

מכניקה - קינמטיקה

תיאור גרפי של מהירות בתלות בזמן

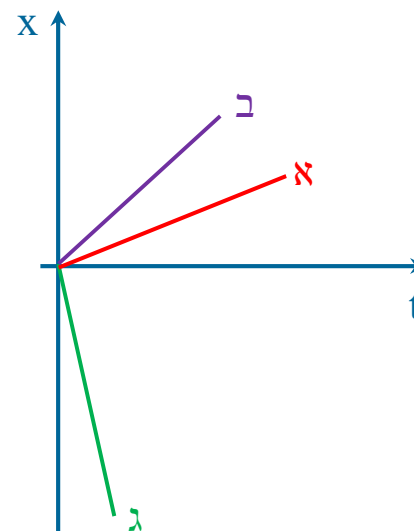
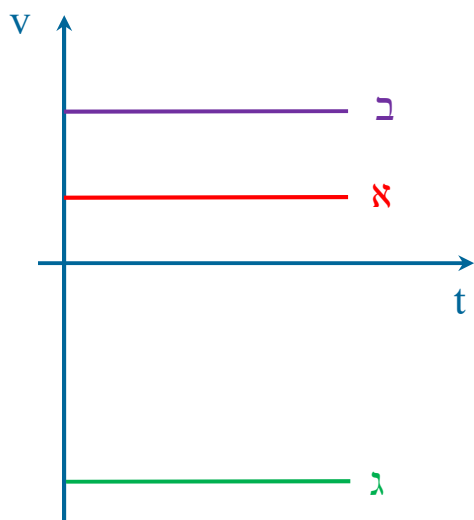


- ▶ גרף מהירות-זמן בתנועה שוות-מהירות
- ▶ השטח התחום בין עקומת מהירות-זמן לציר הזמן בתנועה שוות-מהירות
- ▶ גרף מהירות-זמן בתנועה שוות-מהירות למקוטעין
- ▶ השטח התחום בין עקומת מהירות-זמן לציר הזמן בתנועה שוות-מהירות למקוטעין
- ▶ גרף מהירות-זמן בתנועה בה המהירות משתנה ברציפות
- ▶ השטח התחום בין עקומת מהירות-זמן כלשהי לציר הזמן
- ▶ תנועה במהירות משתנה (תנועה בתאוצה)
- ▶ הגדרת תנועה בתאוצה קבועה, המושג "תאוצה ממוצעת" והמושג "תאוצה" בתנועה שוות-תאוצה
- ▶ פונקציית מהירות-זמן בתנועה שוות תאוצה- נוסחה ותיאור גרפי

גרף מהירות-זמן בהשוואה לגרף מקום-זמן

עד כה ראינו כיצד המהירות בתנועה שוות מהירות מתוארת כשיפוע הישר המוצג כגרף של מקום-זמן (דוגמא מימין). בתנועה שוות מהירות, **הגרף של מהירות-זמן הוא קו ישר**, המקביל לציר הזמן. למשל, בגרף השמאלי:

- ישר א מתאר גרף מהירות-זמן של גוף.
- ישר ב מתאר גרף מהירות-זמן של גוף מהיר יותר.
- ישר ג מתאר גרף מהירות-זמן של גוף הנע בכיוון הפוך לשני האחרים, ומהיר יותר משניהם.



השטח בין גרף מהירות-זמן לציר הזמן

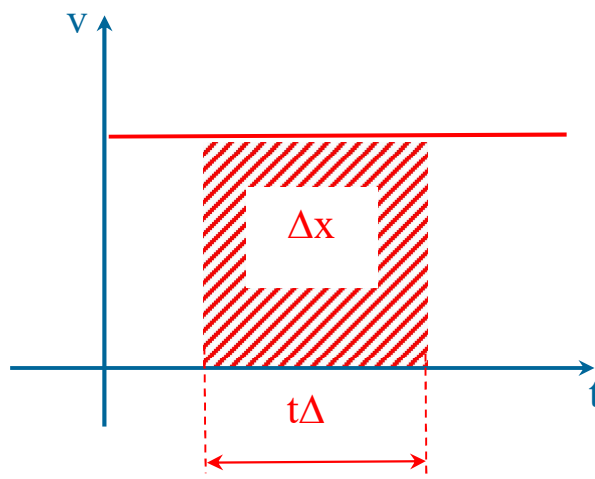
בתנועה שוות מהירות, הגרף של מהירות-זמן הוא קו ישר, המקביל לציר הזמן.

נתעניין בשטח מתחת לגרף זה בפרק זמן Δt .

זהו שטח מלבן, שכידוע שווה למכפלה של הבסיס Δt בגובה v .

על פי הגדרת המהירות בתנועה שוות-מהירות מתקיים הקשר $\Delta x = v \cdot \Delta t$. מכאן, המכפלה $v \cdot \Delta t$ שווה

לשינוי במיקום הגוף (העתק) Δx , ושווה גם לשטח התחום בין עקומת מהירות-זמן לבין ציר הזמן.

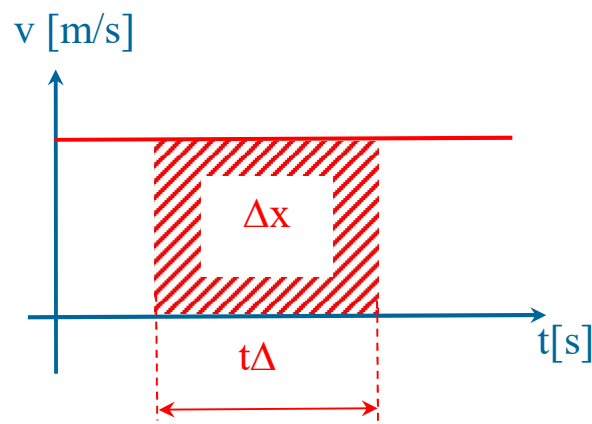


השטח התחום בין עקומת מהירות-זמן לציר הזמן בתנועה שוות מהירות

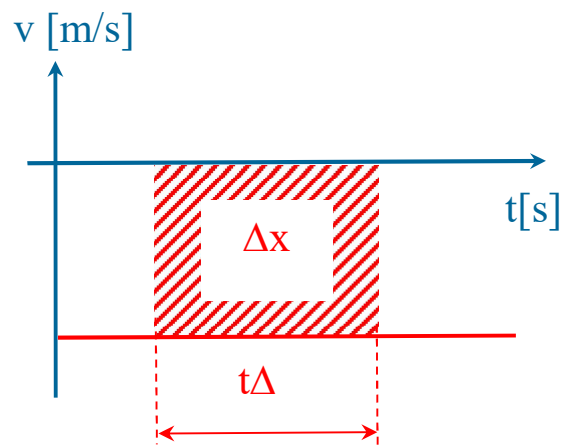
מבטא את השינוי במיקום הגוף (ההעתק).

המשך- השטח בין גרף מהירות-זמן לציר הזמן

נשים לב: יחידות השטח אשר תחום מתחת לגרף כלשהו, אינן מייצגות בהכרח מטרים רבועים (יחידת שטח), אלא מכפלה של מימדי הגדלים, אותם מייצגים הצירים. במקרה שלנו, המכפלה (זמן*מהירות) נותנת יחידות של "אורך", כנדרש עבור העתק.

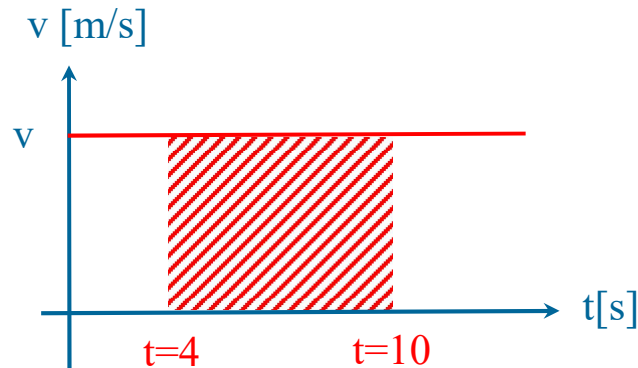


$$[A] = \left[\frac{m}{s} \right] \cdot [s] = [m]$$



כאשר סימן המהירות הוא שלילי גם גובה המלבן (v) שלילי, לכן גם ה"שטח" (Δx) שלילי. כלומר מהירות שלילית מביאה להעתק שלילי. נציין שהדרך במקרה זה היא הערך המוחלט של ההעתק.

לפניכם גרף מהירות-זמן של תנועת ילדה. ברגע $t=0$ הילדה הייתה בנקודה ששיעורה $x_0=18\text{m}$. השטח התחום בין עקומת מהירות-זמן לבין ציר הזמן מרגע $t=4\text{s}$ עד רגע $t=10\text{s}$ שווה ל- 60m .



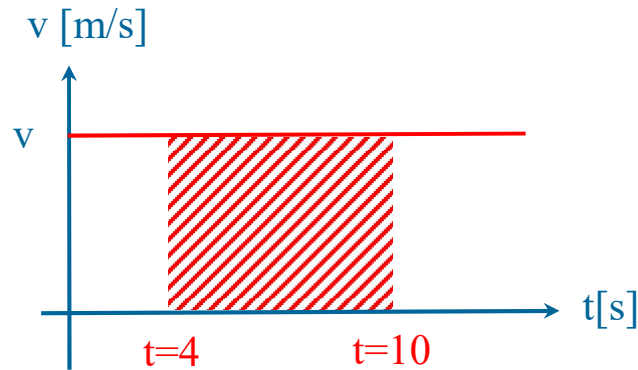
א. חשבו את מהירות הילדה v .

ב. מצאו את העתק הילדה מרגע $t=0$ עד רגע $t=12\text{s}$.

ג. חשבו את מקום הילדה ברגע $t=12\text{s}$.

פתרון לתרגיל 1 (א)

לפניכם גרף מהירות-זמן של תנועת ילדה. ברגע $t=0$ הילדה הייתה בנקודה ששיעורה $x_0=18[m]$. השטח התחום בין עקומת מהירות-זמן לבין ציר הזמן מרגע $t=4[s]$ עד רגע $t=10[s]$ שווה ל- $60[m]$.

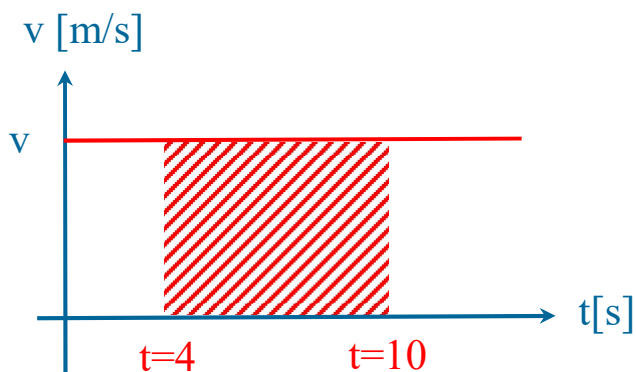


א. חשבו את מהירות הילדה v .

מנתוני השאלה נובע: $v \cdot 6[s] = 60[m]$, ולכן: $v = 10 \left[\frac{m}{s} \right]$.

פתרון לתרגיל 1 (ב)

לפניכם גרף מהירות-זמן של תנועת ילדה. ברגע $t=0$ הילדה הייתה בנקודה ששיעורה $x_0=18[m]$. השטח התחום בין עקומת מהירות-זמן לבין ציר הזמן מרגע $t=4[s]$ עד רגע $t=10[s]$ שווה ל- $60[m]$.

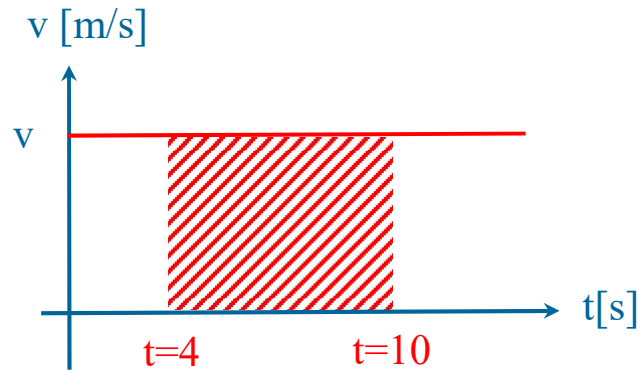


ב. מצאו את העתק הילדה מרגע $t=0$ עד רגע $t=12[s]$.

$$\Delta x = 10 \left[\frac{m}{s} \right] \cdot 12[s] = \underline{120[m]}$$

פתרון לתרגיל 1 (ג)

לפניכם גרף מהירות-זמן של תנועת ילדה. ברגע $t=0$ הילדה הייתה בנקודה ששיעורה $x_0=18[m]$. השטח התחום בין עקומת מהירות-זמן לבין ציר הזמן מרגע $t=4[s]$ עד רגע $t=10[s]$ שווה ל- $60[m]$.



ג. חשבו את מקום הילדה ברגע $t=12[s]$.

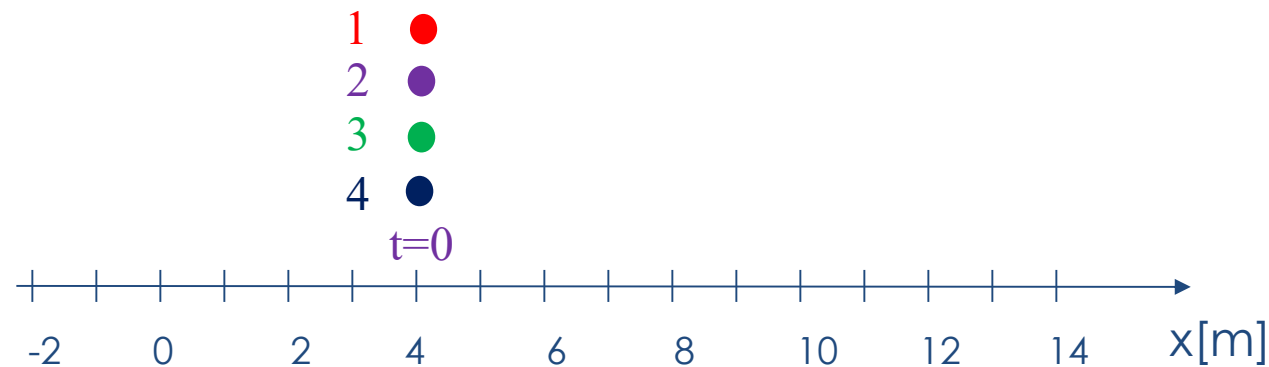
$$x(12[s]) = x_0 + 120[m] = \underline{138[m]}$$

לפניכם ערכי המהירויות של ארבעה גופים, שכל אחד נע במהירות קבועה:

$$v_1 = 3[\text{m/s}] , v_2 = 5[\text{m/s}] , v_3 = -4[\text{m/s}] , v_4 = -2[\text{m/s}]$$

תנועת הגופים היא ביחס לציר מקום, שכיוונו החיובי פונה ימינה,

וברגע $t=0$ כל הגופים היו בנקודה ששיעורה $x_0=4[\text{m}]$.



א. ציינו את כיוון התנועה (ימינה או שמאלה) של כל אחד מארבעת הגופים.

ב. שרטטו במערכת צירים **אחת** את הגרפים "מהירות-זמן" של כל אחד מארבעת הגופים.

ג. שרטטו במערכת צירים **אחת** את גרפי מקום-זמן של כל אחד מארבעת הגופים, מרגע $t=0$ עד רגע $t=2[\text{s}]$.

ד. איזה גוף יחלוף ראשון דרך הנקודה ששיעורה $x=0$, ובאיזה רגע?

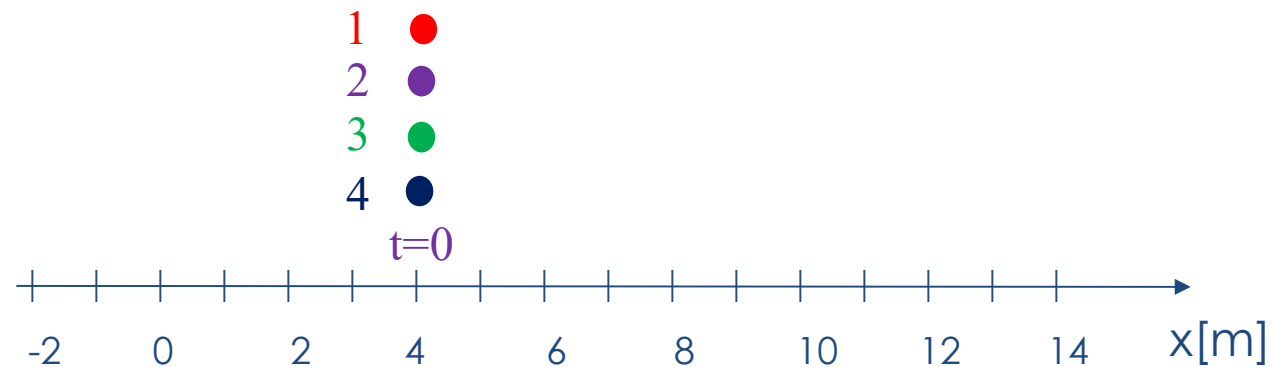
פתרון לתרגיל 2 (א)

לפניכם ערכי המהירויות של ארבעה גופים, שכל אחד נע במהירות קבועה:

$$v_1 = 3[\text{m/s}] , v_2 = 5[\text{m/s}] , v_3 = -4[\text{m/s}] , v_4 = -2[\text{m/s}]$$

תנועת הגופים היא ביחס לציר מקום, שכיוונו החיובי פונה ימינה,

וברגע $t=0$ כל הגופים היו בנקודה ששיעורה $x_0=4[\text{m}]$.



א. ציינו את כיוון התנועה (ימינה או שמאלה) של כל אחד מארבעת הגופים.

1 ו-2 ימינה, 3 ו-4 שמאלה.

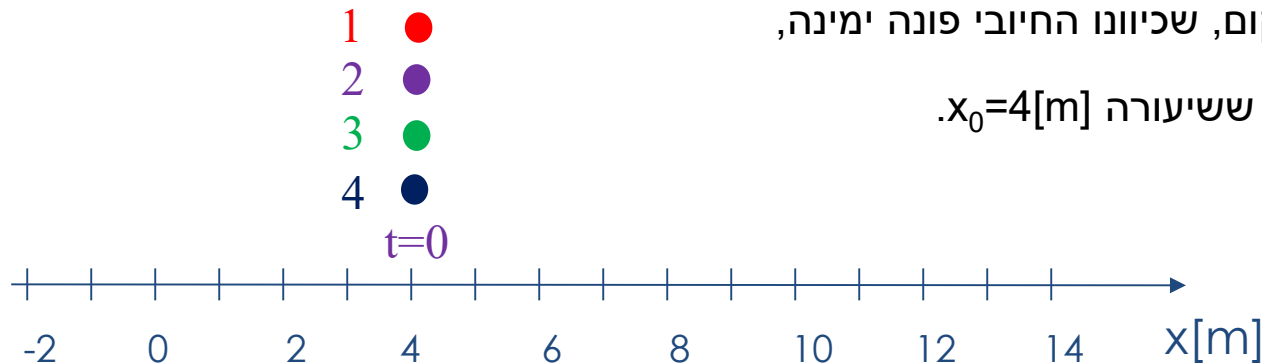
פתרון לתרגיל 2 (ב)

לפניכם ערכי המהירויות של ארבעה גופים, שכל אחד נע במהירות קבועה:

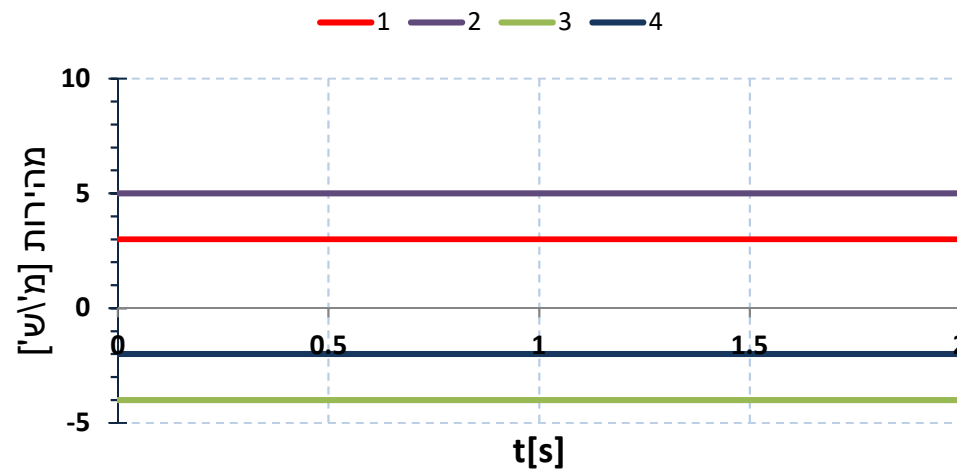
$$v_1 = 3[\text{m/s}] , v_2 = 5[\text{m/s}] , v_3 = -4[\text{m/s}] , v_4 = -2[\text{m/s}]$$

תנועת הגופים היא ביחס לציר מקום, שכיוונו החיובי פונה ימינה,

וברגע $t=0$ כל הגופים היו בנקודה ששיעורה $x_0=4[\text{m}]$.



ב. שרטטו במערכת צירים **אחת** את הגרפים "מהירות-זמן" של כל אחד מארבעת הגופים.



פתרון לתרגיל 2 (ג)

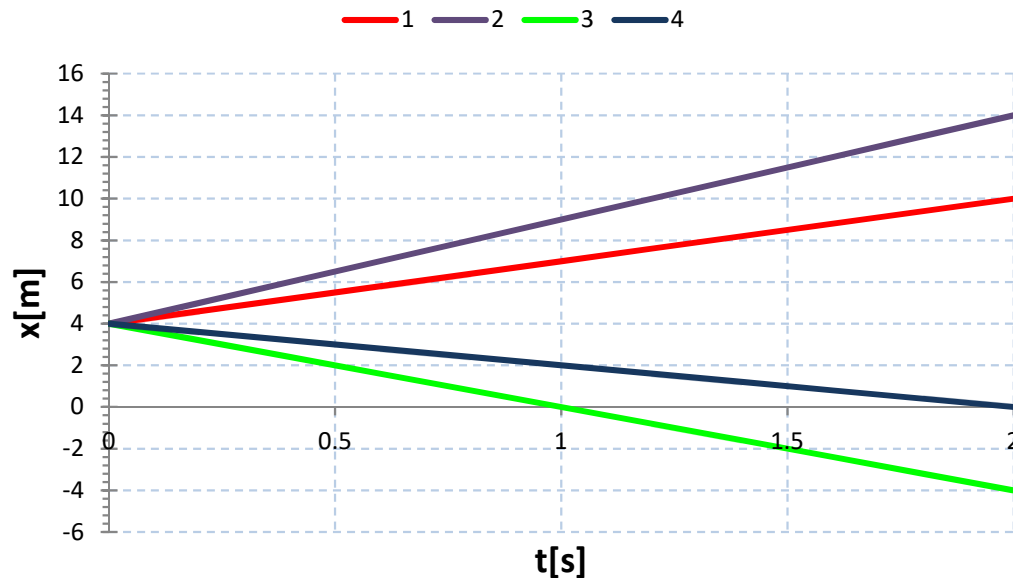
לפניכם ערכי המהירויות של ארבעה גופים, שכל אחד נע במהירות קבועה:

$$v_1 = 3[\text{m/s}], v_2 = 5[\text{m/s}], v_3 = -4[\text{m/s}], v_4 = -2[\text{m/s}]$$

תנועת הגופים היא ביחס לציר מקום, שכיוונו החיובי פונה ימינה,

וברגע $t=0$ כל הגופים היו בנקודה ששיעורה $x_0=4[\text{m}]$.

- 1 ●
 - 2 ●
 - 3 ●
 - 4 ●
- $t=0$



ג. שרטטו במערכת צירים **אחת** את

גרפי מקום-זמן של כל אחד מארבעת

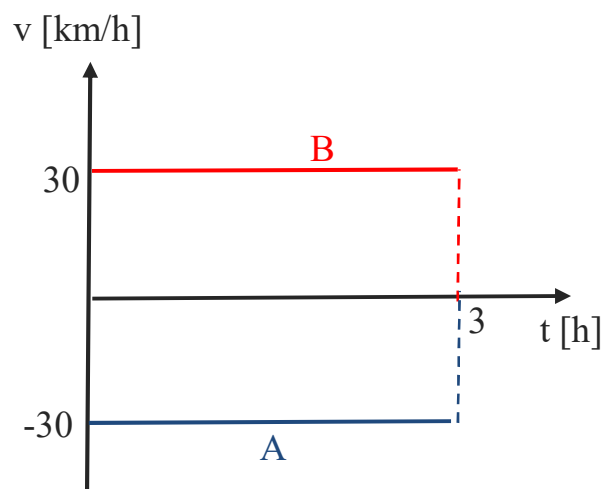
הגופים, מרגע $t=0$ עד רגע $t=2[\text{s}]$.

ד. איזה גוף יחלוף ראשון דרך הנקודה

ששיעורה $x=0$, ובאיזה רגע?

בתרשים מופיעים גרפי מהירות זמן של שני כלי רכב, הנעים על כביש ישר שנמתח מצפון לדרום. הכיוון החיובי של ציר ה-x הוא דרומה. ברגע $t=0$ גוף A היה בנקודה ששיעורה $x_0 = 30[\text{km}]$,

וגוף B היה בנקודה ששיעורה $x_0 = 90[\text{km}]$.



א. מה כיוון התנועה של כל אחד מכלי הרכב: צפונה או דרומה? נמקו.

ב. מה היה מיקום כל אחד מכלי הרכב לאחר שלוש שעות?

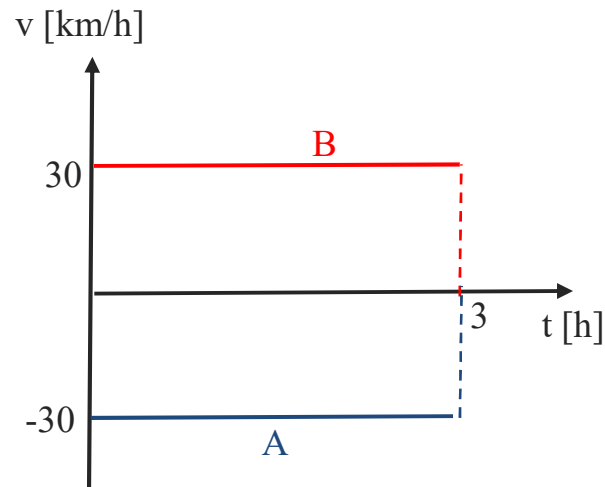
ג. באיזה רגע חולפים כלי הרכב זה על פני זה?

ד. שרטטו במערכת צירים אחת את גרפי מקום-זמן של כל אחד משני כלי הרכב, $t=0$ עד רגע $t = 3[\text{h}]$.

פתרון לתרגיל 3 (א)

בתרשים מופיעים גרפי מהירות זמן של שני כלי רכב, הנעים על כביש ישר שנמתח מצפון לדרום. הכיוון החיובי של ציר ה- x הוא דרומה. ברגע $t=0$ גוף A היה בנקודה ששיעורה $x_0 = 30[\text{km}]$,

וגוף B היה בנקודה ששיעורה $x_0 = 90[\text{km}]$.



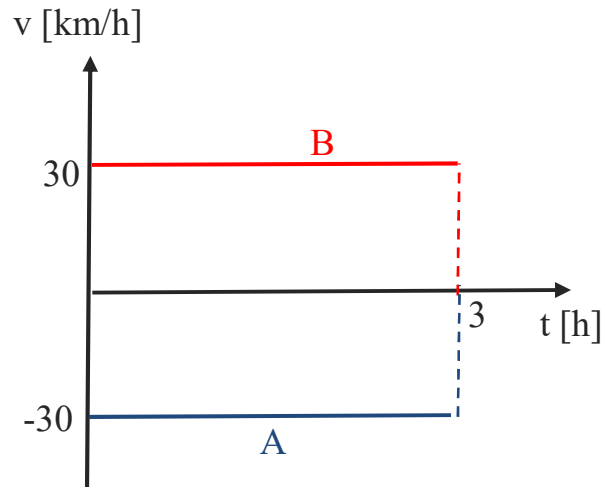
א. מה כיוון התנועה של כל אחד מכלי הרכב:
צפונה או דרומה? נמקו.

B דרומה (מהירות חיובית), A צפונה.

פתרון לתרגיל 3 (ב)

בתרשים מופיעים גרפי מהירות זמן של שני כלי רכב, הנעים על כביש ישר שנמתח מצפון לדרום. הכיוון החיובי של ציר ה-x הוא דרומה. ברגע $t=0$ גוף A היה בנקודה ששיעורה $x_0 = 30[km]$,

וגוף B היה בנקודה ששיעורה $x_0 = 90[km]$.



ב. מה היה מיקום כל אחד מכלי הרכב לאחר שלוש שעות?

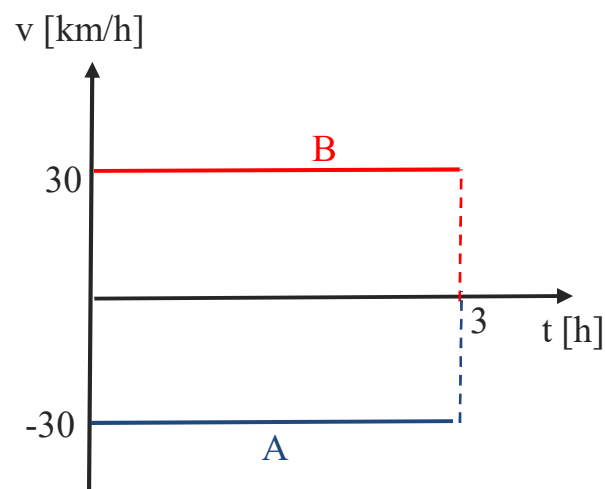
$$x_A(3[h]) = 30[km] - 30 \left[\frac{km}{h} \right] \cdot 3[h] = -60[km]$$

$$x_B(3[h]) = 90[km] + 30 \left[\frac{km}{h} \right] \cdot 3[h] = 180[km]$$

פתרון לתרגיל 3 (ג)

בתרשים מופיעים גרפי מהירות זמן של שני כלי רכב, הנעים על כביש ישר שנמתח מצפון לדרום. הכיוון החיובי של ציר ה-x הוא דרומה. ברגע $t=0$ גוף A היה בנקודה ששיעורה $x_0 = 30[\text{km}]$,

וגוף B היה בנקודה ששיעורה $x_0 = 90[\text{km}]$.



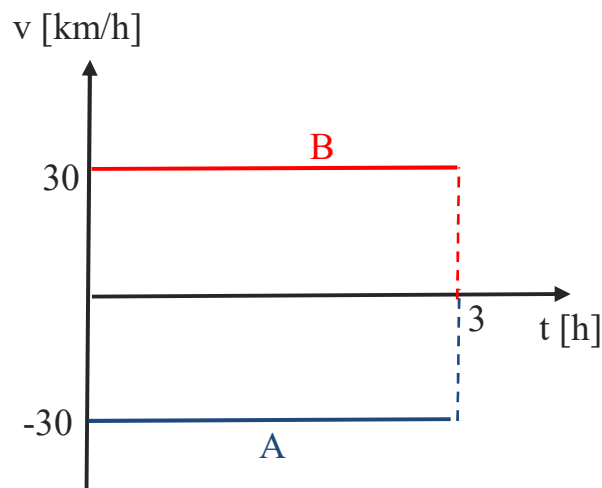
ג. באיזה רגע חולפים כלי הרכב זה על פני זה?

זה לא קורה אף פעם.

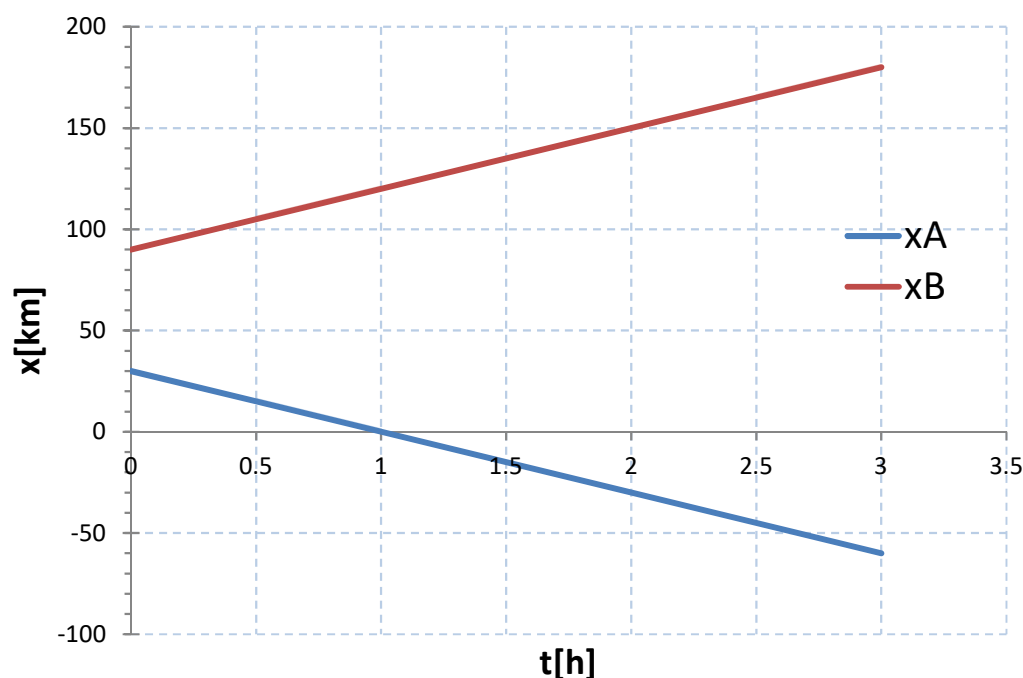
פתרון לתרגיל 3 (ד)

בתרשים מופיעים גרפי מהירות זמן של שני כלי רכב, הנעים על כביש ישר שנמתח מצפון לדרום. הכיוון החיובי של ציר ה-x הוא דרומה. ברגע $t=0$ גוף A היה בנקודה ששיעורה $x_0 = 30[\text{km}]$,

וגוף B היה בנקודה ששיעורה $x_0 = 90[\text{km}]$.



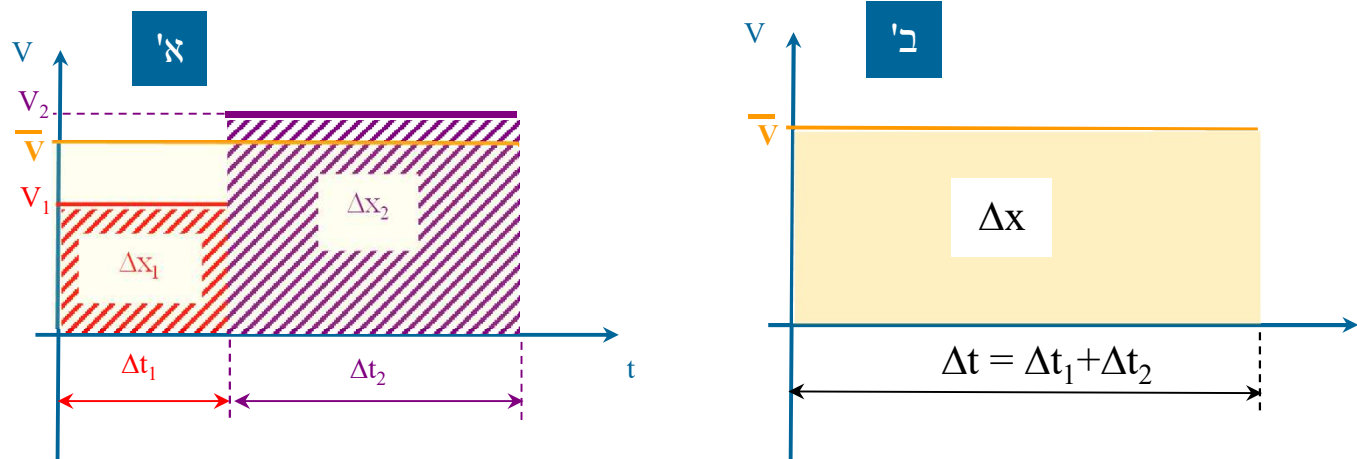
ד. שרטטו במערכת צירים אחת את גרפי מקום-זמן של כל אחד משני כלי הרכב, $t=0$ עד רגע $t = 3[\text{h}]$.



גרף מהירות-זמן בתנועה שוות-מהירות-למקוטעין

נעבור עתה למקרה שבו המהירות משתנה בסדרה של פרקי זמן, שבכל אחד מהם תנועת הגוף היא שוות-מהירות (בגודל אחר). כפי שראינו, תנועה כזו נקראת "תנועה שוות-מהירות למקוטעין".

נבחן את גרף מהירות-זמן ואת שימושיו במקרה זה. ננתח את התנועה המתוארת בגרף שבתרשים א':



נמצא את ההעתק בכל שלב של התנועה הנ"ל, על ידי חישוב "שטחי" המלבנים ש"מתחת" לגרף בשני חלקי התנועה.

סכום ההעתקים בשני פרקי הזמן שווה כמובן להעתק הכולל $\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 = v_1 \cdot \Delta t_1 + v_2 \cdot \Delta t_2$.

כזכור, המהירות הממוצעת $\bar{v}$ מבטאת את היחס בין ההעתק הכולל של הגוף לבין פרק הזמן הכולל שחלף.

מכאן, שהשטח מתחת לגרף המהירות הממוצעת כתלות בזמן (תרשים ב'), שווה לסכום השטחים בכל אחד מקטעי התנועה, כלומר, להעתק הכולל:

$$\Delta x = \bar{v} \cdot \Delta t = \Delta x_1 + \Delta x_2$$

גרף מהירות-זמן בתנועה שוות-מהירות-למקוטעין

מشتי המשוואות

$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 = v_1 \cdot \Delta t_1 + v_2 \cdot \Delta t_2$$

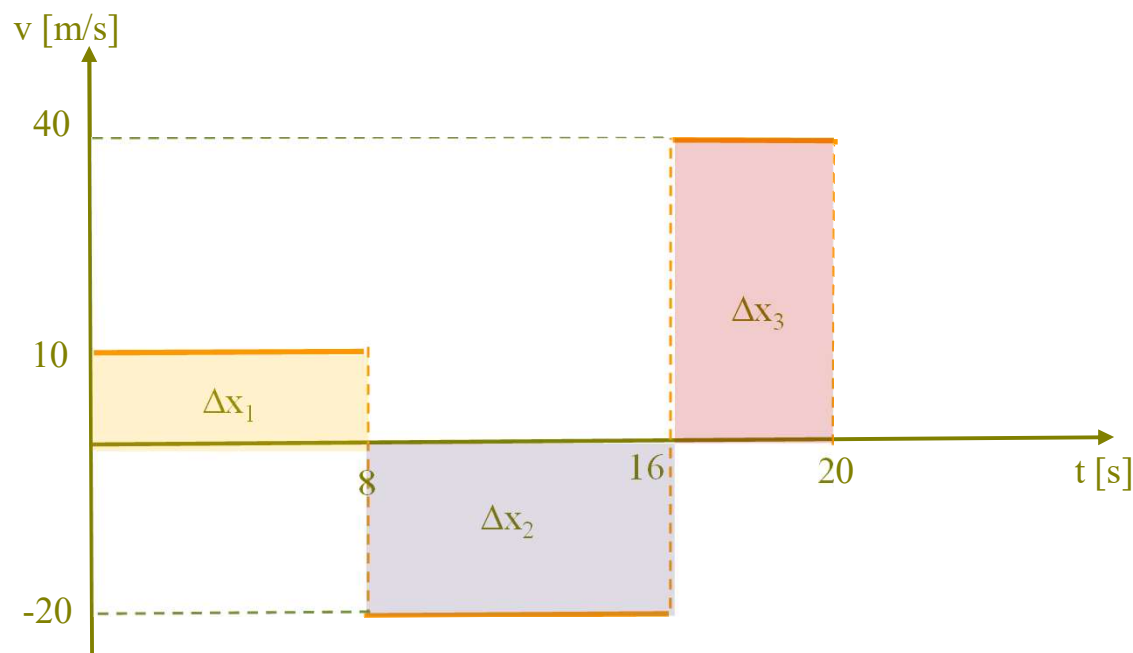
$$\Delta x = \bar{v} \cdot \Delta t = \Delta x_1 + \Delta x_2$$

נובע הביטוי הבא עבור המהירות הממוצעת:

$$\bar{v} = \frac{v_1 \cdot \Delta t_1 + v_2 \cdot \Delta t_2}{\Delta t} = v_1 \cdot \frac{\Delta t_1}{\Delta t} + v_2 \cdot \frac{\Delta t_2}{\Delta t}$$

המהירות הממוצעת היא הסכום המשוקלל של המהירות השונות, כאשר פקטור השקלול הוא משך זמן שבו הגוף נע במהירות מסוימת לחלק לזמן הנסיעה הכולל.

לפניכם גרף מהירות-זמן של תנועת כלי רכב. ברגע $t=0$ היה כלי הרכב בנקודה ששיעורה $x_0 = 30[m]$.



א. רשמו פונקציית מקום-זמן ושרטטו גרף מקום-זמן עבור תנועת כלי הרכב.

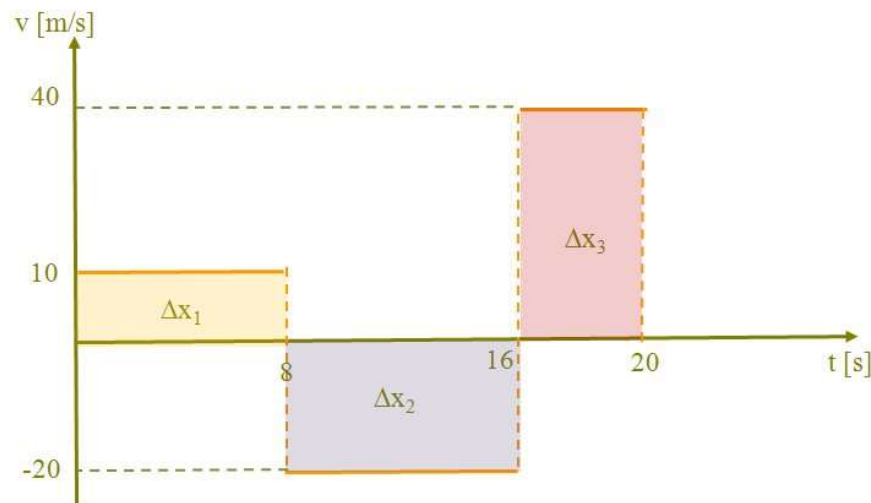
ב. האם במהלך תנועתו כלי הרכב חולף דרך נקודת הימצאו ברגע $t=0$? אם כן - ציינו באילו זמנים, אם לא - נמקו מדוע.

ג. מה הייתה מהירותו הממוצעת של כלי הרכב מרגע $t=8[s]$ עד רגע $t=20[s]$?

ד. האם הדרך וההעתק במקרה זה שווים? נמקו.

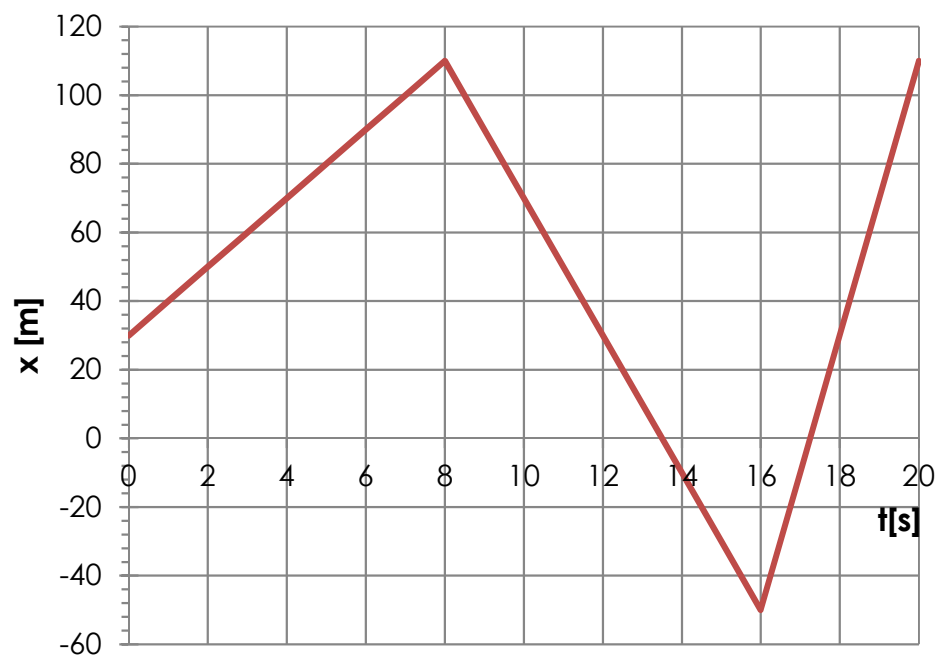
פתרון לתרגיל 4 (א)

לפניכם גרף מהירות-זמן של תנועת כלי רכב. ברגע $t=0$ היה כלי הרכב בנקודה ששיעורה $x_0 = 30[m]$.



א. רשמו פונקציית מקום-זמן ושרטטו גרף מקום-זמן

עבור תנועת כלי הרכב.



ב. האם במהלך תנועתו כלי הרכב חולף דרך נקודת הימצאו ברגע $t=0$? אם כן - ציינו באילו זמנים, אם לא - נמקו מדוע.

$$x(t) = \begin{cases} 30[m] + 10\left[\frac{m}{s}\right] \cdot t & 0 \leq t \leq 8[s] \\ 110[m] - 20\left[\frac{m}{s}\right] \cdot (t - 8[s]) & 8[s] \leq t \leq 16[s] \\ -50[m] + 40\left[\frac{m}{s}\right] \cdot (t - 16[s]) & 16[s] \leq t \leq 20[s] \end{cases}$$

פתרון לתרגיל 4 (ב)

לפניכם גרף מהירות-זמן של תנועת כלי רכב. ברגע $t=0$ היה כלי הרכב בנקודה ששיעורה $x_0 = 30[m]$.

$$x(t) = \begin{cases} 30[m] + 10\left[\frac{m}{s}\right] \cdot t & 0 \leq t \leq 8[s] \\ 110[m] - 20\left[\frac{m}{s}\right] \cdot (t - 8[s]) & 8[s] \leq t \leq 16[s] \\ -50[m] + 40\left[\frac{m}{s}\right] \cdot (t - 16[s]) & 16[s] \leq t \leq 20[s] \end{cases}$$

ב. האם במהלך תנועתו כלי הרכב חולף דרך נקודת הימצאו ברגע $t=0$? אם כן - ציינו באילו זמנים, אם לא - נמקו מדוע.

בין $8[s]$ ל- $16[s]$:

$$110 - 20 \cdot (t - 8) = 30$$

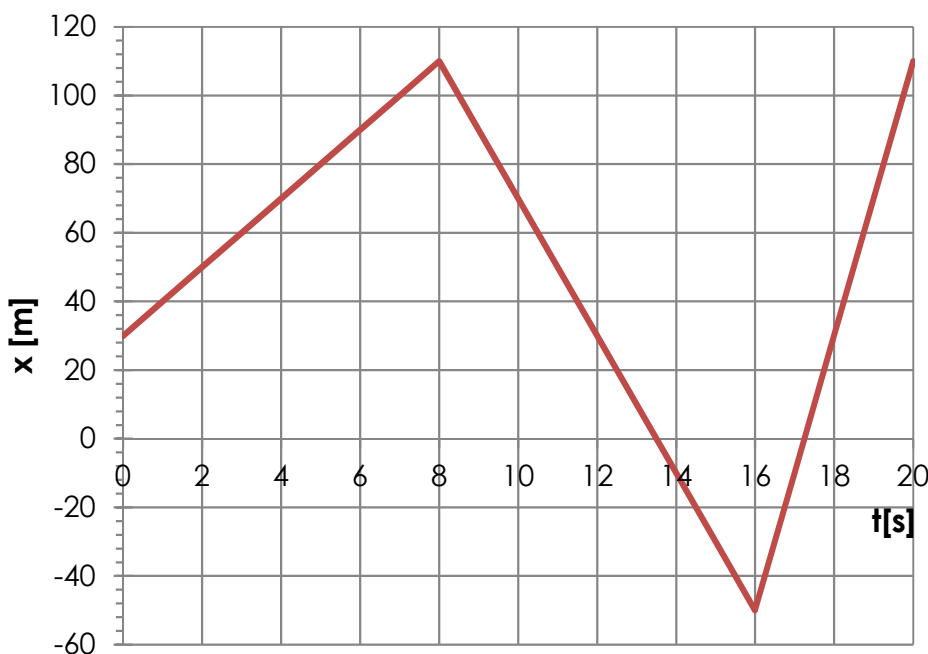
$$80 = 20 \cdot (t - 8) \Rightarrow \underline{t = 12[s]}$$

בין $16[s]$ ל- $20[s]$:

$$-50 + 40 \cdot (t - 16) = 30$$

$$40 \cdot (t - 16) = 80 \Rightarrow \underline{t = 18[s]}$$

ג. מה הייתה מהירותו הממוצעת של כלי הרכב מרגע $t=8[s]$ עד רגע $t=20[s]$?



פתרון לתרגיל 4 (ג)

לפניכם גרף מהירות-זמן של תנועת כלי רכב. ברגע $t=0$ היה כלי הרכב בנקודה ששיעורה $x_0 = 30[m]$.

$$x(t) = \begin{cases} 30[m] + 10\left[\frac{m}{s}\right] \cdot t & 0 \leq t \leq 8[s] \\ 110[m] - 20\left[\frac{m}{s}\right] \cdot (t - 8[s]) & 8[s] \leq t \leq 16[s] \\ -50[m] + 40\left[\frac{m}{s}\right] \cdot (t - 16[s]) & 16[s] \leq t \leq 20[s] \end{cases}$$

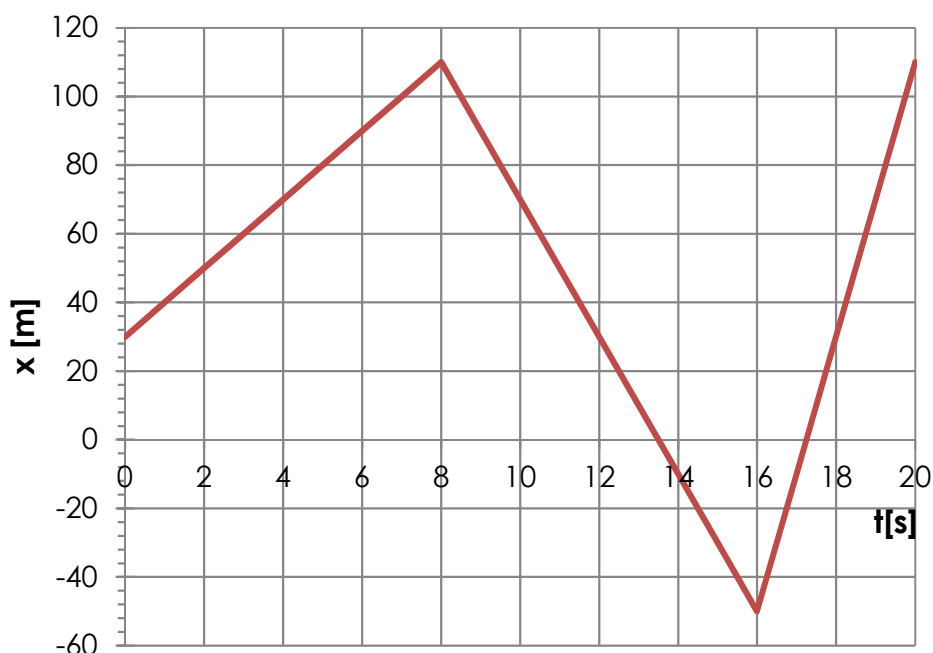
ג. מה הייתה מהירותו הממוצעת של כלי הרכב מרגע $t=8[s]$ עד רגע $t=20[s]$?

$$x(8[s]) = 110[m]$$

$$x(20[s]) = 110[m]$$

$$\bar{v} = \frac{x(20[s]) - x(8[s])}{20[s] - 8[s]} = 0$$

ד. האם הדרך וההעתק במקרה זה שווים? נמקו.



פתרון לתרגיל 4 (ד)

לפניכם גרף מהירות-זמן של תנועת כלי רכב. ברגע $t=0$ היה כלי הרכב בנקודה ששיעורה $x_0 = 30[m]$.

$$x(t) = \begin{cases} 30[m] + 10\left[\frac{m}{s}\right] \cdot t & 0 \leq t \leq 8[s] \\ 110[m] - 20\left[\frac{m}{s}\right] \cdot (t - 8[s]) & 8[s] \leq t \leq 16[s] \\ -50[m] + 40\left[\frac{m}{s}\right] \cdot (t - 16[s]) & 16[s] \leq t \leq 20[s] \end{cases}$$

ג. מה הייתה מהירותו הממוצעת של כלי הרכב מרגע $t=8[s]$ עד רגע $t=20[s]$?

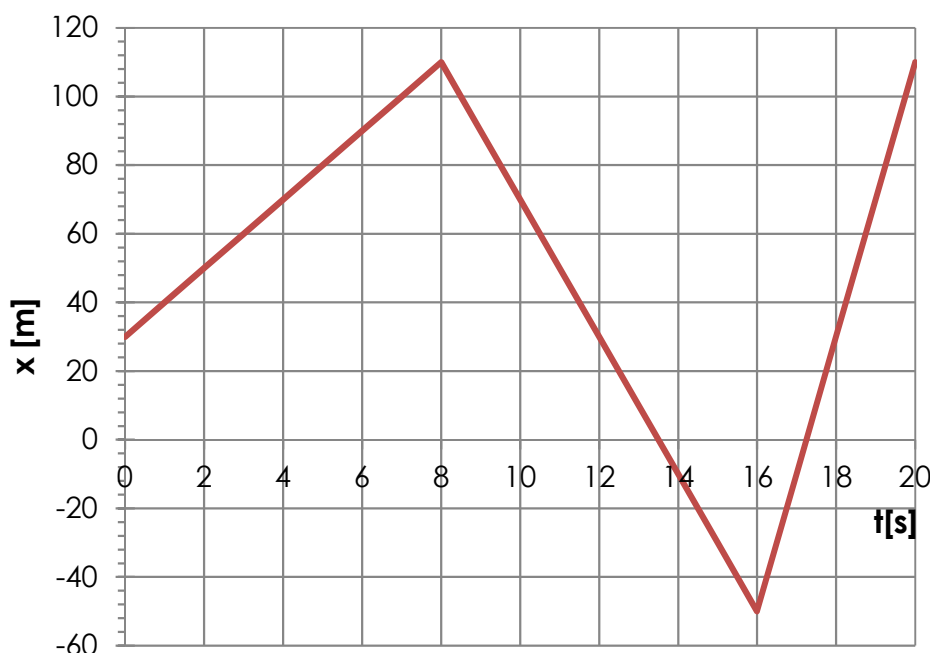
$$x(8[s]) = 110[m]$$

$$x(20[s]) = 110[m]$$

$$\bar{v} = \frac{x(20[s]) - x(8[s])}{20[s] - 8[s]} = 0$$

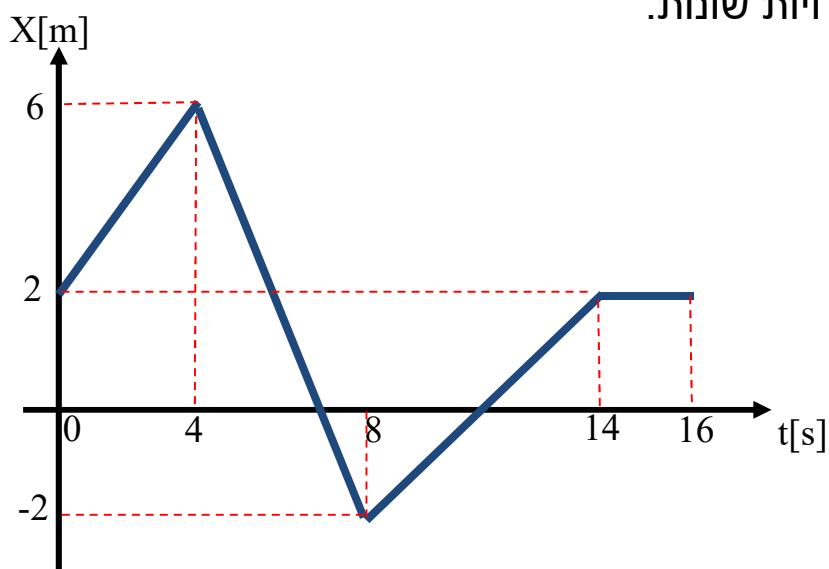
ד. האם הדרך וההעתק במקרה זה שווים? נמקו.

לא. ההעתק בפרק הזמן הנ"ל הוא 0, הדרך היא $320[m]$.



נתון הגרף הבא:

הגרף מתאר גוף הנע בפרקי זמן שונים במהירויות שונות.



א. שרטטו גרף מהירות-זמן של תנועת הגוף.

ב. באילו זמנים הגוף חולף דרך הנקודה ששיעורה $x=0$?

ג. מה הייתה מהירותו הממוצעת של כלי הרכב מרגע $t=0$ עד רגע $t=16s$?

ד. על סמך תשובתכם לסעיף ג', מה צריך להיות סכום השטחים התחומים בין עקומת מהירות-זמן לבין ציר

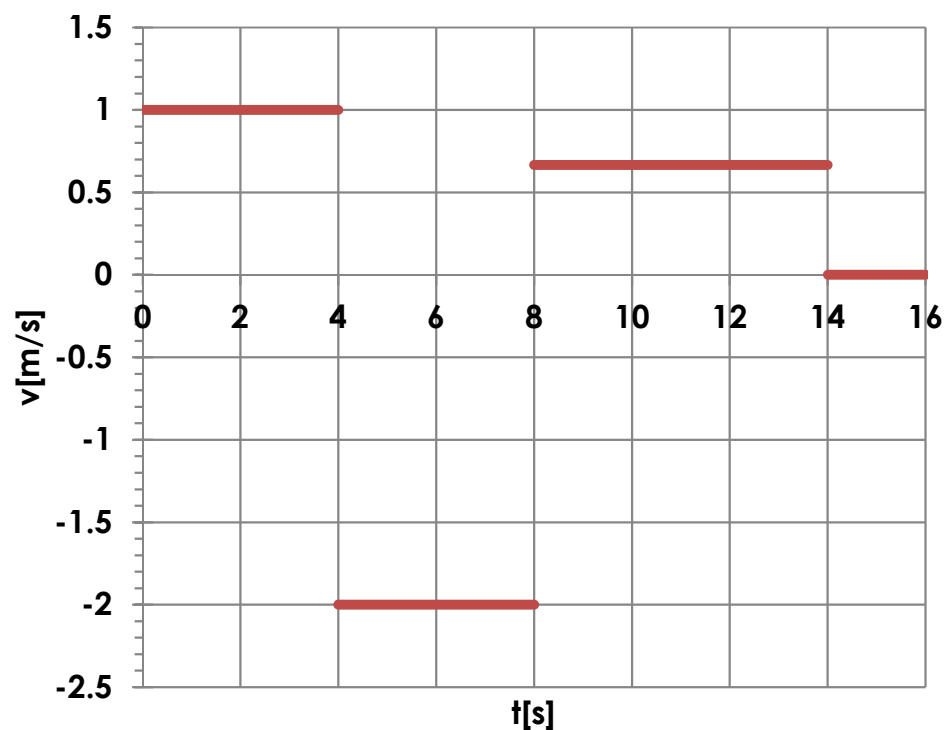
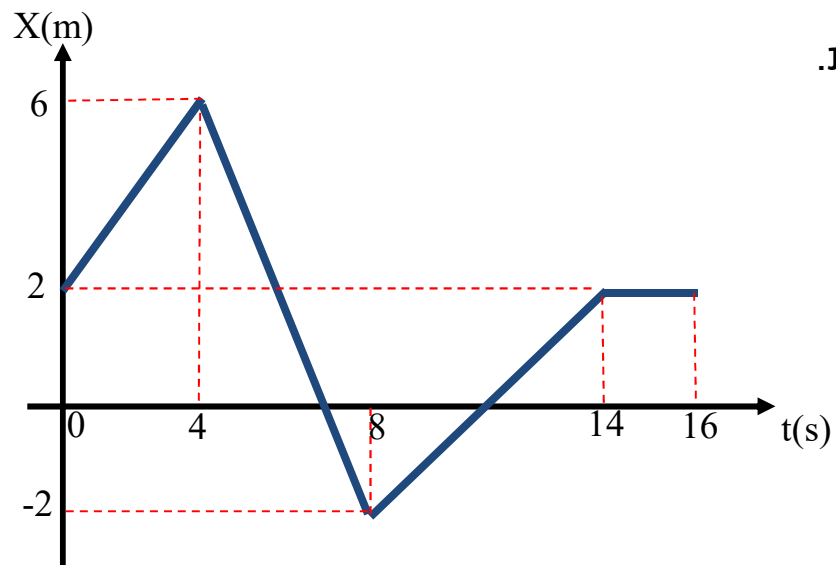
הזמן? נמקו תשובתכם.

ה. האם הדרך וההעתק במקרה זה שווים? נמקו.

פתרון לתרגיל 5 (א)

הגרף הבא מתאר גוף הנע בפרקי זמן שונים במהירויות שונות.

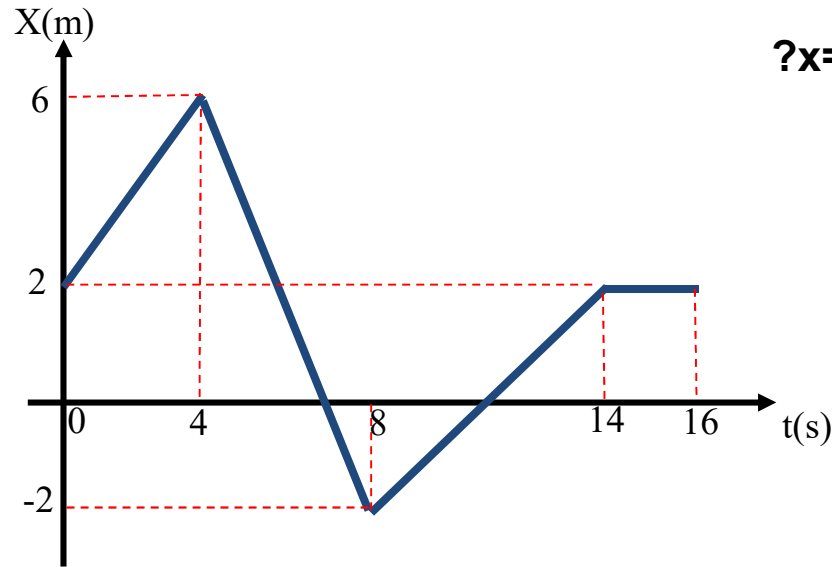
א. שרטטו גרף מהירות-זמן של תנועת הגוף.



ב. באילו זמנים הגוף חולף דרך הנקודה ששיעורה $x=0$?

פתרון לתרגיל 5 (ב)

הגרף הבא מתאר גוף הנע בפרקי זמן שונים במהירויות שונות.



ב. באילו זמנים הגוף חולף דרך הנקודה ששיעורה $x=0$?

בין $4[s]$ ל- $8[s]$:

$$x(t) = 6[m] - 2\left[\frac{m}{s}\right] \cdot (t - 4[s])$$

$$6 - 2 \cdot (t - 4) = 0 \Rightarrow 6 = 2 \cdot (t - 4)$$

$$\underline{t = 7[s]}$$

בין $8[s]$ ל- $14[s]$:

$$x(t) = -2[m] + \frac{2}{3}\left[\frac{m}{s}\right] \cdot (t - 8[s])$$

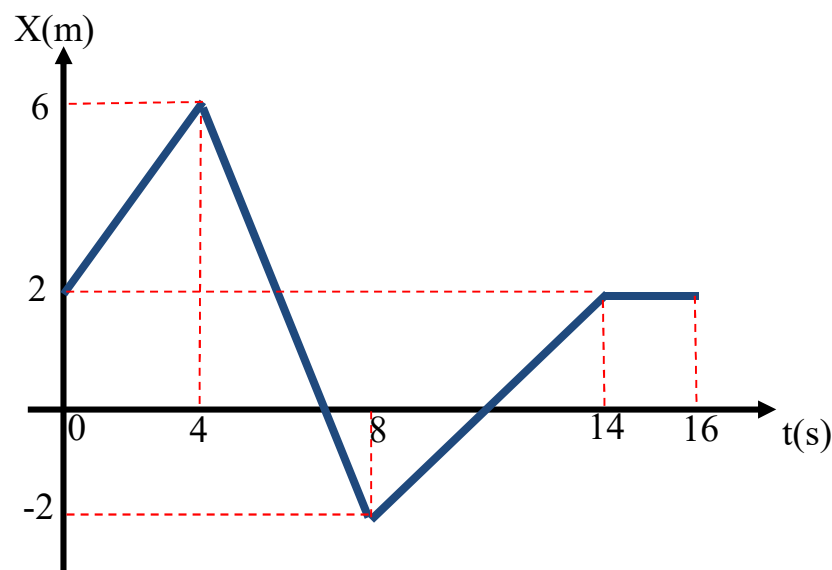
$$-2 + \frac{2}{3} \cdot (t - 8) = 0 \Rightarrow \frac{2}{3} \cdot (t - 8) = 2$$

$$\Rightarrow t - 8 = 3 \Rightarrow \underline{t = 11[s]}$$

ג. מה הייתה מהירותו הממוצעת של כלי הרכב מרגע $t=0$ עד רגע $t=16[s]$?

פתרון לתרגיל 5 (ג)

הגרף הבא מתאר גוף הנע בפרקי זמן שונים במהירויות שונות.



ג. מה הייתה מהירותו הממוצעת של כלי הרכב

מרגע $t=0$ עד רגע $t=16[s]$?

$$\bar{v} = 0$$

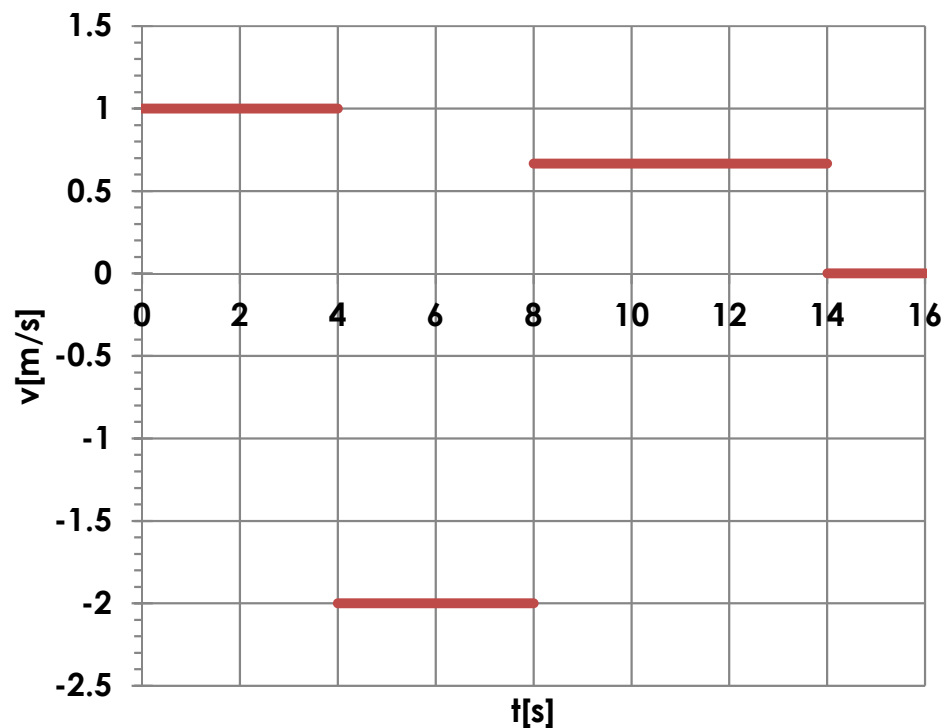
ד. על סמך תשובתכם לסעיף ג', מה צריך להיות

סכום השטחים התחומים בין עקומת מהירות-זמן

לבין ציר הזמן? נמקו תשובתכם.

פתרון לתרגיל 5 (ד)

הגרף הבא מתאר גוף הנע בפרקי זמן שונים במהירויות שונות.

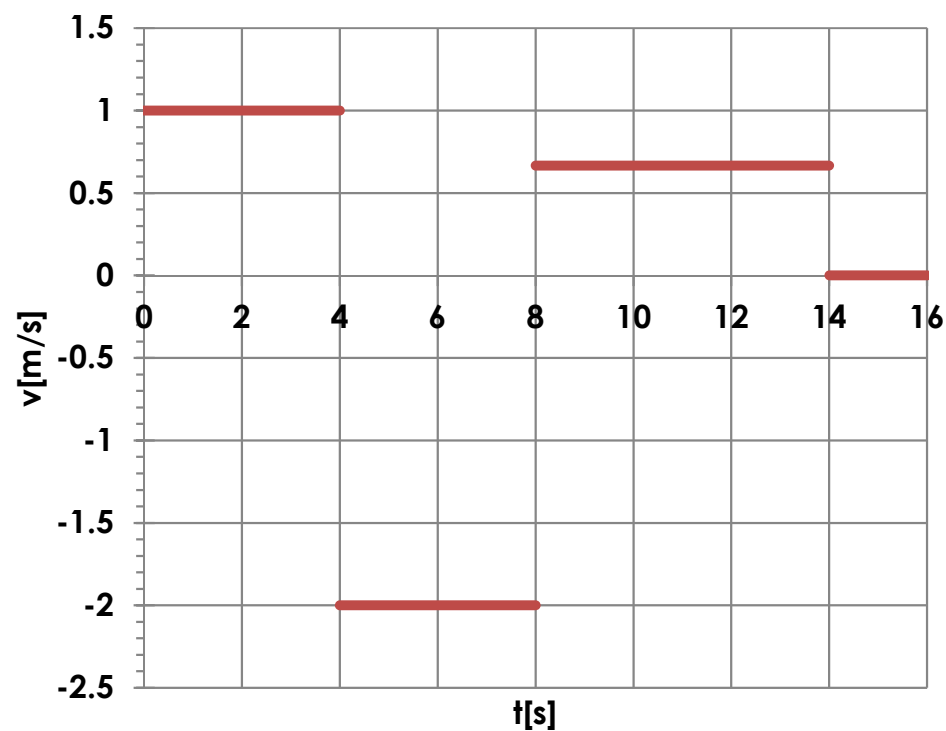


ד. על סמך תשובתכם לסעיף ג', מה צריך להיות סכום השטחים התחומים בין עקומת מהירות-זמן לבין ציר הזמן? נמקו תשובתכם. השטח שווה ל-0.

ה. האם הדרך וההעתק במקרה זה שווים? נמקו.

פתרון לתרגיל 5 (ה)

הגרף הבא מתאר גוף הנע בפרקי זמן שונים במהירויות שונות.

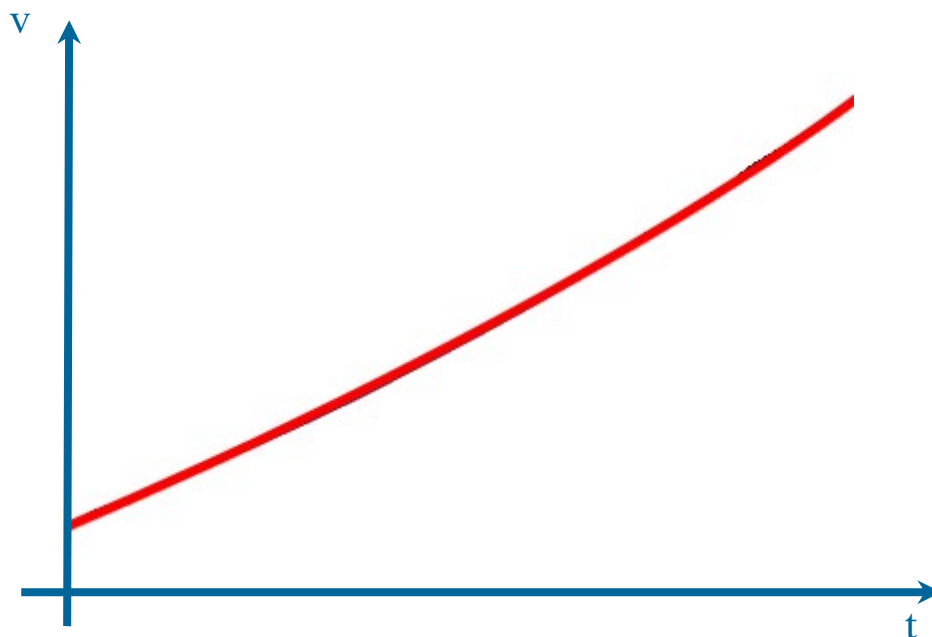


ה. האם הדרך וההעתק במקרה זה שווים? נמקו.

לא. ההעתק הוא 0, הדרך היא 16[m].

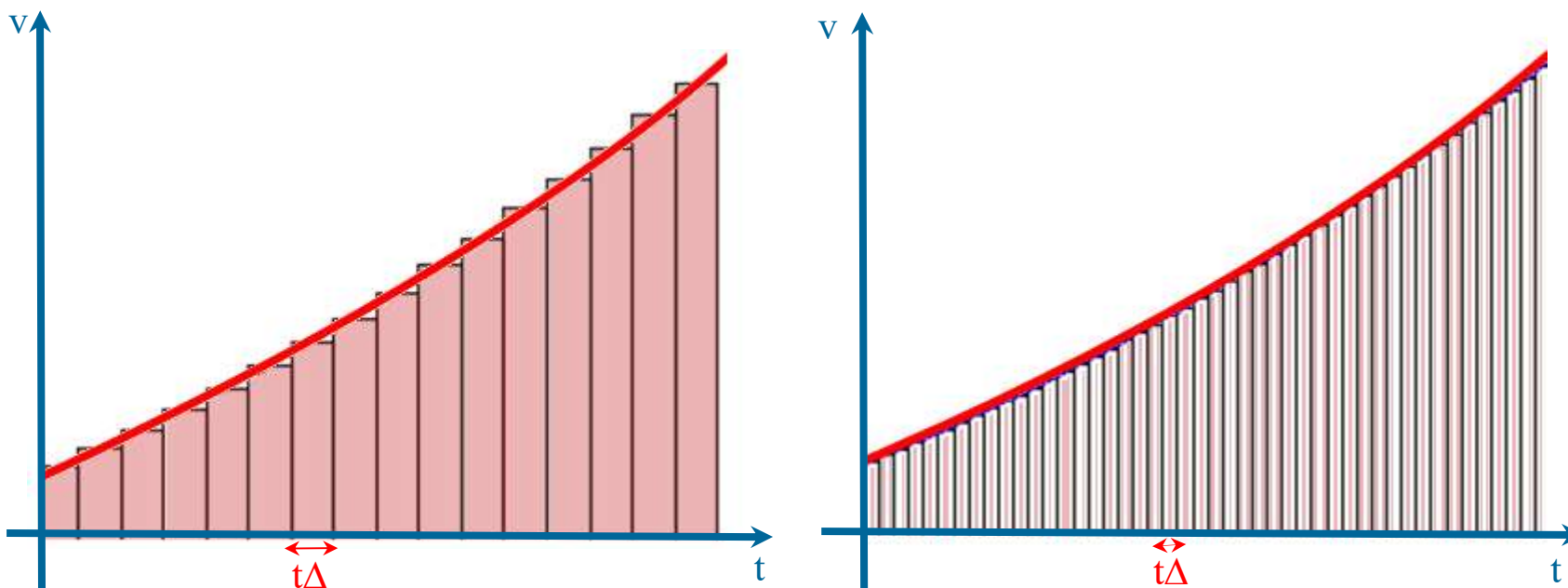
גרף מהירות-זמן כאשר המהירות משתנה באופן רציף

ראינו שכאשר עסקנו במהירות קבועה, או בתנועה קבועה למקוטעין, חישוב ההעתק נעשה על ידי חישוב השטח התחום בין עקומת מהירות-זמן לבין ציר הזמן. במציאות, המהירות משתנה ברציפות ולא "בקפיצות" (כפי שהוצג בחלק מהגרפים הקודמים), על כן פונקציית מהירות-זמן היא רציפה.



חלוקת השטח לפרקי זמן קצרים

אולם, ניתן להציג כל תנועה בקירוב כסדרה של תנועות קצובות (תרשים א').



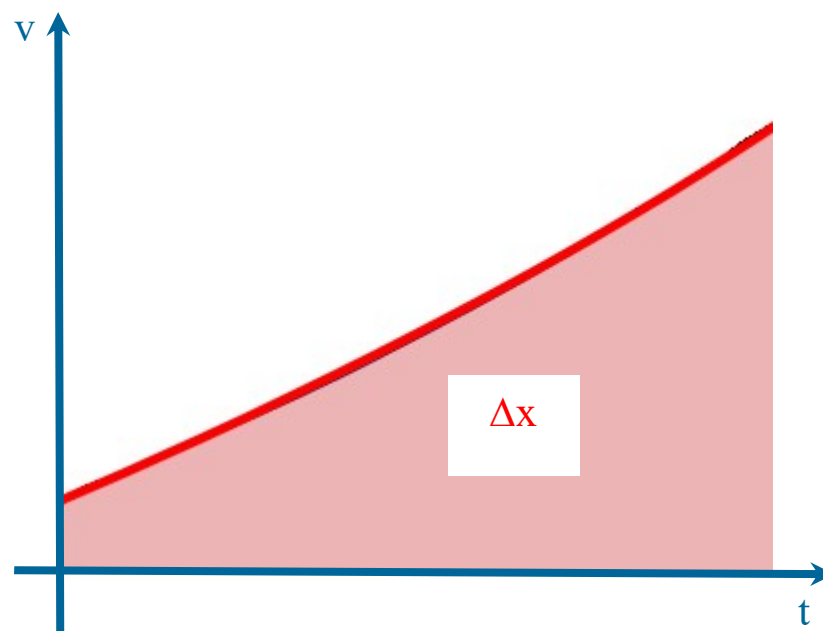
אפשר לשפר את הקירוב יותר אם מחלקים את הזמן של התנועה לפרקי זמן קצרים יותר (תרשים ב').
כאשר פרק הזמן קטן מאוד, שואף לאפס, הטעות שבקירוב שואפת לאפס.

השטח התחום בין העקומה לציר הזמן

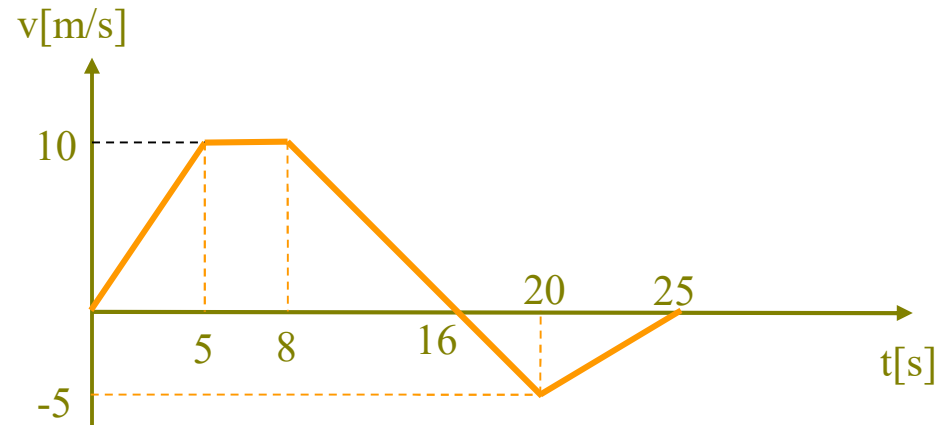
מכאן: ◀

השטח התחום בין עקומת מהירות-זמן כלשהי לבין ציר הזמן

מבטא את השינוי במיקום הגוף (ההעתק).



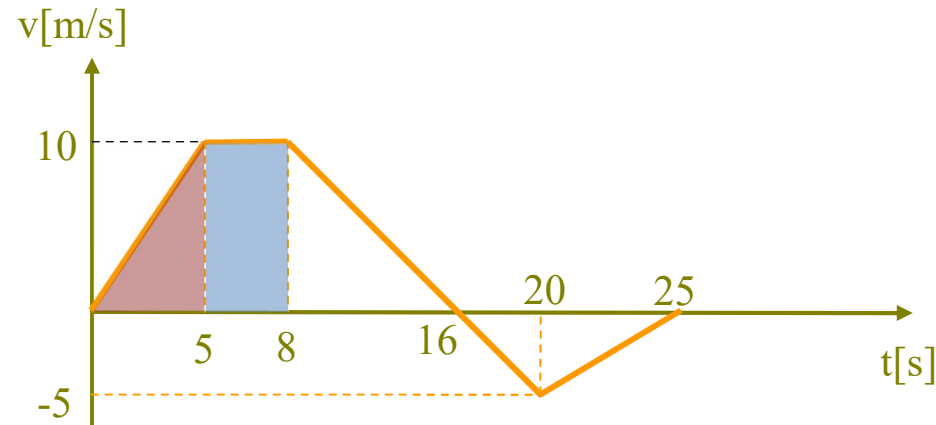
ברגע $t=0$ גוף מתחיל לנוע ימינה לאורך קו ישר ($x_0=0$). הגרף שלפניכם מתאר את מהירות הגוף כפונקציה של הזמן.



- א. חשבו את מקום הגוף בתום 5 שניות ובתום 8 שניות ראשונות לתנועתו.
- ב. האם הגוף שינה את כיוון תנועתו? אם כן - מתי זה קרה ומה היה מיקומו, אם לא - נמקו מדוע.
- ג. חשבו את מקום הגוף לאחר 25 שניות.
- ד. חשבו את הדרך שעבר לאחר 25 שניות.

פתרון לתרגיל 6 (א)

ברגע $t=0$ גוף מתחיל לנוע ימינה לאורך קו ישר ($x_0=0$). הגרף שלפניכם מתאר את מהירות הגוף כפונקציה של הזמן.



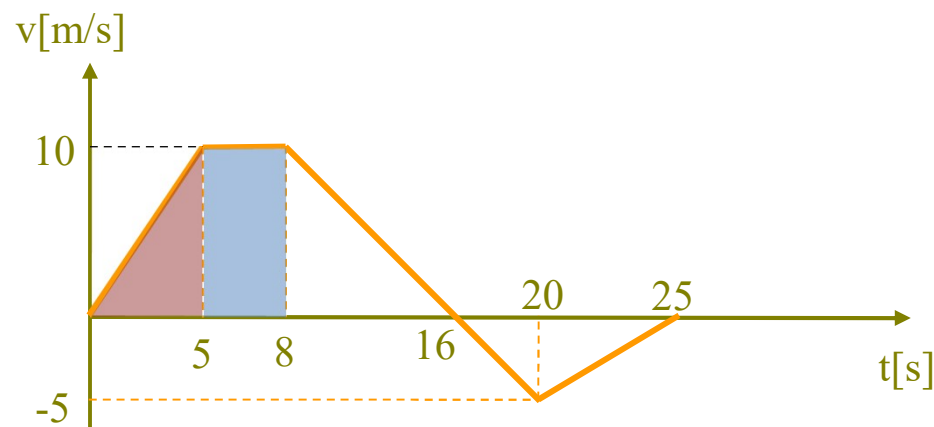
א. חשבו את מקום הגוף בתום 5 שניות ובתום 8 שניות ראשונות לתנועתו.

ההעתק החמש השניות הראשונות הוא שטח המשולש האדום: $25[m] = \frac{1}{2} \cdot 5[s] \cdot 10 \left[\frac{m}{s} \right]$. מכיוון שהתנועה התחילה מ- $x=0$, זהו גם מקום הגוף כעבור 5 שניות. על מנת למצוא את מקום הגוף כעבור 8 שניות יש להוסיף את שטח המלבן הכחול: $30[m] = 3[s] \cdot 10 \left[\frac{m}{s} \right]$. מקום הגוף כעבור 8 שניות הוא $55[m]$.

ב. האם הגוף שינה את כיוון תנועתו? אם כן - מתי זה קרה ומה היה מיקומו, אם לא - נמקו מדוע.

פתרון לתרגיל 6 (ב)

ברגע $t=0$ גוף מתחיל לנוע ימינה לאורך קו ישר ($x_0=0$). הגרף שלפניכם מתאר את מהירות הגוף כפונקציה של הזמן.



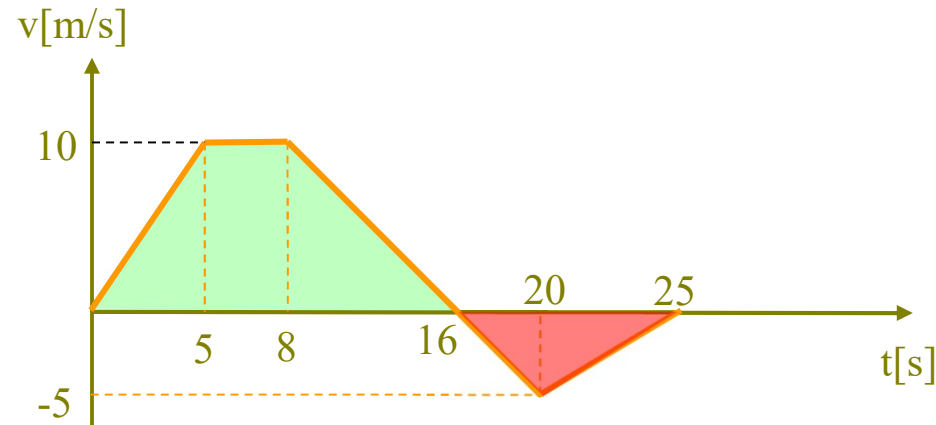
ב. האם הגוף שינה את כיוון תנועתו? אם כן - מתי זה קרה ומה היה מיקומו, אם לא - נמקו מדוע.

כן, ב- $t=16[s]$ סימן המהירות מתחלף.

ג. חשבו את מקום הגוף לאחר 25 שניות.

פתרון לתרגיל 6 (ג)

ברגע $t=0$ גוף מתחיל לנוע ימינה לאורך קו ישר ($x_0=0$). הגרף שלפניכם מתאר את מהירות הגוף כפונקציה של הזמן.



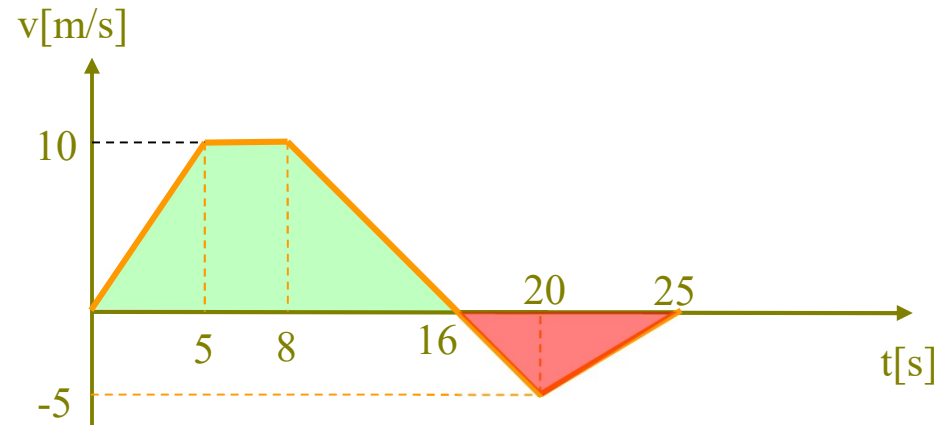
ג. חשבו את מקום הגוף לאחר 25 שניות.

$$\text{שטח הטרפז הירוק הוא } 95[m] = 10 \left[\frac{m}{s} \right] \cdot \left(16[s] + 3[s] \right) \cdot \frac{1}{2} . \text{ שטח המשולש האדום הוא } -22.5[m] = -5 \left[\frac{m}{s} \right] \cdot 9[s] \cdot \frac{1}{2} . \text{ מקום הגוף לאחר } 25[s] \text{ הוא } 72.5[m] .$$

ד. חשבו את הדרך שעבר לאחר 25 שניות .

פתרון לתרגיל 6 (ד)

ברגע $t=0$ גוף מתחיל לנוע ימינה לאורך קו ישר ($x_0=0$). הגרף שלפניכם מתאר את מהירות הגוף כפונקציה של הזמן.



ג. חשבו את מקום הגוף לאחר 25 שניות.

$$\text{שטח הטרפז הירוק הוא } \frac{1}{2} \cdot (16[s] + 3[s]) \cdot 10 \left[\frac{m}{s} \right] = 95[m]$$

$$\frac{1}{2} \cdot 9[s] \cdot \left(-5 \left[\frac{m}{s} \right] \right) = -22.5[m]$$

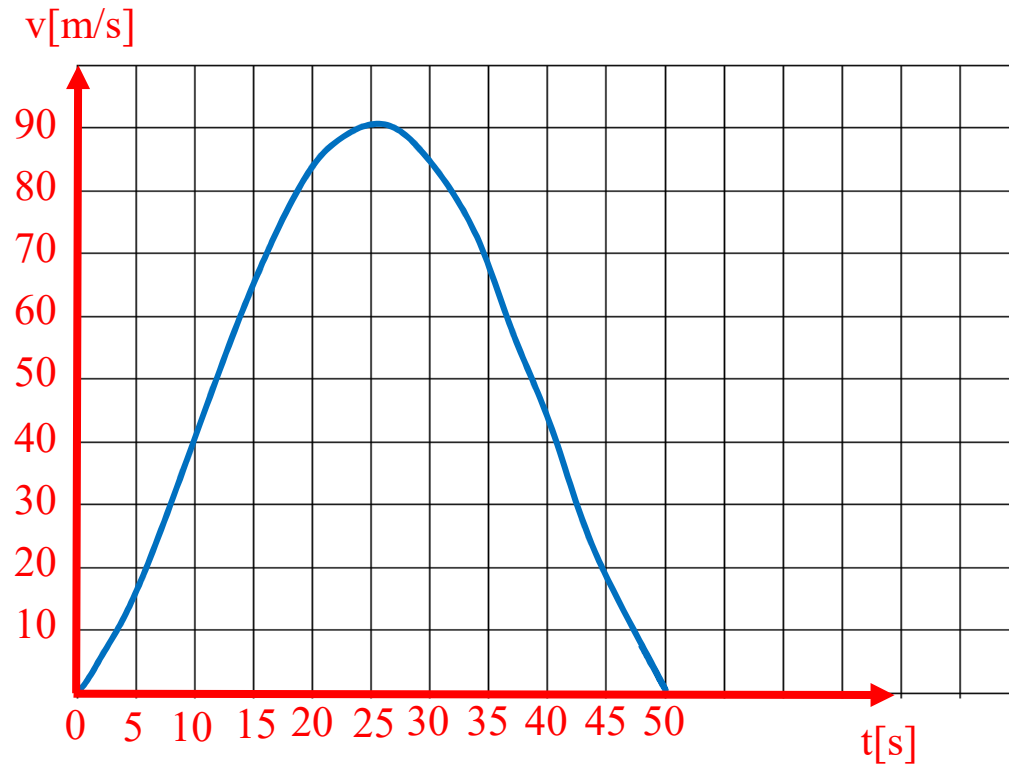
שטח המשולש האדום הוא 72.5[m]. מקום הגוף לאחר 25[s] הוא 117.5[m].

ד. חשבו את הדרך שעבר לאחר 25 שניות.

הדרך היא:

$$95[m] + 22.5[m] = 117.5[m]$$

לפניכם גרף מהירות-זמן של תנועת כלי רכב. ברגע $t=0$ היה כלי הרכב בנקודה ששיעורה $x_0=100[m]$.



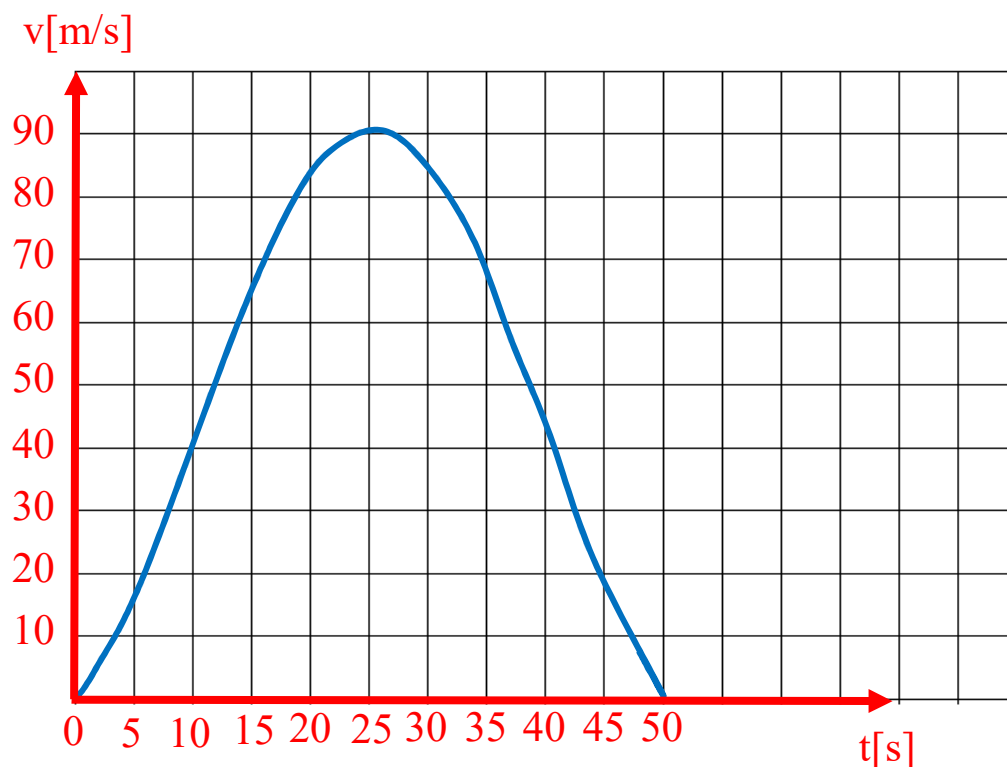
א. העריכו את העתק הגוף מרגע $t=0$ עד רגע $t=50[s]$.

ב. על פי הערכתכם בסעיף א, חשבו את מקום הגוף ברגע $t=50[s]$.

ג. מתי היה העתק הגוף גדול יותר: מרגע $t=10[s]$ עד רגע $t=15[s]$ או מרגע $t=20[s]$ עד רגע $t=25[s]$?
העריכו את ההפרש בין ההעתקים.

פתרון לתרגיל 7 (א)

לפניכם גרף מהירות-זמן של תנועת כלי רכב. ברגע $t=0$ היה כלי הרכב בנקודה ששיעורה $x_0=100[m]$.



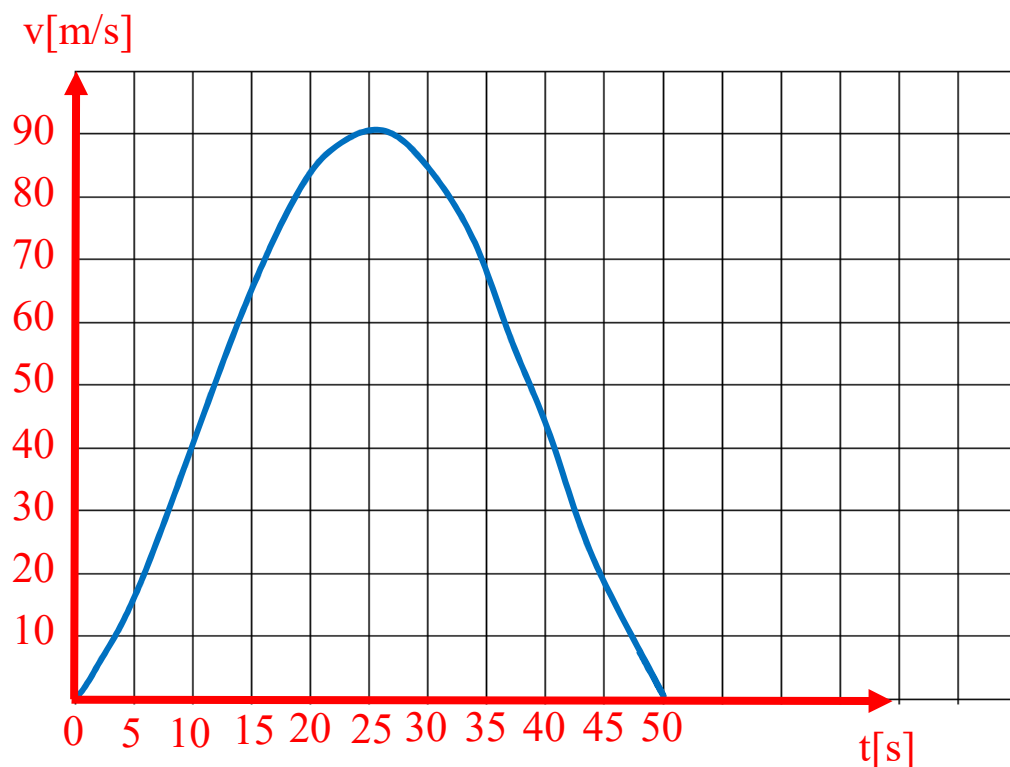
א. העריכו את העתק הגוף מרגע $t=0$ עד רגע $t=50[s]$.

השטח מתחת לעקומה שווה ל-51.5 משבצות בערך. כל משבצת מייצגת העתק של $50[m]$, לכן ההעתק הכולל הוא $2,575[m]$ בערך.

ב. על פי הערכתכם בסעיף א, חשבו את מקום הגוף ברגע $t=50[s]$.

פתרון לתרגיל 7 (ב)

לפניכם גרף מהירות-זמן של תנועת כלי רכב. ברגע $t=0$ היה כלי הרכב בנקודה ששיעורה $x_0=100[m]$.



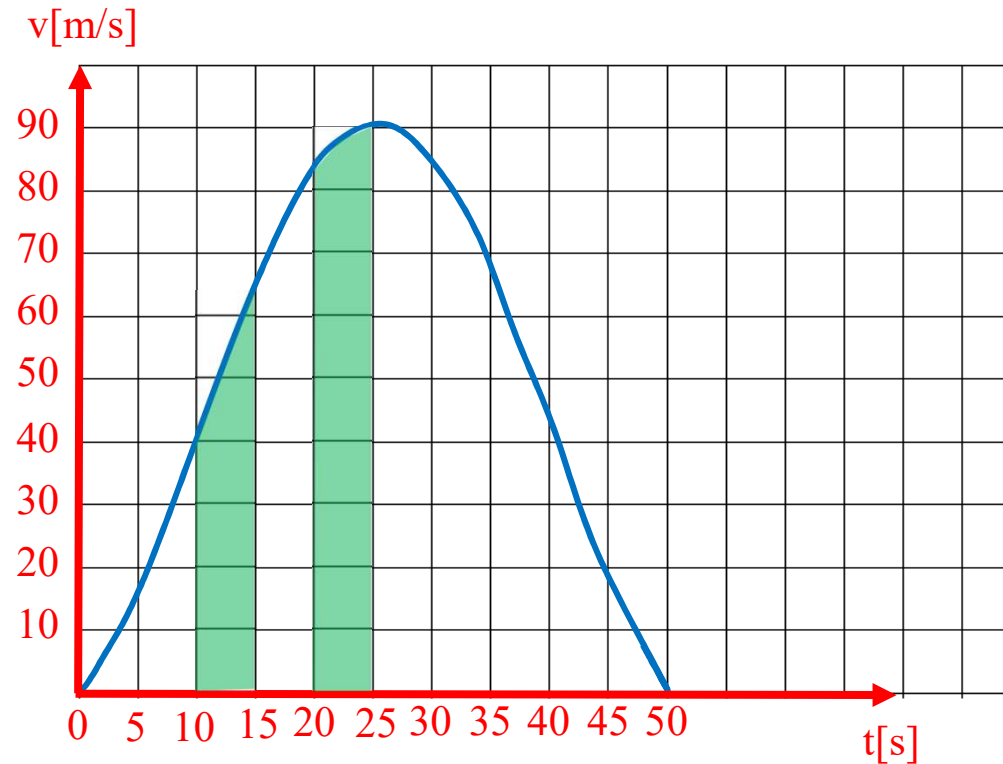
ב. על פי הערכתכם בסעיף א, חשבו את מקום הגוף ברגע $t=50[s]$.

$$x(50[s]) = 100[m] + 2,575[m] = 2,675[m]$$

ג. מתי היה העתק הגוף גדול יותר: מרגע $t=10[s]$ עד רגע $t=15[s]$ או מרגע $t=20[s]$ עד רגע $t=25[s]$?
העריכו את ההפרש בין ההעתקים.

פתרון לתרגיל 7 (ג)

לפניכם גרף מהירות-זמן של תנועת כלי רכב. ברגע $t=0$ היה כלי הרכב בנקודה ששיעורה $x_0=100[m]$.

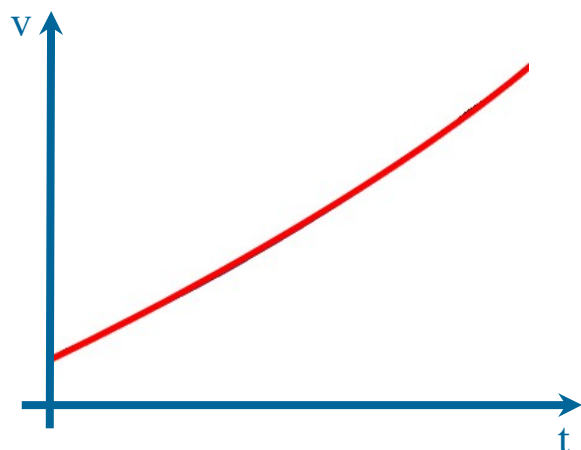


ג. מתי היה העתק הגוף גדול יותר: מרגע $t=10[s]$ עד רגע $t=20[s]$ או מרגע $t=15[s]$ עד רגע $t=25[s]$? העריכו את הפרש בין ההעתקים.

בין $t=20[s]$ לבין $t=25[s]$ (הטח מתחת לגרף מהירות-זמן גדול יותר). הפרש ההעתקים:

$$(9.75 - 5) \cdot 50 [m] = 237.5 [m]$$

תנועה במהירות משתנה - תנועה בתאוצה



בגרפים שהוצגו בשקפים האחרונים אפשר לראות שהמהירות אינה קבועה. תנועה כזו נקראת **תנועה במהירות משתנה או תנועה בתאוצה**.

בפיסיקה, המילה **תאוצה** מתייחסת לשינוי במהירות.

כזכור- למהירות יש גם גודל וגם כיוון, לפיכך התאוצה עשויה להיות חיובית או שלילית – בהתאם לכיוון הציר שבחרנו.

כפי שמהירות הגוף עשויה להיות קבועה או משתנה, כך גם התאוצה יכולה להיות קבועה או משתנה. לכן, בדומה להגדרת המהירות הממוצעת נגדיר **תאוצה ממוצעת**

כחס בין שינוי מהירות הגוף לזמן שחלף:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

מכאן נגזור את היחידות של התאוצה (ביחידות SI):

$$[a] = \frac{m/s}{s} = \frac{m}{s^2}$$

תנועה בתאוצה קבועה

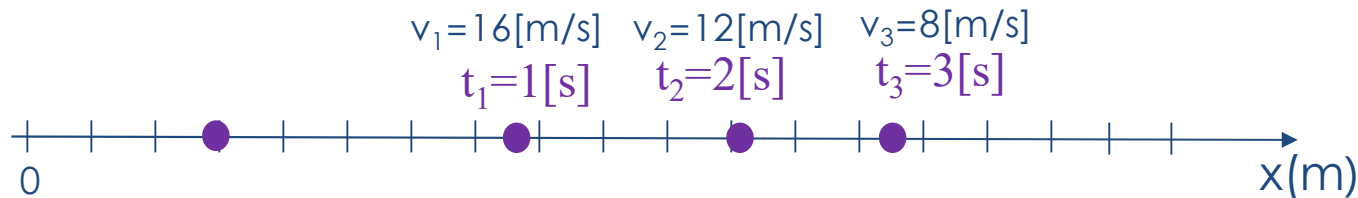
בתרשימים הבאים ניתן לראות, שבכל פרק זמן קבוע הגוף משנה את מהירותו בשיעור קבוע. בפרק הזמן בין t_1 ל t_2 הגוף הגדיל את מהירותו ב- $4[m/s]$ וכך גם בין t_2 ל t_3 . לכן לפנינו תנועה בתאוצה קבועה (חיובית):



$$a_{1 \rightarrow 2} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{8[m/s] - 4[m/s]}{2[s] - 1[s]} = \frac{4[m/s]}{1[s]} = 4 \left[\frac{m}{s^2} \right]$$

$$a_{2 \rightarrow 3} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{12[m/s] - 8[m/s]}{3[s] - 2[s]} = \frac{4[m/s]}{1[s]} = 4 \left[\frac{m}{s^2} \right]$$

בפרק הזמן בין t_1 ל t_2 הגוף הקטין את מהירותו ב- $4[m/s]$ וכך גם בין t_2 ל t_3 . לכן גם כאן לפנינו תנועה בתאוצה קבועה (שלילית).



$$a_{1 \rightarrow 2} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{12 - 16}{2 - 1} = \frac{-4}{1} = -4 \left[\frac{m}{s^2} \right], \quad a_{2 \rightarrow 3} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{8 - 12}{3 - 2} = \frac{-4}{1} = -4 \left[\frac{m}{s^2} \right]$$

כפי שראינו, בדומה למהירות, התאוצה יכולה להיות חיובית או שלילית.

בשפת היום-יום מקובל להשתמש במושג "תאוצה" לציון תנועה בה **גודל** המהירות הולך וקטן.

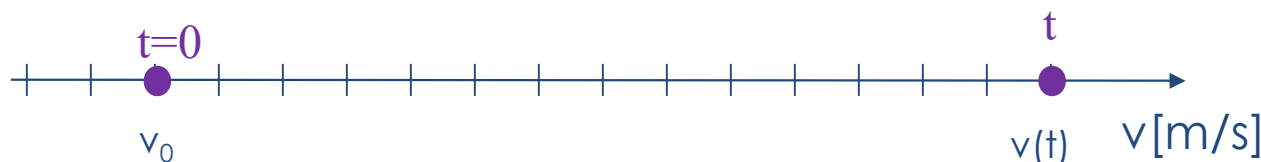
לתאוצה ישנם שני מאפיינים:

גודל (המצוין את מידת השינוי בגודל המהירות), ו**סימן** (שמציין את כיוון השינוי במהירות).

פונקציית מהירות-זמן בתנועה שוות-תאוצה

ננסה לתאר את הקשר בין המהירות והזמן בתנועה בתאוצה קבועה בצורה מתמטית.

ברגע $t=0$ יש לגוף מהירות v_0 . ברגע t מאוחר יותר, יש לגוף מהירות $v(t)$.



לפי הגדרת התאוצה:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v(t) - v_0}{t - 0}$$

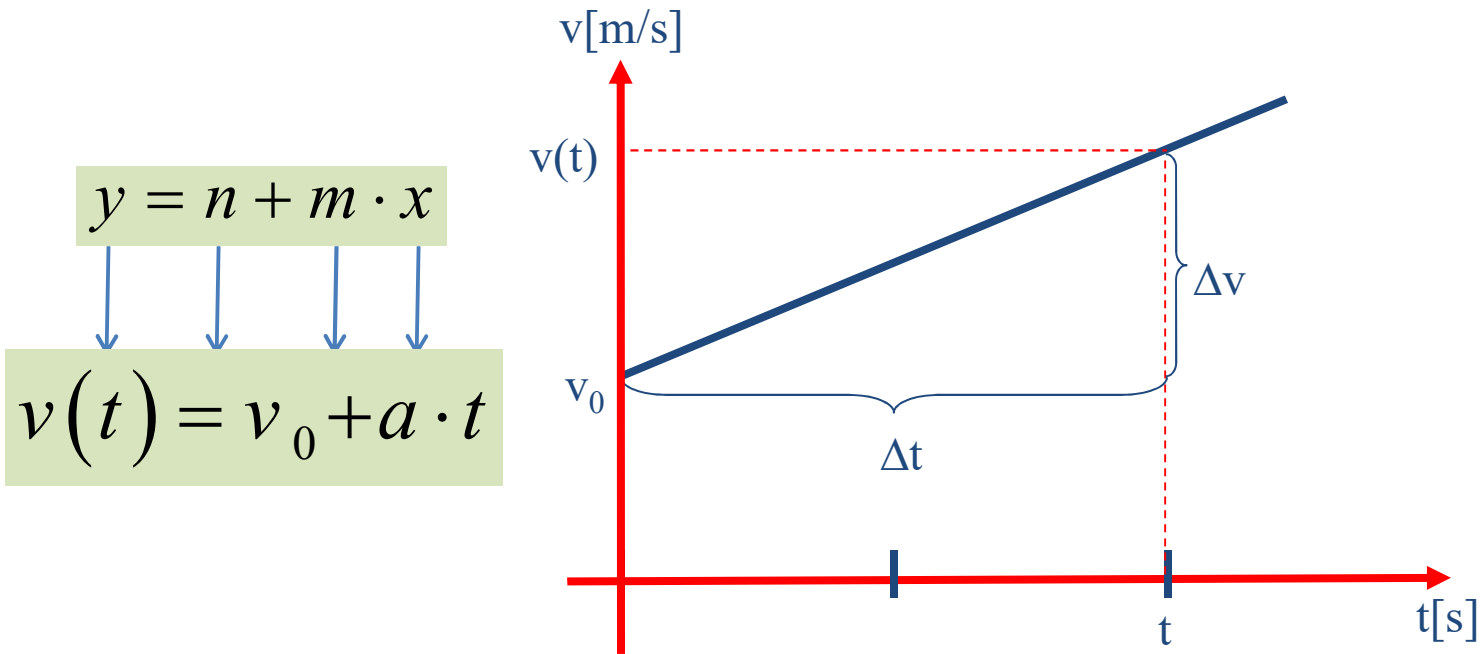
ומכאן נקבל:

$$v(t) = v_0 + a \cdot t$$

זוהי פונקציית מהירות-זמן – עבור כל זמן t ניתן לדעת מהי המהירות $v(t)$.

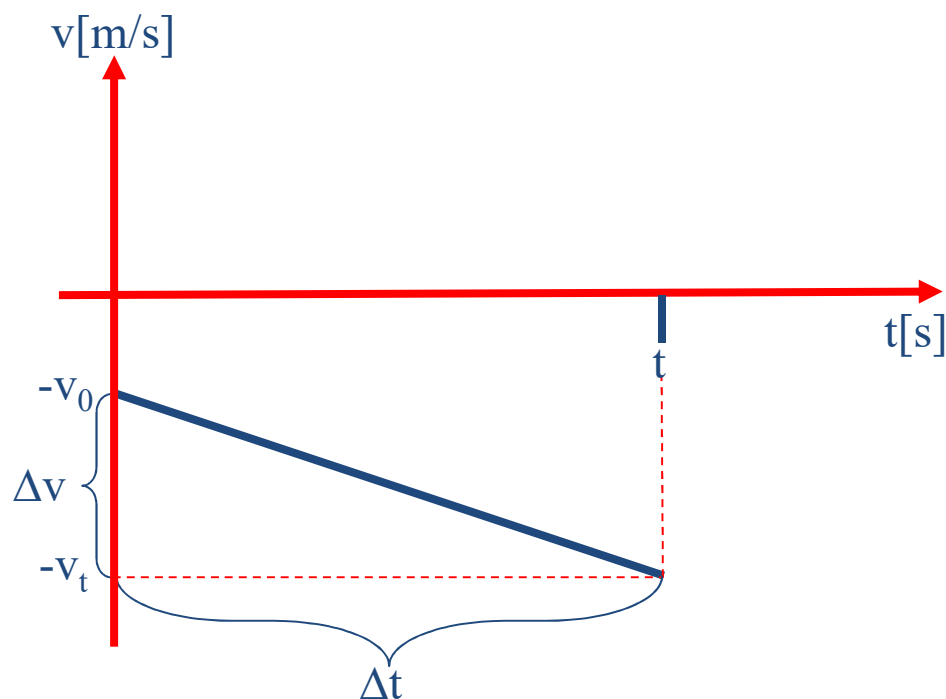
פונקציה קווית זו מתארת את הקשר בין המהירות לזמן, ולכן תיאורה הגרפי הוא קו ישר, כמתואר בתרשים הבא.

גרף מהירות-זמן, תאוצה חיובית



כאשר התאוצה חיובית, הגרף המהירות-זמן הוא קו ישר עולה. שיפוע הגרף מייצג את תאוצת הגוף. נקודת החיתוך עם הציר האנכי (v) מייצגת את מהירות הגוף ברגע $t_0=0$.

גרף מהירות-זמן, תאוצה שלילית



כאשר התאוצה היא שלילית, גרף המהירות-זמן הוא קו ישר יורד. שיפוע הקו שווה לתאוצת הגוף. נקודת החיתוך עם הציר האנכי (v) מייצגת את מהירות הגוף ברגע $t_0=0$.

- ▶ בתנועה שוות מהירות, גרף מהירות-זמן הוא קו ישר, המקביל לציר הזמן.
- ▶ השטח התחום בין עקומת מהירות-זמן לבין ציר הזמן בתנועה שוות מהירות מבטא את ההעתק.
- ▶ בתנועה שוות מהירות למקוטעין סכום "שטחי" המלבנים ש"מתחת" לגרף בחלקי התנועה השונים, שווה להעתק הכולל Δx .
- ▶ ניתן להציג כל תנועה **בקירוב** כסדרה של תנועות קצובות. השטח התחום בין עקומת מהירות-זמן **כלשהי** לבין ציר הזמן שווה להעתק.
- ▶ תנועה בתאוצה קבועה היא תנועה שבה בפרקי זמן שווים שינויי מהירות הגוף הם שווים.
- ▶ התאוצה הממוצעת היא היחס בין שינוי מהירות הגוף לבין פרק הזמן: $\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$
- ▶ פונקציית מהירות זמן בתנועה שוות תאוצה: $v(t) = v_0 + a \cdot t$
- ▶ הגרף המתאר את מהירותו של גוף הנע בתאוצה קבועה כפונקציה של הזמן הוא קו ישר, ששיפועו שווה לתאוצת הגוף, ונקודת החיתוך עם הציר האנכי (v) שווה למהירות הגוף ברגע $t_0=0$.
- ▶ תאוצה חיובית: כאשר המהירות גדלה. גרף המהירות כפונקציה של הזמן הוא גרף עולה.
- ▶ תאוצה שלילית: כאשר המהירות קטנה. גרף המהירות כפונקציה של הזמן הוא גרף יורד.