

תנועה לאורך קו ישר

תרגול: תנועה קצובה



Image courtesy of a454 / FreeDigitalPhotos.net

▶ **תנועה שוות מהירות** היא תנועה שבה גוף עובר העתקים שווים בפרקי זמן שווים.

▶ היחס המבטא את העתק הגוף ביחידת זמן מוגדר כ**מהירות הגוף** v : $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$

▶ **פונקצית מקום זמן** בתנועה שוות מהירות: $x(t) = x_0 + v \cdot t$

▶ הגרף המתאר את מקומו של גוף הנע במהירות קבועה כפונקציה של הזמן הוא **קו ישר**, שיפועו מייצג את

מהירות הגוף, ונקודת החיתוך עם הציר האנכי (x) מייצגת את מקום הגוף ברגע $t_0=0$.

▶ בתנועה כללית, **המהירות הממוצעת** $\bar{v}$ היא היחס בין העתק הגוף לבין פרק הזמן: $\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$

▶ המהירות הממוצעת ניתנת על ידי שיפוע המיתר המחבר את הנקודות המתאימות על עקומת מקום-זמן.

▶ המהירות הרגעית מייצגת את מהירות הגוף ב"רגע" מסוים, כאשר מרווח הזמן Δt שואף לאפס:

$$v(t) = \left(\frac{\Delta x}{\Delta t} \right)_{\Delta t \rightarrow 0}$$

▶ המהירות הרגעית ברגע t של גוף הנע לאורך קו ישר מיוצגת על ידי שיפוע המשיק לעקומת מקום-זמן

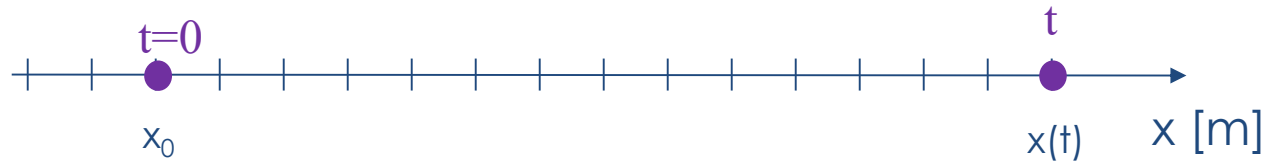
בנקודה המתאימה.

תזכורת: פונקציית מקום-זמן

פונקציית "מקום-זמן" – משוואה המקשרת בין זמן t למקום $x(t)$.
פונקציה זו מתארת את הקשר בין ההעתק לזמן. במקרה של תנועה במהירות קבועה, הגרף שלה הוא קו ישר (פונקציה קווית/ליניארית).

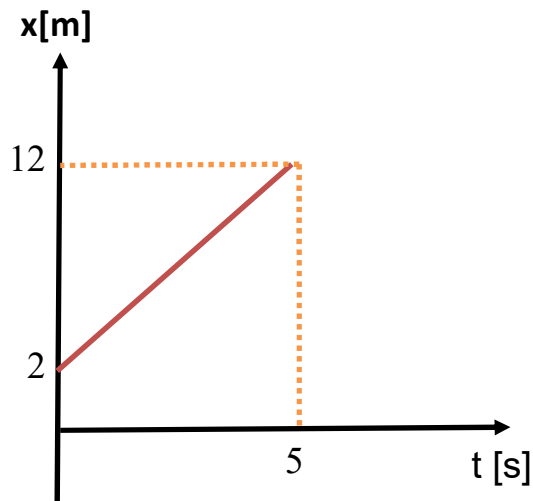
$$x(t) = x_0 + v \cdot t$$

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x(t) - x_0}{t - 0}$$



תרגיל 1 – חימום (נסו לפתור בעצמכם)

נתון גרף המתאר את המיקום של ילד כפונקציה של הזמן:



א. תארו במילים את תנועת הילד.

ב. מהי מהירות הילד לאחר 2 שניות?

ג. מהי מהירות הילד לאחר 3 שניות?

ד. מהו מיקום הילד לאחר 3 שניות?

ה. מהו מיקום הילד בתחילת מדידות זמן התנועה?

חלקיק נע במסלול ישר במהירות $100[m/s]$. ברגע $t=0$ היה החלקיק במיקום $x=5[m]$.

- א- מה יהיה מיקומו של החלקיק ב- $t=3[s]$?
- ב- מה הדרך שעבר החלקיק במשך 15 השניות הראשונות לתנועתו?
- ג- באיזה רגע יגיע החלקיק לנקודה $x=1500[m]$?

פתרון לתרגיל 2 - סעיף א

א- מה יהיה מיקומו של החלקיק ב- $t=3[s]$?

נשתמש בנוסחת מקום זמן עבור מהירות קבועה: $x(t) = x_0 + vt$

כאשר ידוע כי: $x_0 = 5[m]$

$v = 100[m / s]$

$t = 3[s]$

נקבל:

$$x(3[s]) = 5[m] + 100 \left[\frac{m}{s} \right] \cdot 3[s] = 305[m]$$

פתרון לתרגיל 2 - סעיף ב

ב- מהי הדרך שעבר החלקיק במשך 15 השניות הראשונות לתנועתו?

מיקומו של החלקיק כעבר 15 שניות הוא:

$$x(t) = x_0 + vt$$

$$x(15[s]) = 5[m] + 100 \left[\frac{m}{s} \right] \cdot 15[s] = 1,505[m]$$

מכיוון שהחלקיק לא משנה את כיוון תנועתו, ומכיוון שהתנועה בכיוון החיובי של ציר המרחב, הדרך שהחלקיק עובר שווה להעתק. הואיל והחלקיק התחיל את תנועתו מהנקודה $x_0 = 5[m]$, הדרך שעבר היא:

$$s = 1,505[m] - 5[m] = 1,500[m]$$

פתרון לתרגיל 2 - סעיף ג

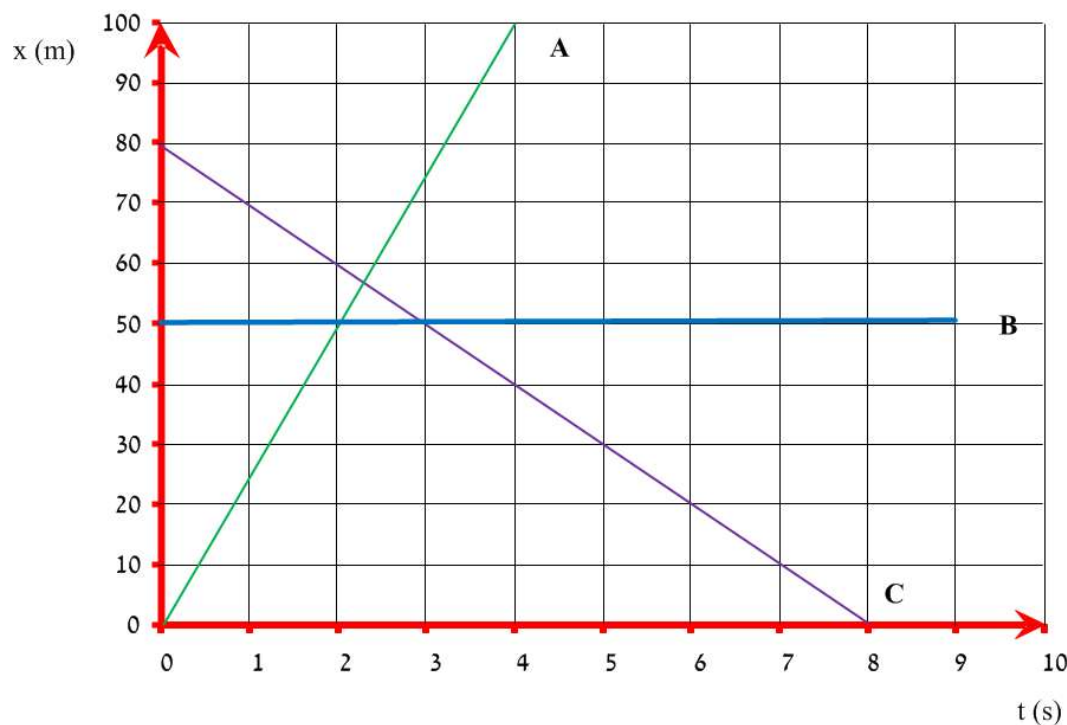
ג- באיזו שניה יגיע החלקיק לנקודה $x=1,500[m]$?

$$x(t) = x_0 + vt$$

$$1,500[m] = 5[m] + 100\left[\frac{m}{s}\right] \cdot t$$

$$t = \frac{1,495[m]}{100\left[\frac{m}{s}\right]} = 14.95[s]$$

- לפניכם גרף מקום-זמן של שלושה גופים, A, B, ו-C.
- א- מתוך התבוננות בגרפים, קבעו לאיזה גוף מהירות גדולה יותר.
 - ב- חשבו את המהירות של כל גוף.
 - ג- מצאו את נוסחת המקום-זמן עבור כל אחד מהגופים.
 - ד- חשבו את המקום והזמן של נקודת המפגש בין גופים A ו-C.

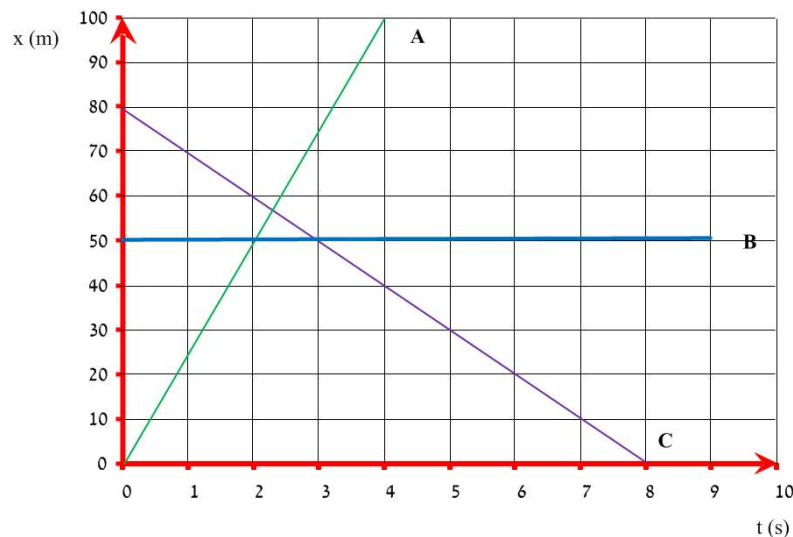


פתרון לתרגיל 3- סעיף א

א- מתוך התבוננות בגרפים, קבעו לאיזה גוף מהירות גדולה יותר.

ידוע כי שיפוע הגרף בתרשים מקום זמן שווה למהירות. הואיל והמהירויות של 3 הגופים מיוצגות באמצעות קווים ישרים, שיפוע הקווים מאפשר לדעת מה המהירות של כל אחד מהם.

לכן, מהירותו של A היא הגבוהה ביותר, מהירותו של B היא 0, ומהירותו של C היא שלילית (ערכה המוחלט קטן יותר מזו של A).



פתרון לתרגיל 3 - סעיף ב

ב- חשבו את המהירות של כל גוף.

נחשב את השיפוע של כל אחד מהגרפים על מנת למצוא את המהירות.

גוף A:

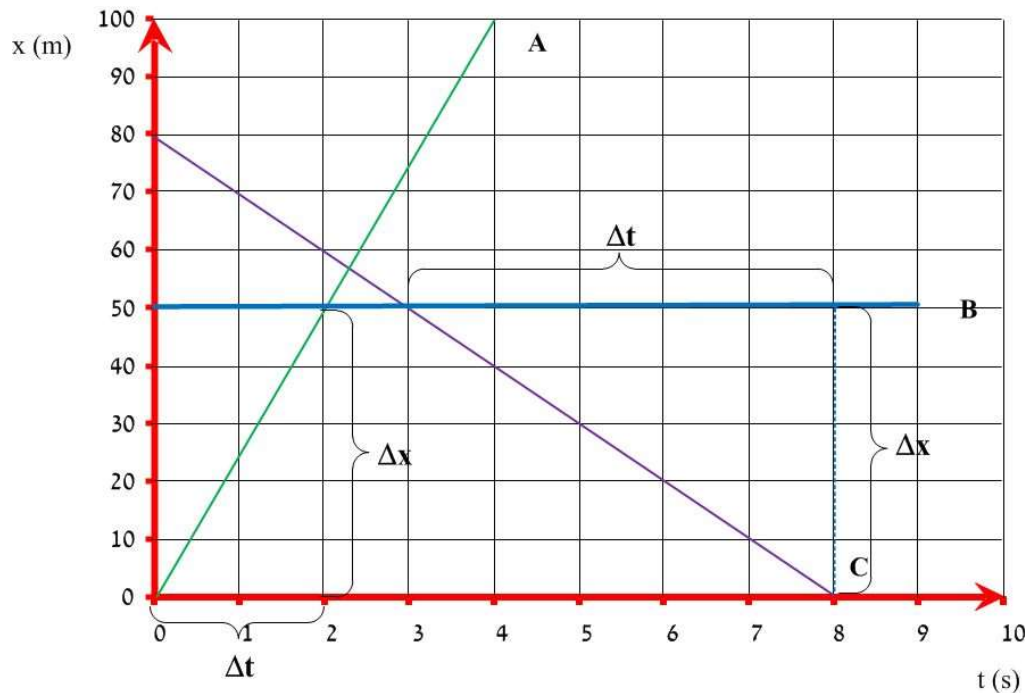
$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{50[m]}{2[s]} = 25 \left[\frac{m}{s} \right]$$

גוף C:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-50[m]}{5[s]} = -10 \left[m/s \right]$$

גוף B: ◀

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0[m]}{90[s]} = 0 \left[m/s \right]$$



פתרון לתרגיל 3 - סעיף ג

ג- מצאו את פונקצית המקום-זמן עבור כל אחד מהגופים.

הואיל וגרף המקום-זמן עבור תנועה במהירות קבועה הוא קו ישר, נוסחת המקום-זמן מתארת גם כן קו ישר.

$$x(t) = x_0 + v \cdot t$$

נרשום את הנוסחה מעט אחרת:

$$x(t) = v \cdot t + x_0$$

נוכל לראות את הדמיון לנוסחת הקו הישר:

$$y = a \cdot x + b$$

שיפוע הגרף הוא המהירות v , והאיבר החופשי הוא x_0 , ולכן:

גוף A: $x(t) = 25[m/s] \cdot t$

גוף C: $x(t) = -10[m/s] \cdot t + 80[m]$

גוף B: $x = 50[m]$

פתרון לתרגיל 3 - סעיף ד

ד- חשבו את המקום והזמן של נקודת המפגש בין גופים A ו-B.

נקודת המפגש של שני הגרפים מציינת את המקום והזמן בו נפגשו שני הגופים. לכן, נשווה את שתי נוסחאות המקום-זמן (הפונקציות) של הגופים A ו-B:

$$x_A(t) = 25[m/s] \cdot t$$

$$x_C(t) = -10[m/s] \cdot t + 80[m]$$

ונקבל:

$$25t = -10t + 80$$

$$35t = 80$$

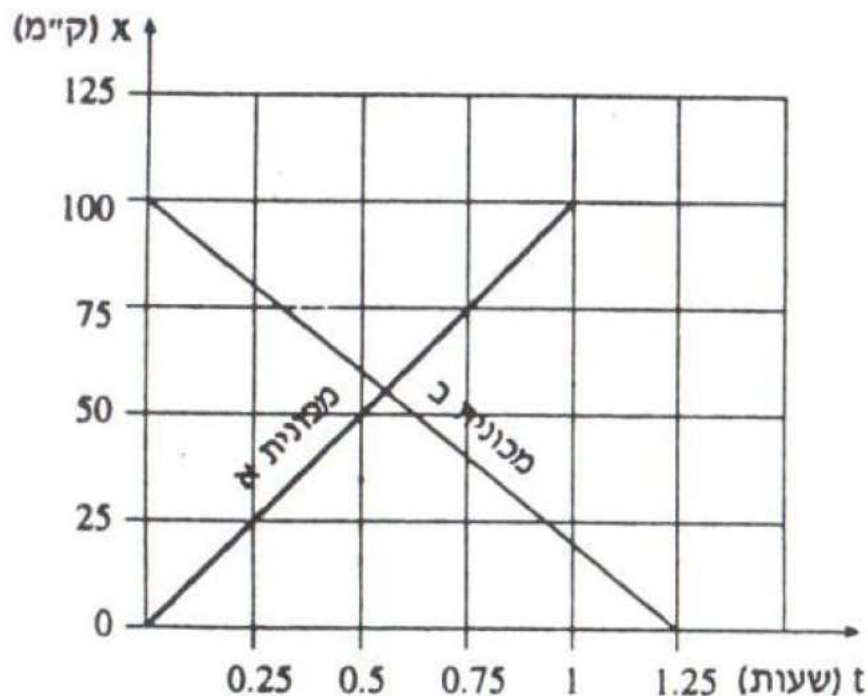
$$t = 2.29[s]$$

$$x = 25 \cdot 2.29$$

$$x = 57.14[m]$$

הערה: חישוב זה מצביע על יתרונו של השימוש בביטוי מתמטי על פני גרף, מבחינת הדיוק בתוצאה.

תרגיל 4 (מבחינת בגרות)



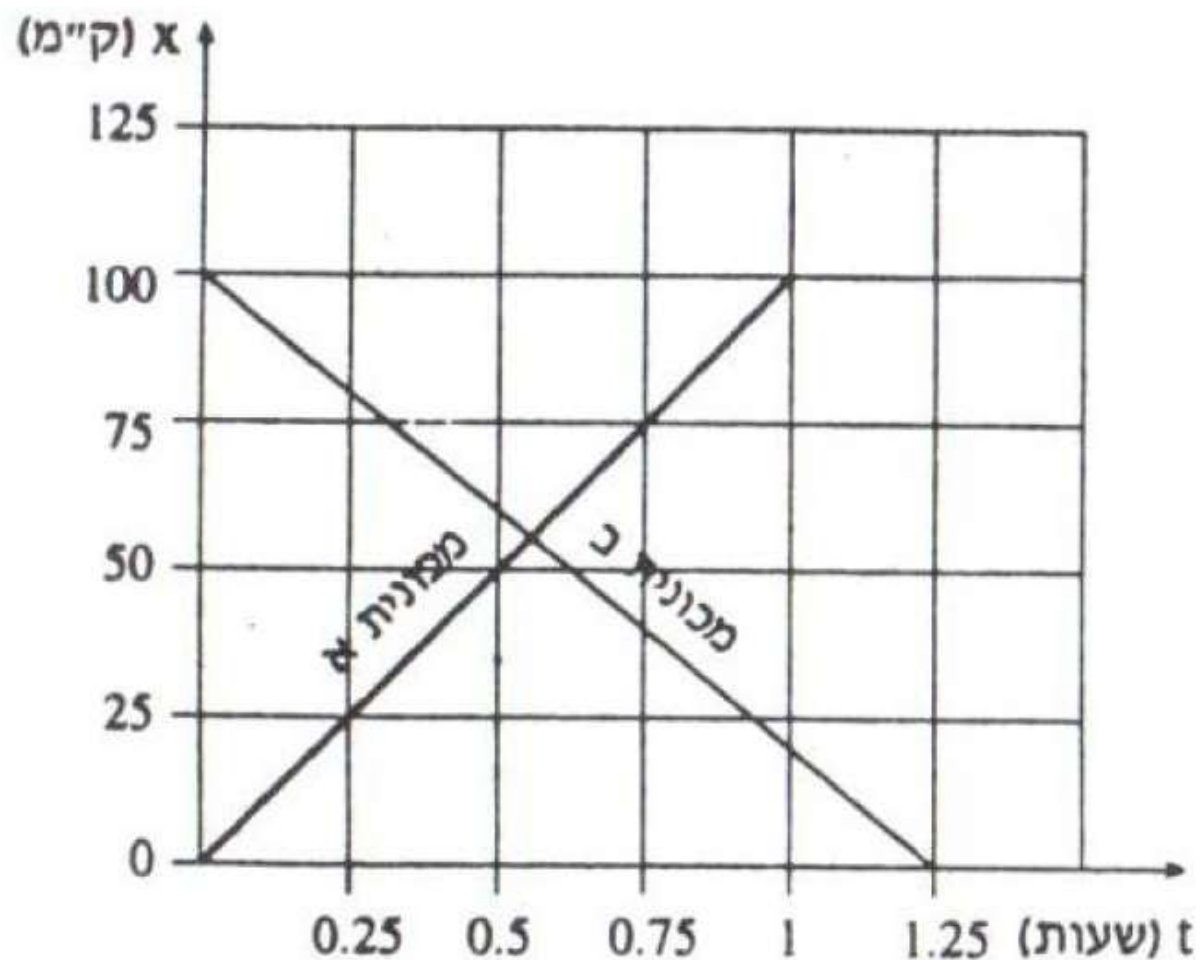
כביש ישר מחבר בין שתי ערים A ו- B .
שתי מכונות, שכל אחת מהן נוסעת
במהירות קבועה, יוצאות לדרך ברגע $t = 0$.
מכונת א יוצאת מהעיר A ונוסעת לעיר B ,
ומכונת ב יוצאת מהעיר B ונוסעת לעיר A .
הגרף מתאר את המקום של כל מכונת
כפונקציה של הזמן. הראשית של ציר
המקום x נבחרה בעיר A , והכיוון החיובי
של הציר הוא כלפי העיר B .

- מהו המרחק בין הערים A ו- B ?
- כמה זמן לאחר צאתה מגיעה מכונת א לעיר B ? נמק.
- חשב את גודל המהירות של כל אחת משתי המכונות.

פתרון לתרגיל 4 - סעיף א

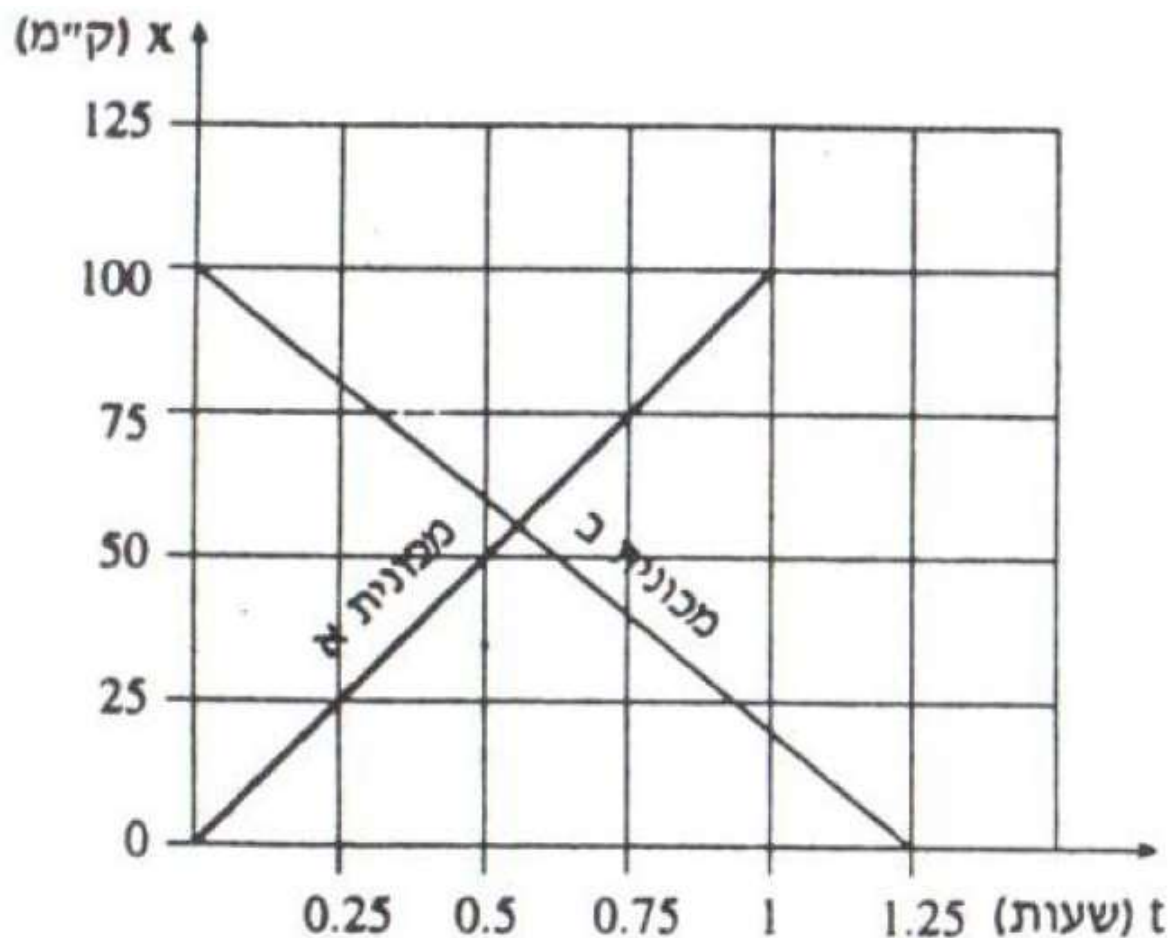
א- מה המרחק בין הערים A ו-B?

על פי נקודות המוצא של שתי המכוניות, המרחק בין הערים הוא 100 ק"מ.



פתרון לתרגיל 4 - סעיף ב

ב- כמה זמן לאחר צאתה מגיעה מכונית א' אל עיר B? נמקו.
לאחר שעה של נסיעה מתרחקת מכונית א' ב- 100 ק"מ מנקודת מוצאה, כלומר מגיעה אל עיר B.



פתרון 1 סעיף ג

ג- חשבו את המהירות של כל אחת מהמכוניות

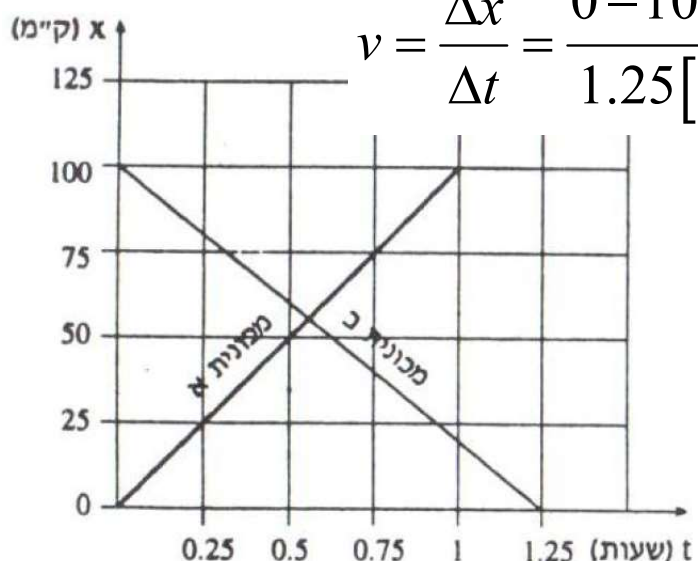
נחשב את מהירות המכוניות על פי השיפוע של הגרף של כל אחת מהן.

מכונית א':

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{100[km] - 0}{1[h] - 0} = 100 \left[\frac{km}{h} \right] = \frac{100 \cdot 1000}{1 \cdot 60 \cdot 60} \left[\frac{m}{s} \right] = 27.8 \left[\frac{m}{s} \right]$$

מכונית ב':

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0 - 100[km]}{1.25[h] - 0} = -80 \left[\frac{km}{h} \right] = -\frac{80 \cdot 1000}{1 \cdot 60 \cdot 60} \left[\frac{m}{s} \right] = -22.2 \left[\frac{m}{s} \right]$$



מהירותה של מכונית ב' היא שלילית. הסיבה לכך היא שמכונית ב' נעה בכיוון השלישי של ציר x.

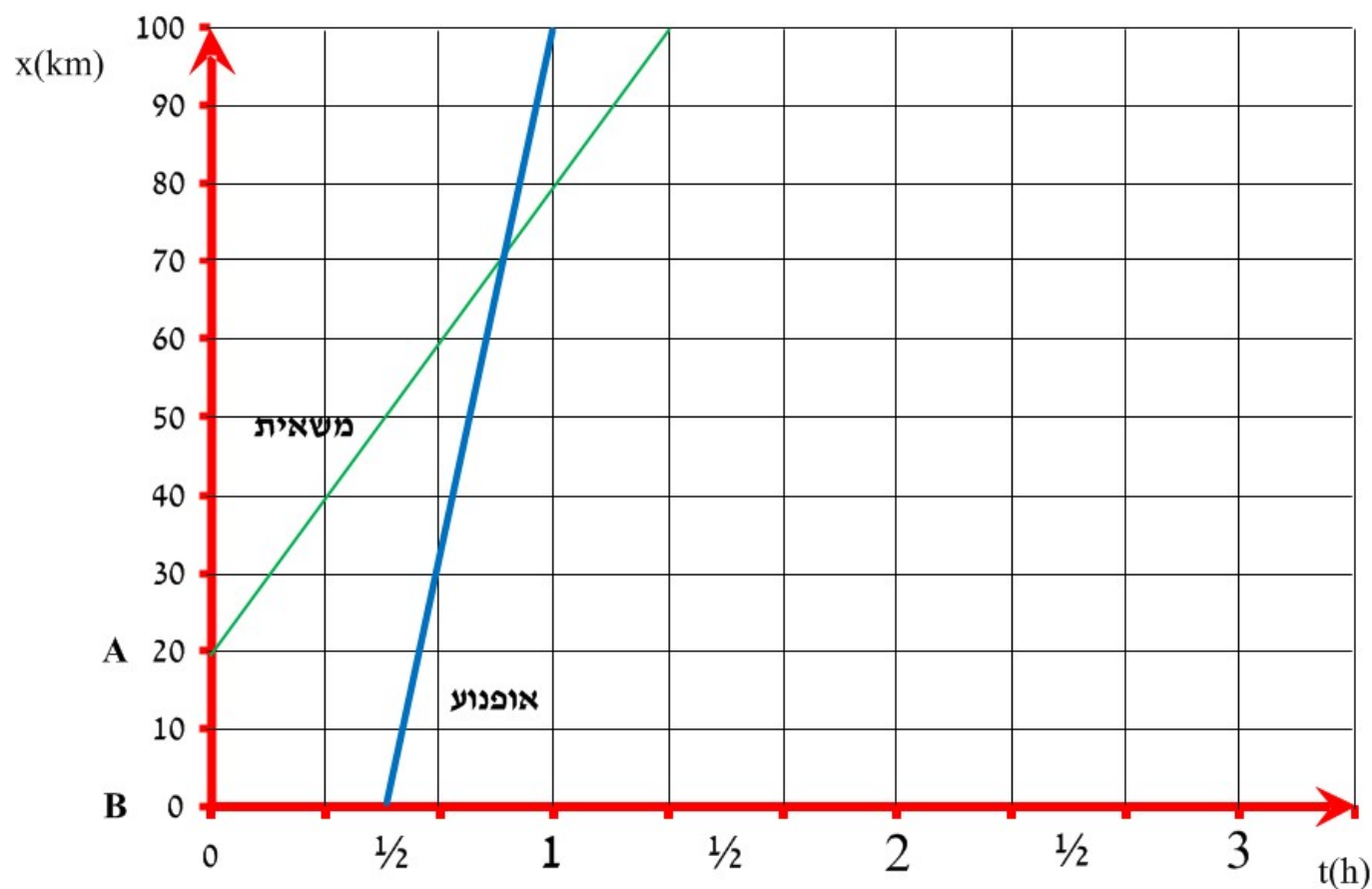
משאית יוצאת צפונה מנקודה A במהירות קבועה של 60 קמ"ש.
חצי שעה לאחר צאתה יוצא בעקבותיה אופנוע מנקודה B, שנמצאת במרחק 20 ק"מ דרומית לנקודה A, ונוסע גם הוא צפונה במהירות של 200 קמ"ש.

- א- שרטטו גרף מקום זמן של הבעיה.
- ב- רשמו נוסחאות תנועה עבור המשאית ועבור האופנוע.
- ג- כעבור כמה זמן והיכן ישיג האופנוע את המשאית?

פתרון לתרגיל 5 - סעיף א

א- שרטטו גרף מקום זמן של הבעיה.

סימנו את נקודה B בראשית ציר המרחב, כך שנקודה A מתקבלת ב- $x=20[km]$.



פתרון לתרגיל 5 - סעיף ב

ב- רשמו את נוסחאות התנועה של כל אחד.

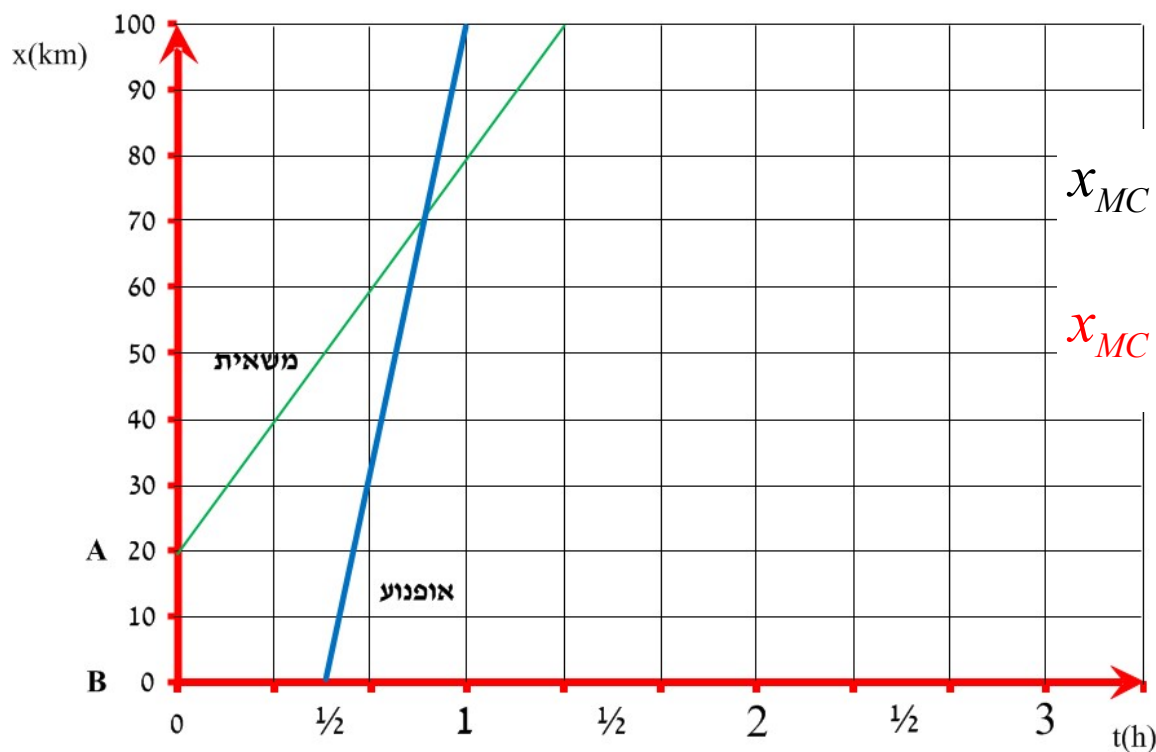
משאית: $x_{truck}(t) = x_0 + v \cdot t$

$$x_{truck}(t) = 20[km] + 60 \left[\frac{km}{h} \right] \cdot t$$

אופנוע:

$$x_{MC}(t) = x_0 + v_{MC} \cdot (t - 0.5[h])$$

$$x_{MC}(t) = 200 \left[\frac{km}{h} \right] \cdot (t - 0.5[h])$$



פתרון לתרגיל 5 - סעיף ג

ג- כעבור כמה זמן והיכן ישיג האופנוע את המשאית?
נקודת החיתוך של הגרפים מייצגת את נקודת המפגש של הגופים. נקבל:

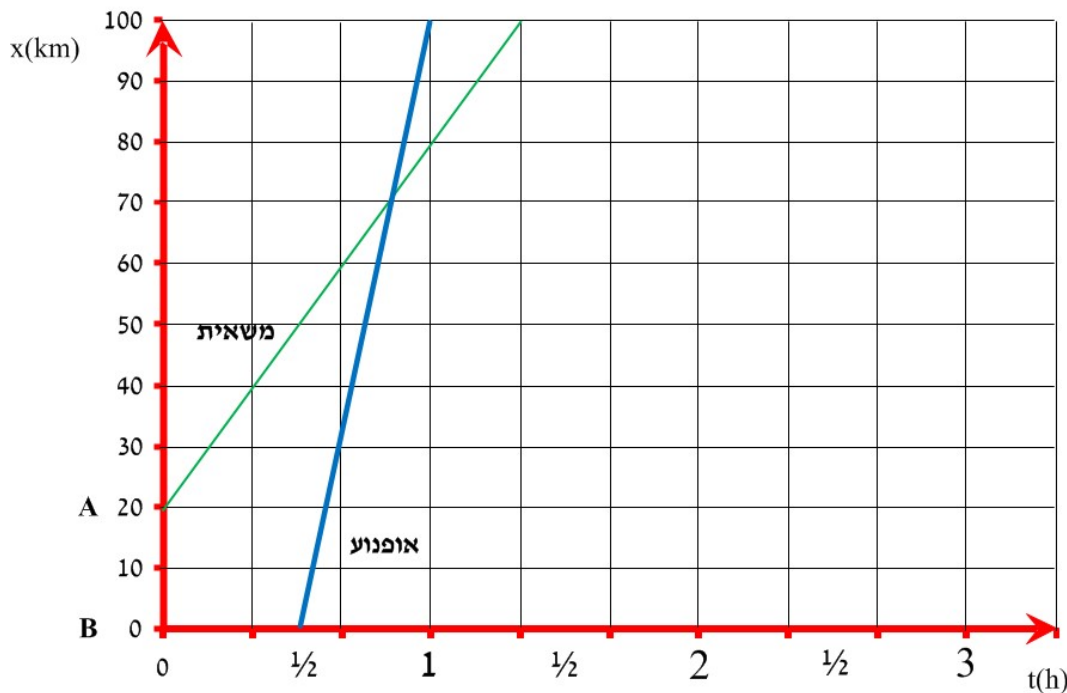
$$x_{mc}(t) = x_{truck}(t)$$

$$200 \cdot (t - 0.5) = 20 + 60 \cdot t$$

$$140 \cdot t = 120$$

$$t = 0.857 [h] = 51.43 [min]$$

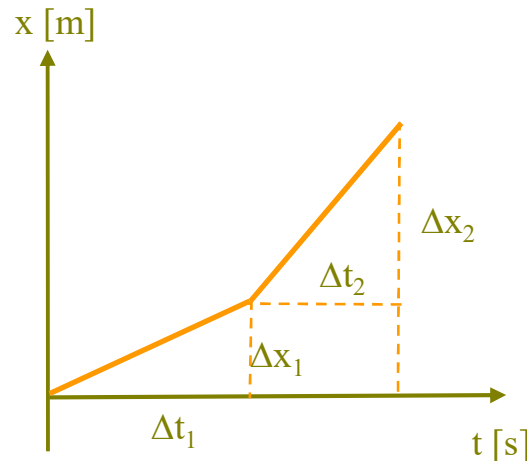
$$x = 200 \cdot 0.357 = 71.4 [km]$$



הגופים ייפגשו כ-51.43 דקות מצאת המשאית, או כ-21.43 דקות מצאת האופנוע לדרכו. המרחק מהראשית יהיה 71.4 ק"מ.

תנועה שוות-מהירות למקוטעין- תזכורת

תנועה שמתרחשת בסדרה של פרקי זמן שבכל אחד מהם תנועת הגוף היא שוות-מהירות (בגודל אחר) נקראת: **"תנועה שוות מהירות למקוטעין"**.



ננתח את התנועה המתוארת בגרף שבתרשים.

מהגרף נובע שבמשך Δt_1 שניות הגוף נע בתנועה במהירות קבועה, שבה הוא עובר העתק Δx_1 . לאחר מכן הוא ממשיך לנוע בתנועה במהירות קבועה גבוהה יותר במשך Δt_2 שניות

שבה הוא עובר העתק נוסף Δx_2 .

המהירות הממוצעת, $\bar{v}$, היא היחס בין ההעתק הכולל של הגוף לבין פרק הזמן הכולל שחלף.

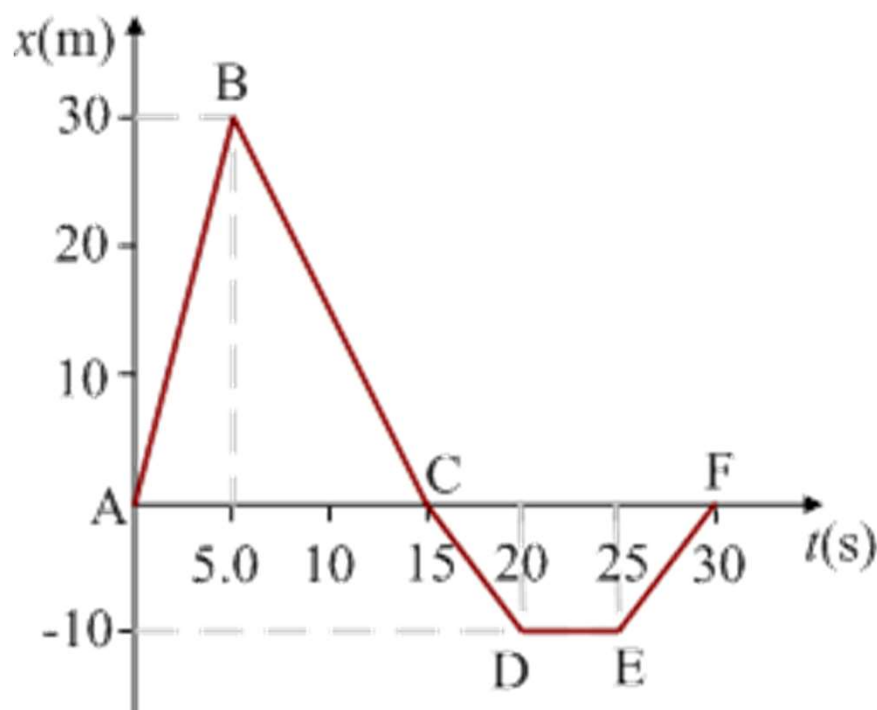
לכן, בתנועה שוות מהירות למקוטעין, המהירות הממוצעת היא המהירות שהייתה לגוף, אילו היה עובר את כל המרחק באותו זמן בתנועה שוות מהירות אחת.

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{v_1 \cdot \Delta t_1 + v_2 \cdot \Delta t_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2}$$

תרגיל 6 - תנועה קצובה למקוטעין

הגרף הנתון מתאר את מיקומו של גוף כתלות בזמן.
הנקודה B מצויה צפונית לנקודה A.

- א- מהי מהירותו של הגוף ב- $t = 2[s]$, $t = 10[s]$, $t = 17[s]$?
מהו גודלה של המהירות בכל אחד מהזמנים הללו?
- ב- מהי המהירות הממוצעת של הגוף בפרק הזמן $0 \leq t \leq 25 [s]$?
- ג- מהי המהירות הממוצעת של הגוף בפרק הזמן $0 \leq t \leq 30 [s]$?



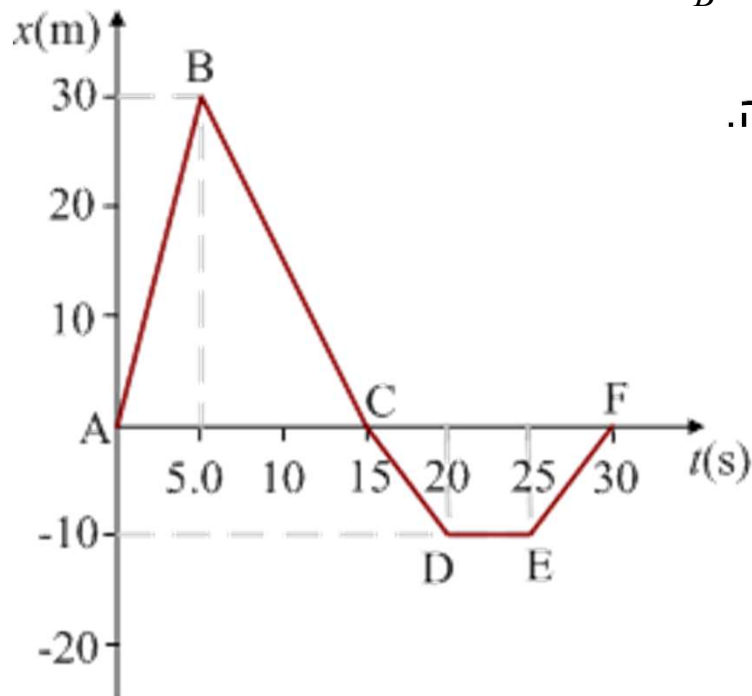
פתרון לתרגיל 6 – סעיף א

א- מהי מהירותו של הגוף ב- $t = 2[s]$, $t = 10[s]$, $t = 17[s]$?

על מנת לדעת את מהירותו של הגוף בזמנים האלה, נחשב את מהירותו בכל אחד מקטעי הגרף הישרים, בהם המהירות אינה משתנה.

בקטע AB מהירות הגוף היא:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_B - x_A}{t_B - t_A} = \frac{30[m] - 0}{5[s] - 0} = 6 \left[\frac{m}{s} \right]$$



לכן מהירות הגוף ב- $t = 2[s]$ היא $6[m/s]$ מטרים בשנייה.

גודלה של המהירות (speed) הוא הערך המוחלט של המהירות (velocity):

$$|v| = 6 \left[\frac{m}{s} \right]$$

פתרון לתרגיל 6 – סעיף א: המהירות בקטע BC

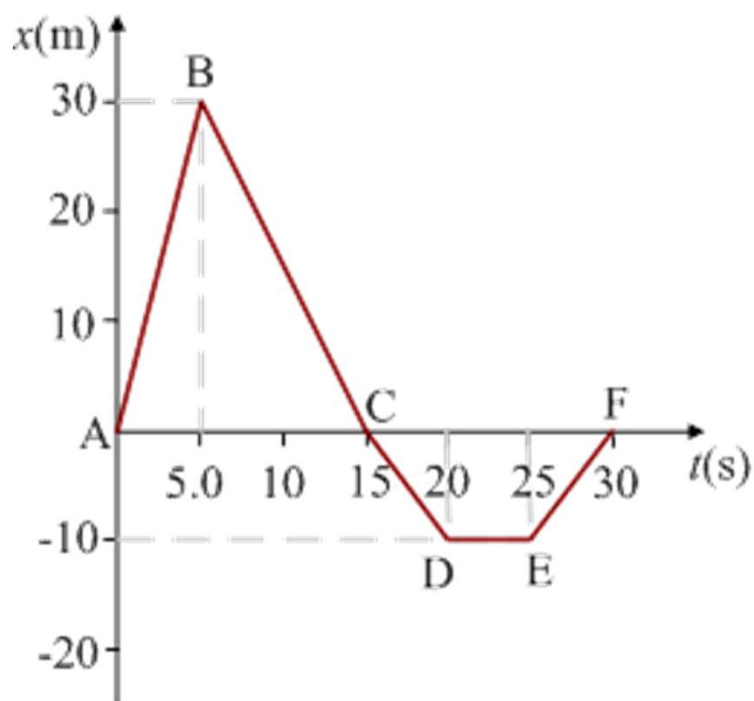
בקטע BC מהירות הגוף היא:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_C - x_B}{t_C - t_B} = \frac{0 - 30[m]}{15[s] - 5[s]} = -3 \left[\frac{m}{s} \right]$$

לכן מהירות הגוף ב- $t = 10[s]$ היא $-3[m/s]$. הגוף נע בכיוון דרום.

גודלה של המהירות:

$$|v| = 3 \left[\frac{m}{s} \right]$$

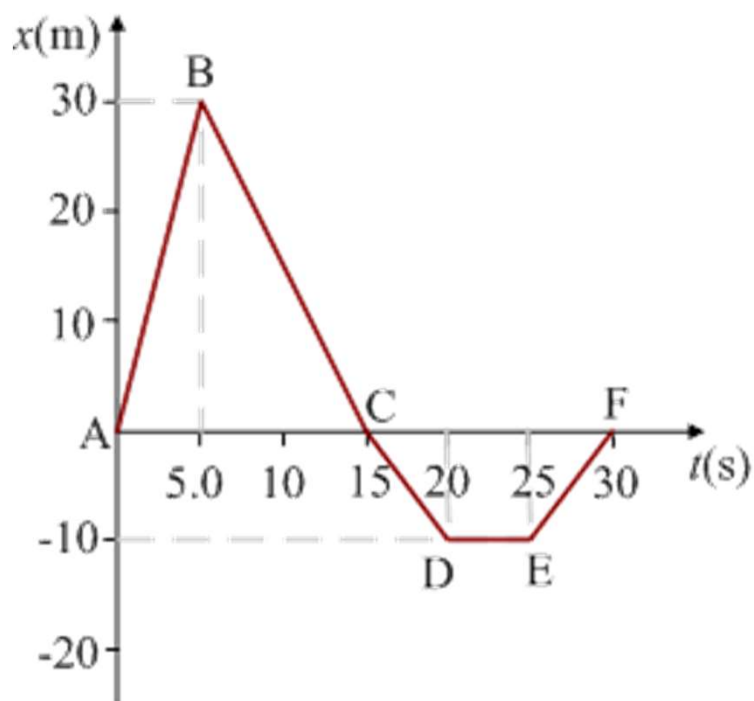


פתרון לתרגיל 6 – סעיף א: המהירות בקטע CD

בקטע CD מהירות הגוף היא:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_D - x_C}{t_D - t_C} = \frac{-10[m] - 0}{20[s] - 15[s]} = -2 \left[\frac{m}{s} \right]$$

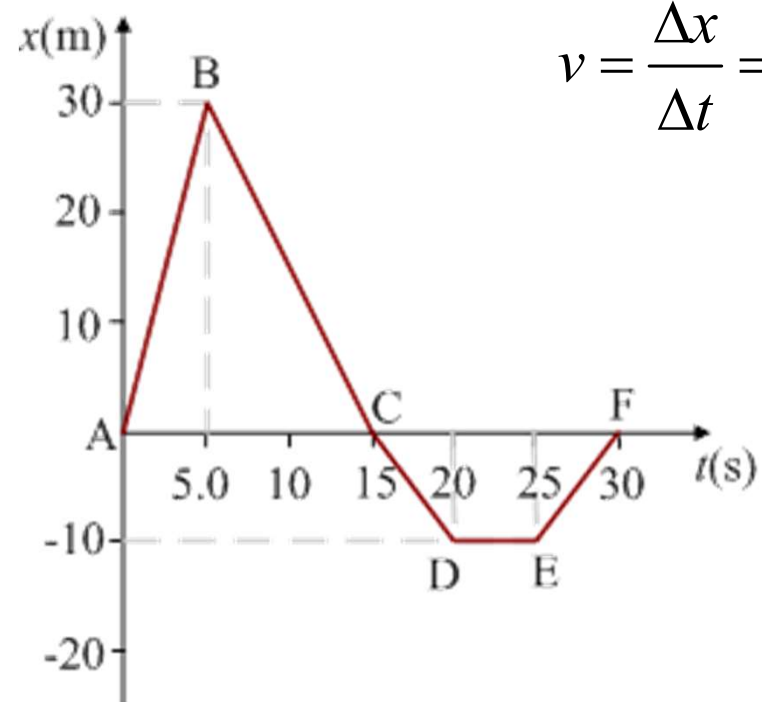
לכן מהירות הגוף ב- $t = 10[s]$ היא $-2[m/s]$. הגוף ממשיך לנוע בכיוון הנגדי לתנועתו ההתחלתית.



גודלה של המהירות בקטע CD הוא $|v| = 2[m/s]$.

ב- מהי המהירות הממוצעת של הגוף בין 0 ל-25 שניות?

המהירות הממוצעת בפרק זמן זה היא:

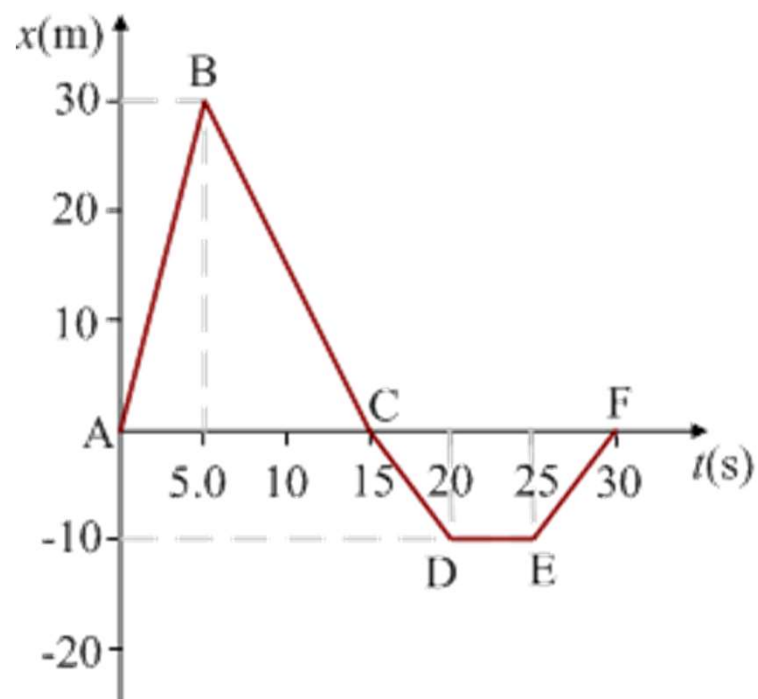


$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_E - x_A}{t_E - t_A} = \frac{-10[m] - 0}{25[s] - 0} = -0.4 \left[\frac{m}{s} \right]$$

ג- מהי המהירות הממוצעת של הגוף בין 0 ל-30 שניות?

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_F - x_A}{t_F - t_A} = \frac{0 - 0}{30 - 0} = 0 \left[\frac{m}{s} \right] \quad \text{המהירות הממוצעת בפרק זמן זה היא:}$$

הואיל וההעתק של הגוף בפרק זמן זה הוא 0 מטרים, גם מהירותו הממוצעת היא 0 מטרים לשנייה.



סוף