

מתקף ותנע

שימור תנע במישור והתפוצצות



Image courtesy of Keerati at FreeDigitalPhotos.net

❖ כאשר הגופים המתנגשים נעים במישור, יש השתמש בצורה הווקטורית של חוק שימור התנע.

❖ במקרה של שני גופים:

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2$$

⇓

$$\begin{cases} m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x} = m_1 u_{1x} + m_2 u_{2x} \\ m_1 v_{1y} + m_2 v_{2y} = m_1 u_{1y} + m_2 u_{2y} \end{cases}$$

❖ התפוצצות הוא תהליך בו גוף מתפרק למספר מרכיבים, כתוצאה מכוחות פנימיים, ולעיתים בזמן קצר מאוד.

❖ בזמן התהליך מומרת אנרגיה פוטנציאלית האגורה במערכת לאנרגיה קינטית של המרכיבים.

❖ האנרגיה הקינטית מתחלקת בין החלקים המתרחקים ביחס הפוך למסות החלקים.

קליע שמסתו 10 גר' נורה במהירות של 600 מ/ש מרובה שאורך קנהו 1 מטר ומסתו 4 ק"ג.

1. מהי מהירות הרתע של הרובה?
2. מהו המתקף הפועל על הקליע?
3. מהו הזמן בו מצוי הקליע בתאוצה?
4. מהו הכוח הממוצע הפועל על הקליע?

1. מהי מהירות הרתע של הרובה?

◀ כיוון תנועת הקליע ייחשב חיובי.

◀ התנע ההתחלתי של המערכת קליע + רובה הוא 0

◀ לכן, מתוך שימור התנע נקבל:

$$0 = Mu_1 + mu_2$$

$$0 = 4u_1 + 0.01 \cdot 600$$

$$u_1 = -1.5m / s$$

◀ הרובה נרתע בכיוון הפוך לזה של תנועת הקליע.

פתרון 1 המשך

2. מהו המתקף הפועל על הקליע?

◀ את המתקף נחשב מתוך הקשר שבין המתקף לשינוי בתנע של הקליע:

$$J = \Delta P$$

$$J = m\Delta v = m(v_2 - v_1)$$

$$J = 0.01 \cdot (600 - 0) = 6N \cdot s$$

פתרון 1 המשך

3. מהו הזמן בו מצוי הקליע בתאוצה?

◀ נחשב משיקולים קינמטיים.

◀ התאוצה:

$$v_t^2 = v_0^2 + 2ax$$

$$600^2 = 0^2 + 2a \cdot 1$$

$$a = 180,000 m / s^2$$

◀ הזמן:

$$v_t = v_0 + at$$

$$600 = 0 + 180000t$$

$$t = 0.0033s$$

פתרון 1 המשך

4. מהו הכוח הממוצע הפועל על הקליע?
◀ נעזר בתוצאה שקיבלנו עבור המתקף:

$$J = F \Delta t$$

$$6 = F \cdot 0.0033$$

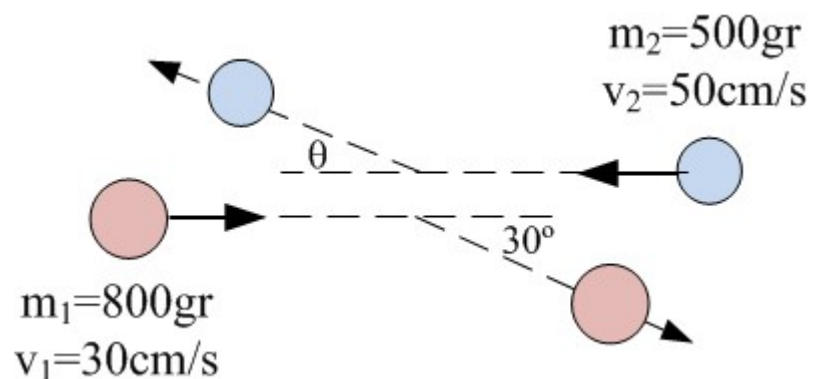
$$F = 1818.18N$$

שני כדורים מתנגשים ונעים בנפרד לאחר ההתנגשות, כמוראה בתרשים.

1. מה המהירות (גודל וכיוון) של הכדור בן ה- 500 ג' לאחר ההתנגשות, אם הכדור השני נע במהירות

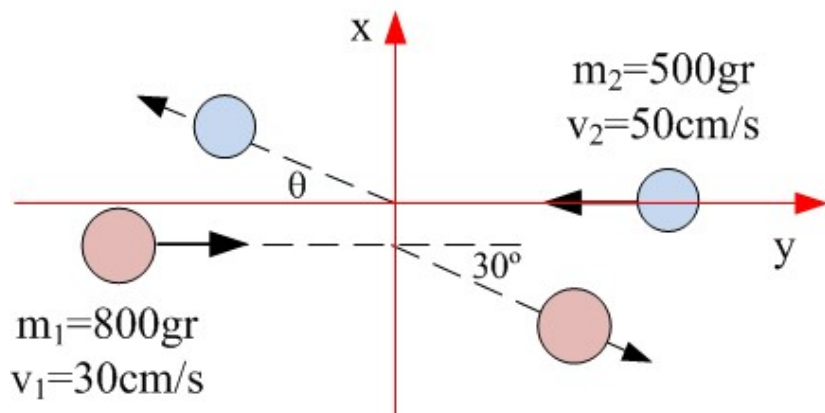
של 15 ס"מ לשנייה לאחר ההתנגשות?

2. האם ההתנגשות אלסטית לחלוטין?



1. מה המהירות (גודל וכיוון) של הכדור בן ה- 500 ג' לאחר ההתנגשות, אם הכדור השני נע במהירות של 15 ס"מ לשנייה לאחר ההתנגשות?

◀ נעזר בחוק שימור התנע:



$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2$$

$$\begin{cases} m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x} = m_1 u_{1x} + m_2 u_{2x} \\ m_1 v_{1y} + m_2 v_{2y} = m_1 u_{1y} + m_2 u_{2y} \end{cases}$$

◀ נרשום את הנתונים (הכיוונים ימינה ומעלה חיוביים):

$$\begin{cases} 0.8 \cdot 0.3 - 0.5 \cdot 0.5 = 0.8 \cdot 0.15 \cos 30^\circ - 0.5 u_2 \cos \theta \\ 0 = 0.5 u_2 \sin \theta - 0.8 \cdot 0.15 \sin 30^\circ \end{cases}$$

$$\begin{cases} u_2 \cos \theta = 0.228 \\ u_2 \sin \theta = 0.12 \end{cases}$$

$$\tan \theta = \frac{0.12}{0.228} \Rightarrow \theta = 27.75^\circ$$

$$u_2 \cos 27.75 = 0.228$$

$$u_2 = \frac{0.228}{\cos 27.75}$$

$$u_2 = 0.25 \text{ m/s}$$

◀ נציב באחת המשוואות ונחשב את המהירות של הגוף בן ה- 500 גר':

פתרון 2 המשך

2. האם ההתנגשות אלסטית לחלוטין?

◀ בהתנגשות אלסטית לחלוטין יש שימור של אנרגיה קינטית.

◀ נבדוק את האנרגיות לפני ואחרי ונשווה ביניהן:

$$E_{K_1} = \frac{1}{2} 0.8 \cdot 0.3^2 + \frac{1}{2} 0.5 \cdot 0.5^2 = 0.0985 J$$

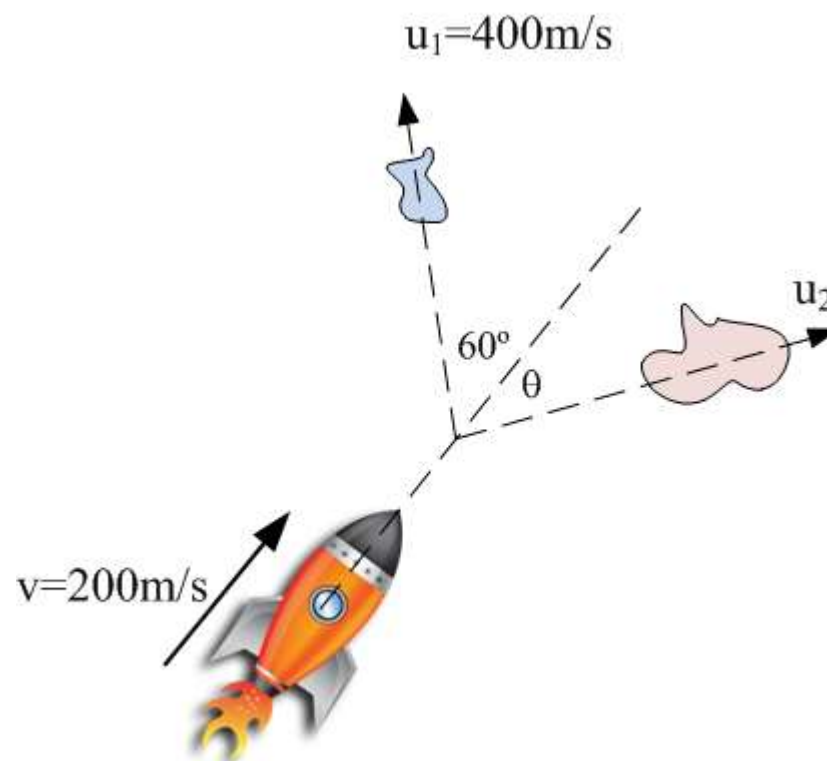
$$E_{K_2} = \frac{1}{2} 0.8 \cdot 0.15^2 + \frac{1}{2} 0.5 \cdot 0.25^2 = 0.0246 J$$

◀ אין שימור אנרגיה קינטית בהתנגשות.

טייל בעל מסה M הנע (בכיוון כללי מעלה) במהירות $v=200\text{m/s}$ מתפוצץ באוויר לשני חלקים: $M/4$ ו- $3M/4$. החלק הקטן נע במהירות של 400m/s בזווית של 60° מעלות ביחס לכיוון התנועה המקורי של הטייל.

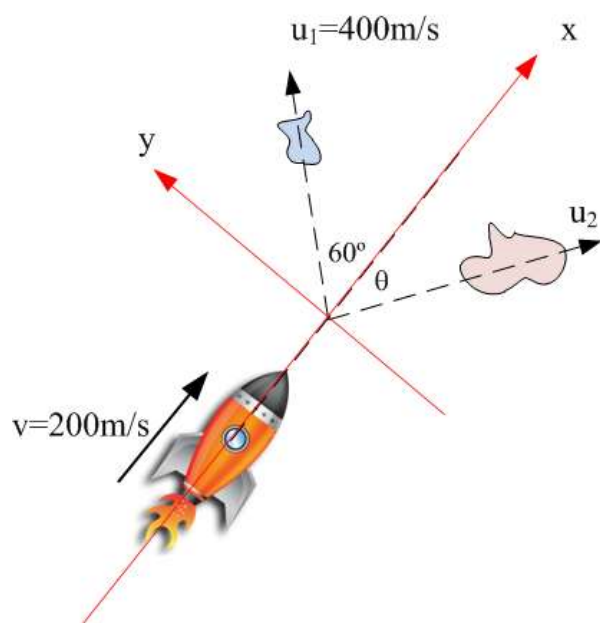
1. סרטטו תרשים המתאר את המערכת לפני ומיד אחרי הפיצוץ
2. חשבו את המהירות (גודל וכיוון) של החלק הגדול.

1. סרטטו תרשים המתאר את המערכת לפני ואחרי הפיצוץ (גודלה של θ אינו ידוע, ולכן החלק הגדול יכול לנוע בכל כיוון שהוא).



פתרון 3 המשך

2. חשבו את המהירות (גודל וכיוון) של החלק הגדול.
 ◀ נניח את מערכת הצירים כך שציר x יתלכד עם כיוון התנועה המקורי של הטיל.



$$\begin{cases} M \cdot 200 = \frac{M}{4} 400 \cos 60 + \frac{3M}{4} u_2 \cos \theta \\ 0 = \frac{M}{4} 400 \sin 60 - \frac{3M}{4} u_2 \sin \theta \end{cases}$$

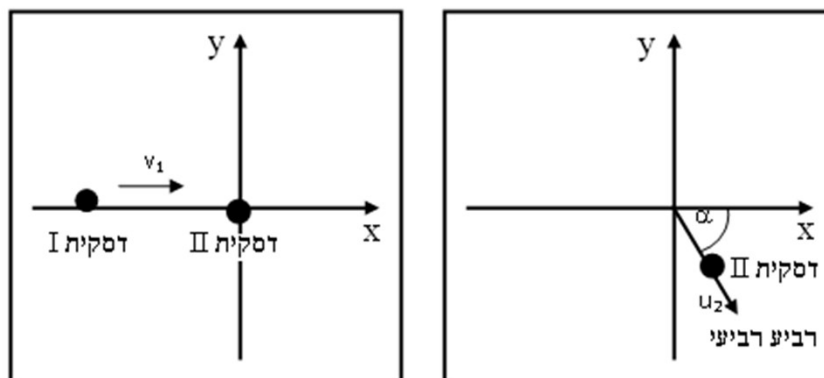
$$\frac{u_2 \sin \theta}{u_2 \cos \theta} = \tan \theta = \frac{115.47}{200} \Rightarrow \theta = 30^\circ$$

◀ נציב באחת המשוואות:

$$u_2 \sin 30 = 115.47$$

$$u_2 = 230.94 \text{ m/s}$$

בתרשים א מתואר במבט מלמעלה משטח של שולחן חלק ועליו שתי דסקיות: דסקית I שמסתה $m_1=1\text{kg}$ נעה בכיוון החיובי של ציר x במהירות שגודלה $v_1=10\text{m/s}$, ודסקית II שמסתה $m_2=1\text{kg}$ נחה בראשית של מערכת צירים הנמצאת במישור השולחן.



לאחר התנגשות הדסקיות זו בזו, נעה דסקית II בזווית $\alpha=60^\circ$ של עם ציר x, במהירות שגודלה $u_2=4\text{m/s}$, כמתואר בתרשים ב. (תנועת דסקית I לאחר ההתנגשות אינה מתוארת בתרשים ב.).

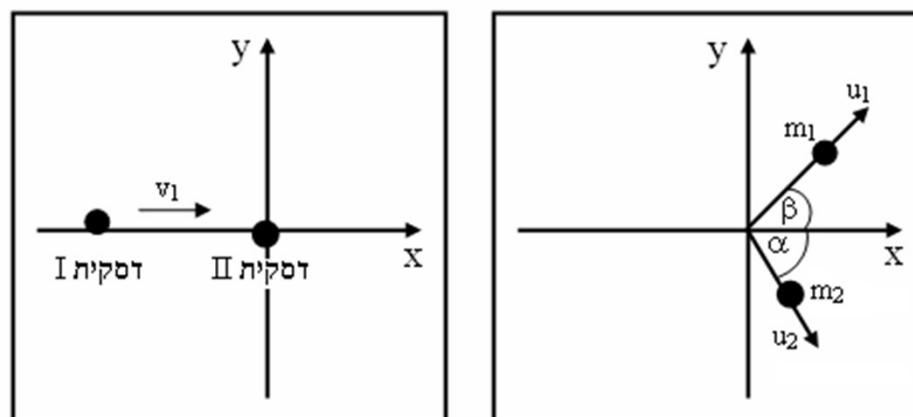
1. מהו התנע הכולל של מערכת שתי הדסקיות לאחר ההתנגשות (גודל וכיוון)?
2. הסבר במילים מדוע לא ייתכן ששתי הדסקיות ינועו אחרי ההתנגשות ברביע הרביעי של מערכת הצירים (ראה תרשים ב.).
3. חשב את המהירות (גודל וכיוון) של דסקית I לאחר ההתנגשות.

1. מהו התנע הכולל של מערכת שתי הדסקיות לאחר ההתנגשות (גודל וכיוון)?

- ▶ על פי חוק שימור התנע, התנע לפני ההתנגשות שווה לזה שלאחר ההתנגשות.
- ▶ התנע של דסקית 2 לפני ההתנגשות שווה לאפס, לפיכך התנע הכולל שווה לתנע של דסקית 1 לפני ההתנגשות.

גודלו: $p_1 = m_1 \cdot v_1 = 1 \cdot 10 = 10 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{sec}}$

▶ כיוונו: ימינה.



2. הסבר במילים מדוע לא ייתכן ששתי הדסקיות ינועו אחרי ההתנגשות ברביע הרביעי של מערכת הצירים (ראה תרשים ב).

- ▶ מאחר שהתנע הכולל בכיוון y לפני ההתנגשות היה שווה לאפס, גם לאחר ההתנגשות התנע הכולל בכיוון y צריך להיות שווה לאפס.
- ▶ מצב זה בלתי אפשרי אם שתי הדסקיות ינועו ברביע הרביעי.

פתרון 4 המשך

3. חשב את המהירות (גודל וכיוון) של דסקית I לאחר ההתנגשות.

◀ משימור תנע בכיוון ציר X :

$$m_1 v_1 = m_1 u_1 \cos \beta + m_2 u_2 \cos \alpha$$

$$1 \cdot 10 = 1 \cdot u_1 \cdot \cos \beta + 1 \cdot 4 \cdot \cos 60$$

$$(1) u_1 \cos \beta = 8$$

◀ משימור התנע בכיוון ציר Y :

$$0 = m_1 u_1 \sin \beta - m_2 u_2 \sin \alpha$$

$$(2) u_1 \sin \beta = 4 \cdot \sin 60$$

◀ נחלק משוואה (2) במשוואה (1):

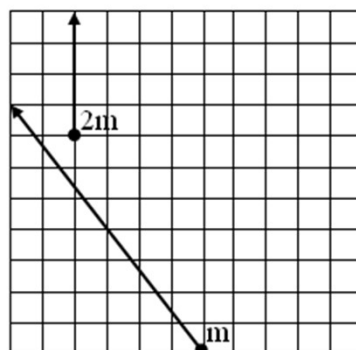
$$\tan \beta = \frac{4 \cdot \sin 60}{8}$$

$$\beta = 23.4^\circ$$

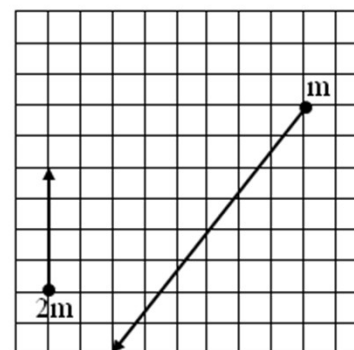
◀ ולאחר הצבה:

$$u_1 = 8.72 \frac{m}{sec}$$

קרן שמסתו $4m$ נמצא על משטח אופקי. על רצפת הקרן נעים שני כדורים שהמסות שלהם הן m ו- $2m$ החיכוך בין הקרן למשטח ובין הכדורים לרצפה זניח. מהירויות הכדורים ברגע t_0 מתוארות בתרשים א. כל משבצת מתאימה ל- 1 מ/ש .



תרשים ב



תרשים א

1. הקרן קשור למשטח ואינו יכול לנוע. תרשים ב מתאר את מהירויות הכדורים לאחר שהכדור שמסתו m התנגש בדופן הקרן.

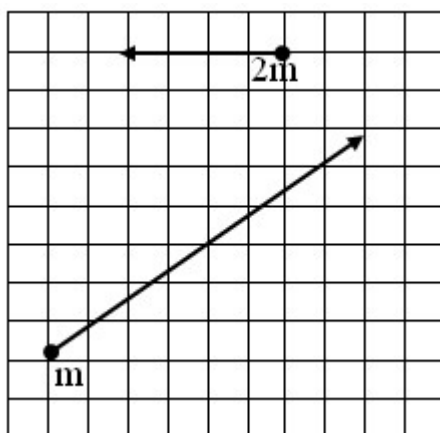
א - האם התנע הכולל של שני הכדורים בתרשים ב שווה לתנע הכולל שלהם בתרשים א? נמק
 1ב- האם האנרגיה הקינטית הכוללת של שני הכדורים בתרשים ב שווה לאנרגיה הכוללת שלהם בתרשים א? נמק

יתר סעיפי השאלה בעמוד הבא.

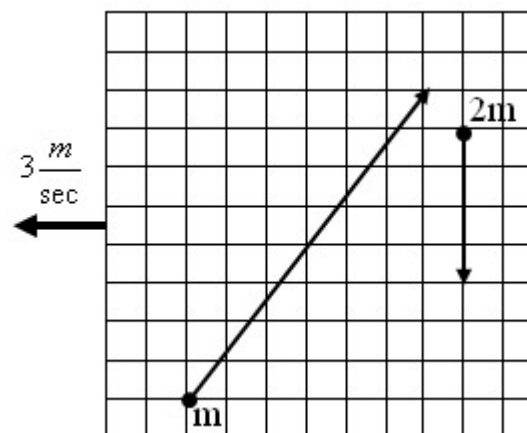
2. הפעם הקרון אינו קשור והוא חופשי לנוע לכל הכיוונים. (ברגע t_0 מהירות הכדורים הן כמתואר בתרשים א ומהירות הקרון היא אפס). הכדורים התנגשו זה בזה ובדופנות הקרון בהתנגשויות אלסטיות (לחלוטין).

א- בתרשים ג' מהירות הקרון (שמסתו $4m$) היא 3 שמאלה, ומהירות הכדורים ביחס לכדור הארץ הן כמתואר בתרשים זה. הסבר מדוע תרשים ג' אינו יכול לתאר את מצב המערכת (הכדורים והקרון) לאחר שהתרחשו בה רק התנגשויות אלסטיות.

ב- בתרשים ד הקרון נמצא במנוחה ומהירות הכדורים הן כמתואר בתרשים זה. הסבר מדוע תרשים ד אינו יכול לתאר את מצב המערכת לאחר שהתרחשו בה רק התנגשויות אלסטיות



תרשים ד



תרשים ג

1א - האם התנע הכולל של שני הכדורים בתרשים ב שווה לתנע הכולל שלהם בתרשים א? נמק

◀ התנע הכולל של שני הכדורים אינו שווה בשני התרשימים.

◀ בתרשים א' – הרכיב האנכי של התנע הכולל של שני הכדורים הוא:

$$p_y = 2m \cdot 4 - m \cdot 8 = 0$$

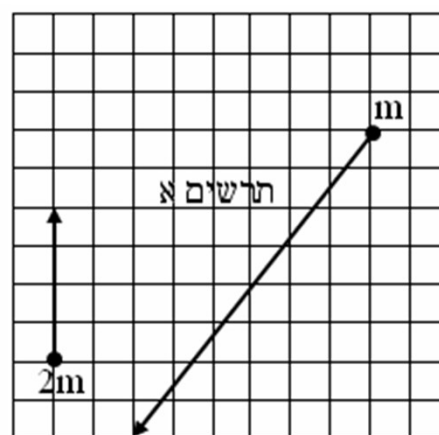
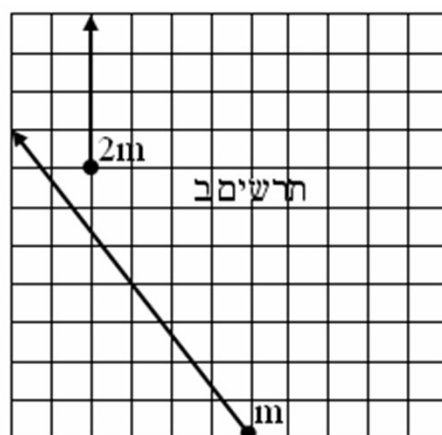
◀ בתרשים ב' – הרכיב האנכי של התנע הכולל של שני הכדורים הוא:

$$2m \cdot 4 + m \cdot 8 = 16m$$

◀ התנע הכולל אינו נשמר כי הרכיב האנכי של התנע הכולל אינו נשמר.

1ב- האם האנרגיה הקינטית הכוללת של שני הכדורים בתרשים ב שווה לאנרגיה הכוללת שלהם בתרשים א? נמק

◀ האנרגיה הקינטית הכוללת שווה בשני התרשימים כי גודל המהירות של כל כדור בתרשים א' שווה לזה שבתרשים ב'.



2א- בתרשים ג' מהירות הקרון (שמסתו 4m) היא 3 שמאלה, ומהירויות הכדורים ביחס לכדור הארץ הן כמתואר בתרשים זה. הסבר מדוע תרשים ג' אינו יכול לתאר את מצב המערכת (הכדורים והקרון) לאחר שהתרחשו בה רק התנגשויות אלסטיות.

◀ האנרגיה הקינטית של הכדורים בשני התרשימים שווה אך בתרשים ג' יש גם לקרון אנרגיה קינטית, לכן תרשים ג' אינו יכול לתאר את מצב המערכת (האנרגיה הקינטית הכוללת אינה נשמרת).

ב- בתרשים ד הקרון נמצא במנוחה ומהירויות הכדורים הן כמתואר בתרשים זה. הסבר מדוע תרשים ד אינו יכול לתאר את מצב המערכת לאחר שהתרחשו בה רק התנגשויות אלסטיות

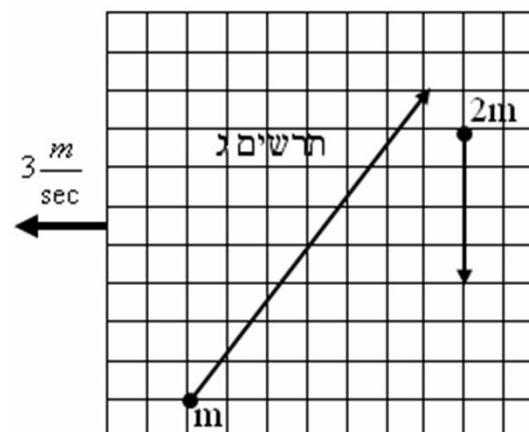
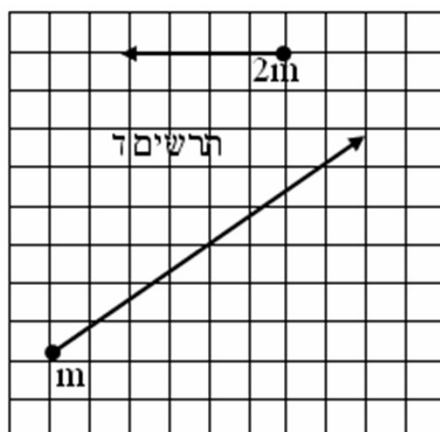
◀ התנע האנכי בתרשים ד' הוא:

$$2m \cdot 0 + m \cdot 6 = 6m$$

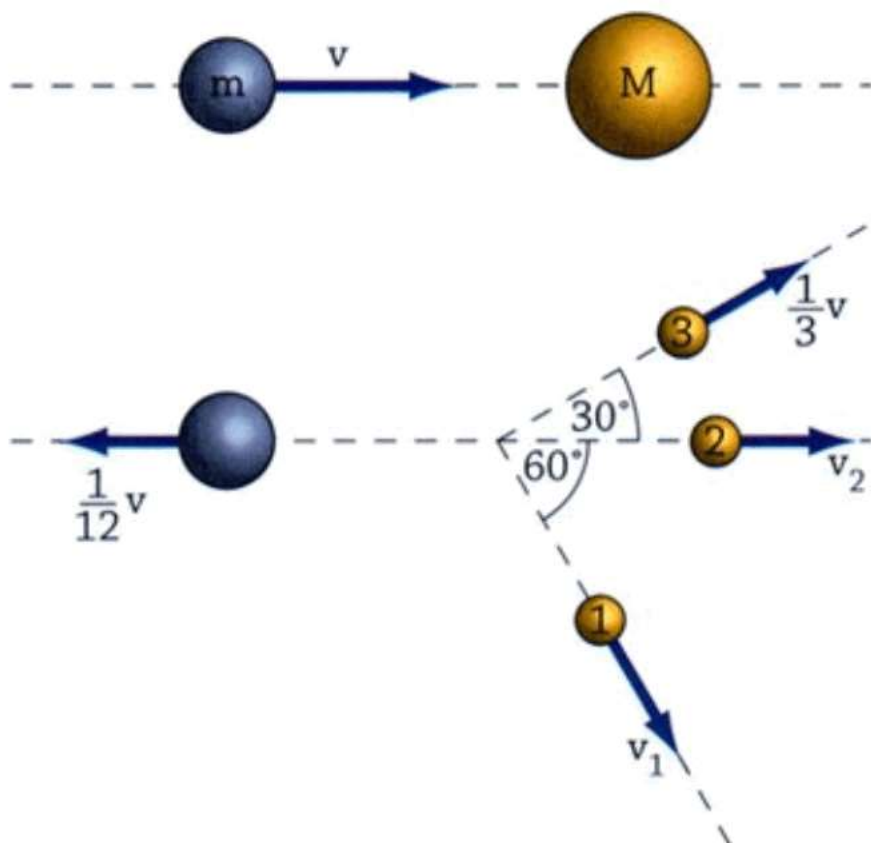
◀ התנע האנכי בתרשים א' הוא:

$$2m \cdot 4 - m \cdot 8 = 0$$

◀ מכאן שהתנע הכולל בשני התרשימים הוא שונה, לכן תרשים ד' אינו יכול לתאר את מצב המערכת. (בהתנגשות אלסטית האנרגיה הקינטית הכוללת נשמרת והתנע הכולל נשמר)



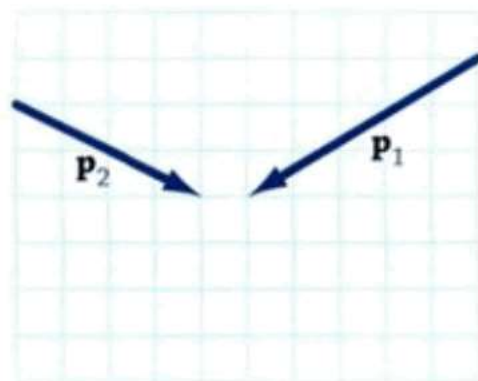
מכניקה ניוטונית, כרך ב' עמוד 45



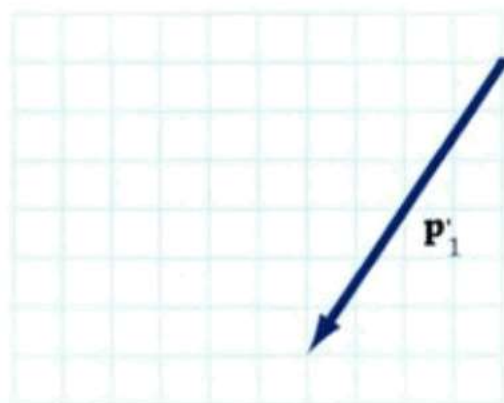
40. כדור שמסתו m נע במהירות קבועה שגודלה v על משטח אופקי חסר חיכוך, ומתנגש בכדור נח שמסתו $M = 3m$. כתוצאה מן ההתנגשות נע הכדור הפוגע במהירות שגודלה $v/12$ בכיוון מנוגד לכיוון תנועתו המקורי, והכדור הנפגע מתפרק לשלושה רסיסים 1, 2, ו-3 בעלי מסה m כל אחד, הנעים בכיוונים המתוארים באיור. גודל מהירותו של רסיס 3 היא $v/3$ (ראו איור) וגדלי המהירויות של רסיסים 1 ו-2 אינם ידועים.

- מהם גדלי המהירויות של הרסיסים 1 ו-2? בטאו תשובותיכם באמצעות v .
- מהו כיוון התנע הכולל של המערכת לאחר ההתנגשות? נמקו.

מכניקה ניוטונית, כרך ב' עמוד 39



איור א



איור ב

44. שני גופים 1 ו-2 מהווים מערכת סגורה. באיור א מוצגים וקטורי התנע $\mathbf{p}_1$ ו- $\mathbf{p}_2$ של הגופים ברגע מסוים. באיור ב מתואר התנע $\mathbf{p}'_1$ של גוף 1, לאחר האינטראקציה בינו לבין גוף 2.

העתיקו את האיורים, ומצאו את וקטור התנע $\mathbf{p}'_2$ של גוף 2 לאחר ההתנגשות, בשלוש דרכים גאומטריות:
א. על ידי מציאת וקטור המתקף;
ב. על ידי שימוש בשימור התנע הכולל;
ג. על ידי שימוש בשימור רכיבי התנע הכולל.

תרגילים נוספים מהספר:

◀ פרק א' עמוד 44: תרגילים 38, 41, 42.