

תנועה מעגלית

תנועה במעגל אופקי



Image courtesy of artur84 at FreeDigitalPhotos.net

למדנו בשיעור כי:

$$\phi = \frac{L}{R}$$

◀ **רדיאן** הוא זווית המתקבלת מהיחס בין אורך הקשת לבין אורך הרדיוס במעגל.

◀ **זמן המחזור (T)** הוא הזמן הדרוש לגוף כדי להשלים מחזור יחיד בתנועתו

$$f = \frac{1}{T}$$

(למשל- הקפה אחת במסלול מעגלי).

◀ **תדירות (f)** היא מספר המחזורים (למשל סיבובים), שמבצע הגוף ביחידת זמן נתונה.

$$\omega = \frac{\Delta\phi}{\Delta t}$$

◀ **מהירות זוויתית (ω)** היא שינוי הזווית $\Delta\phi$ בפרק זמן Δt :

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

◀ הקשר בין המהירות הזוויתית והתדירות הוא:

$$v = \omega \cdot R$$

◀ הקשר בין המהירות הקווית והמהירות הזוויתית נתון על ידי:

◀ הכוח הצנטריפטלי (המסומן F_R) הוא שקול הכוחות שפועלים על הגוף **בכיוון מרכז הסיבוב**.

$$\sum F_{(R)} = m \cdot a_{(R)}$$

◀ הקשר בין הכוח הצנטריפטלי לבין התאוצה הרדיאלית:

$$a_{(R)} = \frac{v^2}{R} = \omega^2 \cdot R$$

◀ התאוצה הרדיאלית (המכוונת אל מרכז המעגל) משנה **את כיוון המהירות בלבד**, וגודלה:

◀ הירח מצוי במרחק של 3.8×10^8 מטר מכדור הארץ, וקוטרו הוא 3480 ק"מ.

1. מהי הזווית ברדיאנים בה נראה הירח לצופה על פני כדור הארץ?
2. פי כמה קטנה זווית זו מהזווית בה נראה כדה"א לצופה שעל הירח, אם קוטר כדה"א הוא 1.28×10^4 ?
3. בטאו במעלות את שתי הזוויות שקיבלתם בשני הסעיפים הקודמים.



Image courtesy of pakorn at FreeDigitalPhotos.net, Image courtesy of Exodus at FreeDigitalPhotos.net

1. מהי הזווית ברדיאנים בה נראה הירח לצופה על פני כדור הארץ?

◀ נתייחס למרכז כדור הארץ כמרכז המעגל סביבו נע הירח.

אורך הקשת היא קוטר הירח, ואורך הרדיוס הוא המרחק בין מרכז הירח למרכז כדור הארץ.

◀ נבטא את שני המרחקים באותה יחידת אורך – ק"מ, ונקבל:

$$\varphi = \frac{L}{R} = \frac{3480}{3.8 \cdot 10^5} = 0.00916_{Rd}$$

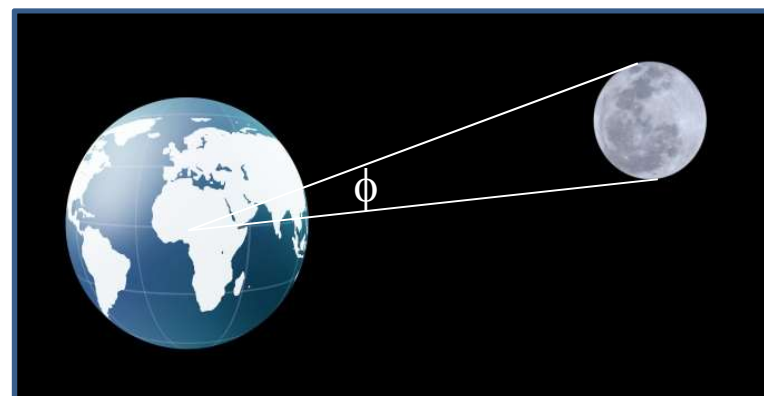


Image courtesy of pakorn at FreeDigitalPhotos.net , Image courtesy of Exsodus at FreeDigitalPhotos.net

2. פי כמה קטנה זווית זו מהזווית בה נראה כדה"א לצופה שעל הירח, אם קוטר כדה"א הוא 1.28×10^4 ק"מ? ◀
נחשב באופן דומה את הזווית בה נראית הארץ מהירח:

$$\varphi = \frac{L}{R} = \frac{1.28 \cdot 10^4}{3.8 \cdot 10^5} = 0.0337_{Rd}$$

◀ היחס ביניהם הוא:

$$\frac{0.0337_{Rd}}{0.00916_{Rd}} = 3.679$$

◀ הואיל ורדיוס הסיבוב שווה בשני המקרים, יחס זה שווה למעשה ליחס בין הקטרים של שני הגופים.

3. בטאו במעלות את שתי הזוויות שקיבלתם בשני הסעיפים הקודמים.

◀ מתקיים הקשר:

$$1_{Rd} = \left(\frac{360}{2\pi} \right)^0$$

◀ לכן, הזווית במעלות בה נראה הירח מכדור הארץ היא:

$$0.00916_{Rd} = 0.00916 \left(\frac{360}{2\pi} \right)^0 = 0.525^0$$

◀ והזווית בה נראה כדה"א מהירח היא:

$$0.0337_{Rd} = 0.0337 \left(\frac{360}{2\pi} \right)^0 = 1.931^0$$

על פי אחד המודלים המוקדמים של האטום, האלקטרון (השלילי) מתואר כנע סביב הגרעין (החיובי) במסלול מעגלי בעל רדיוס של $0.5 \times 10^{-10} \text{ m}$.

הכוח הצנטריפטלי הוא הכוח החשמלי הפועל בין הגרעין לאלקטרון.

1. מה גודלו של כוח זה, אם האלקטרון נע במהירות של $2.3 \times 10^6 \text{ m/s}$, ומסתו $9.1 \times 10^{-31} \text{ ק"ג}$?
2. מה גודלו של הכוח הצנטריפטלי המושך את כדור הארץ אל השמש?
3. מהו היחס בין הכוחות?

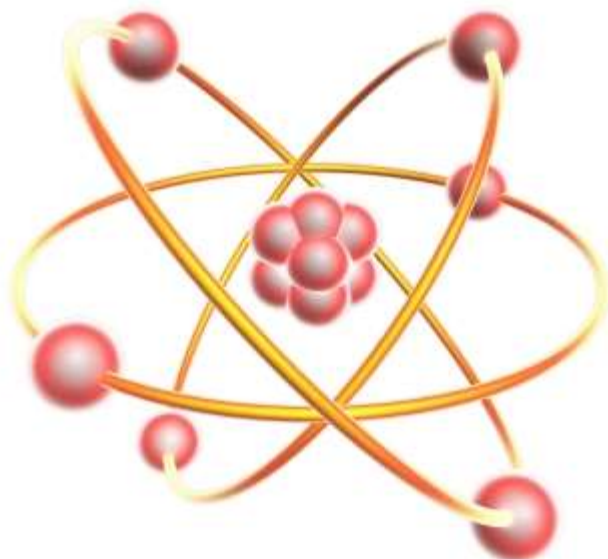


Image courtesy of cooldesign at FreeDigitalPhotos.net

על פי אחד המודלים המוקדמים של האטום, האלקטרון (השלילי) מתואר כנע סביב הגרעין (החיובי) במסלול מעגלי בעל רדיוס של $0.5 \times 10^{-10} \text{ m}$.

1. מה גודלו של כוח זה אם האלקטרון נע במהירות של $2.3 \times 10^6 \text{ מ/ש}$, ומסתו $9.1 \times 10^{-31} \text{ ק"ג}$?
 ◀ הכוח הצנטריפטלי הפועל על גוף הנע בתנועה מעגלית קצובה הוא:

$$F_R = m \frac{v^2}{R}$$

◀ לכן:

$$F_R = m \frac{v^2}{R} = 9.1 \cdot 10^{-31} \frac{(2.3 \cdot 10^6)^2}{0.5 \cdot 10^{-10}} = 9.6 \cdot 10^{-8} \text{ N}$$

פתרון 2 המשך

2. מה גודלו של הכוח הצנטריפטלי המושך את כדור הארץ אל השמש?
רדיוס הסיבוב של כדור הארץ סביב השמש הוא 150×10^6 ק"מ ומסתו 5.9×10^{24} ק"ג.
הניחו שזמן המחזור של כדור הארץ סביב השמש שווה ל- 365 ימים.

◀ ידוע לנו:

$$F_R = m \frac{v^2}{R} = m \frac{(\omega R)^2}{R} = m \omega^2 R$$

◀ נחשב את המהירות הזוויתית:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{365 \cdot 24 \cdot 3600} = 2 \cdot 10^{-7} \frac{Rd}{s}$$

◀ ולכן הכוח הצנטריפטלי הוא (נהפוך את המרחק למטרים):

$$F_R = m \omega^2 R = 5.9 \cdot 10^{24} \cdot (2 \cdot 10^{-7})^2 \cdot 150 \cdot 10^9 = 3.54 \cdot 10^{22} N$$

פתרון 2 המשך

3. מהו היחס בין הכוחות?

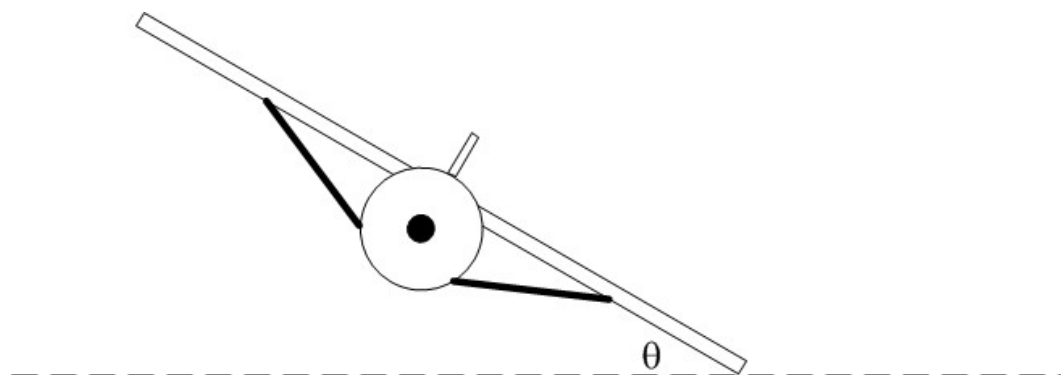
◀ נחשב על פי נתוני הסעיפים הקודמים:

$$\frac{F_{earth-sun}}{F_{electron-nucleus}} = \frac{3.54 \cdot 10^{22}}{9.6 \cdot 10^{-8}} = 3.68 \cdot 10^{29}$$

מטוס הנע במהירות קבועה v פונה במסלול מעגלי שרדיוסו R .

1. בטאו באמצעות v , R , g את זווית ההטיה של הכנפיים, הנדרשת על מנת לבצע את הפניה.

2. חשבו את הזווית עבור הנתונים הבאים: $v=60\text{m/s}$, $R=1\text{km}$.



פתרון 3

1. בטאו באמצעות v , R , g את זווית ההטיה של הכנפיים, הנדרשת על מנת לבצע את הפנייה.
 ◀ נסמן את הכוחות הפועלים על הגוף (כוח העילוי פועל בניצב לכנפיים).
 ◀ משיקולי שיווי משקל בציר y , ועל פי התרשים נקבל:

$$F \cos \theta = mg$$

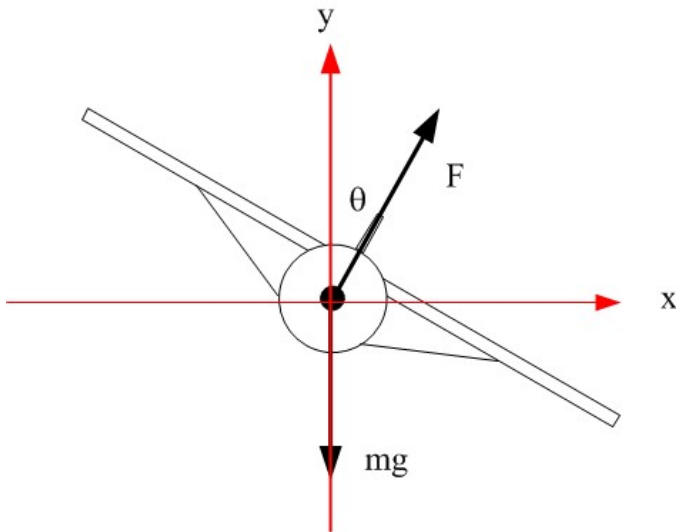
- ◀ הכוח הפועל על המטוס בכיוון מרכז התנועה (הכוח הצנטריפטלי):

$$F \sin \theta = m \frac{v^2}{R}$$

- ◀ נחלק את המשוואה השנייה בראשונה:

$$\tan \theta = \frac{v^2}{Rg}$$

- ◀ בדומה לתוצאה עבור מטוטלת קונית



2. חשבו את הזווית עבור הנתונים הבאים: $v=60\text{m/s}$, $R=1\text{km}$.

$$\tan \theta = \frac{v^2}{Rg} = \frac{60^2}{1000 \cdot 10} = 0.36$$

$$\theta = 19.79^\circ$$

תרגיל 4 מתוך בחינת הבגרות 2000

1.

משאית נוסעת על כביש (לא נטוי) במישור אופקי במסלול מעגלי שרדיוסו R . גודל המהירות של המשאית קבוע. מקדם החיכוך הסטטי בין צמיגי המשאית לכביש הוא μ_s . בטאו באמצעות נתוני השאלה את המהירות המרבית, שבה המשאית יכולה לנסוע על הכביש בלי החלקה.

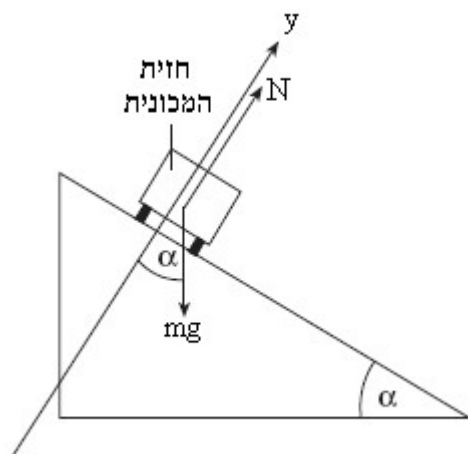
2.

תרשים א מתאר כביש שצדו האחד מוגבה והוא נטוי בזווית α . מכונית נוסעת בכביש זה במסלול מעגלי אופקי שרדיוסו R . הניחו כי החיכוך שהכביש מפעיל על המכונית ניתן להזנחה.



תרשים א

תלמיד שרטט תרשים, המתאר את הכוחות הפועלים על המכונית במישור של חתך אנכי של הכביש (תרשים ב, כוח כובד mg והכוח הנורמלי N שהכביש מפעיל על המכונית). התלמיד רשם משוואה עבור רכיבי הכוחות בכיוון ציר ה- y , המתואר בתרשים ב:



תרשים ב

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N - mg \cdot \cos \alpha = 0$$

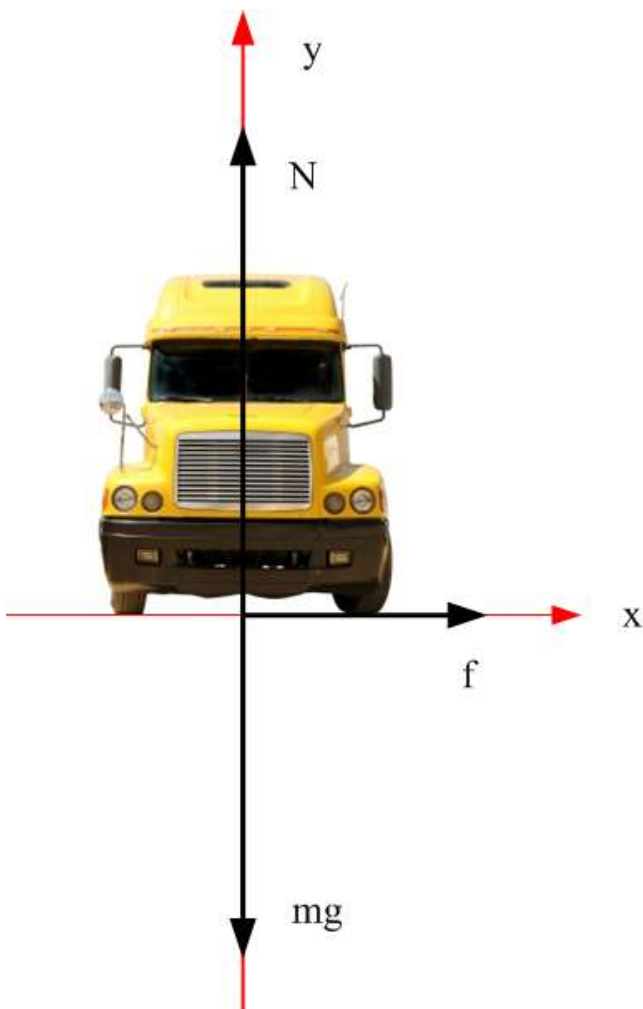
הסבירו מדוע משוואת התלמיד אינה נכונה.

3.

בטאו, באמצעות R ו- α , את מהירות המכונית הנוסעת בכביש הנטוי.

1. בטאו באמצעות נתוני השאלה את המהירות המרבית שבה המשאית יכולה לנסוע על הכביש בלי החלקה.

◀ על פי החוק השני של ניוטון:



$$\sum F_R = ma_R$$

$$f_{S_{\max}} = m \frac{v_{\max}^2}{R}$$

$$mg \mu_s = \frac{mv^2}{R}$$

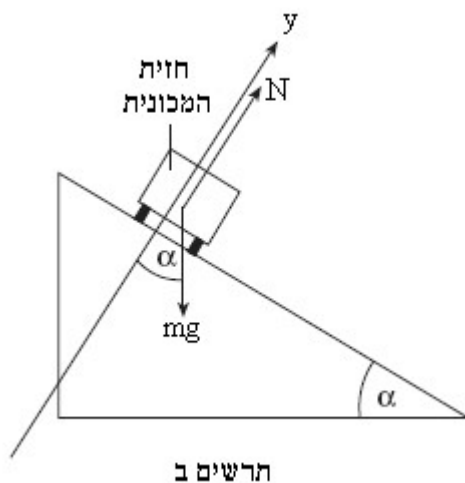
$$v_{\max} = \sqrt{\mu_s \cdot g \cdot R}$$

פתרון 4 המשך

2. הסבירו מדוע משוואת התלמיד אינה נכונה.

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N - mg \cdot \cos \alpha = 0$$

◀ המשוואה אינה נכונה, כי רכיב התאוצה בכיוון Y שונה מאפס.



פתרון 4 המשך

3. בטאן, באמצעות R ו- α , את מהירות המכונית הנוסעת בכביש הנטוי.

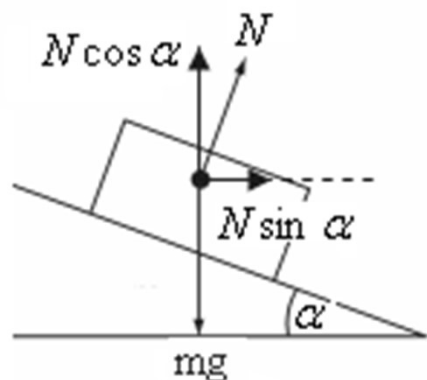
◀ נפרק את הכוחות בכיוון התאוצה הרדיאלית ובמאונך לה.

◀ בכיוון האנכי רכיב התאוצה שווה לאפס לכן:

$$\sum F = 0$$

$$N \cos \alpha - mg = 0$$

$$(1) N \cos \alpha = mg$$



◀ בכיוון האופקי:

$$(2) N \sin \alpha = \frac{mv^2}{R}$$

◀ נחלק משוואה (2) במשוואה (1) ונקבל:

$$\tan \alpha = \frac{v^2}{R \cdot g}$$

$$v = \sqrt{R \cdot g \cdot \tan \alpha}$$

שולחן עגול מסתובב סביב ציר העובר במרכזו.
עגלה (שמסתה m) נמצאת על מסילה, הקבועה לאורך רדיוס השולחן, כך שהעגלה יכולה לנוע רק לאורך המסילה ללא חיכוך.
העגלה קשורה לקפיץ, הקשור למרכז השולחן (ראה תרשים).



לקפיץ קבוע k , ואורכו l כאשר הוא אינו מתוח.
מסובבים את השולחן בתדירות של f סיבובים לשנייה.
העגלה מסתובבת עם השולחן במרחק r ממרכזו. התייחסו לעגלה כאל גוף נקודתי.

1. בטאו את רדיוס הסיבוב r של העגלה באמצעות הנתונים שבשאלה.
2. האם לביטוי שמצאתם בסעיף 1 יש משמעות פיסיקלית בכל תדירות סיבוב? נמקו.
3. קוטר השולחן 2.5 מטר, האורך ההתחלתי של הקפיץ 25 ס"מ, קבוע הקפיץ 60 ניוטון/מטר ומסת העגלה 2.4 ק"ג. באיזה תדירות (מינימלית) יש לסובב את השולחן, כדי שהעגלה תיפול ממנו?

1. בטאו את רדיוס הסיבוב r של העגלה באמצעות הנתונים שבשאלה.

◀ על פי החוק השני של ניוטון:

$$\sum F_{(r)} = m \cdot a_{(r)} = m \cdot \omega^2 \cdot r = m \cdot (2\pi f)^2 r$$

$$k \cdot x = m \cdot 4\pi^2 \cdot f^2 \cdot r \Rightarrow$$

$$k \cdot (r - 1) = m \cdot 4\pi^2 \cdot f^2 \cdot r$$

$$r = \frac{k \cdot 1}{k - 4\pi^2 \cdot f^2 \cdot m}$$

◀ שימו לב כי מידת ההתארכות של הקפיץ שווה להפרש בין רדיוס הסיבוב של המסה (r) לבין האורך הרפוי של הקפיץ (1).

2. האם לביטוי שמצאתם בסעיף 1 יש משמעות פיסיקלית בכל תדירות סיבוב? נמק.

◀ לא; לביטוי זה אין משמעות במקרים הבאים:

1. המכנה מתאפס או שלילי: $k \leq 4\pi^2 \cdot f^2 \cdot m$

2. הקפיץ יוצא מתחום האלסטיות

3. הקרונית נופלת מהשולחן.

3. נתון:

קוטר השולחן 2.5 מטר

האורך ההתחלתי של הקפיץ 25 ס"מ

קבוע הקפיץ 60 ניוטון/מטר

מסת העגלה 2.4 ק"ג.

באיזו תדירות יש לסובב את השולחן, כדי שהעגלה תיפול ממנו?

◀ נציב את הנתונים בביטוי שמצאנו בסעיף א':

$$f = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{k \cdot (r - \lambda)}{m \cdot r}}$$

$$f = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{60 \cdot (1.25 - 0.25)}{2.4 \cdot 1.25}} = 0.71 \text{ Hz} \Rightarrow f > 0.71 \text{ Hz}$$

מכניקה ניוטונית חלק א' עמוד 327

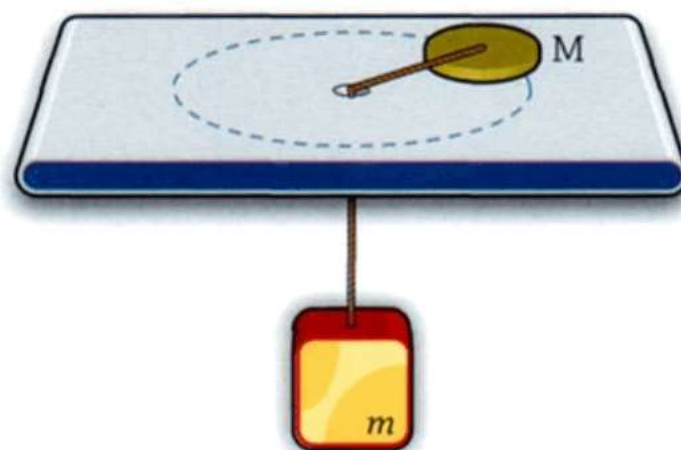
24. מטבע (A) שמסתו 0.005 ק"ג נמצא על תקליטור אופקי במרחק 0.1 מ' מן המרכז, ומסתובב יחד עם התקליטור בקצב של 1 סיבוב לשנייה.



- א. ציינו את כל הכוחות הפועלים על המטבע בעת תנועתו (מהו הכוח, מהו כיוונו, מי מפעיל אותו).
- ב. איזה כוח גורם לתאוצת המטבע? הסבירו.
- ג. חשבו את גודלו של כל אחד מן הכוחות הפועלים על המטבע.
- ד. חשבו את ערכו המינימלי של מקדם החיכוך הסטטי, המאפשר את התנועה המעגלית של המטבע.
- ה. מניחים שני מטבעות נוספים על התקליטור, המסתובבים יחד אתו, כאשר לראשון **רדיוס סיבוב** כפול מאשר לשני. תאוצתו של מי גדולה יותר? פי כמה?

מכניקה ניוטונית חלק א' עמוד 327

26. על שולחן נטול חיכוך מונחת דסקית שמסתה $M = 0.3 \text{ kg}$, והיא קשורה באמצעות חוט העובר דרך חור שבמשטח השולחן אל משקולת שמסתה $m = 0.2 \text{ kg}$. הדסקית חגה במסלול מעגלי ברוחק $r = 20 \text{ cm}$ מן החור.



- א. חשבו את מהירות הדסקית ואת מהירותה הזוויתית.
- ב. הראו כי אם רדיוס המסלול המעגלי גדול יותר אזי:
 - (1) מהירות הדסקית גדולה יותר.
 - (2) מהירותה הזוויתית של הדסקית קטנה יותר.

תרגילים נוספים מהספר:

◀ כרך א', פרק ה' עמוד 327: תרגילים 25,27,28