

מכניקה מתקף ותנע



- ◀ הגדרת המושג מתקף עבור כוח קבוע
- ◀ הגדרת המושג תנע
- ◀ הקשר בין המתקף לתנע
- ◀ המתקף של כוח קבוע
- ◀ המתקף של הכוח השקול
- ◀ משפט מתקף-תנע
- ◀ המתקף של כוח משתנה

סרטון הדגמה התנגשות 1

◀ הדגמה מספר 1:

על מסילה אופקית נמצאת עגלה A במנוחה.

עגלה שנייה B השווה לה במסתה נדחפת לעבר עגלה A ומתנגשת בה.

מה לדעתכם יקרה לאחר ההתנגשות? נבדוק זאת.

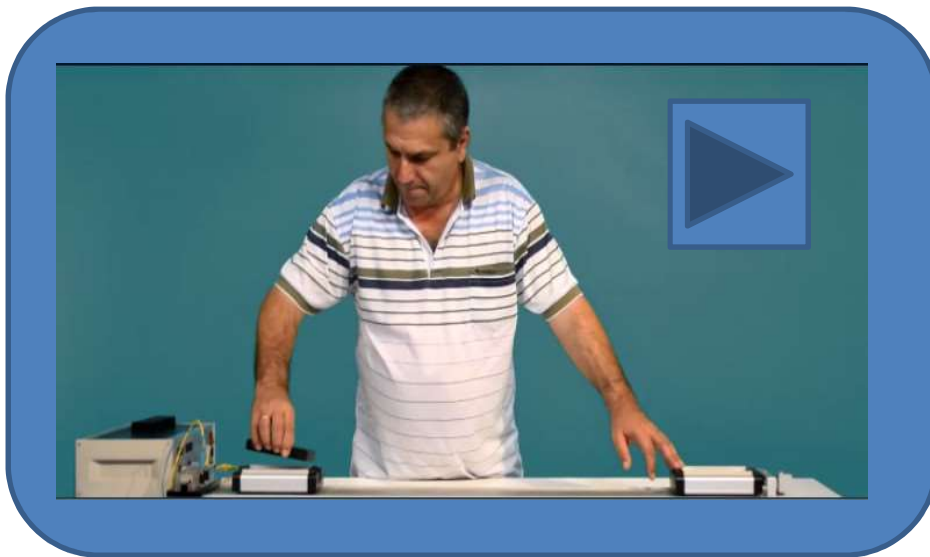


סרטון הדגמה התנגשות 2

באופן מפתיע, עגלה B נעצרה ועגלה A החלה לנוע.
לכאורה, ניתן לטעון שעגלה B מסרה במהלך תהליך ההתנגשות את האנרגיה הקינטית שלה לעגלה A ולפתור באמצעות חוק שימור האנרגיה.

◀ הדגמה מספר 2:

על מסילה אופקית נמצאת עגלה A במנוחה.
עגלה שנייה B הכבדה יותר נדחפת לעבר עגלה A ומתנגשת בה.
לאחר מכן- העגלה A הקלה יותר נדחפת לעבר עגלה B ומתנגשת בה.
מה לדעתכם יקרה לאחר ההתנגשות בשני המקרים? נבדוק זאת.



המשך סרטון הדגמה התנגשות 2

הפעם שתי העגלות נעו לאחר ההתנגשות.

ניתן לראות בברור שמהירותה של עגלה A (הקלה יותר) גדולה מזו של B.

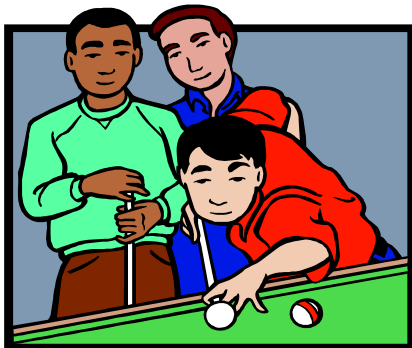
כיצד נחשב את המהירות של כל אחת מהעגלות לאחר ההתנגשות?

אמנם, ניתן לחשב את האנרגיה הכללית של המערכת לפני ההתנגשות ולאחריה.

האם ניתן, באמצעות חוקי המכניקה שכבר למדנו, לחשב את המהירות של כל עגלה בנפרד?

מבוא לשימור תנע

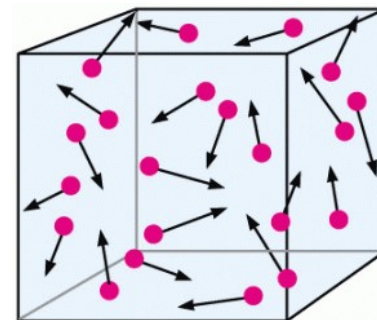
מתברר, שבנוסף לחוק שימור האנרגיה, קיים חוק שימור נוסף. בעזרתו ניתן לענות על שאלות רבות, הקשורות למצבים בהם גופים מתפוצצים או מתנגשים זה בזה, בעולם המיקרוסקופי ובעולם המקרוסקופי.



התנגשויות בין כדורי ביליארד



התנגשויות בין גלקסיות



התנגשויות בין חלקיקים בגז

בהתנגשויות אלו, כמו בהתנגשות בין שתי עגלות, פועלים כוחות לא ידועים, שלעיתים גם משתנים בפרק זמן קצר מאוד.

לפני שננסח את חוק השימור החדש, נכיר שני מושגים חדשים- "מתקף" ו"תנע".

הקשר בין כוח, זמן ומהירות

גוף נע במהירות קבועה v_0 .

ברגע מסוים מתחיל לפעול עליו כוח קבוע F בכיוון התנועה בפרק זמן מסוים Δt .



$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

$$v_t = v_0 + a \cdot \Delta t \Rightarrow a = \frac{v_t - v_0}{\Delta t}$$

$$F = m \cdot a = m \cdot \frac{v_t - v_0}{\Delta t}$$

$$F \cdot \Delta t = m \cdot v_t - m \cdot v_0$$

הגדרת המתקף של כוח קבוע

$$\vec{F} \cdot \Delta t = m \cdot \vec{v}_t - m \cdot \vec{v}_0$$

את הגודל $F \cdot \Delta t$, המופיע באגף השמאלי של המשוואה, המבטא את מכפלת הכוח בפרק הזמן בו הוא פעל נגדיר כ"מתקף". מקובל לסמן אותו ב- J .

$$J = \vec{F} \cdot \Delta t$$

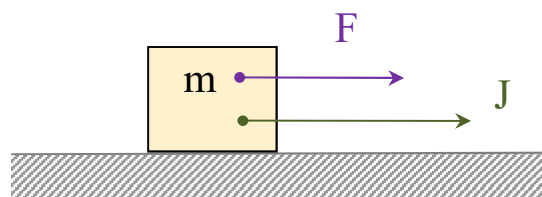
F [N] - הכוח הפועל על הגוף

Δt [sec] - פרק הזמן בו פעל הכוח

J [N·sec] - מתקף

המתקף הוא וקטור, המתקבל ממכפלה של סקלר חיובי (משך הזמן) בווקטור (כוח).

כיוון המתקף הוא ככיוון הכוח.



באגף השני של המשוואה, $F \cdot \Delta t = m \cdot v_t - m \cdot v_0$ מופיע ההפרש $m \cdot v_t - m \cdot v_0$.

לא תמיד ניתן לחשב ישירות את המתקף.

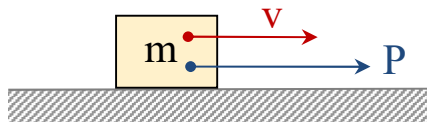
מהמשוואה רואים שניתן לחשב את המתקף כהפרש של שני גדלים, שכל אחד מהם הוא מכפלת מסת הגוף במהירותו.

הביטוי של מכפלת המסה במהירות הוא גודל ווקטורי בעל משמעות פיזיקלית, מוגדר **כתנע** ומסומן באות P :

m [kg] - מסת הגוף

v [m/sec] - מהירות הגוף

P [kg·m/sec] - תנע



$$P = m \cdot v$$

מכאן, ניתן לחשב את המתקף כהפרש בין תנע המערכת בסוף התהליך ובתחילתו בלבד!

ניתן לסכם: המתקף שווה להפרש התנע בסוף התהליך ובתחילתו.

$$\begin{aligned} \vec{F} \cdot \Delta t &= m \cdot \vec{v}_t - m \cdot \vec{v}_0 \\ \vec{F} \cdot \Delta t &= m \cdot \Delta \vec{v} \\ \vec{J} &= \Delta \vec{P} \end{aligned}$$

השינוי בתנע של גוף

שווה למתקף הכוח שפעל על הגוף.

כשניוטון ניסח את החוק השני בשנת 1687, הוא השתמש בנוסח הזה (של הקשר בין מתקף ותנע).
הצורה המוכרת כיום של החוק השני $F=m \cdot a$ הוכנסה לשימוש מאוחר יותר על ידי המתמטיקאי השווייצרי אוילר.

השוואה בין שני הנוסחים של החוק השני

את הביטוי למתקף קיבלנו ישירות מתוך החוק השני של ניוטון:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \vec{F} \cdot \Delta t = m \cdot \Delta \vec{v} \Rightarrow \vec{J} = \Delta \vec{p}$$

שני הביטויים עוסקים בשינוי בתנועת הגוף כתוצאה מפעולת כוח. מה ההבדל ביניהם?

$$\vec{J} = \Delta \vec{p}$$

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

- מתאר את ההשפעה המתמשכת שיש לכוח על הגוף
- מאפשר לחשב את השינוי במהירות הגוף גם מבלי לדעת במדויק את גודל הכוח או את משך הזמן בו הוא פעל.

- מתאר את ההשפעה הרגעית שיש לכוח על הגוף.
- מאפשר לחשב את התאוצה ברגע נתון, מתוך ידיעת הכוח ברגע זה.

הערה: נציין כי הביטוי הכללי למתקף מתייחס גם למצב בו עם הזמן יש גם שינוי במסת הגוף, ולכן יש לרשום:

$$\vec{F} \Delta t = \Delta(m \vec{v})$$

יחידות המתקף והתנע

הגדרנו שני גדלים חדשים חשובים מאוד, מתקף ותנע. המתקף שווה ל:

$$J = F \cdot \Delta t$$

מכאן, יחידות המתקף הן: $[N] \cdot [sec]$

$$P = m \cdot v$$

התנע שווה ל:

מכאן, יחידות התנע הן: $[kg] \cdot \left[\frac{m}{sec} \right]$

נבדוק האם היחידות הן זהות:

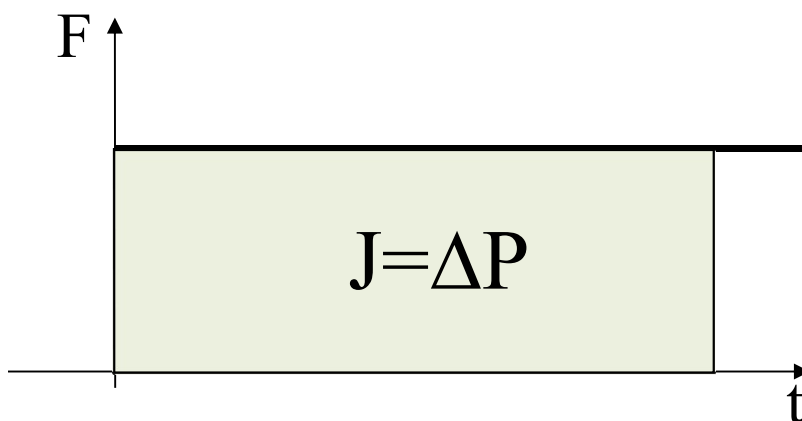
$$[N] \cdot [sec] = \left[kg \cdot \frac{m}{sec^2} \right] \cdot [sec] = [kg] \cdot \left[\frac{m}{sec} \right]$$

הממדים הפיסיקליים והיחידות של התנע זהים לאלו של המתקף

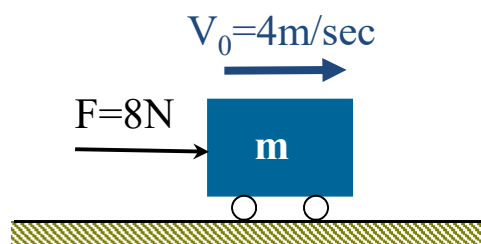
מתקף של כוח קבוע

ניתן לחשב את המתקף בדרך גרפית.

מקרה של כוח קבוע, הערך המספרי של שטח המלבן, המתקבל על ידי מכפלת הכוח בפרק הזמן, שווה לגודל המתקף של הכוח וכמובן גם לגודל השינוי בתנע.



קרונית שמסתה 2kg נעה על מסילה ישרה, אופקית וחסרת חיכוך.
מרגע מסוים $t=0$ ועד רגע $t=6\text{sec}$ הופעל על הקרונית כוח שגודלו 8N וכיוונו ימינה.
ידוע שברגע $t=0$ מהירות הקרונית הייתה ימינה וגודלה היה 4m/sec .



- א. חשבו את התנע של הקרונית ברגע $t=0$.
- ב. חשבו את מתקף הכוח מרגע $t=0$, עד רגע $t=6\text{sec}$.
- ג. חשבו את מהירות הקרונית ברגע $t=6\text{sec}$ בשתי דרכים:
 - (1) בעזרת חוקי ניוטון ונוסחאות הקינמטיקה.
 - (2) בעזרת הקשר בין המתקף לתנע.
- ד. הכוח שגודלו 8N הפסיק לפעול ברגע $t=6\text{sec}$, ומרגע זה עד רגע $t=10\text{sec}$ פעל על הקרונית כוח שגודלו 5N וכיוונו שמאלה. חשבו בעזרת הקשר מתקף-תנע את מהירות הקרונית ברגע $t=10\text{sec}$.

פתרון תרגיל 1

$$P_0 = m \cdot v_0 = 2 \cdot 4 = 8 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

$$J = F \cdot \Delta t = 8 \cdot 6 = 48 \text{ N} \cdot \text{sec}$$

$$\sum F = m \cdot a \Rightarrow 8 = 2 \cdot a \Rightarrow a = 4 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$$

$$v_t = v_0 + a \cdot t = 4 + 4 \cdot 6 = 28 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

$$J = \Delta P$$

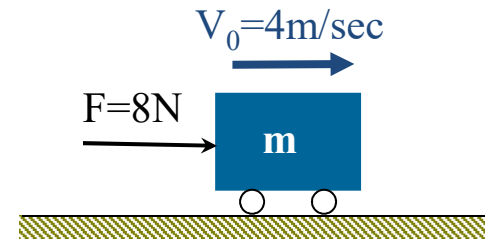
$$J = m \cdot v_t - m \cdot v_0$$

$$8 \cdot 6 = 2 \cdot v_t - 2 \cdot 4 \Rightarrow v_t = 28 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

$$J = \Delta P$$

$$J = m \cdot v_t - m \cdot v_0$$

$$(-5) \cdot 4 = 2 \cdot v_t - 2 \cdot 28 \Rightarrow v_t = 18 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

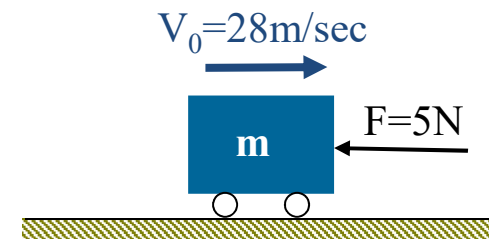


א.

ב.

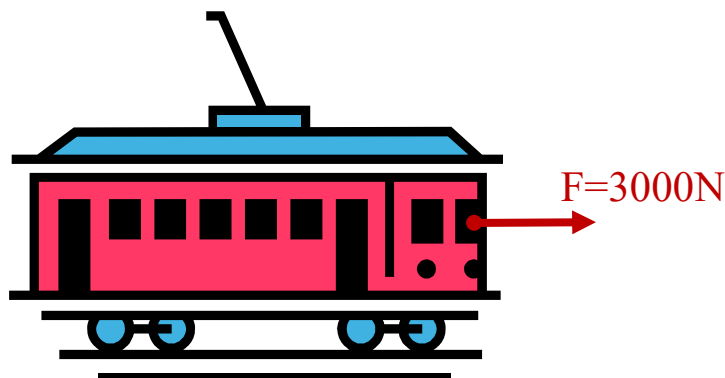
ג. 1

2



ד.

כוח קבוע השווה ל- 3000 ניוטון מאיץ קרון הנמצא במנוחה למהירות של 36km/h.
מסת הקרון היא 10 טון.



- א. מהו המתקף שפעל על ידי הכוח הקבוע?
- ב. כמה זמן פעל הכוח עד שהקרון הגיע למהירות זו?

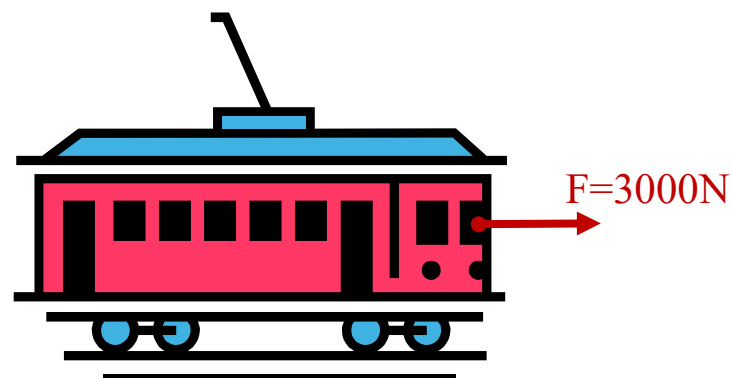
פתרון תרגיל 2

א. המתקף שפעל על ידי הכוח הקבוע שווה לשינוי בתנע של הקרון:

$$J_T = \Delta P$$

$$J_T = m \cdot v_2 - m \cdot v_1$$

$$J_T = 10000 \cdot 10 - 10000 \cdot 0 = 100000 N \cdot \text{sec}$$



ב.

$$J = F \cdot \Delta t$$

$$100000 = 3000 \cdot \Delta t$$

$$\Delta t = \frac{100000}{3000} = 33.33 \text{ sec}$$

מתקף הכוח השקול

אם פועלים על הגוף כמה כוחות, המתקף השקול שווה לסכום הוקטורי של המתקפים, שנעשו על ידי כל אחד מהכוחות.

$$\mathcal{J}_T = \sum \vec{F} \cdot \Delta t = \Delta \vec{P} = m \cdot \Delta \vec{v}$$



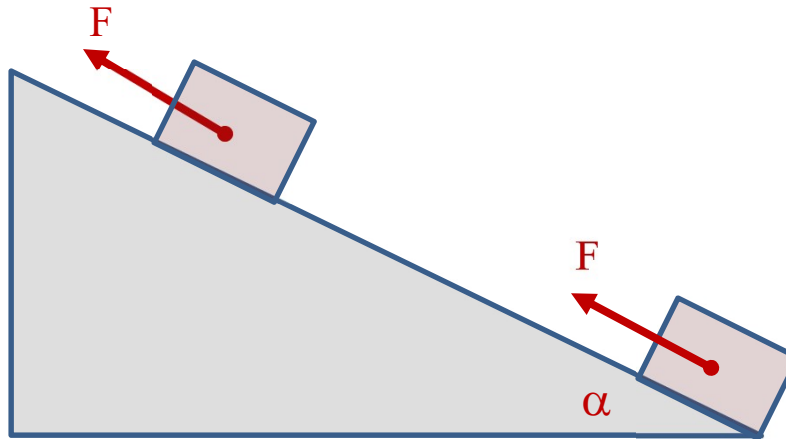
לדוגמא: כאשר פועלים על גוף שני כוחות אופקיים בכיוונים מנוגדים (גרירה וחיכוך למשל), יהיה המתקף של שניהם יחד נתון ע"י הביטוי:

$$\mathcal{J}_T = (\vec{F} - \vec{f}) \cdot \Delta t = \vec{F} \cdot \Delta t - \vec{f} \cdot \Delta t$$

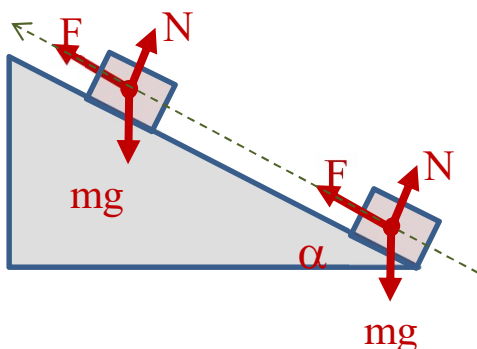
$$\mathcal{J}_T = \sum \vec{F} \cdot \Delta t \quad \text{וגם:}$$

$$\mathcal{J}_T = \mathcal{J}_F + \mathcal{J}_f \quad \text{ובהתאם:}$$

כוח קבוע $F=30\text{N}$ גורר גוף שמסתו 2kg במעלה מישור משופע חלק שזוויתו 30° במשך 4 שניות. הכוח פעול במקביל למישור המשופע. ברגע התחלת הפעלת הכוח הגוף נמצא במנוחה.



- מהי המתקף שהפעיל הכוח המושך F ?
- מהו המתקף שהפעיל כוח הכובד?
- מהו מתקף הכוח הנורמלי?
- מהו המתקף השקול?
- מהו השינוי בתנע?
- מהי מהירות הגוף לאחר 4 השניות?



$$J_F = F \cdot \Delta t = 30 \cdot 4 = 120 N \cdot \text{sec} \quad \text{א.}$$

$$J_{mg_x} = mg \cdot \sin \alpha \cdot \Delta t = 20 \cdot 0.5 \cdot 4 = -40 N \cdot \text{sec} \quad \text{ב.}$$

$$J_{mg_y} = mg \cdot \cos \alpha \cdot \Delta t = 20 \cdot 0.866 \cdot 4 = -69.28 N \cdot \text{sec}$$

$$J_N = N \cdot \Delta t = mg \cdot \cos \alpha \cdot \Delta t = 20 \cdot 0.866 \cdot 4 = 69.28 N \cdot \text{sec} \quad \text{ג.}$$

$$J_x = J_F - J_{mg_x} = 120 - 40 = 80 N \cdot \text{sec} \quad \text{ד.}$$

$$J_y = J_N - J_{mg_y} = 0$$

$$J_{\Sigma F} = J_x = 80 N \cdot \text{sec}$$

$$J_{\Sigma F} = \Delta P = 80 [N \cdot \text{sec}] \quad \text{ה+ו.}$$

$$J_{\Sigma F} = m \cdot v_t - m \cdot v_0$$

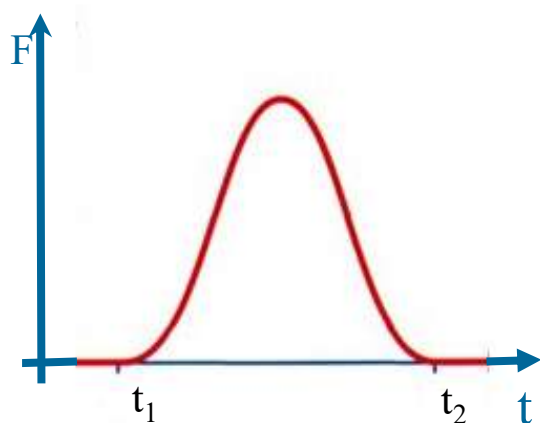
$$80 = 2 \cdot v_t - 2 \cdot 0$$

$$v_t = 40 \frac{m}{\text{sec}}$$

מתקף של כוח משתנה 1

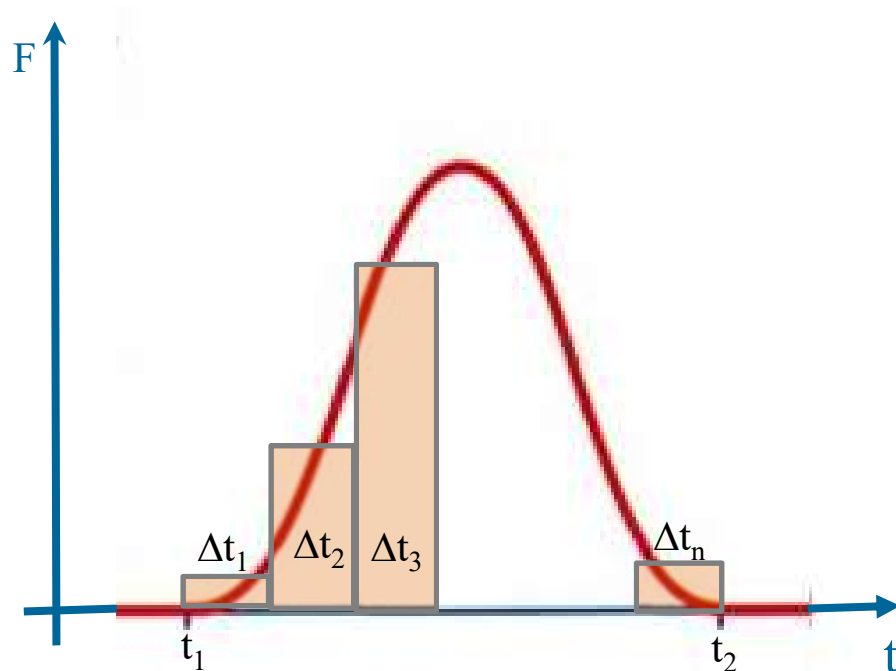
בהתנגשויות המתרחשות בעולם המיקרוסקופי והמקרוסקופי, הכוחות הפועלים משתנים בצורה לא ידועה ובפרקי זמן קצרים ביותר.

לדוגמא, כוח הפועל על גופו של נהג, החגור בחגורת בטיחות בזמן הבלימה של המכונית.



המשך המתקף של כוח משתנה 2

במקרים בהם הפונקציה המתמטית, המתארת את הכוח כפונקציה של הזמן, לא ידועה, נוכל להעריך את המתקף על ידי חלוקת פרקי הזמן לקטעים מאוד קטנים, בהם הכוח הוא בקירוב קבוע. ספירת כמות הקטעים, והכפלת מספר זה בערך של המתקף שמייצג כל קטע, תאפשר לנו להעריך את השטח השווה למתקף הכוח.



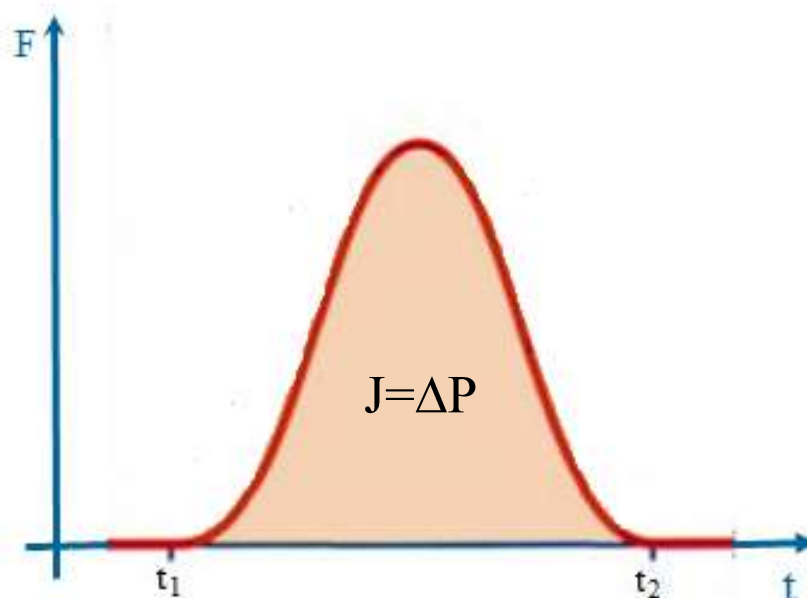
השטח התחום בין העקומה לציר הזמן

◀ מכאן:

השטח התחום בין עקומת כוח-זמן כלשהי לבין ציר הזמן

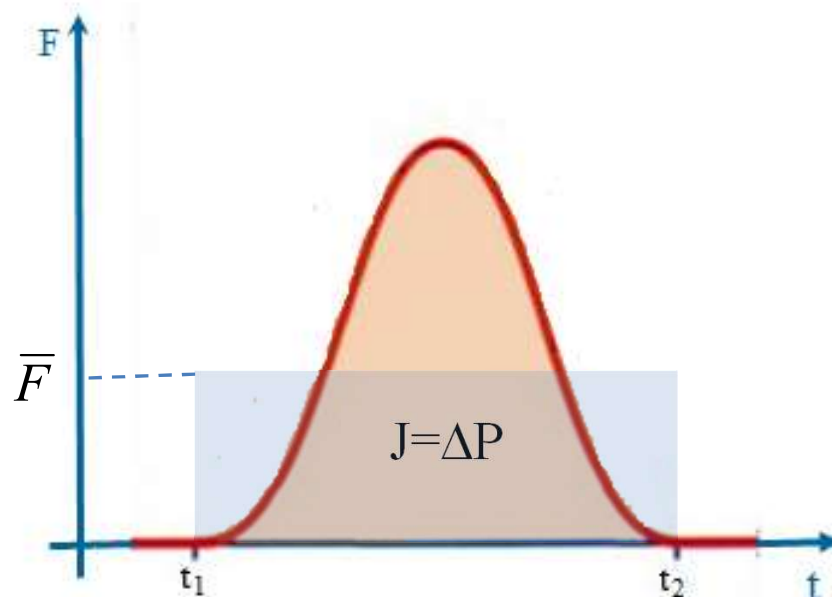
מבטא את המתקף שפעל על ידי הכוח.

המתקף שווה, כמובן, לשינוי בתנע של הגוף.



לצורך חישוב קל יותר ניתן להחליף את השטח שמתחת לעקומה במלבן בעל אותו שטח. את גובהו של מלבן כזה מייצג הכוח הממוצע.

הגודל הממוצע $\bar{F}$ של כוח F , המשתנה מרגע t_1 עד רגע t_2 , הוא כוח קבוע שצריך היה לפעול בפרק זמן זה, כך שהמתקף שלו יהיה שווה למתקף של הכוח המשתנה.



שאלה לדיון בכיתה

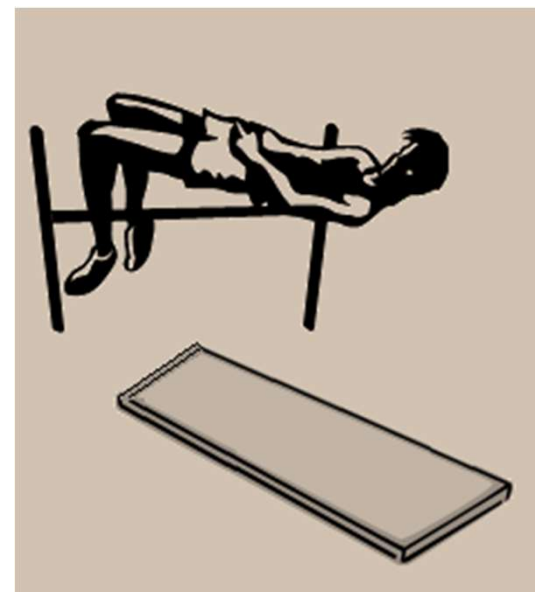
כאשר כוס זכוכית נופלת על הרצפה, היא נשברת לרסיסים וכשהיא נופלת מאותו הגובה על מזרן, היא נשארת שלמה. הסיבה לכך היא:



- א. בנפילה על הרצפה על הכוס מופעל מתקף גדול יותר.
- ב. בנפילה על המזרן פועל על הכוס מתקף קטן יותר.
- ג. בנפילה על הרצפה זמן העצירה קצר, ולכן הכוח על הכוס גדול.
- ד. בנפילה על המזרן זמן התקיפה קטן, לכן הכוח על הכוס קטן.

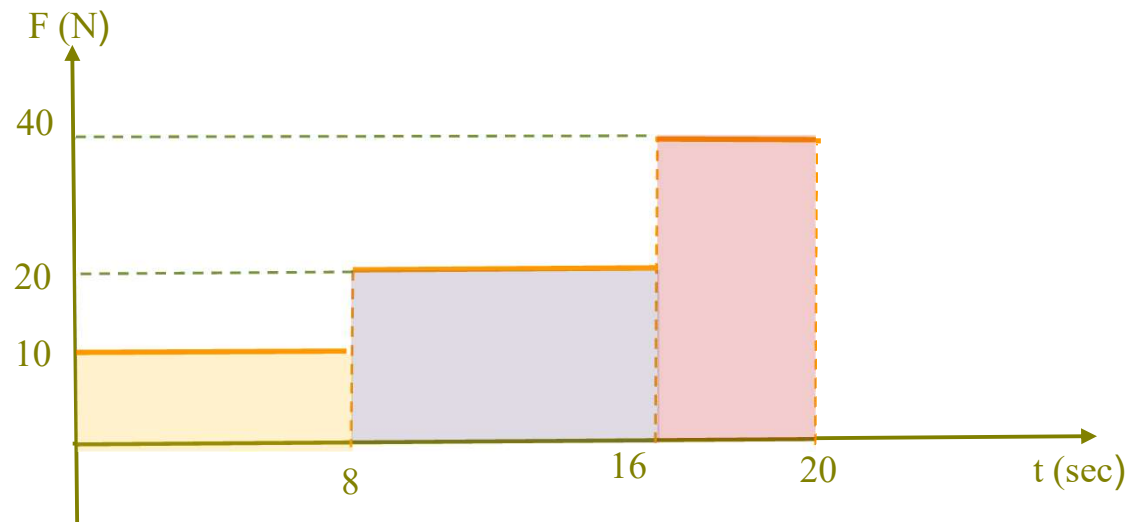
ריכוך בהתנגשות

בכדי לרכך את המכה בשעת בלימה, מרפדים את המשטח. למשל, קופץ לגובה נוחת על מזרן.
מדוע הנחיתה על המזרן פחות מכאיבה מנחיתה על הרצפה?

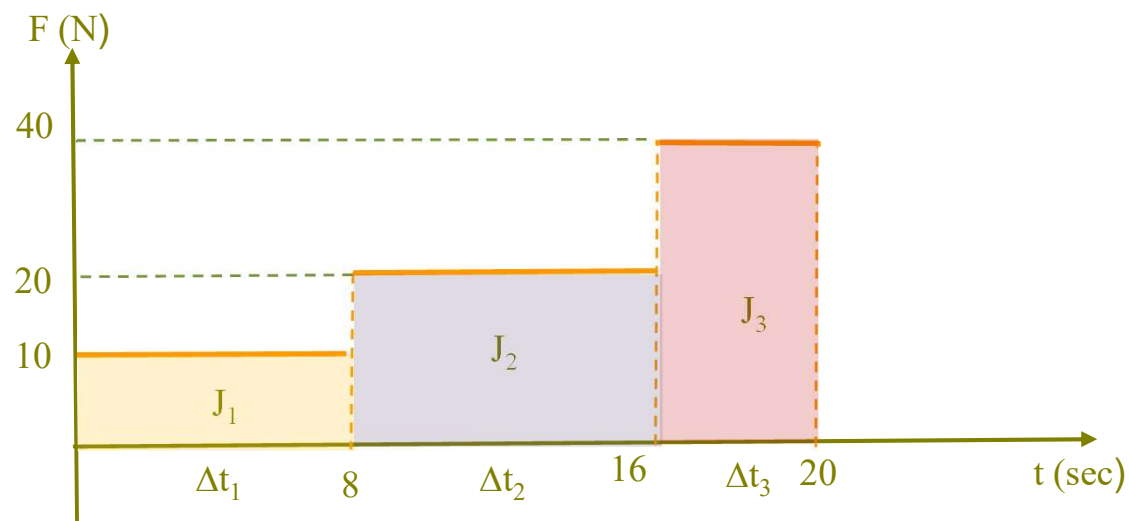


עם מזרן משך זמן האינטראקציה ממושך יותר, לכן הכוח השקול הממוצע הפועל עליו קטן יותר והנחיתה מכאיבה פחות.

לפניכם גרף המתאר את הכוח הפועל על גוף שמסתו 10kg כפונקציה של הזמן.
ברגע $t=0$ הגוף היה במנוחה. הכוח פועל בכיוון ההתקדמות של הגוף.



- חשבו את המתקף שמפעיל הכוח על הגוף בפרק הזמן מ- $t=0$ ל- $t=20\text{sec}$.
- חשבו את התנע ואת המהירות שהייתה לגוף ברגע $t=20\text{sec}$.



$$J_{\Sigma F} = \Delta P = 400 N \cdot \text{sec} \quad \text{ב.}$$

$$J_{\Sigma F} = m \cdot v_t - m \cdot v_0$$

$$400 = 10 \cdot v_t - 10 \cdot 0$$

$$v_t = 40 \frac{m}{\text{sec}}$$

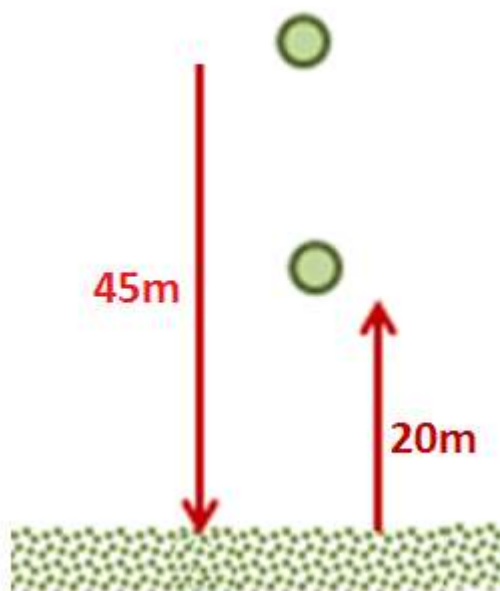
$$J_{\Sigma F} = J_1 + J_2 + J_3 \quad \text{א.}$$

$$J_{\Sigma F} = F_1 \cdot \Delta t_1 + F_2 \cdot \Delta t_2 + F_3 \cdot \Delta t_3$$

$$J_{\Sigma F} = 10 \cdot 8 + 20 \cdot 8 + 40 \cdot 4$$

$$J_{\Sigma F} = 400 N \cdot \text{sec}$$

כדור נופל ממנוחה מגובה של 45m מעל לרצפה ומנתר חזרה עד לגובה של 20m.
מהו גודל וכיוון המתקף שהפעילה הרצפה על הכדור במהלך ההתנגשות ביניהם?



פתרון תרגיל 5

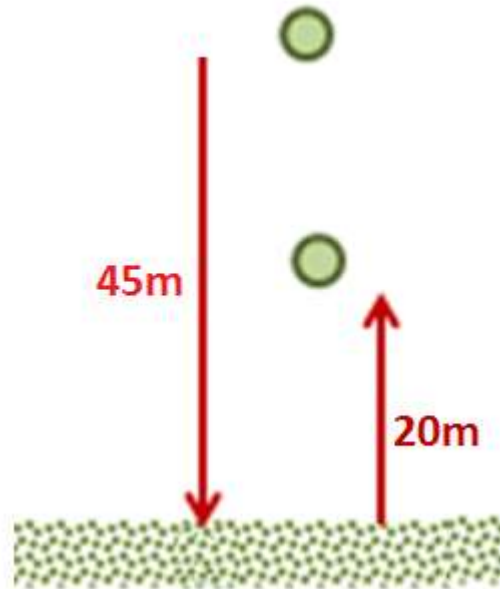
בעזרת שימור אנרגיה נמצא את מהירות הגוף בהגיעו לרצפה ובעוזבו את הרצפה:

$$U_G = \Delta E_k$$

$$mgh = \frac{m \cdot v_1^2}{2}$$

$$2 \cdot 10 \cdot 45 = \frac{2 \cdot v_1^2}{2}$$

$$v_1 = 30 \frac{m}{sec}$$



$$U_G = \Delta E_k$$

$$mgh' = \frac{m \cdot v_2^2}{2}$$

$$2 \cdot 10 \cdot 20 = \frac{2 \cdot v_2^2}{2}$$

$$v_2 = 20 \frac{m}{sec}$$

נבחר כיוון מעלה חיובי, מכאן:

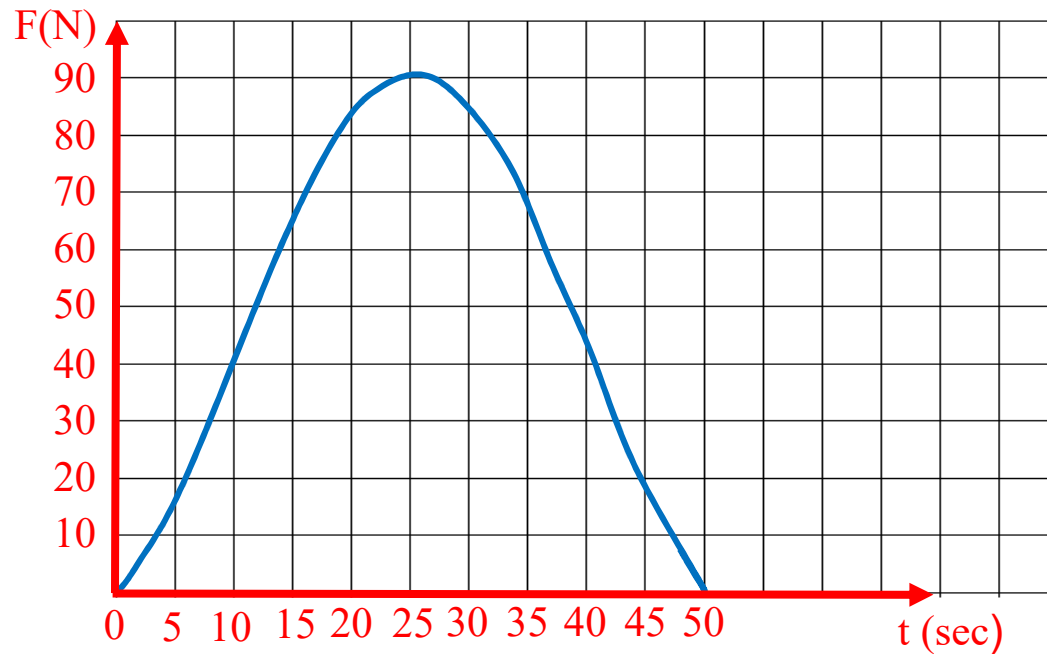
$$J = \Delta P$$

$$J = m \cdot v_2 - m \cdot v_1$$

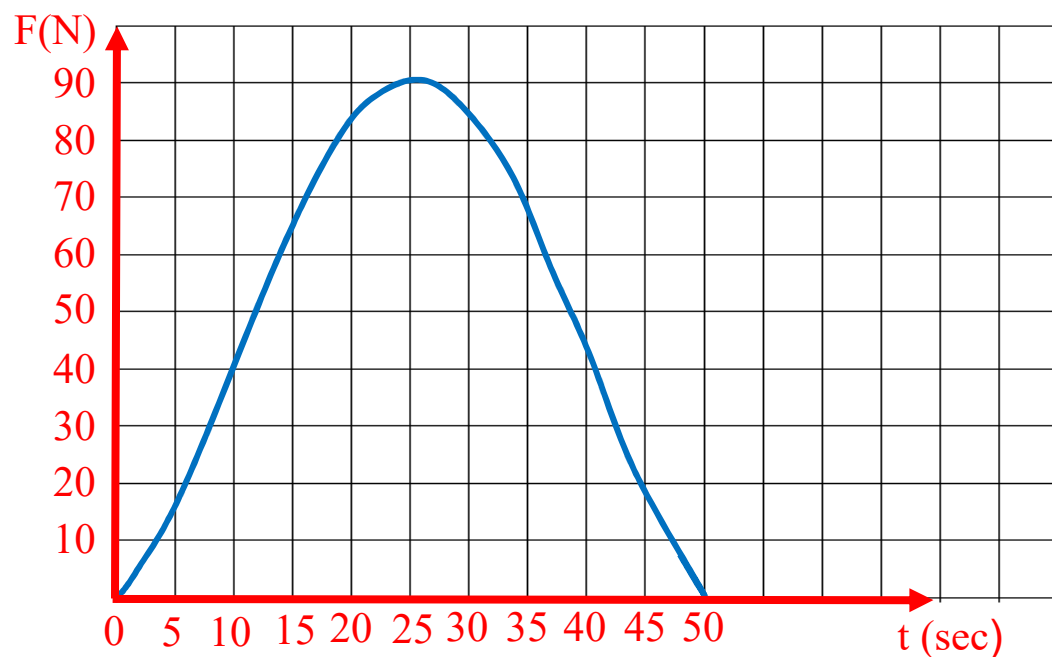
$$J = 0.2 \cdot 20 - 0.2 \cdot (-30) = 10 N \cdot sec$$

התקבלה תוצאה חיובית מכאן שכיוון המתקף הוא כלפי מעלה.

לפניכם גרף המתאר את הכוח הפועל על כלי רכב שמסתו 500kg כפונקציה של הזמן.
ברגע $t=0$ כלי הרכב היה במנוחה. הכוח פועל בכיוון ההתקדמות של כלי הרכב.



- א. העריכו את מתקף הכוח הפועל על כלי הרכב בפרק הזמן בין $t=0$ ל- $t=50\text{sec}$.
- ב. על פי הערכתכם בסעיף א, חשבו את התנע, את האנרגיה הקינטית ואת המהירות שהייתה לכלי הרכב ברגע $t=50\text{sec}$.
- ג. מתי היה השינוי בתנע גדול יותר: בפרק הזמן בין $t=10\text{sec}$ ל- $t=15\text{sec}$ או בפרק הזמן בין $t=20\text{sec}$ ל- $t=25\text{sec}$? העריכו את ההפרש בין השינויים.



$$J = \Delta P = 2250J \quad \text{ב.}$$

$$J = m \cdot v_t - m \cdot v_0$$

$$2250 = 500 \cdot v_t - 500 \cdot 0$$

$$v_t = 4.5 \frac{m}{sec}$$

$$E_K = \frac{m \cdot v^2}{2} = \frac{500 \cdot 4.5^2}{2} = 5062.5J$$

$$J = \frac{50 \cdot 90}{2} = 2250N \cdot sec \quad \text{א.}$$

ג. בפרק הזמן בין $t=20sec$ ל- $t=25sec$, $440-270=170[N \cdot sec]$.

התיאורים המסכמים של תנועת הגופים

בזמן Δt	לאורך מרחק ΔX	תיאור מסכם של פעולת הכוח
מתקף $\vec{J} = \vec{F} \cdot \Delta t$	עבודה $W = F \cdot \Delta X$	אפיון השפעת הכוח
תנע $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$	אנרגיה קינטית $E_k = \frac{1}{2}mv^2$	אפיון התנועה
$\vec{J}_{\Sigma F} = \Delta \vec{p}$	$W_{\Sigma F} = \Delta E_k$	השפעת הכוח על תנועת הגוף

❖ הגודל $J = F \cdot \Delta t$, הוגדר כ"מתקף", הכוח F בפרק זמן Δt .

יחידות המתקף הן: $[N] \cdot [sec]$ והוא גודל וקטורי.

❖ הגודל: $p = m \cdot v$ נקרא התנע של הגוף.

יחידות התנע הן: $[kg] \cdot \left[\frac{m}{sec} \right]$ והוא גודל וקטורי.

❖ המתקף של שקול הכוחות שווה לסכום הוקטורי של המתקפים של כל אחד מהכוחות מהם מורכב השקול.

$$J_{\Sigma F} = J_{F_1} + J_{F_2} + \dots + J_{F_N}$$

❖ המתקף הכולל שפעל על גוף שווה לשינוי בתנע של הגוף.

$$J_{\Sigma F} = \Delta p$$

❖ השטח התחום בין עקומת כוח-זמן כלשהי לבין ציר הזמן מבטא את המתקף שפעל על ידי הכוח, ולכן גם את השינוי בתנע.