגדרת המושג "תנועה מחזורית בזמן" (בתנועה לאורך מסלול כלשהו):

תנועתו של גוף היא מחזורית בזמן אם קיים פרק זמן, T, כך שלכל רגע t שנבחר, הגוף יימצא ברגעים t

ו-(t + T) בדיוק באותו מקום.

בלשון מתמטית: $P(t) = P(t+T)$ לכל t.

כאשר $p(t)$ מציינו את מקום (position) הגוף ברגע t.

הערות:

1. אם קיים פרק זמן T המקיים את תנאי המחזוריות, אזי גם אינסוף הערכים T2, T3, ... מקיימים אותו.
2. בתנועה מחזורית, פרק הזמן T הקצר ביותר המקיים את קריטריון המחזוריות נקרא זמן המחזור של התנועה.

בנוסף לזמן המחזור מקובל להשתמש במאפיין נוסף של תנועה מחזורית.

הגדרת המושג "תדירות" (frequency):

התדירות, f , של גוף שתנועתו מחזורית מוגדרת כמספר המחזורים שהגוף מבצע ביחידת זמן.

מהגדרות המושגים "זמן מחזור" ו"תדירות" נובע הקשר ביניהם: (30)

ביחידות SI התדירות נמדדת במחזורים\שנייה. יחידה זו נקראת הרץ - Hz, לזכרו של היינריך הרץ.

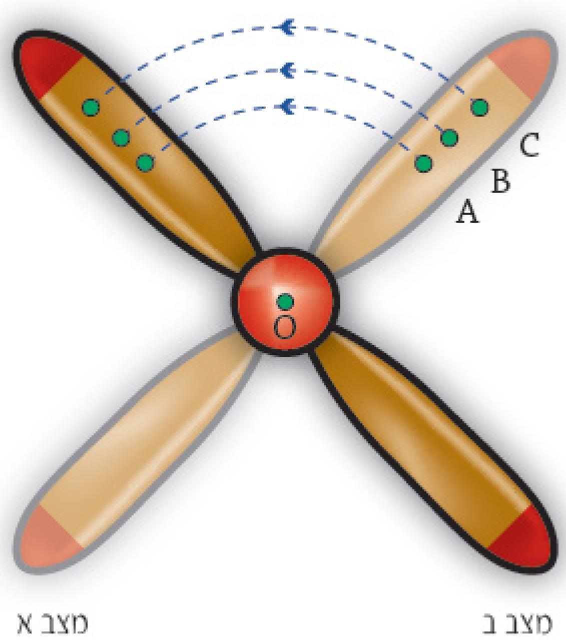
כאשר גוף נע לאורך מעגל בתנועה קצובה, הוא עובר במהלך סיבוב אחד דרך שאורכה שווה להיקף המעגל, $2\pi R$,

במהירות שגודלה v. על פי קשר (17) בפרק ב, הזמן הדרוש להשלים סיבוב אחד (כלומר זמן המחזור) ניתן על ידי

$$v = \frac{2\pi R}{T} \qquad (31)$$

ה. מהירות זוויתית

באיור 13 מתואר מדחף (פרופלור) המסתובב על ציר O כך שכל נקודה על המדחף נעה בתנועה מעגלית קצובה. המדחף מסתובב כגוף אחד, ויש מקום לדבר על מהירות הסיבוב שלו. אולם באיזו מהירות מדובר? נסתכל על תנועת נקודות A B ו– C כאשר המדחף מסתובב ועובר ממצב א למצב ב: ככל שנקודה רחוקה יותר מציר הסיבוב O היא עוברת עלפני קשת מעגלית ארוכה יותר באותו פרק זמן, לכן מהירותה גדולה יותר. לכל נקודה על המדחף יש וקטור מהירות שונה, לכן מהירות של נקודה אינה יכולה לשמש גודל המאפיין את תנועת כל המדחף.



כיצד נוכל בכל זאת להגדיר מהירות סיבוב של המדחף? במקום להסתכל על ההעתק של נקודה ביחידת זמן (גודל המהירות) נסתכל על הזווית שעובר הקו המחבר את הנקודה עם ציר הסיבוב O ביחידת זמן. גודל זה זהה לכל הנקודות על המדחף, כי בתנועת המדחף ממצב א למצב ב הקווים המחברים את נקודות המדחף עם הציר O חולפים באותו פרק זמן Δt על פני אותה זווית $\Delta\theta$. באנלוגיה להגדרת המהירות, נגדיר גודל נוסף:

הגדרת המושג "מהירות זוויתית":

מהירות זוויתית, ω, של גוף הנע בתנועה מעגלית קצובה מוגדרת בזווית שהקו המחבר את הגוף עם מרכז המעגל עובר ביחידת זמן.

בלשון מתמטית:
$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \qquad (32)$$

הערות:

1. ω היא אות יוונית – אומגה.
2. לנקודות שונות על המדחף יכולות להיות מהירויות שונות, אולם תנועתן של כל נקודות המדחף מתוארת על ידי גודל יחיד – המהירות הזוויתית.
3. "מהירות" היא גודל וקטורי, ו"מהירות הזוויתית" (כפי שהגדרנו לעיל) היא גודל סקלרי.
4. נהוג לבחור ברדיאן ביחידה של □□, לכן ביחידות SI המהירות הזוויתית נמדדת בר־דיאנים\שנייה – s/rad. לדוגמה, המשמעות שמהירותו הזוויתית של גוף היא בת 2 רדיאנים\שנייה: הקו המחבר אותו עם מרכז המעגל חולף בכל שנייה על פני זווית בת 2 רדיאנים. מאחר וגודל המבוטא ב"רדיאן" הוא מספר טהור, מותר להשתמש ביחידה SI ביחידת המהירות הזוויתית.

   נזכיר מהו רדיאן: זווית מרכזית במעגל היא בת 1 rad אם היא נשענת על קשת שאורכה שווה לרדיוס המעגל.

   לדוגמה, אם זווית מרכזית במעגל היא בת 2 רדיאנים, משמעות הדבר שהיא נשענת על קשת שאורכה כפול מרדיוס המעגל.

מהו הקשר המתמטי בין מהירותו v של גוף הנע בתנועה מעגלית קצובה לבין מהירותו הזוויתית ω?

כאשר הגוף משלים סיבוב אחד בתנועה מעגלית קצובה, אזי:

גודל המהירות: $v = \frac{2\pi R}{T}$

מהירותו הזוויתית: $\omega = \frac{2\pi}{T}$

(כי הקו המחבר את הגוף עם מרכז המעגל עובר בפרק הזמן על פני $360°$, כלומר 2π רדיאנים).

משתי המשוואות האחרונות נקבל:

$$\omega R = v \qquad (33)$$

מנוסחה (33) רואים כי גודל מהירותה הקווית של נקודה על המדחף נמצא ביחס ישר לרדיוס הסיבוב.

באמצעות נוסחאות (30), (31) ו-(33) אפשר לקשור בין המהירות הזוויתית (ω) לבין הגדלים המאפיינים את מחזוריות התנועה (T ו-f)

$$\omega = 2\pi R = \frac{2\pi}{T} \qquad (34)$$

לעתים נרצה לבטא את התאוצה הצנטריפטלית של גוף שתנועתו מעגלית קצובה באמצעות ω, או f, או T במקום v.

לשם כך נשתמש בקשרים (33) ו-(34) ונקבל מ-(28):

$$a_R = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R = \frac{4\pi^2 R}{T} = 4\pi^2 f^2 R \qquad (35)$$

שאלה: על-פי (35) התאוצה הרדיאלית נמצאת מצד אחד ביחס הפוך לרדיוס המסלול (R/v^2), ומצד שני ביחס ישר לרדיוס ($\omega^2 R$). ביצד תיישבו "סתירה" זו?

1. דוגמאות לתנועות קצובות במסלול מעגלי

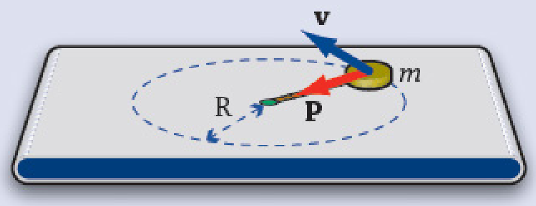
דוגמה 4: תנועה מעגלית קצובה על פני שולחן

דסקית קטנה שמסתה m = 0.3 kg נעה לאורך מסלול מעגלי על פני שולחן אופקי חסר חיכוך. הדסקית קשורה באמצעות חוט שאורכו 0.2 מ' אל ציר קבוע בשולחן, כמתואר באיור 14א, ומשלימה 2 סיבובים בכל שנייה.

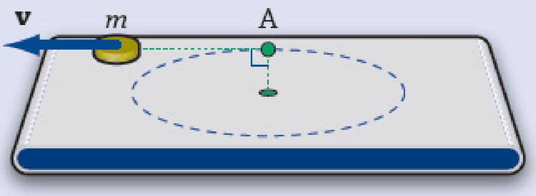
1. איזה כוח גורם לתאוצה הצנטריפטלית של הדסקית? כיצד הוא מתהווה?
2. מהו גודלו של כוח זה?
3. מהו כיוון הכוח שהדסקית מפעילה על החוט?
4. לאיזה כיוון תנוע הדסקית אם ברגע מסוים החוט נקרע?

פתרון:

1. על הדסקית פועלים שלושה כוחות: כוח הכובד כלפי מטה, הכוח הנורמלי כלפי מעלה, והמתיחות בחוט P לעבר הציר. (סימנו את מתיחות החוט ב-P ולא כפי שנהגנו ב-T, וזאת כדי למנוע בלבול בין המתיחות T ובין זמן המחזור של התנועה המעגלית,T). שני הכוחות הראשונים מקזזים זה את זה, ולפיכך הכוח השקול לשלושת הכוחות הוא כוח המתיחות בחוט הפועל על הדסקית לעבר מרכז המעגל. כוח המתיחות "ממלא תפקיד" של הכוח הצנטריפטלי, והוא גורם לתאוצה הצנטריפטלית. כוח המתיחות מתהווה כך: ברגע שמקנים לדסקית מהירות התחלתית, היא מתחילה לנוע לאורך קו ישר וכך היא מותחת את החוט. החוט שנמתח, מפעיל על הדסקית כוח מתיחות, המשנה בכל נקודה את כיוון תנועתה.



א. במסלול מעגלי



ב. לאורך קו ישר לאחר שהחוט נקרע

2. הדסקית נעה לאורך מעגל, בתדירות $f = 2s^{-1}$, בהשפעת כוח המתיחות.

על-פי החוק השני של ניוטון:

$$\Sigma F_R = m\frac{v^2}{R} = m4\pi^2f^2R \Rightarrow P = m4\pi^2f^2R = 0.3 \cdot 4\pi^2 \cdot 2^2 \cdot 0.2 \approx 9.5\ N$$

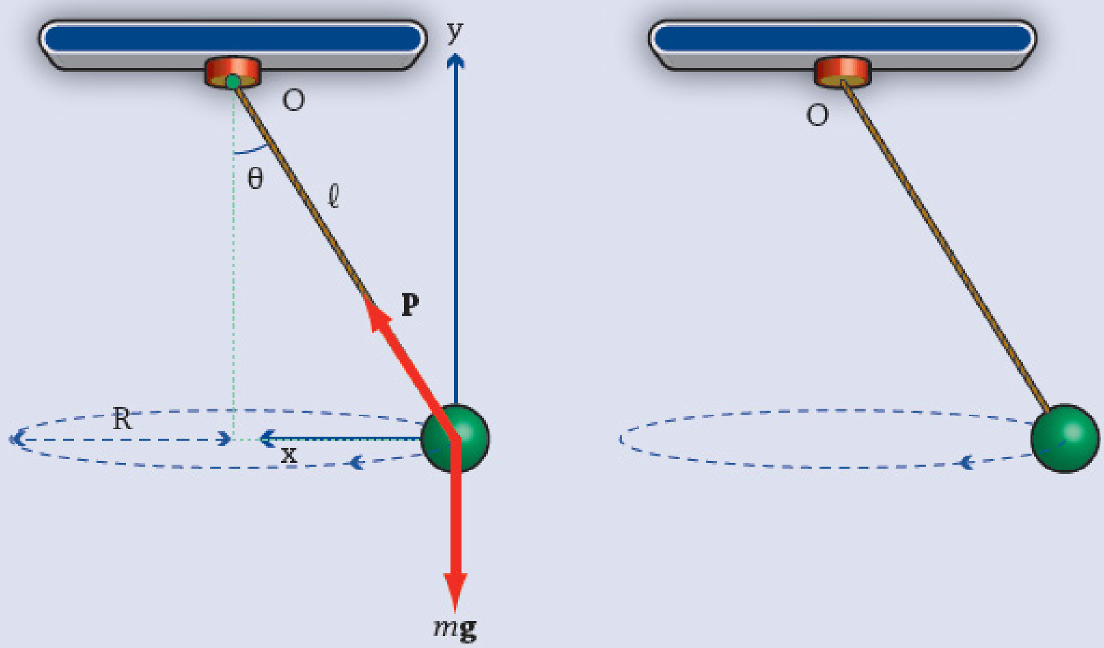
3. החוט מפעיל על הדסקית כוח לעבר מרכז המעגל. בתוקף החוק השלישי של ניוטון, הדסקית מפעילה על החוט (בנקודת החיבור ביניהם) כוח שכיוונו ממרכז המעגל לעבר הדסקית.

4. נניח שהחוט נקרע ברגע שהדסקית חלפה בנקודה A המצויינת באיור 14ב. בהרף עין לפני שהחוט נקרע, מצביע וקטור המהירות של הדסקית בכיוון המשיק שמאלה, ועל הדסקית פועלים שלושה כוחות, כמתואר בסעיף א. ברגע שהחוט נקרע, כוח המתיחות אינו פועל יותר על הדסקית, והכוח השקול (לכוח הכובד ולכוח הנורמלי) שווה לאפס. על-פי החוק השני של ניוטון וקטור המהירות לא ישתנה (לא בגודלו ולא בכיוונו) לכן הדסקית תנוע לאורך קו ישר שמאלה, במסלול משיק למעגל בנקודה שבה החוט נקרע, ובמהירות שהיתה לה לפני קריעת החוט.

דוגמה 5: מטוטלת חרוטית (קונית)

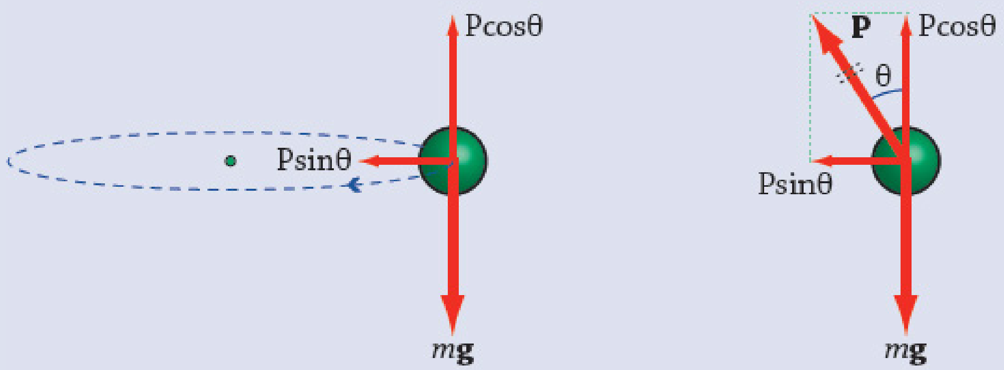
באיור 15א מתואר גוף בעל ממדים קטנים הקשור לקצהו של חוט שמסתו זניחה. הקצה האחר של החוט קבוע בנקודה O. כאשר מסיטים את הגוף מנקודת שיווי המשקל, ומקנים לו מהירות התח־לתית הוא עשוי לנוע על פני מסלולים שונים. אך כל עוד החוט מתוח, תנועתו תהיה תמיד על פני מעטפת של כדור דמיוני שרדיוסו שווה לאורך החוט, ומרכזו בנקודה O. כאשר הגוף נע במסלול אופקי, המסלול חייב להיות מעגל (כי מסלול אופקי על פני מעטפת כדורית חייב להיות מעגל), והחוט מתאר מעטפת של חרוט (בלועזית: קונוס), לכן מכנים מתקן זה בשם מטוטלת חרוטית או מטוטלת קונית.

1. האם מהירות הגוף קבועה בגודלה כאשר הגוף נע במסלול מעגלי אופקי?
2. מהי זווית הסטייה θ מהכיוון האנכי של מטוטלת קונית, אם אורך החוט ℓ והגוף חג במסלול מעגלי אופקי במהירות זוויתית ω?



ב. תרשים כוחות

א. מסלול התנועה



ד. הכוחות בכיוונים ניצבים

ג. כוח המתיחות מומר ברכיבים קרטזיים

פתרון:

1. על הגוף מופעלים בעת תנועתו שני כוחות (איור 15ב): כוח הכובד mg מטה, כוח המתיחות P לעבר הנקודה O. לאף אחד משני כוחות אלה אין רכיב בכיוון התנועה, כלומר בכיוון וקטור המהירות שהוא משיק למעגל

2. במישור האופקי. לכן מהירות הגוף אינה משתנה בגודלה.

3. נכתוב את משוואות התנועה של הגוף. אילו כוחות כדאי לפרק לרכיבים? האם את כוח הכובד mg (בדומה לפירוק הנהוג בתנועת גוף על פני מישור משופע)? או את המתיחות P, או אולי את שניהם?

כדי לענות על שאלה זו נבחן מה כיוון תאוצת הגוף. הגוף נע כל הזמן בגובה שאינו משתנה. כלומר בכיוון ניצב למישור המעגל הגוף אינו נע, לכן רכיבי התאוצה והכוח השקול בכיוון זה מתאפסים. במישור התנועה לעומת זאת, יש לגוף תאוצה צנטריפטלית. לכן נוח לפרק את המתיחות P לרכיב בכיוון y ה ניצב למישור המעגל, שגודלו $P\cos\theta$ (רכיב זה מאזן את כוח הכובד mg), ולרכיב בכיוון מרכז המעגל שגודלו $P\sin\theta$ (אשר מעניק לגוף את התאוצה הצנטריפטלית) (איור 15ג).

בכיוון y הגוף במנוחה, לפיכך (איור 15ד): $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow P\cos\theta - mg = 0$

או $P\cos\theta = mg$ (א)

נשתמש בחוק השני של ניוטון בכיוון x (איור 15ד): $\Sigma F_R = m\frac{v^2}{R} \Rightarrow P\sin\theta = m\frac{v^2}{R}$ (ב)

נחלק את משוואה (ב) במשוואה (א) ונקבל: (א, ב)

הקשר בין v לבין ω: $v = \omega R$ (ג)

את הרדיוס המסלול המעגלי R (ראה איור 15ב) נבטא כך: $R = \ell\sin\theta$ (ד)

נציב ב-(א, ב) את (ג) ואחר כך את (ד), ולאחר כמה פעולות אלגבריות נקבל:

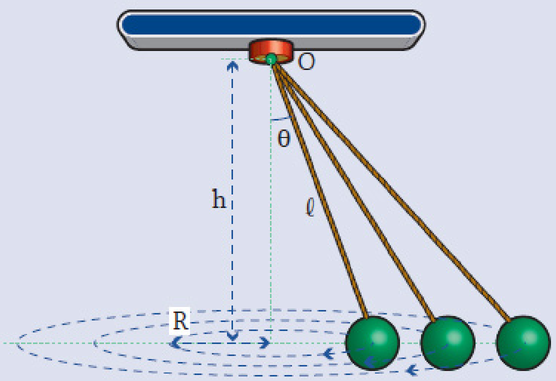
$\cos\theta = \frac{g}{\omega^2\ell}$ (ה)

נוכל ללמוד מנוסחה (ה) כמה דברים:

1. כאשר מגדילים את תדירות הסיבוב של מטוטלת קונית – גדלה זווית הסטייה θ.

2. אם כמה מטוטלות בעלות אורך חוט שונה מסתובבות באותה תדירות אזי:

- למטוטלת בעלת חוט ארוך יותר יש זווית סטייה θ גדולה יותר.
- הגובה h של הגוף מתחת לנקודת התלייה, שווה לכל המטוטלות, אף אם הן שונות באורך החוט.



נראה זאת: על פי איור 16 $h = \ell\cdot\cos\theta$. נציב במקום $\cos\theta$ את הביטוי על פי (ה) ונקבל: $h = g/\omega^2$, כלומר הגובה h תלוי רק בתדירות הסיבוב ולא באורך המטוטלת.

3. לא בכל תדירות אפשרי קיומו של מסלול מעגלי אופקי; תדירות הסיבוב של כל מטוטלת צריכה לקיים:

$\omega \geq \sqrt{\frac{g}{\ell}}$

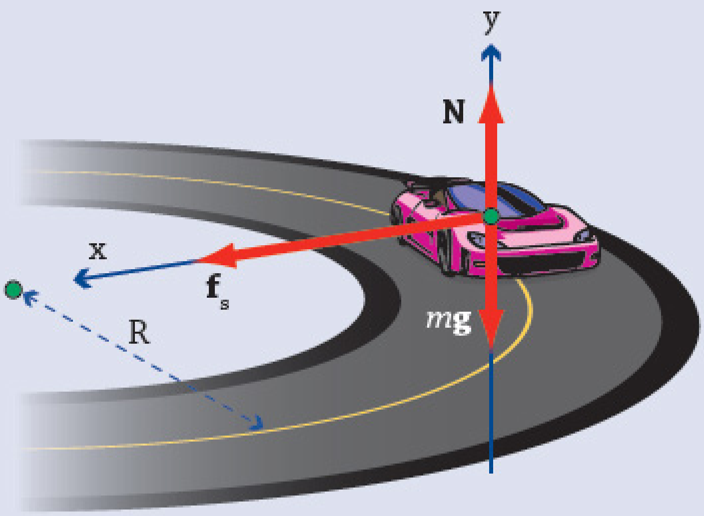
הוכיחו זאת!

דוגמה 6: תנועת מכונית על כביש מעגלי

1. מכונית נוסעת לאורך כביש אופקי שצורתו קשת מעגלית. מהו הכוח החיצוני הפועל על המכונית, אשר משנה בכל נקודה ונקודה את כיוון תנועתה, ומאפשר לנהג לנסוע לאורך הקשת המעגלית?
2. מתכננים קטע בכביש אופקי שצורתו קשת מעגלית. מהי המהירות המרבית בה אפשר לנסוע בכביש זה אם מקדם החיכוך הסטטי בין צמיגי המכונית לכביש הוא ▯ = 0.7 , ורדיוס הקשת המעגלית R = 40 m?

פתרון:

1. אם לרוע המזל יש שמן על הכביש, קורה שהמכונית אינה מצליחה להשלים את הסיבוב, והיא מחליקה בכיוון בו נסעה לפני שעלתה על השמן. מכאן נסיק שהכוח המשנה את כיוון תנועת המכונית הוא החיכוך שהכביש מפעיל על צמיגי המכונית.
2. איור 17 מתאר מכונית הנוסעת על כביש אופקי מעגלי. הכוחות הפועלים על המכונית הם כוח כובד וכוח נורמלי בכיוון אנכי, וכוח חיכוך סטטי שכיוונו ניצב לגלגלי המכונית, לעבר מרכז מעגל התנועה.



בכיוון y המכונית במנוחה לכן: $mg - \cos\square\ P\ \square\ 0 = \square F_y = 0$ (א)

בכיוון רדיאלי:

$$\Sigma F_R = m\frac{v^2}{R} \Rightarrow f_{s,max} = m\frac{v_{max}^2}{R} \Rightarrow \mu_s N = m\frac{v_{max}^2}{R}$$ (ב)

(מהירות המכונית היא מרבית כאשר כוח החיכוך הסטטי מרבי).

נציב את N מ־(א) במשוואה האחרונה ונקבל: $v_{max} = \sqrt{\mu_s R g}$ (ג)

נציב את ערכיהם של ▯, R ו־g : $v_{max} = \sqrt{0.7 \cdot 40 \cdot 10} \approx 16.7\ m/s = 60\ km/h$

מנוסחה (ג) רואים שהמהירות המרבית המותרת תלויה במקדם החיכוך בין הצמיגים לבין הכביש, וברדיוס הסיבוב, אולם אינה תלויה במסת המכונית. מקדם החיכוך עלול להיות קטן כאשר הכביש חלק (גשם, שלג, שמן) או כאשר הצמיגים שחוקים. רדיוס הסיבוב קטן כאשר התפנית חדה. במקרים אלה הסיכוי להחלקה יגדל, ולכן תוגבל במובן מהירות הנסיעה.

נדגיש שנסיעה במהירות קטנה מהמהירות המחושבת באמצעות ביטוי (ג), מבטיחה שהרכב לא יחליק, אך אינה מבטיחה שהרכב לא יתהפך. לא נטפל בסוגיית ההתהפכות, אך נציינו שיציבות המכונית בסיבובים גדולה ככל שהמרחק בין גלגליה גדול, ומרכז הכובד שלה נמוך יותר. מסיבה זו מכוניות המירוץ נמוכות מאוד ורחבות (איור 18).

הטיית עקומות

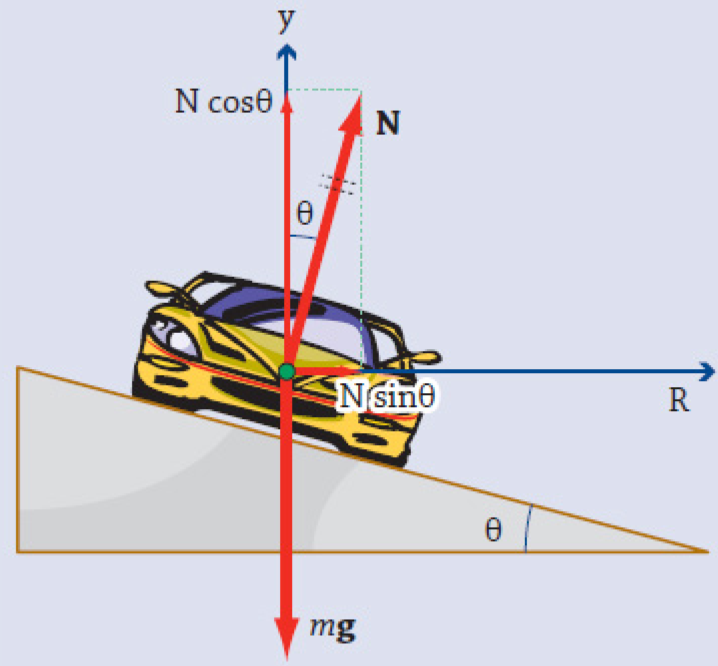
אם שמים לב, מבחינים כי ברוב העקומות של הכבישים המהירים אינם אופקיים: השפה החיצונית של הכביש, זו הרחוקה ממרכז המעגל, מוגבהת ביחס לשפה הפנימית, הקרובה למרכז; זו הטיית עקומות. הדבר בולט במיוחד במסלולי מרוץ של מכוניות (איור 19). הטעם העיקרי לכך הוא בטי־חותי – להבטיח קיומו של רכיב אופקי של כוח הפונה למרכז העיקול, גם כאשר החיכוך קטן מאוד. יתר על כן, הדבר מקטין את שחיקת הצמיגים.

דוגמה 7: תנועת מכונית על כביש נטוי רזלק

מתכננים לבנות קטע כביש שצורתו קשת מעגלית שרדיוסה R. מה צריכה להיות זווית ההטייה θ של עקומת הכביש על מנת לאפשר מעבר כלי רכב במהירות שגודלה v, גם כאשר הכביש חלק (כלומר החיכוך זניח)?

פתרון:

איור 20 מתאר חתך אנכי לרוחב כביש נטוי בזווית θ, עליו נוסעת מכונית. הכוחות הפועלים על המכונית (במישור החתך): כוח הכובד mg והכוח הנורמלי N. מאחר והתאוצה אופקית, נוח לבחור מערכת צירים שבה ציר אחד אופקי(ציר R), וכיוונו החיובי מצביע לעבר מרכז הקשת המעגלית של הכביש, בכיוון התאוצה, וציר שני מאונך למישור שבו מתרחשת התנועה - ציר y.



מסלול נסיעת המכונית הוא מעגל הנמצא במישור אופקי. רכיב הכוח השקול בכיוון ניצב למישור זה שווה לאפס, לכן נפרק את הכוח הנורמלי N שהכביש מפעיל על המכונית לרכיב ניצב למישור (ציר y) שגודלו $N\cos\theta$, ולרכיב שגודלו $N\sin\theta$ המכוון לעבר מרכז המעגל.

בכיוון הציר y הכוח השקול שווה לאפס: $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N\cos\theta - mg = 0$ (א)

בכיוון הרדיאלי יש למכונית תאוצה. גודל הכוח אשר מעניק למכונית את התאוצה הרדיאלית הוא $N\sin\theta$.

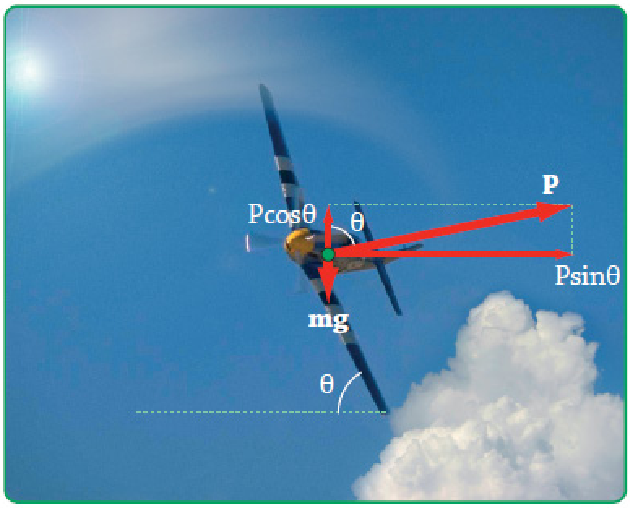
לכן: $\Sigma F_R = m\frac{v^2}{R} \Rightarrow N\sin\theta = m\frac{v^2}{R}$

לאחר שנחלק את המשוואה (ב) במשוואה (א) נקבל: $\tan\theta = \frac{v^2}{Rg}$ (ג)

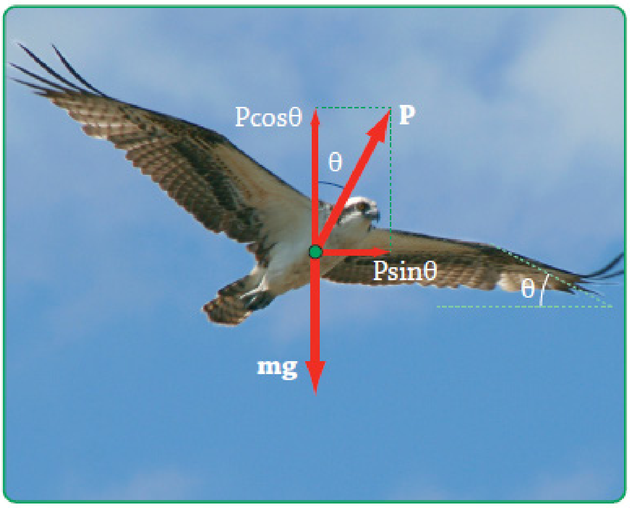
לדוגמה, אם רדיוס הקשת המעגלית הוא 100 מ' והמהירות המרבית המותרת לנסיעה היא 40 ק"מ\ש שעה זווית ההטייה (על פי משוואה (ג)) צריכה להיות 7° על מנת שכלי רכב לא יחליק על פני הכ-ביש.

בהעדר חיכוך, יש רק מהירות אחת (הנתונה בנוסחה (ג)) בה מכונית יכולה להשלים את תנועתה לאורך כביש מעגלי נטוי. במציאות, מכוניות נכנסות לעקומה במהירויות שונות. הדבר מתאפשר הודות לכוח החיכוך (הפועל במישור הכביש לעבר השפה הנמוכה של הכביש או לעבר השפה הגבוהה שלו), ובהתאם למהירות המכונית, מותאם גודלו של כוח החיכוך הסטטי לערך שבין 0 לבין $\mu_s N$, כך ששקול הכוחות בכיוון הרדיאלי (סכום הרכיבים האופקיים של הכוח הנורמלי ושל כוח החיכוך) שווה ל- mv^2/R.

נוסחה (ג) מבטאת גם את זווית ההטיה של כנפי מטוס הטס במהירות שגודלה v לאורך קשת מעגלית אופקית שרדיוסה R, או של ציפור. מערך הכוחות הפועלים על המטוס ועל הציפור (איור 21) דומה למערך הכוחות הפועל על מכונית הנוסעת על כביש נטוי, אלא שבמקום הכוח הנורמלי שהכביש מפעיל על המכונית - מפעיל האוויר כוח עילוי דינמי (המצויין באיור 21 באות P).



א. מטוס טס במסלול מעגלי



ב. ציפור עפה במסלול מעגלי

2.2 תנועה מעגלית שאינה קצובה

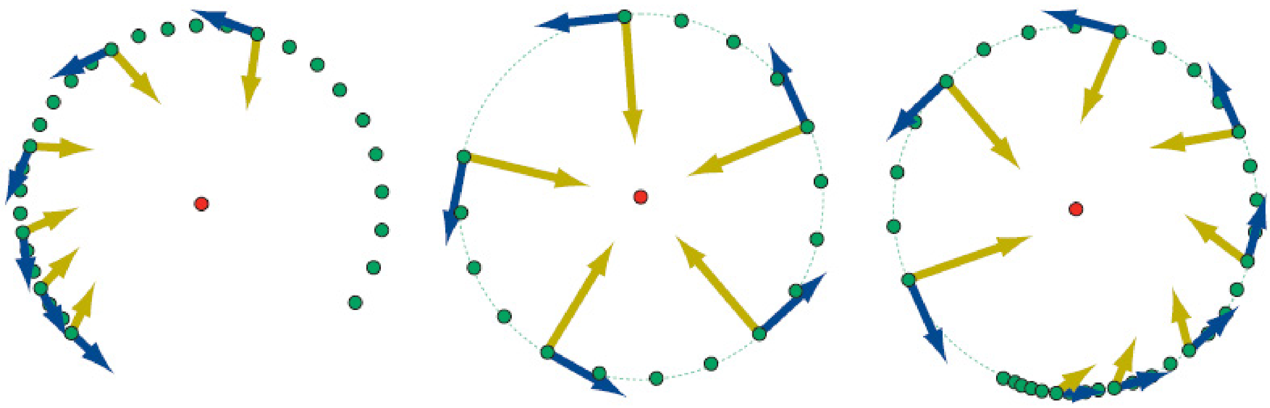
לא כל תנועה מעגלית היא קצובה. נדון עתה במקרה כללי, בו המהירות משתנה לא רק בכיוונה, אלא גם בגודלה.

א. התאוצה בתנועה מעגלית שאינה קצובה - תוצאות ניסויים

תיאור ניסוי:

מערכת ניסוי כוללת דסקית אופקית, הניתנת לסיבוב באמצעות מנוע חשמלי, ומד טווח המחובר למחשב. עוקבים באמצעות מד הטווח אחר תנועתה של נקודה מסוימת על הדסקית, כלומר מודדים את מקומה במרווחי זמן שווים.

תוצאות הניסוי: בתרשימים 22 מתועדות עקבותיה של הנקודה: באיור 22א - מיד לאחר שהמנוע החשמלי הופעל, והדסקית החלה להסתובב ולהגביר מהירותה. באיור 22ב - זמן מה לאחר הפעלת המנוע, כאשר מהירות הדסקית התייצבה. באיור 22ג - לאחר כיבוי המנוע החשמלי, כאשר מהירות הדסקית הלכה וקטנה, עד שהדסקית נעצרה.



א. מהירות הולכת וגדלה ב. מהירות קבועה בגודלה ג. מהירות הולכת וקטנה

בכל האיורים מופיעים כמה וקטורי המהירות והתאוצה של הנקודה, כפי שחושבו על-ידי המחשב.

מאיור 22ב אפשר ללמוד כי המרווחים בין העקבות קבועים, וכנדרש, גם האורכים של וקטורי המהירות והתאוצה קבועים. כלומר הנקודה נעה בתנועה קצובה. וקטורי התאוצה מכוונים בכל נקודה לעבר מרכז המעגל.

מאיור 22א אפשר ללמוד: המרווחים בין העקבות הולכים וגדלים, ואורכי וקטורי המהירות הולכים וגדלים. כלומר מהירות הנקודה הלכה וגדלה. לתאוצה יש רכיב בכיוון המהירות ורכיב בכיוון מרכז הדסקית.

מאיור 22ג רואים כי המרווחים בין העקבות הולכים וקטנים, ואורכי וקטורי המהירות הולכים וקטנים. כלומר מהירות הנקודה הלכה וקטנה. לתאוצה יש רכיב בכיוון מנוגד למהירות ורכיב בכיוון מרכז הדסקית.

ניתוח הממצאים ומסקנות: התוצאות המתוארות באיור 22ב מתאימות למה שלמדנו על תנועה מעגלית קצובה.

נפרש את התוצאות בתרשימים 22א ו-22ג: כאשר התנועה המעגלית אינה קצובה – התאוצה אינה מכוונת לעבר מרכז מסלול התנועה; יש לה רכיב בכיוון מרכז המעגל ורכיב בכיוון המשיק.

רכיב התאוצה בכיוון מרכז המעגל מייצג את קצב שינוי כיוון המהירות.

רכיב התאוצה בכיוון המשיק למעגל מייצג את קצב שינוי גודל המהירות.

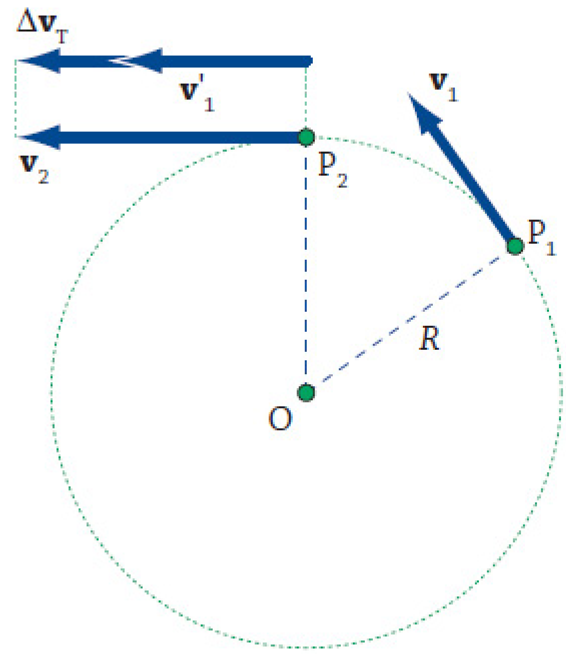
לכן, כאשר המהירות הולכת וגדלה – הרכיב המשיקי של התאוצה מכוון בכיוון המהירות, ואילו כאשר המהירות הולכת וקטנה הרכיב המשיק של התאוצה מנוגד לכיוון המהירות.

בסעיף הבא נערוך ניתוח מתמטי של תנועה מעגלית במהירות המשתנה בגודלה.

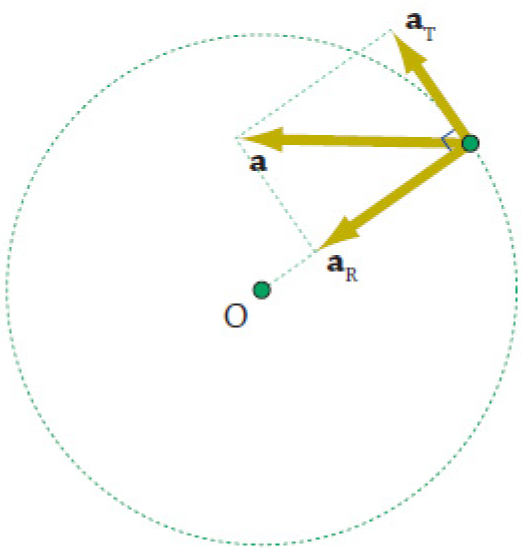
ב. התאוצה בתנועה מעגלית שאינה קצובה – גזירה מתמטית

לצורך ניתוח תנועה מעגלית שאינה קצובה נתייחס למקרה שגודל המהירות הולך וגדל.

איור 23א מתאר גוף שמסתו m החג במעגל שרדיוסו R, כך שבעוברו מנקודה P_1 לנקודה P_2 משתנה מהירותו מ-v_1 ל-v_2.



א. שינוי המהירות



ב. התאוצה

הגדרת התאוצה: $$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} \qquad (37)$$

מאיור א23 אנו רואים כי בדוגמה זו $|v_1| < |v_2|$. נבטא את הווקטור v_2 בסכום שני וקטורים:

$$v_2 = v'_1 + \Delta v_T \qquad (36)$$

כאשר: v'_1 הינו וקטור בכיוון v_2 השווה בגודלו ל-v_1 .

Δv_T הוא וקטור בכיוון v_2 וגודלו שווה להפרש הגדלים של v_2 ו- v_1.

נציב את (37) ב- (36) ונקבל: $$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{(v'_1 + \Delta v_T) - v_1}{\Delta t}$$

או: $$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{v'_1 - v_1}{\Delta t} + \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v_T}{\Delta t} \qquad (38)$$

נתבונן במחובר הראשון שבאגף ימין של משוואה (38): v'_1 הוא וקטור המהירות שהיה לגוף בנקודה B אילו הגוף היה נע בתנועה מעגלית קצובה. לכן המחובר הראשון במשוואה (38) מוכר לנו מפיתוח נוסחת התאוצה בתנועה מעגלית קצובה. זהו הרכיב הצנטריפטלי (רדיאלי) a_R של התאוצה a, וגודלו:

$$a_R = \frac{v^2}{R} \qquad (39)$$

כאשרv הוא גודל מהירות הגוף בנקודה בה מחשבים את התאוצה. הרכיב הרדיאלי, a_R, של התאוצה מבטא את קצב שינוי המהירות הנובע משינוי כיוון המהירות.

המחובר השני במשוואה (38) הוא הרכיב המשיקי (a_T) של התאוצה הכללית, a, מאחר והכיוון של Δv_T משיק למעגל.

$$a_T = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v_T}{\Delta t} \qquad (40)$$

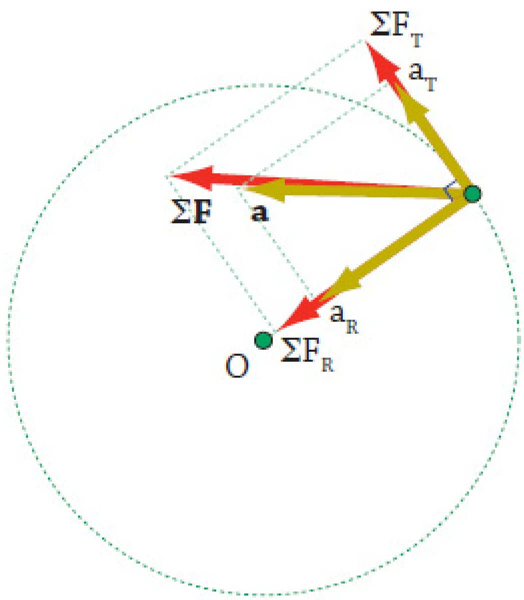
הרכיב המשיקי, a_T, של התאוצה מבטא את קצב שינוי המהירות הנובע משינוי גודל המהירות, מפני שגודלו של Δv_T הוא שינוי בגודל המהירות.

גודל התאוצה: $a = \sqrt{a_R^2 + a_T^2}$ (41)

הערה: אילו היינו מנתחים תנועה מעגלית שבה גודל המהירות הולך וקטן, היינו מקבלים את הרכיב a_T מנוגד לכיוון המהירות ("אחורה").

ג. הכוח בתנועה מעגלית שאיזה קצובה - גזירה מתמטית

באופן דומה לפירוק התאוצה לרכיב צנטריפטלי ולרכיב משיקי, נוח לפרק גם את הכוח השקול לרכיבים בכיוונים אלה (איור 24).



על פי החוק השני של ניוטון, התאוצה a מכוונת בכיוון הכוח השקול ΣF הפועל על הגוף. הביטוי לגודלו של הרכיב הצנטריפטלי של הכוח זהה לביטוי בתנועה מעגלית קצובה (נוסחה (29)). רכיב זה גורם לשינוי כיוון המהירות.

הרכיב המשיקי של הכוח מקיים (בתוקף החוק השני של ניוטון) את הקשר:

$$a_T\, m = \Sigma F_T \qquad (42)$$

הרכיב המשיקי של הכוח השקול משנה את גודל המהירות. אם הרכיב המשיק של הכוח פועל בכיוון מהירות הגוף, אזי הוא מגדיל את המהירות, ואם כיוונו מנוגד לכיוון המהירות אזי הוא מקטין אותה.

הכוח בתנועה מעגלית שאינה קצובה:

רכיב הכוח המשיק למעגל גורם לשינוי גודל המהירות, והרכיב הניצב למעגל גורם לשינויי כיוון המהירות.

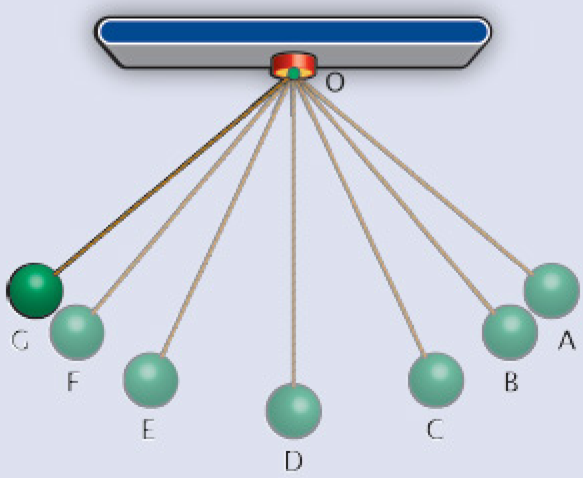
בתנועה מעגלית קצובה הכוח מאונך לכיוון המהירות, הוא אינו משנה את גודלה.

דוגמה 8: כיוון הכוח השקול הפועל על מטוטלת פשוטה

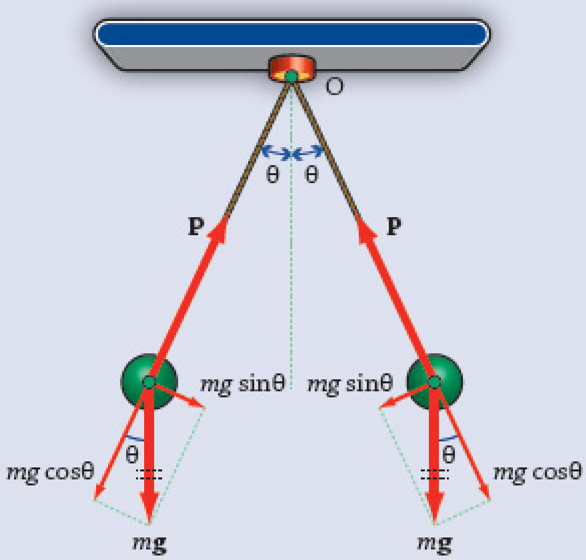
משחררים מטוטלת מנקודה A איור 25א מציג עקבות של המטוטלת במרווחי זמן שווים, בתנועתה מ־A ל־G. סרטטו את הכוחות השקולים הפועלים על המשקולת בנקודות A, C, ‏D, ‏E ו־G. התייחסו לכיווני הכוחות ולא לגודלים שלהם.

פתרון:

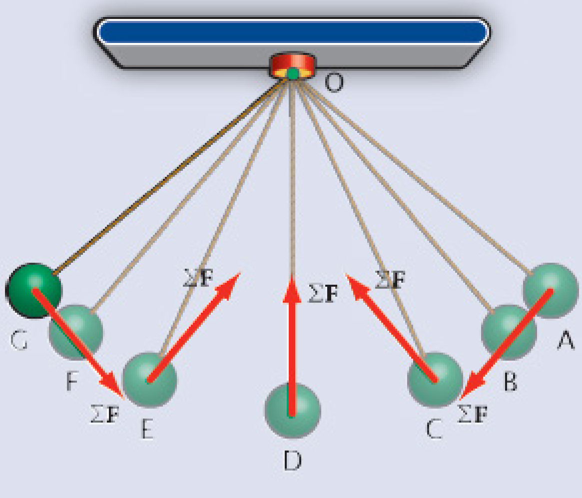
בנקודה כלשהי במהלך תנועתה, פועלים על המשקולת כוח מתיחות P לאורך החוט, וכוח כובד mg כלפי מטה (איור 25ב).



א. עקבותיה של מטוטלת במרווחי זמן שווים



ב. הכוחות הפועלים על המטוטלת



ג. כיוון הכוח השקול הפועל על המטוטלת בנקודות אחדות

נפרק את כוח הכובד: לרכיב רדיאלי ולרכיב משיקי. לרכיב הרדיאלי גודל $mg\cos\theta$, (כאשר θ היא הזווית בין החוט באותה נקודה לבין הכיוון האנכי) וכיוון מנוגד לכיוון כוח המתיחות. גודל הרכיב המשיקי הוא $mg\sin\theta$. כאשר המשקולת מימין לנקודה D – פונה רכיב זה בכיוון המהירות (איור 25ב), והוא מגביר אותה. כאשר היא משמאל ל-D – הרכיב מכוון בניגוד לכיוון המהירות והוא מקטין אותה.

בנקודה C מהירות הגוף משתנה בכיוונה, והיא הולכת וגדלה. לכן לתאוצת המשקולת רכיב רדיאלי המבטא את קצב שינוי כיוון המהירות, ורכיב משיקי בכיוון המהירות, המבטא את קצב שינוי גודל המהירות. הרכיב הרדיאלי של התאוצה נגרם כתוצאה מפעולת כוח שגודלו $P - mg\cos\theta$ שכיוונו לעבר O. הרכיב המשיקי של התאוצה נגרם על ידי הרכיב $mg\sin\theta$. הכוח השקול פועל באיזשהו כיוון הנמצא בין הכיוון הרדיאלי לבין הכיוון המשיקי (איור 25ד).

בנקודה D כוחות המתיחות והכובד פועלים לאורך ישר אחד. לכוח הכובד אין רכיב משיקי. אם נבחר נקודה הנמצאת קצת לפני D ונקודה הנמצאת באותה מידה אחריה, ניווכח כי וקטור שינוי המהירות $\Delta\vec{v}$ מצביע לעבר O, לכן לגוף תאוצה רדיאלית. הכוח השקול שגודלו $P - mg$ פועל בדיוק לעבר נקודת הקשירה של החוט (איור 25ד).

בנקודה E המהירות משתנה בכיוונה, והיא הולכת וקטנה. לכן הכוח השקול פועל בכיוון המוצג באיור 25ג.

בנקודה G הרכיב הרדיאלי של התאוצה שווה לאפס כי המהירות שווה לאפס (מדוע?). כלומר P ו-$mg\cos\theta$ מתקזזים. הכוח השקול הוא $mg\sin\theta$.

ד. מהירות זוויתית רגעית

בתנועה מעגלית קצובה, הקו המחבר את הדוף עם מרכז המעגל עובר על פני זוויות שוות בפרקי זמן שווים. תכונה זו איפשרה להגדיר את המהירות הזוויתית של הגוף באמצעות ביטוי (32).

בתנועה מעגלית שאינה קצובה, נצטרך להזהר בהגדרת "המהירות הזוויתית של הגוף", משום שזו אינה קבועה. לכן, בדומה להגדרת מהירות קווית רגעית, נגדיר את המושג הבא:

מהירות זוויתית רגעית היא קצב שינוי הזווית של הקו המחבר את הגוף עם מרכז המעגל.

בניסוח מתמטי:
$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \qquad (43)$$

תנועה מעגלית עם מהירות משתנה בגודלה, אינה בהכרח מחזורית, לכן המושגים "זמן מחזור" ו"תדירות" אינם תמיד מוגדרים לתנועה כזו.

האם הקשר $v = \omega R$ עדיין נכון עבור תנועה מעגלית שאינה קצובה?

נניח שגוף נע במסלול מעגלי שרדיוסו R. נסתכל על תנועתו בפרק זמן Δt לאורך קשת שאורכה Δs. הקו המחבר את הגוף עם מרכז המעגל עובר בפרק זמן זה על פני זווית $\Delta\theta$.

כאשר $\Delta\theta$ נמדדת ברדיאנים, אפשר לבטא את אורך הקשת באמצעות: $\Delta s = \Delta\theta \cdot R$

נחלק את שני אגפי המשוואה ב-Δt: $\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}R$ לכן: $\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t}R$

ובגבול: $v = \omega R$

המסקנה היא שקשר (33) מתקיים בכל רגע ורגע בתנועה מעגלית שאינה קצובה.

שאלות, תרגילים ובעיות

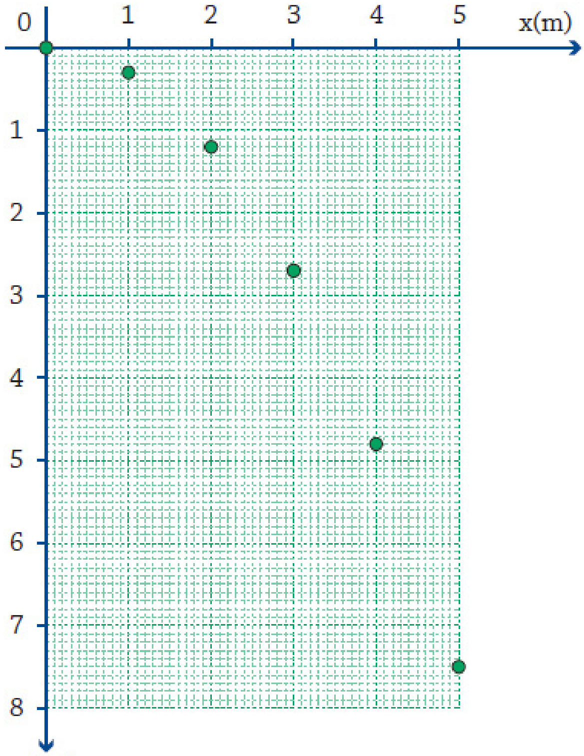
תרגילים מותאמים לסעיפי הפרק

תרגילים 1- 36 ממויינים על-פי סעיפי הפרק והם נועדו בעיקר לתרגול החומר המופיע באותם סעי־פים. תרגילי סיכום אינטגרטיביים מופיעים אחרי תרגילים אלה.

הזנח בכל השאלות את התנגדות האוויר, אלא אם כן נאמר אחרת.

סעיף 1.1: זריקה אופקית

1. גוף נזרק קרוב לפני כוכב לכת דמיוני בכיוון אופקי - כיוון הציר x. האיור מתאר את עקבותיו של הגוף בזמנים: t = 0,0.5s, 1s, 1.5s, 2s, 2.5s. מישור התנועה הינו אנכי ומתואר על-ידי הציר x והציר y.



1. באיזו מהירות התחלתית נזרק הגוף?

2. מהו גודל תאוצת הנפילה החופשית על פני כוכב הלכת?

3.

2. שני כדורים נזרקים באותו כיוון אופקי מאותו מקום על ראש מגדל שגובהו 80 מ', גודל מהירותו של האחד הוא 10 מ'\ש' ושל האחר - 20 מ'\ש',

1. בעבור כמה זמן מגיע כל אחד משני הכדורים לקרקע?

2. סרטטו במערכת צירים אחת את מסלולי התנועה של שני הכדורים.

3. מהו המרחק בין מקומות הפגיעה של הכדו־רים בקרקע?

3. מטוס הטס אופקית בגובה 500 מ' מעל הק־רקע מטיל פצצה ברגע שגודל מהירותו 450 ק"מ\שעה.

1. איזה מרחק אופקי עוברת הפצצה עד פגיע־תה בקרקע?

2. מהי מהירותה (גודל וכיוון) ברגע הפגיעה?

4. כדור נזרק בכיוון אופקי במהירות שגודלה 8 מ'\ש'.

1. מצאו את המהירות v_1 בעבור שנייה אחת, ואת המהירות v_2 בעבור שתי שניות.

2. מצאו את $v_2 - v_1$. ענו מתוך שיקול דעת, ואחר-כך בדקו תשובתכם על ידי חישוב.

5. גוף מונח על שולחן שגובהו 1.25 מ', הגוף נהדף אופקית, ובתום ההדיפה גודל מהירותו 6 מ'\ש'. מתום ההדיפה הגוף מחליק לאורך השול־חן מרחק של 4 מ' עד שהוא מגיע לשפת השולחן. משפת השולחן הוא ממשיך תנועתו באוויר, עד שהוא פוגע ברצפה במרחק אופקי של 2 מ' משפת השולחן.

חשבו את מקדם החיכוך בין הגוף לבין השולחן.

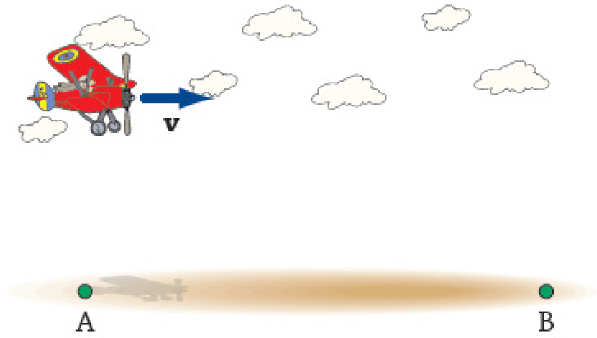
6. אדם רוצה לפגוע בתפוח באמצעות חץ. התפוח נמצא בגובה הקשת ממנה נורה החץ. באמצ־עות מתקן מיוחד משוחרר התפוח ברגע בו נורה החץ (ולאחר מכן נופל חופשית). לאיזה כיוון על היורה לכוון את החץ כדי לפגוע בתפוח? נמקו.

7. צרור מפתחות נשמט מידו של נוסע העומד בקרון רכבת. הרכבת נוסעת במהירות קבועה. תארו את תנועת צרור המפתחות:

1. מנקודת ראותו של אדם הנמצא בקרון.

2. מנקודת ראותו של אדם הנמצא על הקרקע.

8. מטוס טס ימינה במהירות אופקית קבועה. בהיותו מעל נקודה A שוחררה פצצה מן המטוס. הפצצה פגעה בקרקע כאשר המטוס היה מעל נקודה B.



היכן פגעה הפצצה בקרקע? (בחר באפשרות הנכונה):

(1) בנקודה הנמצאת משמאל לנקודה A

(2) בנקודה A.

(3) בנקודה הנמצאת בין הנקודות A ו- B.

(4) בנקודה B.

(5) בנקודה הנמצאת מימין לנקודה B.

9. ענו על שאלה 8 אם התנגדות האוויר אינה זניחה.

10. מטוס טס אופקית במהירות קבועה, ומשחרר שתי פצצות בהפרש זמן מסוים. צופה מביט מן הצד על שתי הפצצות (לפני פריעתן בקרקע, בעודן באוויר). האם שתי הפצצות נראות לצופה האחת מתחת לשנייה? הסבירו.

11. מפציץ טס אופקית בגובה 1,280 מ' במהירות שגודלה 360 ק"מ\שעה בעקבותיו של משאית שגודל מהירותה 90 ק"מ\שעה.

1. באיזה מרחק אופקי מאחורי המשאית על הטייס לשחרר פצצה על מנת שתפגע במשאית?

2. כמה זמן מרגע שחרור הפצצה עומד לרשותו של נהג המשאית כדי לשנות את כיוון תנועתו?

סעיף 1.2: זריקה משופעת

12. כדור-רגל נבעט במהירות 20 מ\ש' בזווית 30° ביחס לאופק.

1. מהם רכיביה הקרטזיים של המהירות ההתחלתית?

2. מהו הגובה המרבי אליו מגיע הכדור?

3. באיזה מרחק ממקום הבעיטה יחזור הכדור לקרקע?

4.

13. שחקן חובט בכדור הנמצא על צוק בזווית 40° מעל לכיוון האופקי, במהירות התחלתית של 35 מ\ש'.

1. בעבור כמה זמן יגיע הכדור לגובה המרבי?

2. מהו הגובה המרבי מעל נקודת המוצא?

3. בעבור כמה זמן מגיע הכדור לרמתו ההתחלתית?

4. איזה מרחק אופקי עובר הכדור במשך זמן זה?

5. מצאו את מקום הכדור ומהירותו בעבור 3,2 ו-6 ש'.

14. שחקן חובט בכדור בזווית של 30° מעל לאופק באמצעות אלה. שחקן שני תופס את הכדור ברוחק 100 מ' ממקום החבטה, ובאותו רובה בו הכדור נחבט.

1. מה היה גודל מהירותו ההתחלתית של הכדור?

2. מה היה גודל מהירות הכדור ברגע תפיסתו?

15. מפציץ הצולל בזווית 30° ביחס לאופק משחרר פצצה ברובה 1,000 מ' הפוגעת בקרקע 5 ש' לאחר שחרורה.

1. מהי מהירות המטוס?

2. איזה מרחק אופקי עוברת הפצצה?

3. מהי מהירות הפצצה (גודל וכיוון) ברגע פגיעתה בקרקע?

16. באיזו זווית יש לזרוק אבן במהירות התחלתית שגודלה 15 מ\ש', על מנת שטווח הזריקה יהיה 20 מ'?

17. כדור נזרק כלפי מעלה מקרון רכבת הנוסעת במהירות קבועה. תאר את תנועת הכדור –

1. מנקודת ראותו של צופה הנמצא בקרון.

2. מנקודת ראותו של צופה הנמצא על הקרקע.

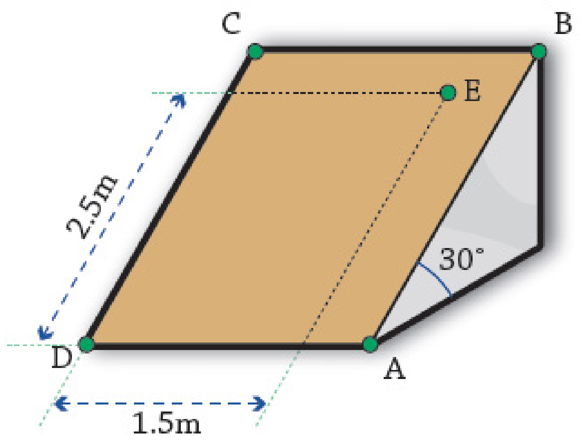
סעיף 1.3: תנועה בהשפעת כוח קבוע

18. מגג בניין שגובהו 5 מ' מעל הקרקע, נזרק בכיוון אופקי כדור שמסתו 0.1 ק"ג, במהירות שגודלה $v_o = 5\ m/s$. בנוסף לכוח הכובד, פועל על הכדור גם כוח אופקי קבוע שגודלו 0.4 ניוטון בכיוון v_o.

1. באיזה מרחק מרגלי הבניין פוגע הכדור בקרקע?

2. מה הייתה צורת מסלול התנועה (ישר, פרבולה, היפרבולה, מסלול אחר) אילו הכדור היה משוחרר באותם תנאים (כאשר פועל הכוח האופקי ממנוחה)?

.19 לוח מלבני חסר חיכוך ABCD יוצר זווית בת 30° עם המישור האופקי. הנקודה E נמצאת במרחק 2.5 m מהצלע DA ובמרחק 1.5 m מהצלע CD של הלוח.



.1 מן הנקודה E משוחרר ממנוחה כדור קטן. כעבור כמה זמן מגיע הכדור לצלע DA?

.2 במקרה אחר נזרק הכדור מן הנקודה E במהירות v_o שמאלה, בכיוון מקביל ל BC .

(1) ציינו את כל הכוחות הפועלים על הכדור בעת תנועתו על הלוח.

(2) מהי צורת מסלול הכדור על הלוח? הסבירו.

(3) מה צריך להיות גודל המהירות v_o כדי שהכדור יגיע לנקודה D?

(4) מה יהיה אז גודל מהירות הכדור בנקודה D?

סעיף 2.1: תנועה מעגלית קצובה

.20 גוף שמסתו 0.5 ק"ג נע בתנועה קצובה במסלול מעגלי שרדיוסו 2 מ', במהירות שגודלה 4 מ'\ש'.

.1 הסבירו את משמעות המשפט "גוף נע בתנועה מעגלית קצובה".

.2 מהם כיווני מהירותו, תאוצתו, והכוח השקול הפועל עליו?

.3 חשבו את:

(1) גודלי תאוצתו והכוח השקול הפועל עליו.

(2) זמן המחזור ותדירות הסיבוב של הגוף.

(3) מהירותו הזוויתית של הגוף.

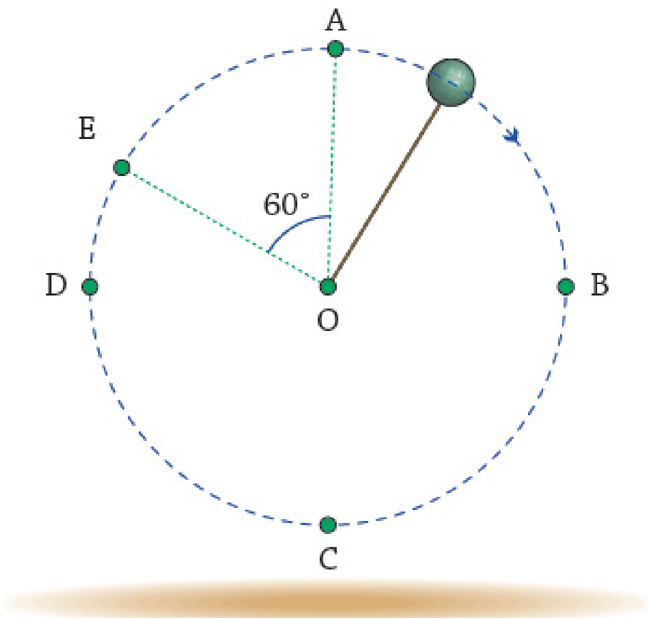
.21 הירח נע בקירוב בתנועה מעגלית קצובה. הוא משלים מעגל סביב הארץ במשך 27.3 יממות. מרחק הירח מהארץ הוא 3.84×10^8 מטר.

.1 חשבו את תאוצת הירח בתנועתו סביב הארץ.

.2 פי כמה גדולה תאוצת הנפילה החופשית על פני הארץ מתאוצת הירח?

.3 הירח מפנה כל הזמן את אותו "צד" שלו אל הארץ. האם הירח מסתובב סביב צירו? אם לא – נמקו. אם כן – ציינו מהו זמן מחזור סבוב הירח סביב צירו, הסבירו את תשובתכם.

.22 נער מסובב כדור במסלול מעגלי במישור אנכי באמצעות חוט שאורכו 0.6 מ' ומסתו זניחה. גובה מרכז המעגל O מעל הקרקע הוא 1.2 מ', A היא הנקודה הגבוהה ביותר במסלול המעגלי, ומהירות הכדור בנקודה זו 2.5 מ'\ש'. C היא הנקודה הנמוכה ביותר, והנקודות B ו D נמצאות בקצות הקוטר האופקי (ראו איור). מהירות הכדור בנקודה E היא 3.5 מ'\ש'.



.1 מה יהיו סוגי התנועה (זריקה אנכית, זריקה אופקית, זריקה משופעת) אם הנער ישחרר את החוט בנקודות A, B, C, D ו-E? סרטטו תרשימים איכותיים של מסלולי התנועה בכל אחד מחמשת המקרים.

.2 מהו המרחק האופקי בין הנקודה בה פוגע הכדור בקרקע לבין מרכז המעגל:

(1) כאשר הכדור משוחרר מהנקודה A?

(2) כאשר הכדור משוחרר מהנקודה E?

.23 בכל אחת מהתנועות המעגליות שלפניך, קבעו איזה סוג של כוח גורם לתנועה המעגלית:

.1 לווין המקיף את כדור הארץ;

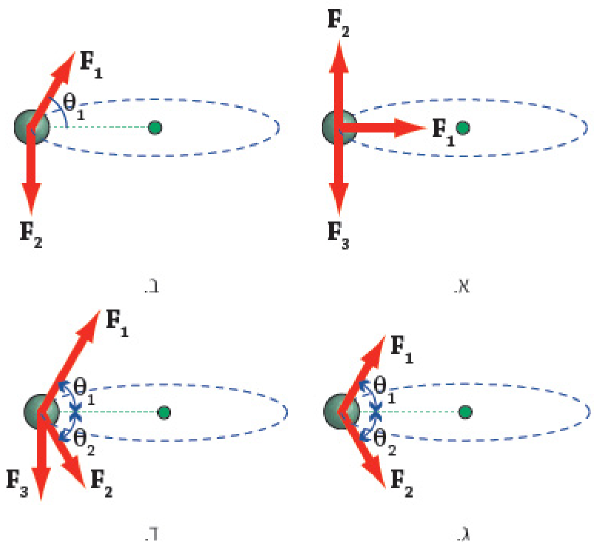
.2 אלקטרון הנע סביב פרוטון באטום המימן;

.3 בבסים המסתובבים בקצב קבוע עם התוף במכונת כביסה.

24. מטבע (A) שמסתו 0.005 ק"ג נמצא על תקליטור אופקי במרחק 0.1 מ' מן המרכז, ומסתובב יחד עם התקליטור בקצב של 1 סיבוב לשנייה.

1. ציינו את כל הכוחות הפועלים על המטבע בעת תנועתו (מהו הכוח, מהו כיוונו, מי מפעיל אותו).
2. איזה כוח גורם לתאוצת המטבע? הסבירו.
3. חשבו את גודלו של כל אחד מן הכוחות הפועלים על המטבע.
4. חשבו את ערכו המינימלי של מקדם החיכוך הסטטי, המאפשר את התנועה המעגלית של המטבע.
5. מניחים שני מטבעות נוספים על התקליטור, המסתובבים יחד אתו, כאשר לראשון רדיוס סיבוב כפול מאשר לשני. תאוצתו של מי גדולה יותר? פי כמה?

25. בכל אחד מתרשימים א - ד מתואר כדור שמסתו m, הנע במעגל שרדיוסו R במהירות שגודלה v. בכל איור מסורטטים כל הכוחות הפועלים על הכדור. כוחות אלה פועלים במישור ניצב למעגל, והעובר דרך מרכז המעגל.

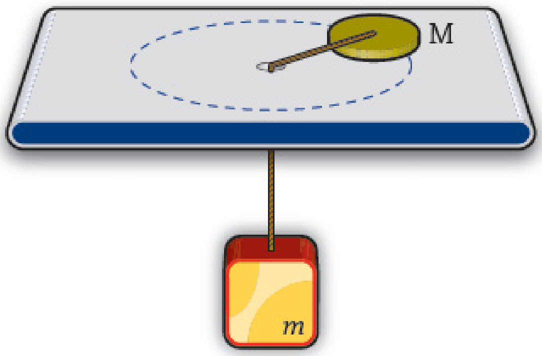


לגבי כל אחד מהכדורים:

(1) קבעו את כיוון תאוצת הכדור.

(2) כתבו משוואות תנועה (שתי משוואות אלגבריות המתקבלות מהחוק השני של ניוטון).

26. על שולחן נטול חיכוך מונחת דסקית שמסתה M = 0.3 kg, והיא קשורה באמצעות חוט העובר דרך חור שבמשטח השולחן אל משקולת שמסתה m = 0.2 kg. הדסקית חגה במסלול מעגלי ברוחק = 20 cm מן החור.

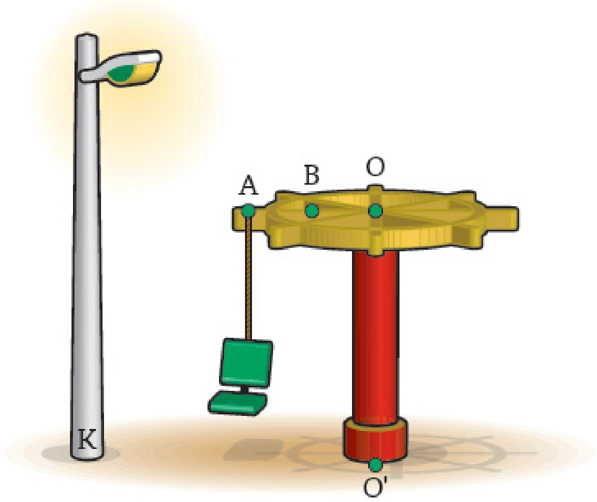


1. חשבו את מהירות הדסקית ואת מהירותה הזוויתית.
2. הראו כי אם רדיוס המסלול המעגלי גדול יותר אזי:

(1) מהירות הדסקית גדולה יותר.

(2) מהירותה הזוויתית של הדסקית קטנה יותר.

27. באיור מתוארת קרוסלה שאפשר לסובב אותה על ציר אנכי 'OO. אורך רדיוס הקרוסלה OA הוא 3 מ'. על החישוק תלויים כסאות באמצעות חבלים (באיור מתואר רק אחד הכסאות). המרחק מנקודת התלייה של כל חבל לקצה התחתון של הכסא הוא 2 מטר. הנח לשם פשטות, כי ממדי הכסא קטנים לעומת המרחקים הנתונים בבעיה, וכי מסות הכסא והחבל מרוכזות בתחתית הכסא. B היא אמצע המוט OA. במרחק 4 מ' מהציר 'OO ניצב עמוד תאורה K.



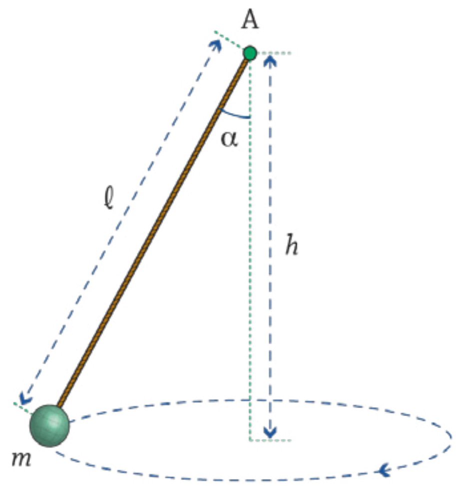
1. במצב שבו הקרוסלה מסתובבת:

(1) לאיזו משתי הנקודות A ו־ B מהירות זוויתית גדולה יותר? הסבירו.

(2) לאיזו משתי הנקודות A ו־ B מהירות (קווית) גדולה יותר? פי כמה? הסבירו.

2. מהו תחום התדירויות בהן אפשר לסובב את הקרוסלה מבלי שהכסא יפגע בעמוד התאורה K?

28. גוף קטן שמסתו m קשור לקצה תובו שאורכו ℓ קצהו האחר של החוט קשור לנקודה קבועה A. הגוף נע במסלול מעגלי אופקי בתדירות f כאשר הזווית בין החוט לבין הכיוון האנכי היא α.



1. ציינו את כל הכוחות הפועלים על הגוף בעת תנועתו (מהו הכוח, מה כיוונו, מי מפעיל אותו).

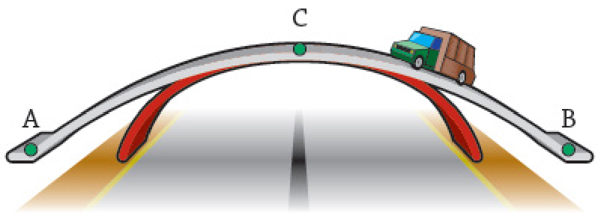
2. על-פי משוואות התנועה פתחו ביטוי עבור $\cos\alpha$ כפונקציה של אורך החוט ℓ ושל התדירות f.

3. מגדילים את אורך החוט פי 2, והגוף מס־תובב באותה תדירות f האם המרחק h בין נקודת התלייה לבין מרכז מעגל התנועה גדל, קטן או שאינו משתנה? הסבירו.

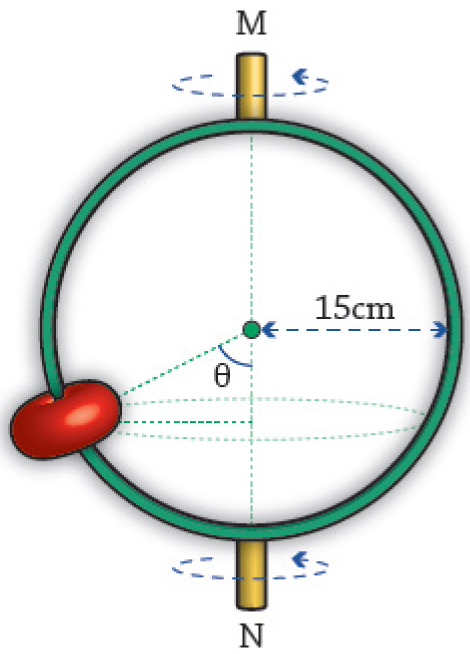
4. האם ייתכן שהגוף ינוע במסלול מעגלי אופקי, כאשר החוט אופקי? נמקו.

29. גשר קמור, שצורתו קשת מעגל, עובר מעל כביש. המרחק על הקרקע, בין קצות הגשר A ו־B הוא 80 m. הנקודה הגבוהה ביותר של הגשר, C, נמצאת בגובה 7 מ' מעל הכביש.

מהו הכוח בו מעיקה משאית שמסתה 5 טון על הגשר בנקודה C, אם היא עוברת בנקודה זו במהירות שגודלה 90 ק"מ\שעה?



30. חישוק מעגלי שעשוי מתיל שרדיוסו ℓ, מסתובב במהירות זוויתית ω סביב ציר MN אנכי העובר דרך מרכז החישוק. חרוז אשר יכול להחליק ללא חיכוך לאורך החישוק, מסתובב עם החישוק.



1. חשבו את הזווית θ בה החרוז יימצא בגובה קבוע, אם ℓ = 15 cm ו־ ω = 10 rad/s.

2. האם תיתכן תדירות סיבוב בה החרוז יעלה לגובה מרכז החישוק?

3. הראו כי בדי שהחרוז לא ירד לתחתית החי־שוק צריכה המהירות הזוויתית לקיים $\omega > \sqrt{\frac{g}{\ell}}$

31. מכונית נוסעת על כביש שצורתו קשת מעגלית שרדיוסה 60 מטר. מצאו את תחום גודלי המהירויות שמכונית יכולה לנסוע בכביש זה בלי להחליק אם:

1. הכביש אופקי, ומקדם החיכוך הסטטי בין צמיגי המכונית והכביש הוא 0.8?

2. הכביש חלק, אך נטוי בזווית 8°?

3. הכביש נטוי בזווית 8° ומקדם החיכוך הס־טטי בין צמיגי המכונית והכביש הוא 0.8?

32. מה צריכה להיות זווית ההטיה של כנפי מטוס אשר תנועתו קצובה, והוא משלים סיבוב מעגלי אופקי שרדיוסו 2 ק"מ במשך 2 דקות?

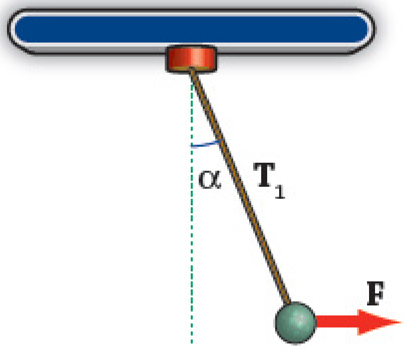
33. כאשר מכונית שמסתה m נוסעת במעלה כביש ישר משופע שזווית שיפועו (ביחס למישור האופקי) היא ▯, מתקיים הקשר $N = mg \cdot \cos$▯.

מדוע קשר זה אינו נכון לגבי אותה מכונית הנוסעת על כביש מעגלי ששפתו החיצונית גבוהה משפתו הפנימית, כך שהכביש נטוי לרוחבו בזווית ?

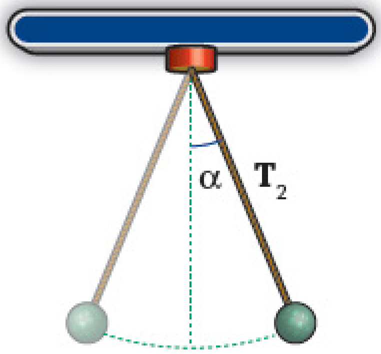
סעיף 2.2: תנועה מעגלית שאינה קצובה

34. בכל אחד משלושת האיורים מתואר אותו כדור הקשור אל חוט קל. באיור א הכדור מוחזק במנוחה באמצעות כוח אופקי F, ומתיחות החוט היא T_1. באיור ב הכדור נמצא רגעית בקצה הקשת המעגלית שלאורכה הוא מתנודד, ומתיחות החוט היא T_2. באיור ג הכדור נע במעגל אופקי, ומתיחות החוט היא T_3. בכל המקרים החוט יוצר אותה זווית ▯ עם הכיוון האנכי.

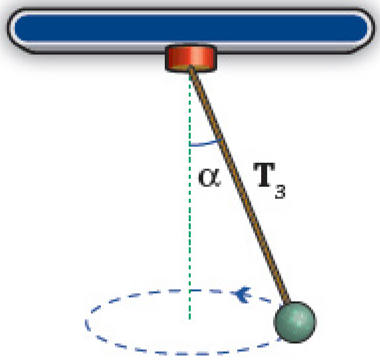
1. לגבי כל אחד מן האיורים קבעו מהו הכיוון (או מהם הכיוונים) שבו סכום רכיבי הכוחות שווה לאפס.



איור א



איור ב



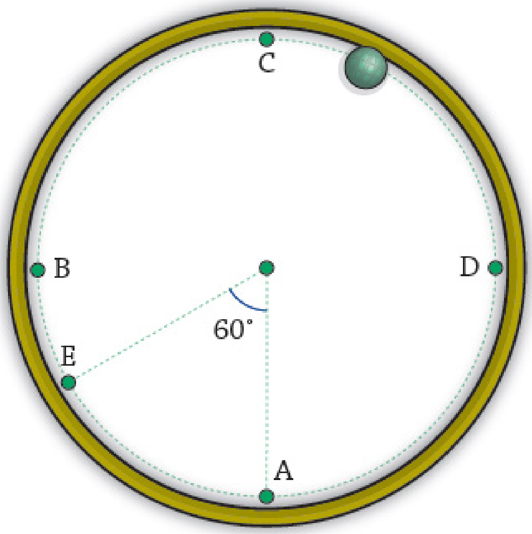
איור ג

2. בטאו באמצעות נתוני השאלה את:

(1) יחס המתיחויות T_2/T_1.

(2) יחס המתיחויות T_1/T_3.

35. כדור מסתובב בתוך חישוק במסלול מע־גלי אנכי. A ו- C הן קצות הקוטר האנכי, B ו- D הן קצות הקוטר האופקי.



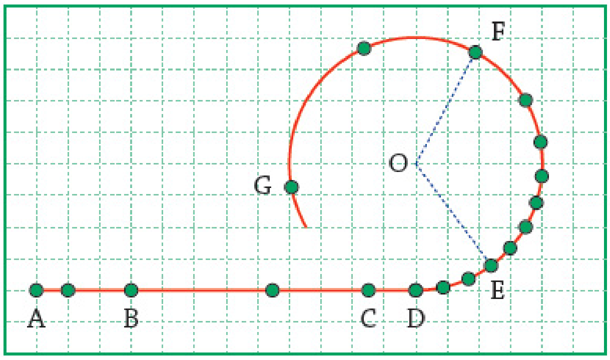
1. מדוע מהירות הכדור קטנה עם תנועת הכדור מ- A ל- C וגדלה עם תנועת הכדור מ- C ל- A?

2. היכן מתאפסת התאוצה המשיקית והיכן היא מרבית? מהו ערכה המרבי של התאוצה המשיקית?

3. היכן התאוצה הרדיאלית מזערית והיכן היא מרבית? נמקו.

4. רדיוס מסלול התנועה הוא 0.5 m, מסת הגוף 0.3 kg, וגדלי מהירויות הכדור בנקודות A,B,C ו-E הן 6 מ'\ש', 5.1 מ'\ש', 4 מ'\ש' ו- 5.57 מ'\ש' בהתאמה. מצא את גודל הכוח הנורמלי בכל אחת מנקודות אלה.

36. לפניך תרשים עקבות של גוף הנע מנקודה A לנקודה G. קטע המסלול ABCD הוא ישר, וקטע המסלול DEFG הוא קשת של מעגל שמרכזו O.



1. העתיקו את האיור, וסרטטו בו את וקטורי המהירות, התאוצה והכוח השקול בכל אחת מהנקודות B, C ,E ו-F (התייחסו לכיווני הווקטורים ולא לגודליהם). הסבירו כיצד קבעתם את כיוונו של כל וקטור.

ב. (1) האם גודל המהירות בנקודה B שווה לגודל המהירות בנקודה C, גדול ממנו או קטן ממנו? נמקו.

(2) האם גודל התאוצה בנקודה B שווה לגודל התאוצה בנקודה C, גדול ממנו או קטן ממנו? נמקו.

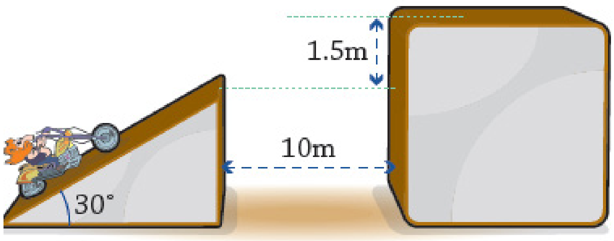
תרגילי סיכום

תרגילים 37 – 45 מיועדים לתרגול אינטגרטיבי, ובהכנה לבחינה מסכמת של הפרק.

37. שני גופים נזרקים אופקית באותו רגע מאותו גובה. גוף אחד נזרק ימינה במהירות התחלתית שגודלה 10 מ'\ש', והאחר שמאלה במהירות התחלתית שגודלה 20 מ'\ש'. תארו את תנועתו של הגוף שנזרק ימינה ביחס לגוף שנזרק שמאלה.

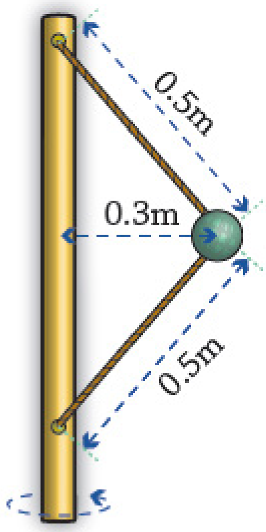
38. מצאו את זמן המחזור של לוויין המקיף את כדור הארץ בגובה נמוך מאוד (כלומר רדיוס המסלול המעגלי שווה לרדיוס כדור הארץ, שהוא בקירוב 6,370 ק"מ).

39. מהי המהירות המינימלית בראש המדרון הדרושה לרוכב האופנוע כדי שיצליח בקפיצתו? (הזניחו את ממדי האופנוע.)



40. תנועת כדור הארץ במסלול מעגלי סביב השמש נגרמת בהשפעת כוח הכבידה שמפעילה השמש על הארץ. כוח זה מכוון לעבר השמש. מדוע כדור הארץ אינו נע בהשפעת כוח זה לעבר השמש ומתנגש בה?

41. גוף שמסתו 0.4 ק"ג קשור בשני חוטים אל מוט אנכי. מסובבים את המערכת בתדירות של שני סיבובים בשנייה, כך שהמוט מהווה ציר סיבוב, ושני החוטים מתוחים.



1. מצאו את מתיחותו של כל אחד משני החוטים.

2. מסובבים את המערכת כך שהמתיחות בחוט התחתון שווה לאפס, אך המרחק בין הגוף לבין החוט נשאר 0.3 מ'.

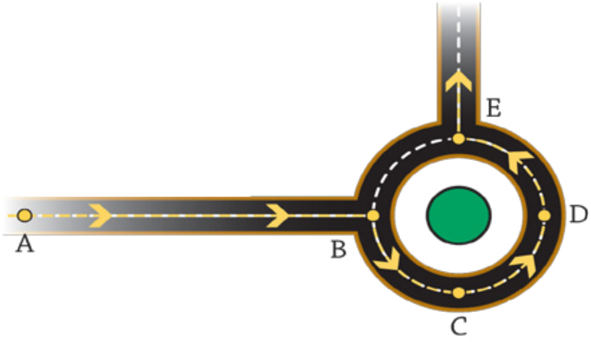
(1) האם תדירות הסיבוב קטנה משני סיבובים לשנייה, גדולה ממנה או שווה לה? נמקו מתוך שיקול דעת.

(2) חשבו את תדירות הסיבוב.

3. מה יהיה המרחק בין הגוף לבין המוט אם תדירות הסיבוב תהיה 0.75 סיבובים בשנייה?

4. ענו על סעיף ג אם התדירות שווה לחצי סיבוב בשנייה.

.42 מכונית מתחילה לנסוע ברגע $t = 0$ על כביש ישר, וברגע $t = 24$ s היא נכנסת בנקודה B לכביש מעגלי המקיף כיכר (איור א).



איור א

ברגעים 28 ש', 33 ש' ו 39 ש' חולפת המכונית בנקודות C, D ו– E בהתאמה. באיור ב מוצג גרף של גודל מהירות המכונית בפונקציה של הזמן.

.1 לגבי תנועת המכונית על הקטע הישר של הכביש:

(1) מתי תאוצת המכונית היא חיובית, מתי היא שלילית, ומתי היא שווה לאפס? נמקו.

(2) מתי בערך, תאוצת המכונית מרבית?

(3) האם הדרך שעוברת המכונית מרגע $t = 5$ s עד רגע $t = 11$ s, גדולה מהדרך מרגע $t = 16$ s עד רגע $t = 20$ s, קטנה ממנה או שווה לה? נמקו.

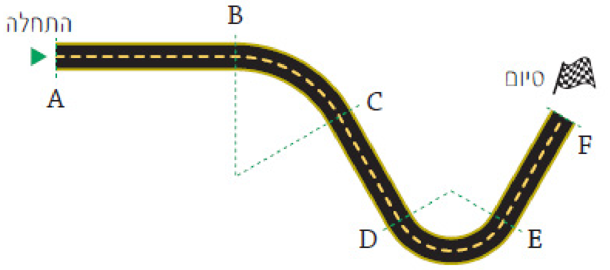
.2 לגבי כל אחד מהקטעים BC, CD ו– DE: האם יש למכונית תאוצה? אם לא – הסבירו מדוע. אם כן –

(1) האם יש לתאוצה רכיב רדיאלי? הסבירו.

(2) האם יש לתאוצה רכיב משיקי? אם לא – נמקו. אם כן – האם רכיב זה בכיוון המהירות או מנוגד לה? נמקו.

.3 חשבו את היקף הכיכר.

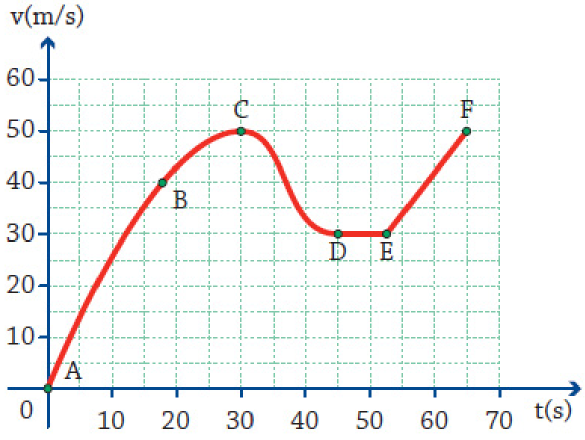
.43 באיור א מתואר מסלול מרוצים של מכוניות, המורכב משלושה קטעים ישרים: EF ו-CD ,AB, ומשני קטעים מעגליים: BC ו– DE.



איור א

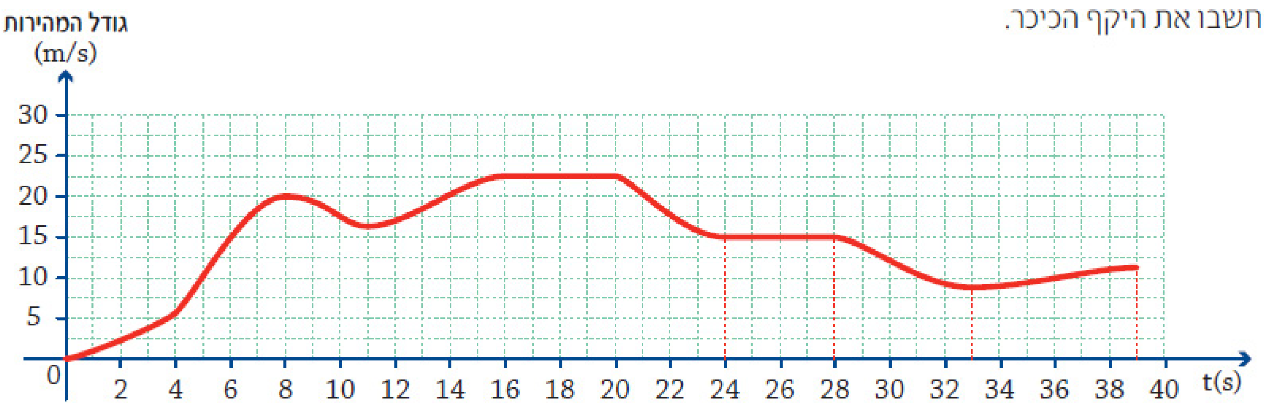
באיור ב מוצג גרף המתאר את גודל המהירות של המכונית המנצחת במרוץ, כפונקציה של הזמן.

.1 (1) באילו קטעים תאוצת המכונית היא משיקית בלבד, ובאילו קטעים היא רדיאלית בלבד? נמקו.



איור ב

. חשבו את היקף הכיכר.



איור ב (לתרגיל 42)

(2) באילו קטעים לתאוצת המכונית יש גם רכיב רדיאלי וגם רכיב משיקי? נמקו.

2. העתיקו למחברתכם את תרשים המסלול, והוסיפו לו סרטוטים של וקטורי המהירות ושל וקטורי התאוצה באמצע של כל אחד מקטעי התנועה, כך שיורגשו ההבדלים (אם אכן יש הבדלים) בין גודלי וקטורים מאותו סוג ובין כיווני הווקטורים.

3. מהו אורך קטע המסלול EF?

4. חשבון את שיפוע הגרף שבאיור ב ברגע t = 25 s. מהי המשמעות הפיזיקלית של שיפוע זה?

44. לרשותו של תלמיד עמדו משקולת ובן שולחן עגול שאותו אפשר לסובב בתדירויות שונות סביב ציר אנכי העובר במרכז השולחן.

התלמיד ערך סדרת ניסויים שבהם הוא הניח, בכל פעם,את המשקולת במרחקים שונים,r, מציר הסיבוב, הגדיל בהדרגה את תדירות הסיבוב של השולחן, ומדד בכל פעם את תדירות הסיבוב המרבית, f_{max}, שבה המשקולת נשארה במנוחה יחסית לשולחן (כלומר במצב של "סף התנועה"; בתדירויות הגדולות מ- f_{max} המשקולת החליקה על פני השולחן המסתובב).

1. הסבר מדוע קיימת תדירות סיבוב מרבית, f_{max}, בה המשקולת נמצאת במצב של "סף התנועה".

2. סרטט תרשים בוחות הפועלים על המשקולת במהלך סיבובה יחד עם השולחן, כשהיא אינה מחליקה על פניו.

3. בטא את f_{max} באמצעות r ו-□.

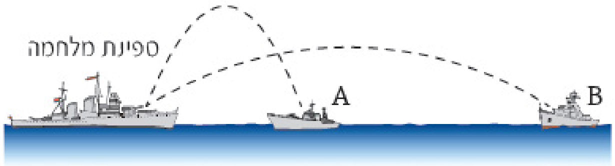
4. לפניך טבלה של ממצאי הניסוי של התלמיד:

r (ס"מ)	12.5	15.0	20.0	22.5	25.0	30.0
f_{max} (הרץ)	0.90	0.82	0.70	0.68	0.64	0.58

(1) הוסף לטבלה שורות נוספות, וכתוב במקומות המתאימים את הערכים, כך שתוכל לסרטט גרף של ריבוע תדירות הסיבוב, $(f_{max})^2$, כפונקציה של הערך ההופכי של המרחק מציר הסיבוב, 1/r. סרטט את הגרף.

(2) חשב בעזרת הגרף את מקדם החיכוך שבין המשקולת לבין השולחן.

45. ספינת מלחמה יורה בו-זמנית שני פגזים - כל פגז לעבר אניה אחרת של האויב - אניה A ואניה B. מסלולי הפגזים מוצגים בתרשים. איזו משתי האוניות, A או B נפגעת ראשונה? נמקו.



1. אניה A

2. אניה B

3. שתי האניות נפגעות בו-זמנית

4. אין מספיק נתונים כדי לענות על השאלה.

46. לפניכם אחת הנוסחאות שפותחה בפרק:

$$\Sigma F_R = m\frac{v^2}{R}$$

1. איזה גודל פיזיקלי מייצג כל אחד מהביטויים F_R□ו-v^2/R?

2. לאילו מצבים מתאימה הנוסחה?

תרגילי העמקה

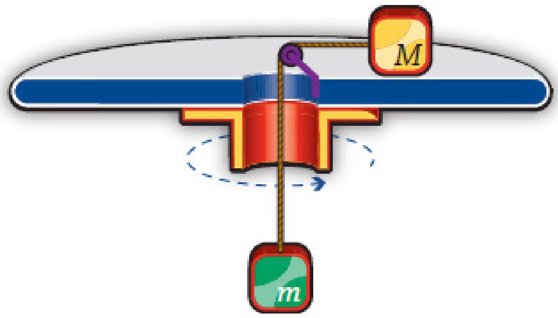
תרגילים 47 - 49 מיועדים להעמקה.

47. טרקטור שלגלגליו צמוד בוץ נוסע על כביש, ומעלה בהדרגה את מהירותו. מאלו גלגלים יתנתק הבוץ תחילה, מהקדמיים (הקטנים) או מהאחוריים (הגדולים)? נמקו.

48. מטרה תלויה בגובה מסוים מעל הקרקע. מכוונים מהקרקע רובה בכיוון משופע לעבר המטרה. הראו כי אם המטרה מתחילה ליפול חופשית ברגע שהקליע יוצא מהקנה, הקליע יפגע בה(בתנאי שהוא יכול לעבור את המרחק האופקי שבין הרובה למטרה).

49. שולחן אופקי עגול מסתובב במהירות זוויתית קבועה סביב ציר אנכי העובר במרכז השולחן, ומשלים סיבוב אחד בכל 2 ש', גוף שמסתו $M = 0.8$ kg המונח על השולחן, קשור באמצעות חוט העובר דרך חור במרכז השולחן אל משקולת שמסתה $m = 0.16$ kg. מקדם החיכוך בין הגוף לבין השולחן הוא 0.1 .

לפניכם ארבעה ערכים של המרחק r בין הגוף לבין הציר: 40 ס"מ, 25 ס"מ, 15 ס"מ ו- 8 ס"מ.



קבעו עבור כל אחד מערכים אלה אם הגוף יישאר במנוחה ביחס לשולחן. אם כן - הסבירו מדוע, אם לא - ציינו אם הגוף ינוע אל עבר שיפת השולחן או אל מרכזו. נמקו תשובותיכם.

תשובות

1. א. 2 m/s
ב. 2.4 m/s^2

2. א. 4 s
ג. 40 m

3. א. 1250 m
ב. $v \approx 160$ m/s ; $\theta = 38.7°$

4. א. v_1 :12.81 m/s בזווית $-51.3°$
v_2 :21.54 m/s בזווית $-68.2°$
ב. 10 m/s בלפי מטה.

5. 0.25

6. לביוון התפוח, כי...

7. א. אנכית מטה
ב. פרבולה (זריקה אופקית)

8. אפשרות (4).

9. אפשרות (3).

10. כן, כי-

11. א. 1.2 km
ב. 16 s

12. א. $v_{0x} \approx 17.32$ m/s ; $v_{0y} \approx 10$ m/s
ב. 5 m
ג. 34.64 m

13. א. 2.25 s
ב. 25.3 m ≈
ג. 4.5 m ≈
ד. 120.6 m ≈
ה. מקומות הכדור ומהירויותיו:

זמן (s)	x (m)	y (m)	v (m/s)	θ (°)
2	≈ 53.6	≈ 25	≈ 26.9	≈ +5.3
3	≈ 80.4	≈ 22.5	≈ 27.8	≈ -15.6
6	≈ 160.9	≈ - 45	≈ 46.1	≈- 54.4

14. א. 34 m/s ≈
ב. 34 m/s ≈

15. א. 350 m/s
ב. 1515 m
ג. $\theta \approx -36.6°$; $v \approx 377.5$ m/s

16. 31.4° ≈ או 58.6° ≈

18. א. 7 m

19. א. 1 s
ב. (3) m/s m/s (4) 1.5 5.22 ≈

20. ג. (1) N ; 8 $\text{m/s}^2 4$
(2) 3.14 s ≈; ב- 0.32 מחזורים לשנייה.
(3) 2 rad/s

21. א. $\approx 2.7 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}^2$
ב. 3600 ≈
ג. 27.3 יממות

22. ב. (1) 1.1 m (2) 1.5 m ≈

23. א. כוח כבידה ;
ב. כוח חשמלי ;
ג. כוח נורמלי.

24. ג. כוח כובד: 0.05 N ; כוח נורמלי: 0.05 N
כוח חיכוך 0.0197 N ≈
ד. 0.394 ≈
ה. לראשון תאוצה כפולה.

25. ב. (2) $F_2 - F_1 \sin\theta_1 = 0$
$F_1 \cos\theta_1 = \frac{mv^2}{R}$

26. א. $\omega = 5.8$ rad/s ; $v \approx 1.15$ m/s

27. א. (1) לשתי הנקודות אותה מהירות זוויתית.
(2) ל-A מהירות (קווית) כפולה מזו של B.
ב. $0 < f < 0.19$ Hz

28. ב. $\cos\theta = \frac{g}{4\pi^2 f^2 \ell}$

29. $\approx 23{,}500$ N

30. א. $\approx 48.2°$

31. א. $0 \le v \le 78.9$ km/h

ב. $v \approx 33$ km/h

ג. $0 \le v \le 90.8$ km/h

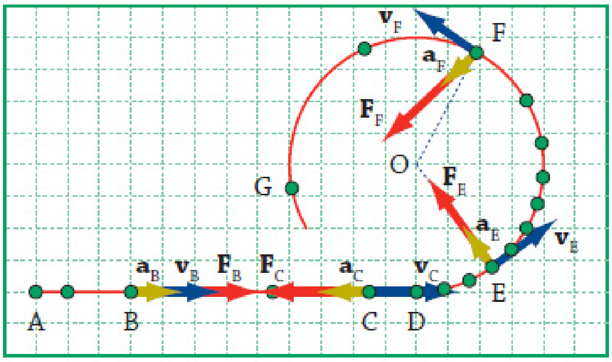
32. $\approx 28.7°$

34. ב. (1) $1/\cos^2$▯ (2) 1

35. ד. $T_B = 15.6$ N ; $T_A = 24.6$ N

$T_E = 20.1$ N ; $T_C = 6.6$ N

36. א. וקטור המהירות, התאוצה והכוח השקול:



ב.(1) המהירות ב-B גדולה מזו שב-C.

(2) התאוצה ב-B גדולה מזו שב-C.

38. ≈ 1.4 h

39. ≈ 45 km/h

41. א. בחוט העליון ≈ 18.3 N;

בחוט התחתון ≈ 13.3 N

ב.(2) כ- 0.8 סבובים לשנייה.

ג. ≈ 0.22 m

ד. מסלול מעגלי אינו אפשרי.

42. א. (1)

$0 \le t < 8$ s	$a > 0$
$t = 8$ s	$a = 0$
$8\text{ s} \le t < 11$ s	$a < 0$
$t = 11$ s	$a = 0$
$11\text{ s} \le t < 16$ s	$a > 0$
$16\text{ s} \le t < 20.5$ s	$a = 0$
$20.5\text{ s} \le t < 24$ s	$a < 0$

(2) $t = 5$ s

(3) רמז: השווה "שטחים" מתאימים.

ג. 240 m

43. א. (1) תאוצת המכונית היא משיקית בלבד בקטעים: AB, CD, ו-EF כי..., ורדיאלית בלבד בקטע DE, כי...

(2) לתאוצת המכונית יש גם רכיב משיקי וגם רכיב רדיאלי בקטע BC, כי...

ג. 500 מטר.

ד. שיפוע הגרף ברגע $t = 25$ s הוא בערך 0.8 m/s². המשמעות הפיזיקלית: הערך הרגעי של הרכיב המשיקי של התאוצה ברגע $x = 25$ s.

44. ג. $(f_{max})^2 = \frac{\mu g}{4\pi^2}\cdot\frac{1}{r}$

ד. (1)

(2)

r (ס"מ)	12.5	15.0	20.0	22.5	25.0	30.0
f_{max} (הרץ)	0.90	0.82	0.70	0.68	0.64	0.58
1/r (מ$^{-2}$)	8.0	6.67	5.0	4.44	4.0	3.33
$(f_{max})^2$ (הרץ^2)	0.81	0.67	0.49	0.46	0.41	0.34

≈ 0.4

45. אניה B נפגעת ראשונה.

הנחיה: על פי התרשים, הפגז שפוגע באניה A עולה לגובה רב יותר...

47. הבוץ יתנתק תחילה מהגלגלים הקטנים, כי...

49. 40 cm: תנועה לעבר שפת השולחן.

25 cm: מנוחה ביחס לשולחן.

15 cm: מנוחה ביחס לשולחן.

8 cm: תנועה לעבר מרכז השולחן.

נספח א: האלף–בית היווני

האלף–בית היווני מסודר לפניכם בשני טורים. בכל שורה בטור מסודרים, לפי סדר מימין לשמאל: אות קטנה, אות גדולה והשם בעברית.

אות קטנה	אות גדולה	שם
□	A	אלפא
□	B	ביתא
□	□	גמא
□	□	דלתא
□	E	אפסילון
□	Z	זיתא
□	H	אטא
□	□	טיתא
□	I	יוטא
□	K	כפא
□	□	למבדה
□	M	מיו
□	N	ני
□	□	כסי
□	O	אומיקרון
□	□	פי
□	P	רו
□	□	סיגמא
□	T	תאו
□	Y	איפסילון
□	□	פי
□	X	חי
□	□	פסי
□	□	אומגא

נספח ב: מומנטים ומצבי התמדה

1.איפיון של סוגי גופים

לסוגים שונים של גופים ניתנים לעתים כינויים שונים, אשר טומנים בחובם הנחות מפשטות אודות הגופים.

חוקי ניוטון מנוסחים לגופים נקודתיים. במציאות אין גוף שהוא ממש נקודה גאומטרית. גוף הקרוב ביותר לגוף נקודתי מכונה חלקיק. כאשר משתמשים במונח "חלקיק" מתכוונים לכך שכל הכוחות הפועלים עליו נחתכים בנקודה אחת. חלקיק הוא גוף שאינו מסתובב.

מערכת רב-חלקיקית היא מערכת המורכבת מכמה חלקיקים. מערכת רב-חלקיקית יכולה לכלול רק שני חלקיקים, אז היא מכונה מערכת דו-חלקיקית, כמה עשרות חלקיקים, או מספר עצום של חלקיקים, כגון הספר שלפניך. גוף כזה, הכולל מספר עצום של חלקיקים יכול להיות גוף קשיח או גוף שאינו קשיח (לדוגמה גוף האדם).

גוף קשיח הוא גוף מוצק בעל צורה וגודל מוגדרים, כלומר המרחק בין כל שתי נקודות שלו הוא קבוע. אין משמעה של הגדרה זו שלא יכולים להגרם לגוף כל עיוותים תחת לחץ או מתיחה. הכוחות האוחזים את חלקיקי הגוף יחדיו (כוחות בין אטומים וכוחות בין מולקולות) הם סופיים, ועיוותים בצורת הגוף נגרמים כתוצאה מהפעלת כוחות חיצונים. הכוחות שגופים אלה מפעילים כתוצאה מכך שהגופים מתעווים עשויים להיות אלסטיים (כוחות משמרים) או אי-אלסטיים כולל פלסטיים.

הכוחות הפועלים על גוף קשיח יכולים שלא להיחתך בנקודה אחת. מכאן שגוף קשיח יכול להסתובב.

תנועה של גוף קשיח יכולה להיות:

1. תנועה שבה כל נקודות הגוף נעות באותה מהירות ובאותה תאוצה. מכנים תנועה כזו בשם העתקה מקבילה (translation – טרנסלציה). לדוגמה: כדור המשוחרר ממנוחה ונופל באוויר מבלי להסתובב.

   כדי לאפיין את תנועתו של גוף קשיח הנע בהעתקה מקבילה מספיק לבדוק את תנועתה של נקודה אחת של הגוף, כלומר אפשר להתייחס לגוף קשיח שאינו מסתובב כאל חלקיק.

2. תנועה שבה הגוף מסתובב. מכנים תנועה כזו בשם תנועה סיבובית (rotation – רוטציה). לדוגמה: התוף של מכונת הכביסה.

3. תנועה המורכבת משתי התנועות א ו- ב לעיל גם יחד, כלומר העתקה מקבילה יחד עם תנועה סיבובית. לדוגמה: תנועת גלגל של מכונית נוסעת.

נעיר כי כאשר תנועתו של גוף היא רק סבובית, יש לפחות נקודה אחת שנשארת כל הזמן במנוחה, דבר שלא קורה בתנועת העתקה מקבילה (א לעיל) ולא בתנועה המורכבת מהעתקה מקבילה ומתנועה סיבובית (ג לעיל).

2. שיווי-משקל של גוף קשיח

2.1 התנאים לשיווי-משקל של גוף קשיח

בפרק ג דנו במצבי התמדה של חלקיקים. אמרנו שם כי:

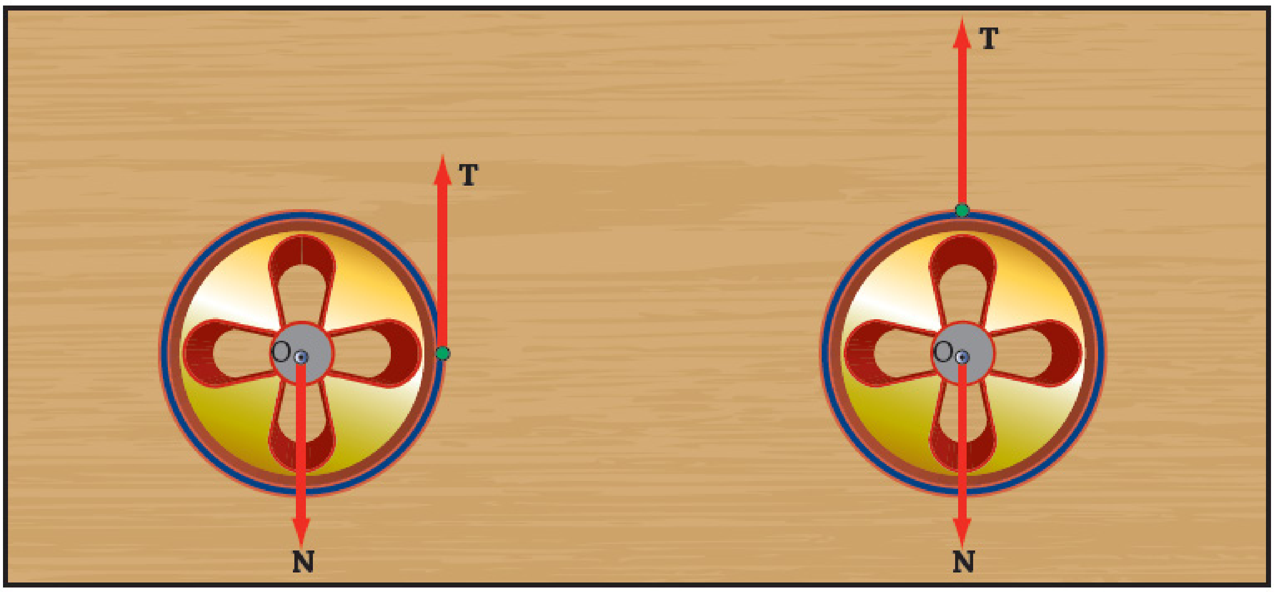
> התנאי להתמדה של חלקיק:
>
> חלקיק נמצא במצב התמדה כאשר השקול של כל הכוחות החיצוניים הפועלים עליו שווה לאפס, כלומר כאשר $\Sigma F = 0$. אם הכוחות פועלים במישור, אפשר להמיר את הקשר הווקטורי הזה בשני קשרים אלגבריים: $\Sigma F_y = 0$; $\Sigma F_x = 0$ (פרק ג עמוד 165). אם הכוחות פועלים במרחב, ולא במישור אחד, יש להוסיף: $\Sigma F_z = 0$.

זהו תנאי מספיק לשיווי-משקל של חלקיקים, כלומר כאשר עוסקים בגופים הנעים בהשפעת כוחות הנח־תכים בנקודה אחת, אך הוא אינו מספיק כאשר עוסקים בגופים קשיחים. עבור גוף קשיח תנאי זה מכונה התנאי הראשון להתמדה. נדון עתה בתנאי השני להתמדה של גוף קשיח.

באיור 1 מוצגות במבט על שתי גלגלות המונחות על לוח עץ אופקי, וכל אחת מהן מחוברת ללוח העץ באמצעות ציר O הניצב ללוח העץ. כל גלגלת יכולה להסתובב סביב הציר שלה.

באיור 1א פועל כוח T על הגלגלת. הציר O אינו מאפשר לגלגלת לנוע בכיוון הכוח T – הוא מפעיל על הגלגלת כוח נורמלי N בכיוון מנוגד ל- T. כיוון שקווי הפעולה של שני הכוחות עוברים דרך הציר, הגל־גלת אינה מסתובבת; והיא במצב שיווי-משקל בהתאם לתנאי הראשון לשיווי-משקל: $\Sigma F = 0$.

גם באיור 1ב פועלים על הגלגלת כוחות המקיימים את התנאי $\Sigma F = 0$; אולם הגלגלת אינה בשיווי-משקל – היא מתחילה להסתובב.



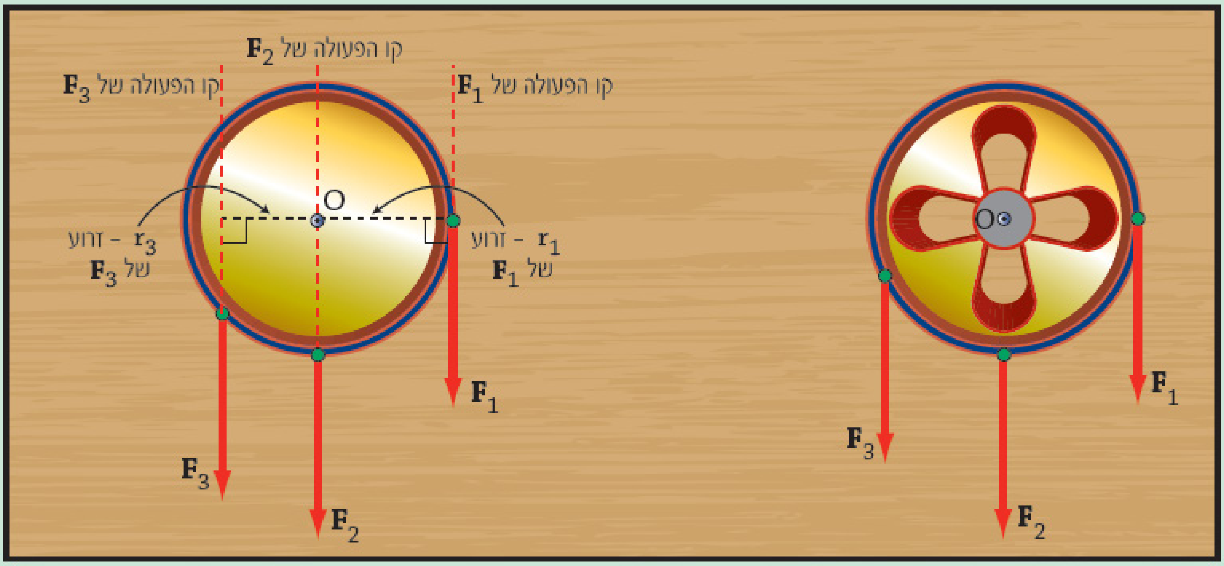
א. הכוחות לא גורמים לסיבוב הגלגלת

ב. כוחות המסובבים את הגלגלת

כדי להבין את התנאי השני לשיווי-משקל של גוף קשיח, עלינו להתוודות תחילה למונח "מומנט של כוח".

נדון במצב הבא:

באיור 2א מוצגת הגלגלת שבה עסקנו באיור 1. על הגלגלת מופעלים הפעם שלושה כוחות שווים F_2, F_1 ו־F_3. הכוח הנורמלי שציר הגלגלת O מפעיל עליה אינו מסורטט באיור.



א. שלושה כוחות שווים הפועלים על הגלגלת

ב. מומנט של כוח סביב ציר, שווה למכפלת הכוח בזרוע הכוח

כיצד אפשר לדעת אם גלגלת תסתובב בהשפעת הכוחות הפועלים עליה, ובאיזו מגמה היא תסתובב?

באופן כללי היכולת של כוח F לסובב גוף סביב ציר תלויה בגודל של הכוח F וברוחק r של ציר הסיבוב מקו הפעולה של הכוח (קו הפעולה הוא הישר שלאורכו הכוח פועל). המרחק r נקרא זרוע הכוח F לגבי הציר.

באיור 2ב אפשר לראות כי הזרוע r_1 של הכוח F_1 שווה לרדיוס הגלגלת. אם זרוע כוח היא $r = 0$, כלו־מר קו הפעולה של הכוח עובר דרך הציר, אין לכוח זה נטיה לסובב את הגוף סביב ציר. זה מה שקורה עם הכוח F_2 (איור 2ב). זרוע הכוח, r_3, של הכוח F_3 מקיימת $0 < r_3 < r_1$ (איור 2ב). לכן לכוח F_3 יש נטיה קטנה יותר לסובב את הגלגלת מאשר ל־F_1.

כדי להבין את התלות בזרוע הכוח נשים לב כי כדי לסובב דלת קל יותר לדחוף אותה קרוב לידית מאשר קרוב לצירים.

מומנט של כוח הוא גודל וקטורי, אך אנו נגדיר בספר זה רק את גודל המומנט.

הגדרת המושג "גודל המומנט של כוח":

גודל מומנט, τ, של כוח הפועל על גוף, לגבי ציר סיבוב נתון, מוגדר כמכפלת גודל הכוח F בזרועו r. זרוע של הכוח היא המרחק של ציר הסיבוב מקו פעולת הכוח.

בניסוח מתמטי: $\tau = Fr$ (1)

הערה:

יחידת SI שבה נמדד מומנט של כוח היא ניוטון • מטר – $N \cdot m$. יחידה זו זהה אמנם ליחידה של עבודה או אנרגיה, אבל הג'אול אינו משמש יחידת מומנט.

נתבונן שוב באיור 2. הכוח F_1 נוטה לסובב את הגלגלת סביב O במגמת-השעון, ואילו הכוח F_3 נוטה לסובב את הגלגלת סביב O במגמה מנוגדת למגמת-השעון. כדי להבחין בין שתי מגמות סיבוב אלה נייחס לכל אחת מהן סימן אלגברי שונה. אין זה חשוב איזו מגמה נבחרת כחיובית – עם מגמת-השעון או נגד-מגמת-השעון; הדבר החשוב הוא לייחס סימנים אלגבריים מנוגדים לשתי המגמות. כללי הסימנים המקובלים הם אלה:

כללי הסימנים האלגבריים עבור מומנטים:

מומנטים שנוטים לסובב את הגוף בכיוון טריגונומטרי חיובי (נגד-מגמת-השעון) יילקחו בחשבון כחיוביים, ומומנטים שנוטים לסובב את הגוף בכיוון טריגונומטרי שלילי(במגמת-השעון) יהיו שליליים.

בהתאם לכך המומנט τ_1 של הכוח F_1 (איור 2) ביחס לציר העובר ב-O הוא: $\tau_1 = -F_1r_1$

המומנט τ_3 של הכוח F_3 יחסית לאותו ציר הוא: $\tau_3 = +F_3r_3$

התנאי השני לשיווי-משקל של גוף קשיח:

כדי שגוף קשיח יהיה בשיווי-משקל נדרש כי סכום המומנטים של כל הכוחות החיצוניים הפועלים על הגוף, ביחס לכל ציר שנבחר, יהיה לאפס.

בניסוח מתמטי, סביב כל ציר חייב להתקיים: $\Sigma\tau = 0$ (2)

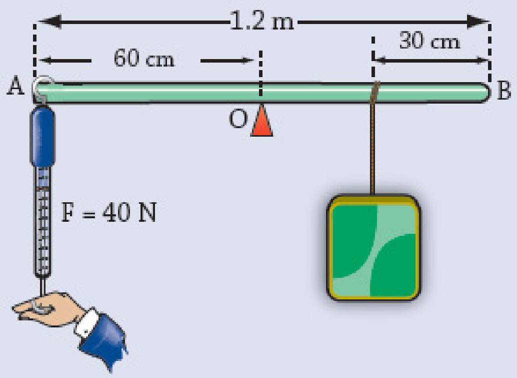
הערות:

כאשר מיישמים את התנאי השני לשיווי-משקל אזי –

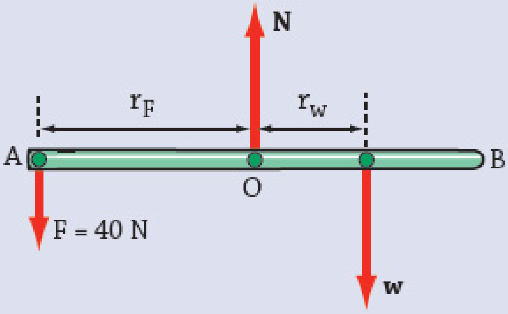
1. הציר שביחס אליו אנו רושמים את שוויון (2) אינו חייב להיות ציר סיבוב בפועל. סכום המומנטים חייב להיות שווה לאפס ללא תלות בציר שאותו בוחרים.
2. אנו חופשיים אמנם לבחור כל ציר, אבל מרגע שבחרנו, אם נרצה להשתמש בתנאי לשיווי-משקל של גוף קשיח, נצטרך לחשב את כל המומנטים ביחס לאותו ציר.
3. בחירת הציר לצורך חישוב המומנטים היא אמנם שרירותית, אולם בחירה מתאימה של הציר עשויה להקל על החישובים. גישה זו דומה מאוד לבחירת צירי מספרים נוחים לצורך כתיבת משוואות תנועה אלגבריות עבור גוף נקודתי (חלקיק).
4. התנאים $\Sigma F = 0$ ו- $\Sigma\tau = 0$ הם תנאים לאיפוס התאוצה הקווית והתאוצה הזוויתית, ולא בהכרח למנוחה. במסגרת פרק זה אנו מתייחסים למצבים סטטיים, בהם הגופים במנוחה.

דוגמה 1:

מוט AB שאורכו 1.2 m ומשקלו ניתן להזנחה נתמך במרכזו על ידי נקודת משען O. במרחק 30 cm מקצהו הימני, B, של המוט תלויה משקולת. כדי שהמערכת תהיה בשיווי־משקל, מפעילים באמצעות דינמומטר, על קצהו השמאלי, כוח שגודלו F = 40 N וכיוונו ניצב למוט (איור 3א).



א. תרשים הבעיה



ב. תרשים כוחות של המוט

1. חשבו את משקל המשקולת.
2. מטים את הדינמומטר כך שהוא יוצר זווית בת 45° עם הכיוון האנכי, וגם הפעם מפעילים באמצעותו כוח בן 40 N (איור 4א). האם המוט יישאר בשיווי־משקל? אם כן – נמקו. אם לא – קבעו אם המשקולת תעלה או תרד.

פתרון:

1. על המוט, שהוא גוף קשיח, פועלים שלושה כוחות(איור 3ב): המתיחות בחוט שעליו תלויה המשקולת, השווה למשקלה, w, של המשקולת, הכוח F שמפעיל הדינמומטר, והכוח הנורמלי, N, שמפעילה נקודת המשען על המוט בלפי מעלה. כוח נורמלי זה "מתאים את עצמו" כך שמתקיים התנאי הראשון לשיווי־משקל לגבי הכוחות הפועלים על המוט. מהמשוואה המתקבלת מתנאי זה לא נוכל לחשב את משקל המשקולת. נרשום את המשוואה המתקבלת מהתנאי השני לשיווי־משקל של גוף קשיח. נחשב את המומנטים ביחס לנקודת המשען O:

הכוח F שמפעיל הדינמומטר נוטה לסובב את המוט נגד־מגמת־השעון. נבחר במגמת־סיבוב זו כחיובית. המומנט ביחס ל-O: $\tau_F = r_F \cdot F = 0.6 \cdot 40 = 24 \text{ N} \cdot \text{m}$

משקל המשקולת, w, נוטה לסובב את המוט במגמת־השעון, זוהי מגמה שלילית. המומנט ביחס ל- O(כאשר המשקל w נמדד בניוטונים): $\tau_w = -w \cdot r_w = -w \cdot 0.3 \text{ N} \cdot \text{m}$

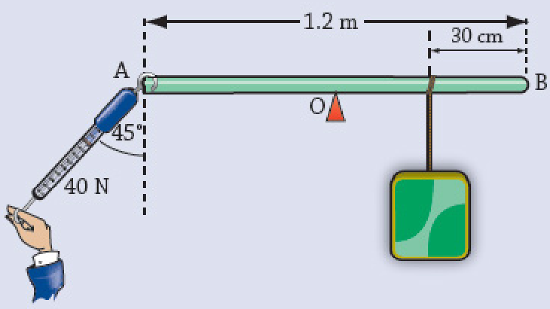
המומנט, τ_N, ביחס ל-O של הכוח הנורמלי שנקודת המשען מפעילה הוא אפס, כי הזרוע שלו שווה לאפס.

עתה נרשום את התנאי השני לשיווי־משקל של גוף קשיח עבור המערכת:

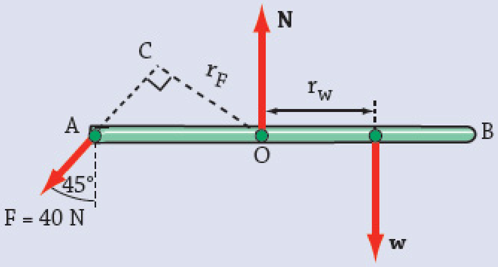
$$\Sigma\tau = 0 \Rightarrow 24 - 0.3 \cdot w = 0 \Rightarrow w = 80 \text{ N}$$

משקל המשקולת הוא 80 ניוטון.

2. זרוע-מומנט של כוח מוגדרת במרחק הציר מקו הפעולה של הכוח. במצב החדש, שבו הזווית בין הדינמומטר לבין הכיוון האנכי היא $45°$, זרוע הכוח CO (איור 4ב) קטנה מזרוע הכוח AO שבמקרה הראשון (איור 3ב). לכן במקרה השני המומנט הנוטה לסובב את המוט נגד מגמת-השעון קטן יותר. מכאן שהמוט יסתובב במגמת-השעון, כלומר המשקולת תרד.



א. תרשים הבעיה

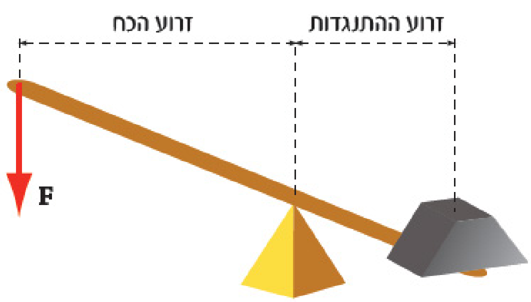


ב. תרשים כוחות של המוט

2.2. מנוף

מכונות פשוטות נועדו לאפשר להפעיל (בעזרת המכונה) כוח גדול, למרות שאנו מפעילים על המכונה בעזרת שרירנו כוח קטן יותר. אחת המכונות הפשוטות היא המנוף. המנוף, בצורתו הבסיסית והראשונית, מורכב ממוט שיש לו נקודת משען; אנחנו מפעילים כוח בקצה אחד של המוט, וכתוצאה מכך בקצהו האחר מורם משא שמשקלו גדול מהכוח שהשרירים מפעילים (איור 5א).

א. פעולת מנוף



ב. מונחים הקשורים במנוף

את זרוע הכוח של המשא (או של התנגדות אחרת) מכנים "זרוע כוח ההתנגדות" או "זרוע ההתנגדות" (איור 5ב).

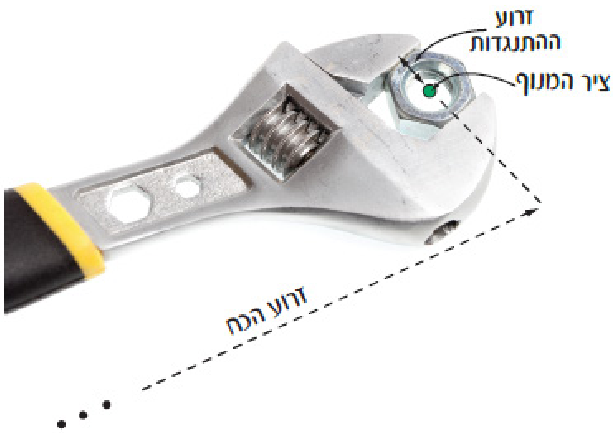
מדוע "מרוויחים" בכוח?

נניח לשם דוגמה כי זרוע הכוח ארוכה פי חמישה מזרוע ההתנגדות, וכי אפשר להזניח את משקל המוט. מהתנאי השני לשיווי-משקל נובע כי הכוח שיהיה עלינו להפעיל כדי להחזיק משא בשיווי-משקל, קטן פי חמישה ממשקל המשא.

באיור 6 מופיעות דוגמאות למנופים שונים המשמשים בחיי היום-יום. מספריים (איור 6א) הם דוגמה למנוף (כפול); כאן המטרה אינה להרים משא אלא להפעיל כוחות כדי לגזור לדוגמה נייר.

א. מספריים

ב. מפצח אגוזים



ג. מפתח צינורות

יש "מנופים הפוכים" כמו מלקטת (פינצטה), בהם מעוניינים שהכוח שיתקבל בעזרת ה"מכונה" יהיה דווקא קטן מהכוח שמפעילים השרירים; משיגים זאת על ידי כך שזרוע הכוח קצרה מזרוע ההתנגדות.

שאלות, תרגילים ובעיות

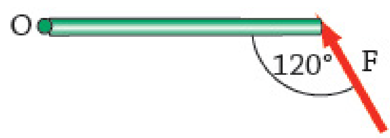
סעיף 2: שיווי-משקל של גוף קשיח

סעיף 2.1: התנאים לשיווי-משקל של גוף קשיח

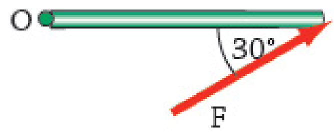
1. בבל אחד משֵשת האיורים א-ו שלפניכם מסורטט מוט שאורכו 1.2 m. חשבו את המומנט (גודל וסימן אלגברי, על פי הסכם הסימנים שבגוף הפרק) שנוצר על ידי כוח שגודלו $F = 150$ N, סביב הקצה השמאלי O של המוט.

א

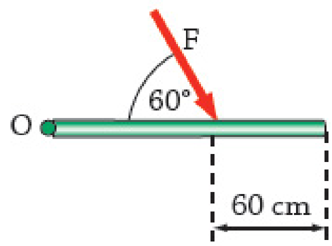
ב



ג

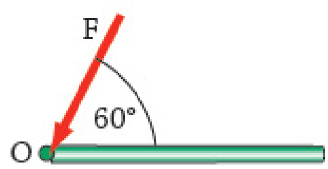


ד

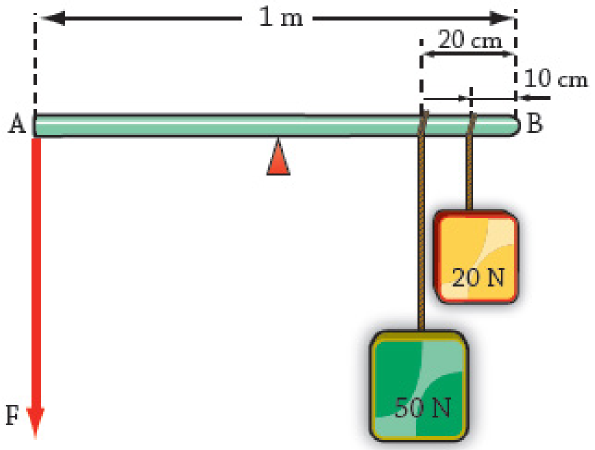


ה

ו



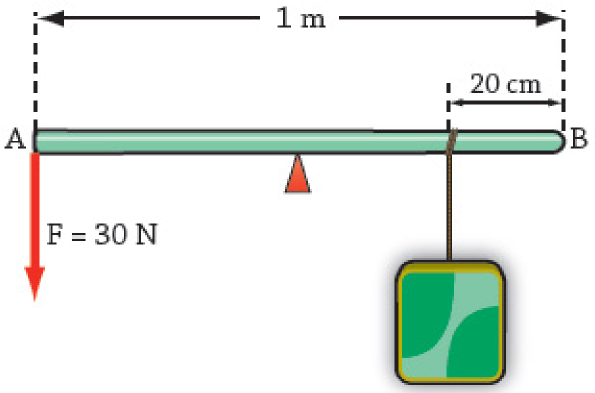
2. מוט AB שאורכו 1 m ומשקלו ניתן להזנחה נתמך ממרכזו על ידי נקודת משען (ציר). במרחק 10 cm מהצצה B תלוי גוף שמשקלו 20 N, ובמרחק 20 cm מהקצה B תלוי גוף שמשקלו 50 N (ראו איור).



1. מהו גודל הכוח האנכי F שיש להפעיל בקצה A של המוט, כדי להחזיק את המוט בשיווי-משקל?

2. אם נקודת התליה של אחד משני הגופים תועתק ימינה (קרוב יותר לקצה B), האם הכוח האנכי שיש ההפעיל בקצה A כדי להחזיק את המוט בשיווי-משקל יהיה קטן מהכוח שחישבת בסעיף א, גדול ממנו או שווה לו? נמקו.

3. מוט AB שאורכו 1 m ומשקלו ניתן להזנחה נתמך במרכזו על ידי נקודת משען. במרחק 20 cm מהקצה B תלוי גוף. על הקצה השני של המוט מפעילים כוח שגודלו $F = 30$ N, כדי להחזיק את הגוף התלוי בשיווי-משקל(ראו איור א).



איור א

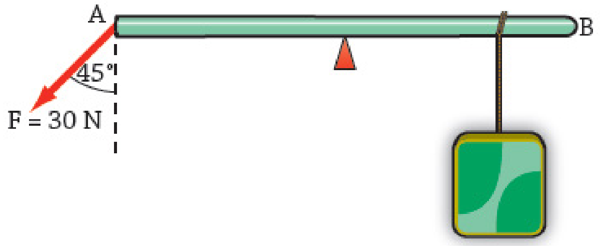
1. חשבו את משקל הגוף בשתי דרכים:

(1) על ידי חישוב מומנטים ביחס לנקודת המ-שען.

(2) על ידי חישוב מומנטים ביחס לנקודה A.

2. מפעילים על הקצה A של המוט כוח שגוד-לו $F = 30$ N, אך הפעם בזווית של 45° לאנך (ראו איור ב).

3. האם הגוף יישאר בשיווי-משקל, ירד או יעלה? הסבירו.



איור ב

סעיף 2.2: מנוף

4. נהג משאית אינו מצליח לשחרר את הבורג המהדק את גלגל מכוניתו לשלדת המשאית, במהלך נסיונו להחליף גלגל בעקבות תקר. הסבירו מדוע הארכת ידית מפתח הצינורות על ידי השחלת קטע של צינור על הידית יכולה לאפשר פתיחת הבורג.

תשובות

1. א. 180 N · m
ב. 156 N · m
ג. 90 N · m
ד. ≈ 77.9 N · m
ה. 0
ו. 0

2. א. 46 N
ב. גדול ממנו, כי...

3. א. 50 N
ב. ירד, כי...

מפתח העניינים

Newtonian Mechanics

Vol. A

Adi Rosen