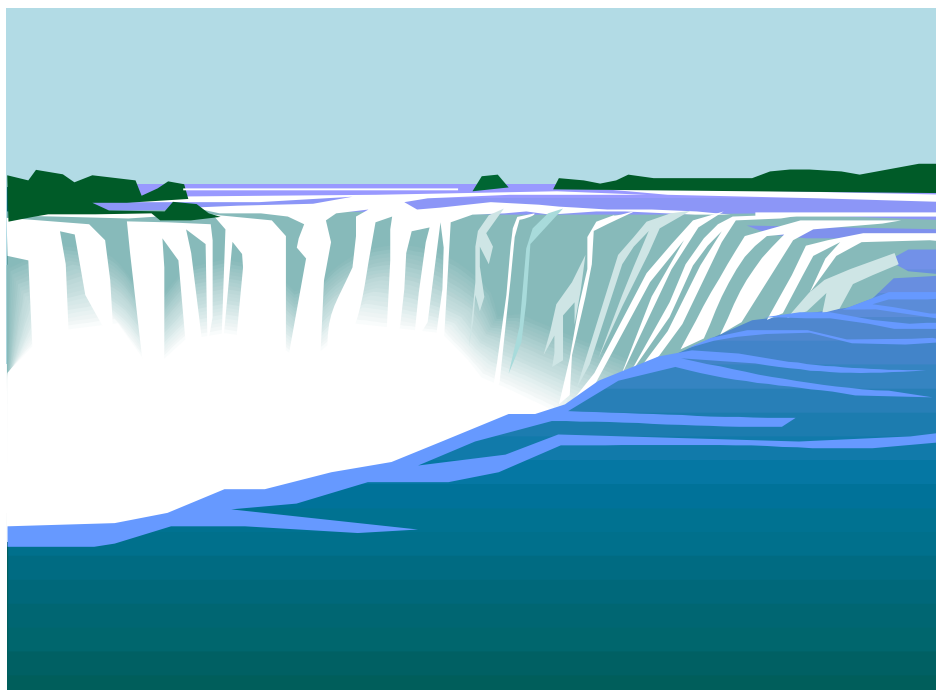


אנרגיה פוטנציאלית כובדית ושימור אנרגיה



- ◀ עבודת כוח הכובד בנפילה חופשית
- ◀ חוק שימור האנרגיה המכנית
- ◀ עבודת כוח הכובד במסלולים שונים
- ◀ כוח הכובד – כוח משמר
- ◀ עבודת כוח הכובד בזריקה אנכית כלפי מעלה
- ◀ עבודת כוח הכובד והשינוי באנרגיה הפוטנציאלית
- ◀ אנרגיה פוטנציאלית וכוח משמר
- ◀ בחירת מישור הייחוס לחישוב אנרגיה פוטנציאלית
- ◀ עקרון שימור האנרגיה בצורתו הכללית

עבודת כוח הכובד בנפילה חופשית 1

עד כה ראינו, שהעבודה הכוללת, הנעשית על גוף, שווה לשינוי באנרגיה הקינטית של הגוף:

$$W_{\Sigma F} = \Delta E_K$$



כוח הכובד ועבודתו מופיעים בהרבה בעיות שקשורות בעבודה וכוח.

לכן חשוב להתמקד בעבודתו של כוח הכובד.

לשם כך נתחיל מהדוגמה המוכרת והטבעית של נפילה חופשית.

עבודת כוח הכובד בנפילה חופשית 2

בנפילה חופשית הכוח הפועל הוא mg :

$$W_F = |F| \cdot |(\Delta y)| \cdot \cos \vartheta$$

$$W_{mg} = |mg| \cdot |(h_A - h_B)| \cdot \cos 0^\circ$$

$$W_{mg} = mgh_A - mgh_B$$

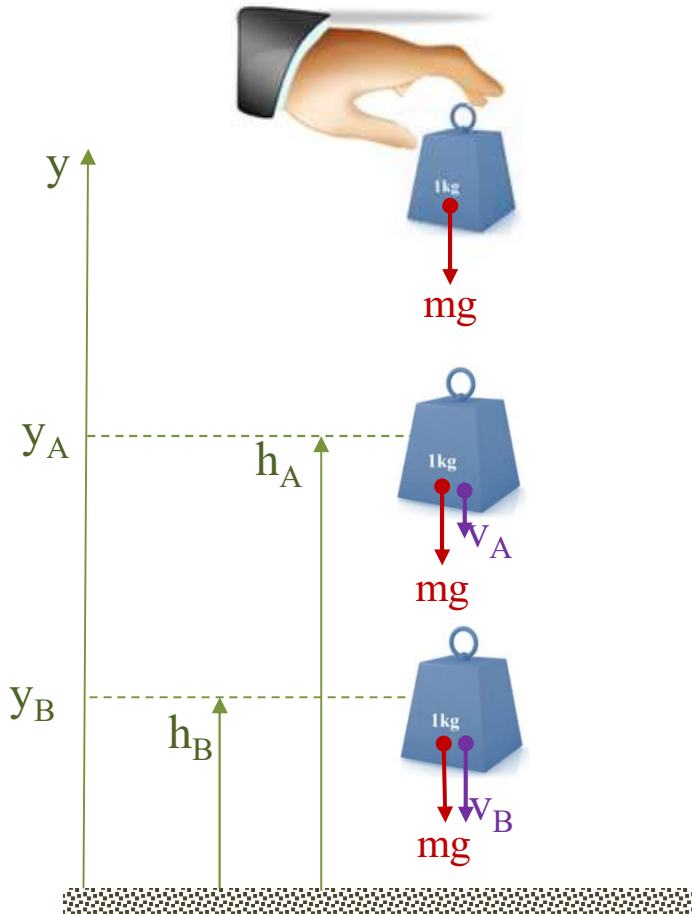
נגדיר את הגודל mgh בתור **אנרגיה פוטנציאלית כובדית**.
ונסמנה ב- U_G . בהמשך נבין את החשיבות של גודל זה.

$$U_G = mgh$$

כאשר h הוא הגובה מעל "רמת הייחוס", ממנה מודדים את הגבהים.
ערכה של האנרגיה הפוטנציאלית ברמת הייחוס הוא אפס.
לכן,

$$W_{mg} = mgh_A - mgh_B = U_{GA} - U_{GB}$$

כלומר, קיבלנו שהעבודה של כוח הכובד תלויה בהפרש הערכים של האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית בין נקודת ההתחלה ונקודת הסיום. הפרש זה אינו תלוי בשיעורי הנקודות אלא בהפרש ביניהם.
בנוסף, היא אינה תלויה גם במהירות הגופים בכל רגע ורגע.



שימור של אנרגיה מכנית בנפילה חופשית

בנפילה חופשית, כוח הכובד הוא הכוח היחיד שפועל על הגוף.
ממשפט עבודה-אנרגיה נקבל:

$$W_{\Sigma F} = W_{mg} = \Delta E_k$$

$$W_{mg} = E_{k_B} - E_{k_A}$$

$$mgh_A - mgh_B = E_{k_B} - E_{k_A}$$

$$U_{G_A} - U_{G_B} = E_{k_B} - E_{k_A}$$

$$\underbrace{U_{G_A} + E_{k_A}}_1 = \underbrace{U_{G_B} + E_{k_B}}_2$$

נגדיר את הסכום של האנרגיה הקינטית והפוטנציאלית של הגוף בנקודה מסוימת בתור

האנרגיה המכנית הכוללת של הגוף, ונסמנה ב- E .

$$E = E_k + U_G$$

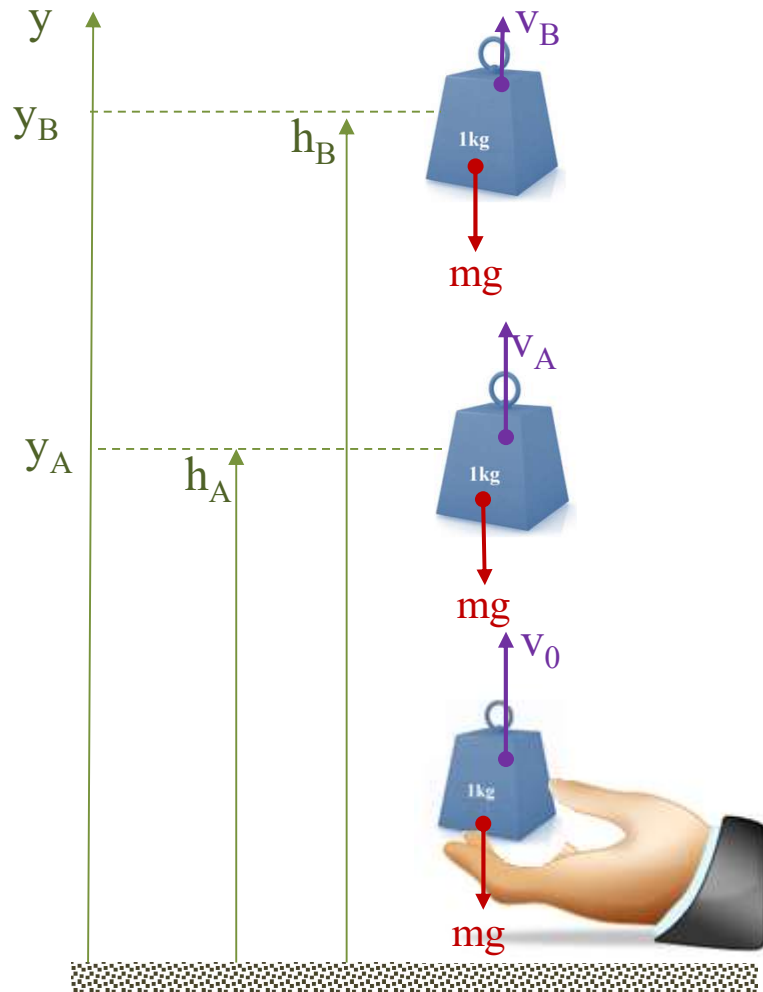
הביטוי בסוגריים 1 שווה לאנרגיה המכנית הכוללת התחילית, והביטוי בסוגריים 2 שווה לאנרגיה המכנית הכוללת הסופית, כלומר-

$$E_A = E_B$$

בנפילה חופשית יש שימור של האנרגיה המכנית

שימור אנרגיה מכנית בזריקה אנכית מעלה

האם שימור האנרגיה המכנית מתקיים גם במקרים אחרים הקשורים בכוח הכובד?
נבדוק זאת בזריקה אנכית כלפי מעלה.



$$W_F = |F| \cdot |(\Delta y)| \cdot \cos \theta$$

$$W_{mg} = |mg| \cdot |(h_B - h_A)| \cdot \cos 180^\circ$$

$$W_{mg} = mgh_A - mgh_B$$

$$W_{mg} = mg(h_A - h_B)$$

במקרה שכוח הכובד הוא הכוח היחיד שפועל על הגוף,

ממשפט עבודה-אנרגיה נקבל:

$$W_{\Sigma F} = W_{mg} = \Delta E_k$$

$$W_{mg} = E_{k_B} - E_{k_A}$$

$$mgh_A - mgh_B = E_{k_B} - E_{k_A}$$

$$U_{G_A} - U_{G_B} = E_{k_B} - E_{k_A}$$

$$U_{G_A} + E_{k_A} = U_{G_B} + E_{k_B}$$

$$E_A = E_B$$

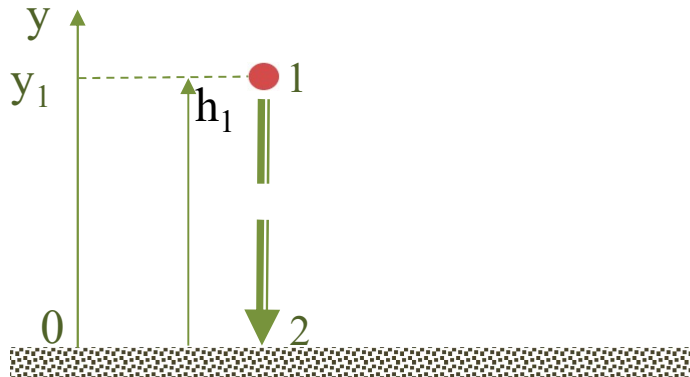
גם כאן מתקיים שימור אנרגיה מכנית.

תרגיל דוגמה: שימור אנרגיה מכנית בנפילה חופשית

תרגיל דוגמה:

כדור משוחרר ממנוחה מנקודה 1, הנמצאת בגובה 45m מעל קרקע ופוגע בנקודה 2, הנמצאת

על הקרקע. באיזו מהירות יפגע הכדור בקרקע?



פתרון:

כפי שראינו, בנפילה חופשית יש שימור של האנרגיה המכנית, מכאן:

$$E_2 = E_1$$

$$E_{k_2} + U_{G_2} = E_{k_1} + U_{G_1}$$

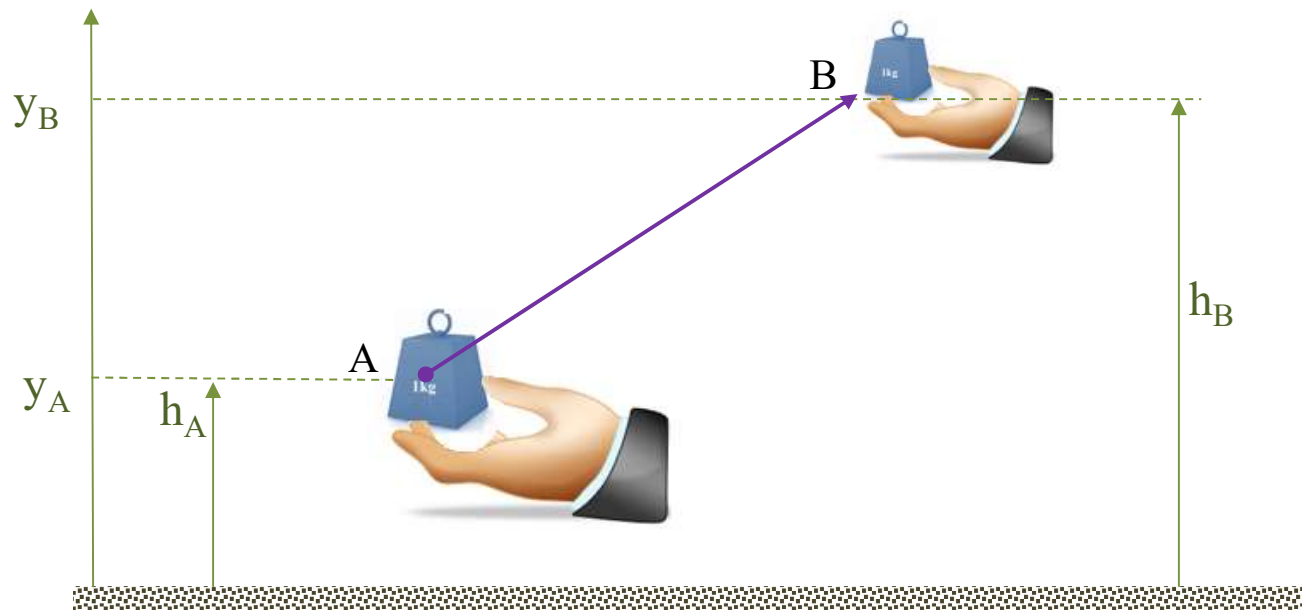
$$\frac{m \cdot v_2^2}{2} + mgh_2 = \frac{m \cdot v_1^2}{2} + mgh_1$$

$$\frac{m \cdot v_2^2}{2} + mg \cdot 0 = \frac{m \cdot 0^2}{2} + mg \cdot 45$$

$$\frac{v_2^2}{2} = g \cdot 45 \Rightarrow v_2 = \sqrt{2 \cdot g \cdot 45} = 30 \frac{m}{sec}$$

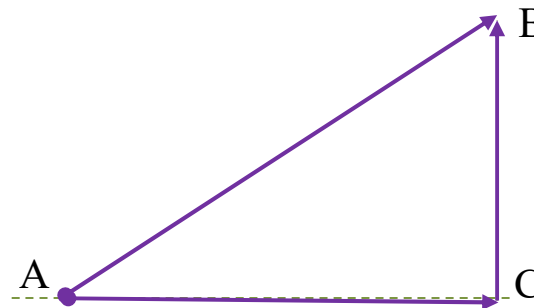
עבודת כוח הכובד במסלול אלכסוני

מהי עבודת כוח הכובד כאשר גוף נע במסלול אלכסוני מנקודה A לנקודה B?



ההעתק AB הוא וקטור ולכן:

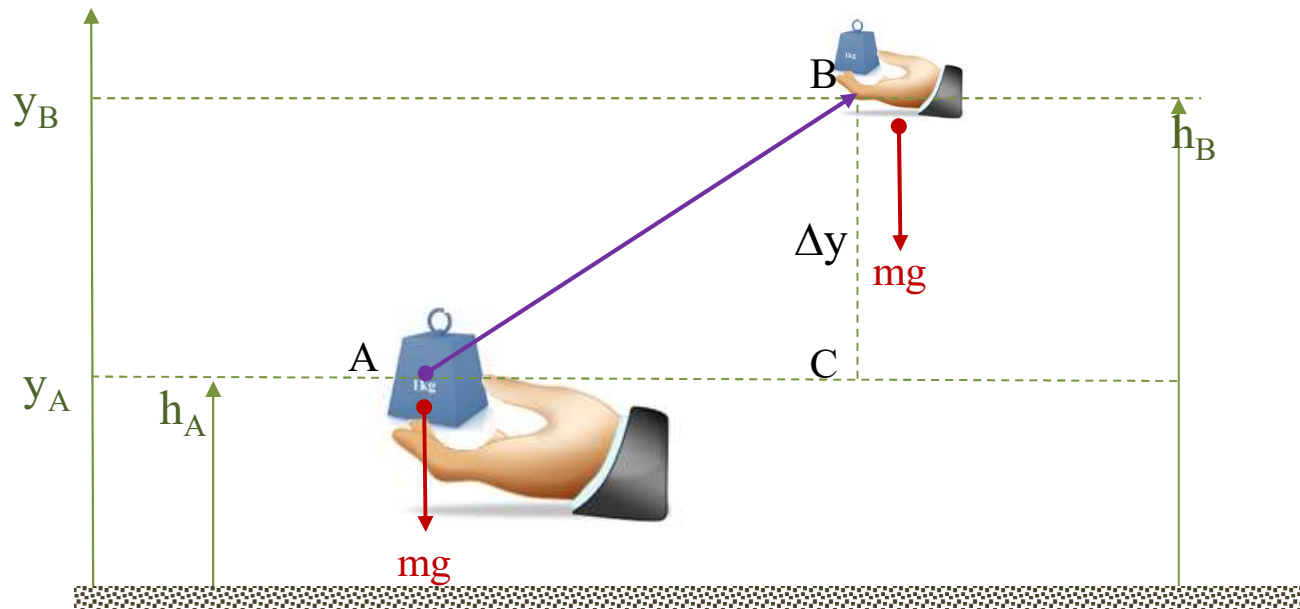
$$\vec{x}_{AB} = \vec{x}_{AB_x} + \vec{x}_{AB_y}$$



עבודת כוח הכובד במסלול אלכסוני (2)

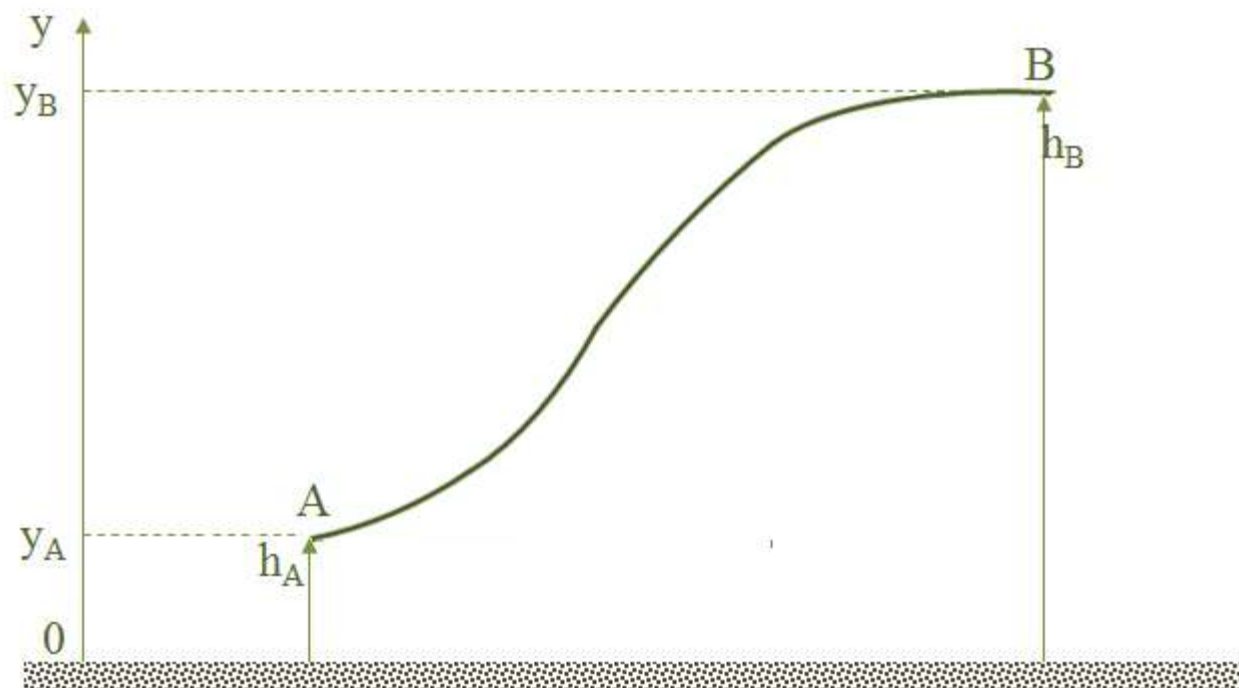
בתנועה ימינה (AC) עבודת כוח הכובד שווה לאפס, כי הוא מאונך לכיוון ההתקדמות.
את עבודת כוח הכובד בתנועה למעלה כבר חישבנו. ושוב מתקבל:

$$W_{mg} = mg(h_A - h_B)$$



עבודת כוח הכובד במסלול מפותל

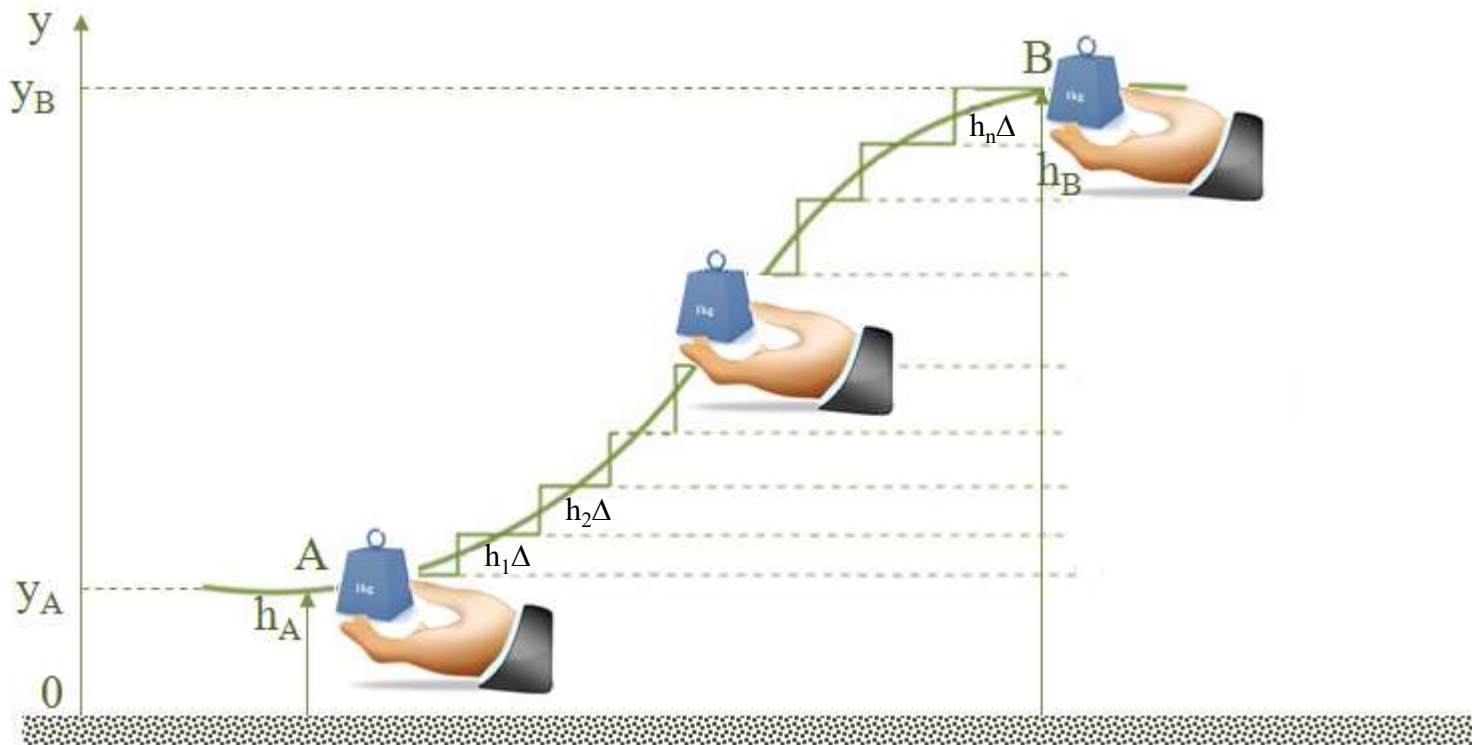
מהי עבודת כוח הכובד כאשר גוף נע במסלול עקום כלשהו מנקודה A לנקודה B?



חישוב העבודה במסלול מפותל - הסבר

נחליף את המסלול בקטע מדורג. כאשר גודל המדרגות ישאף לאפס, שני המסלולים יתלכדו. לאורך הקטעים האופקיים לא תתבצע עבודה, והעבודה של כוח הכובד לאורך כל קטע אנכי שגובהו $h\Delta$ שווה $-mg\Delta h$. כיוון שסכום כל הקטעים האנכיים הוא בדיוק h , נקבל:

$$W_{mg\ A\rightarrow B} = mg(\Delta h_1 + \Delta h_2 + \dots \Delta h_n) = mgh_A - mgh_B$$



מכל המקרים שניתחנו ניתן להגיע למסקנה הבאה:

העבודה שמבצע כוח הכובד כאשר גוף מועתק מנקודה שרירותית A לנקודה שרירותית B

אינה תלויה במסלול אלא רק בהפרש הגבהים בין הנקודות.

$$W_{mg\ A \rightarrow B} = mgh_A - mgh_B$$

כל כוח, כדוגמת כוח הכובד, שעבודתו אינה תלויה במסלול נקרא בשם כוח משמר.

כוח משמר הוא כוח שעבודתו אינה תלויה במסלול

מסקנה: עבודת כוח משמר לאורך מסלול סגור שווה לאפס.

אנרגיה פוטנציאלית וכוח משמר

◀ כזכור, הגדרנו אנרגיה פוטנציאלית. עבודת כוח הכובד היא, אם כן:

$$W_{mg\ A \rightarrow B} = mgh_A - mgh_B = U_{G_A} - U_{G_B}$$

◀ אם הכוח אינו משמר, אז העבודה שנעשית על הגוף במעבר מ- A ל- B תהיה תלויה במסלול התנועה ויכולה לקבל ערכים כלשהם, לאו דווקא $U_{G_A} - U_{G_B}$

◀ מסקנה: יש טעם להגדיר אנרגיה פוטנציאלית רק במקרים בהם הכוח הוא משמר.

מישור ייחוס הוא המישור **שביחס אליו** מודדים את הגבהים. הבחירה שלו שרירותית.

במישור הייחוס, האנרגיה הפוטנציאלית שווה לאפס.

בחירת מישור הייחוס קובעת את כמות האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית של הגוף בגובה כלשהו ביחס אליו,

אבל היא לא משפיעה על הפרש הגבהים בין שתי נקודות.

לכן גם הפרש האנרגיה הפוטנציאלית בין שתי נקודות אינו משתנה.

$$W_{mg\ A\rightarrow B} = mgh_A - mgh_B = mg(h_A - h_B) = U_{G_A} - U_{G_B}$$

מכאן, השינוי באנרגיה הפוטנציאלית הכובדית

אינו תלוי בבחירת מישור הייחוס למדידת הגובה.

בדרך כלל רצוי לבחור את מישור הייחוס בנקודה הנמוכה ביותר המופיעה בבעיה נידונה.

עבודת כוח הכובד והשינוי באנרגיה הפוטנציאלית

ראינו:

$$W_{mg\ A \rightarrow B} = mgh_A - mgh_B = U_{G_A} - U_{G_B}$$

נגדיר את השינוי באנרגיה הפוטנציאלית הכובדית:

$$\Delta U_G = U_{G_B} - U_{G_A}$$

ולכן:

$$W_{mg\ A \rightarrow B} = -\Delta U_G$$

עבודת כוח הכובד שווה לערך השלילי של הפרש האנרגיות הפוטנציאליות!

נסכם:

עבודת כוח הכובד שווה לערך השלילי של הפרש האנרגיות הפוטנציאליות!

השינוי באנרגיה פוטנציאלית כובדית תלוי ב:

כובד הגוף (mg)

הפרש הגבהים

השינוי באנרגיה פוטנציאלית כובדית אינו תלוי ב:

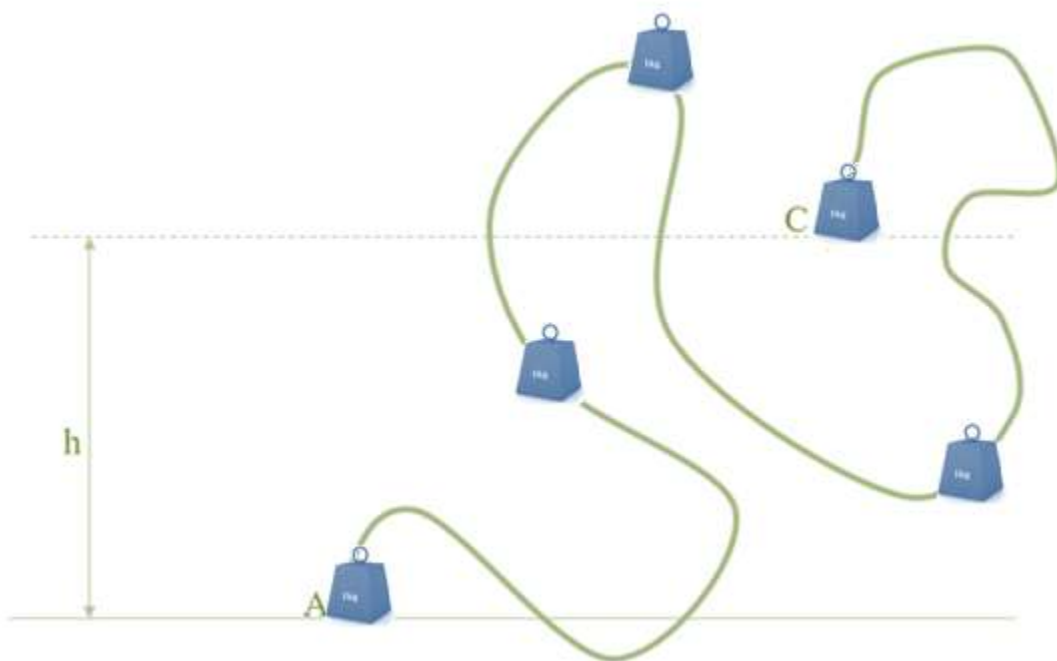
בחירת רמת הייחוס

צורת המסלול

אורך המסלול

תרגיל – עבודת כוח הכובד במסלול מפותל

תרגיל כיתה: תלמידה טענה: "כאשר המשקולת מועתקת במסלול, המתואר בתרשים, על ידי כוח חיצוני מנקודה C, הנמצאת בגובה h מעל למישור הייחוס, לנקודה A, העבודה של כוח הכובד שווה ל- mgh ".
האם התלמידה צודקת? נמקו.

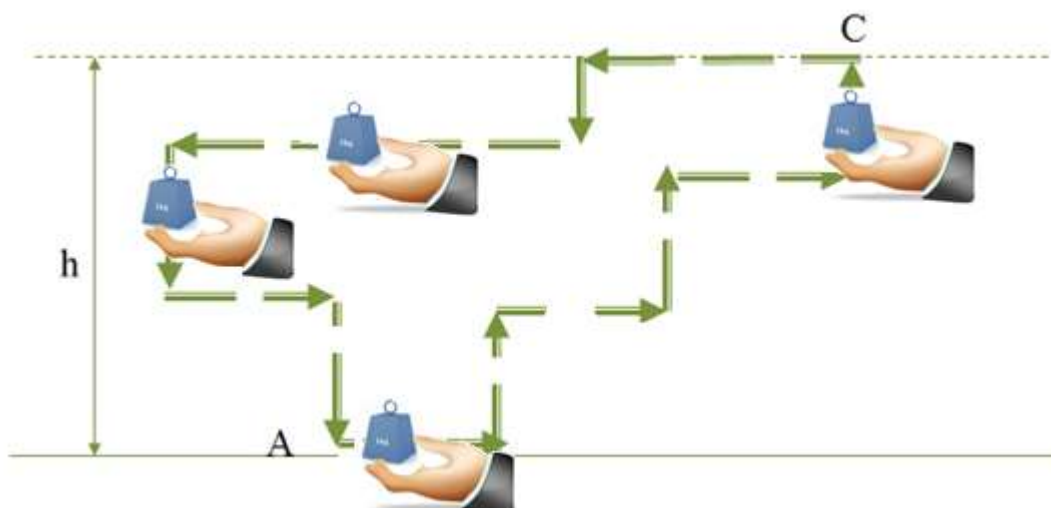


תרגיל – עבודת כוח הכובד במסלול סגור

תרגיל כיתה:

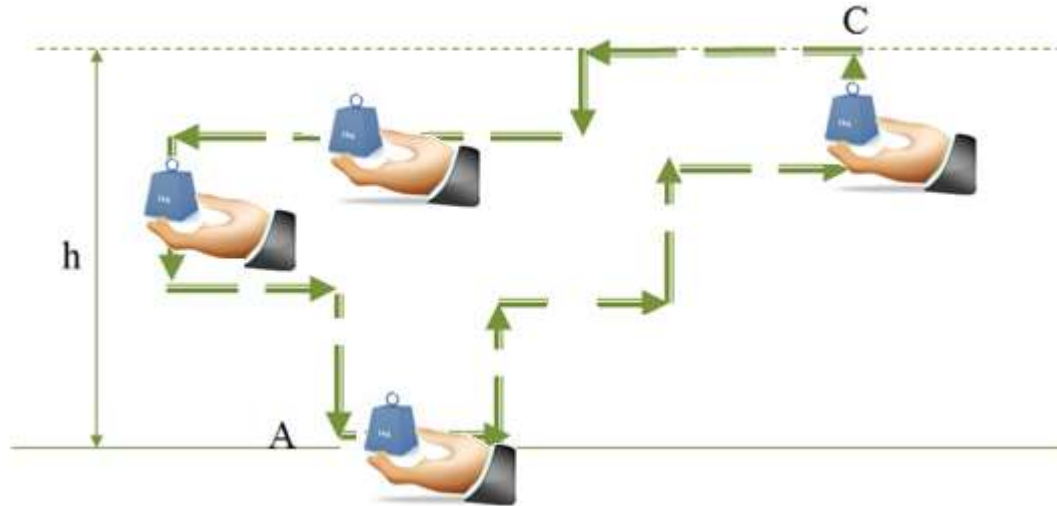
למה שווה עבודת כוח הכובד, כאשר המשקולת מועתקת על ידי כוח חיצוני במהירות קבועה במסלול

הסגור $A \rightarrow C \rightarrow A$?



עבודת כוח הכובד במסלול סגור

עבודת כוח משמר במסלול סגור $C \rightarrow A \rightarrow C$:



$$W_{mg A \rightarrow A} = W_{mg A \rightarrow C} + W_{mg C \rightarrow A}$$

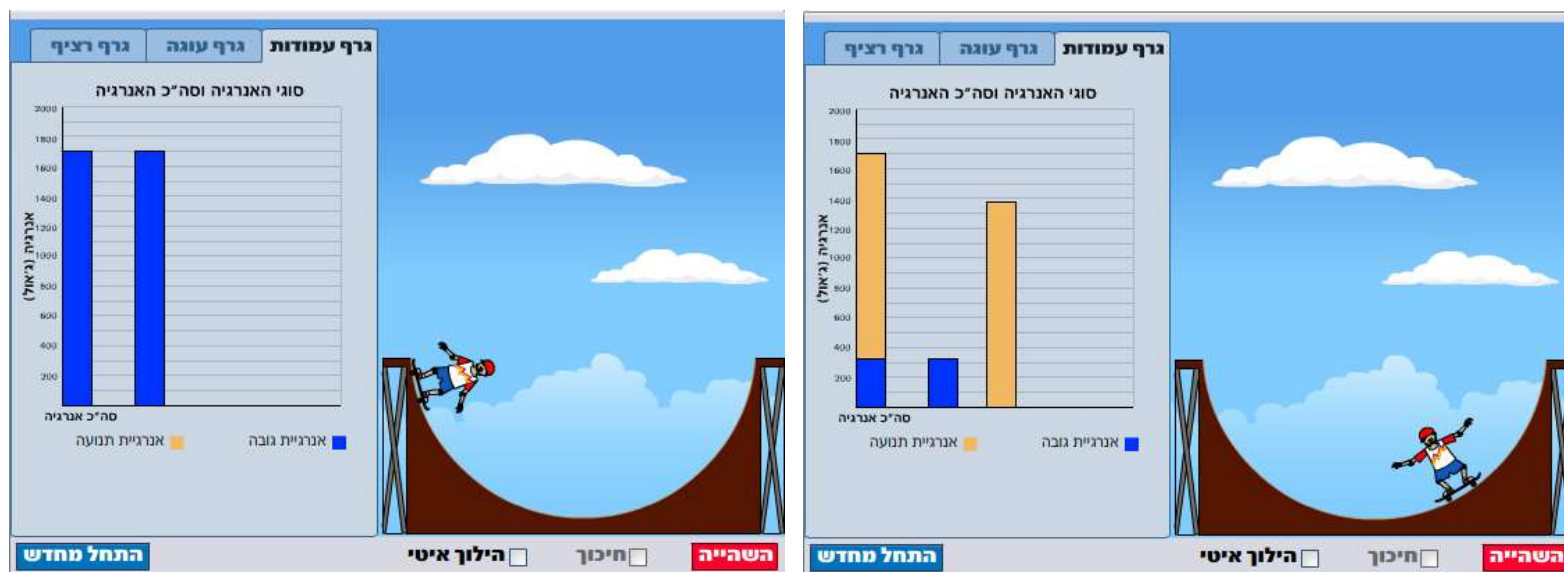
$$W_{mg A \rightarrow C} = -mgh \quad W_{mg C \rightarrow A} = mgh$$

$$W_{mg C \rightarrow C} = -mgh + mgh = 0$$

הדמיה: שימור אנרגיה בתנועת גלשן

◀ ניתוח בכיתה: הדמיה של תנועת גולש על מסלול תלול, המדגים שימור אנרגיה והמרות אנרגיה בין אנרגיית גובה ואנרגיית תנועה.

◀ <http://mybag.vs.school.cet.ac.il/content/player.aspx?manifest=%2fapi%2fmanifests%2ftask%2fhe%2f0aed5019-63c2-458d-b6ea-43d622599aee%2f>



ניתוח: שימור אנרגיה תנועת גלשן

◀ על פי משפט עבודה-אנרגיה במהלך כל התנועה מתקיים:

$$W_{\Sigma F} = W_N + W_{mg} = \Delta E_k$$

◀ עבודת הכוח הנורמלי שווה לאפס, מכיוון שהוא מאונך לכיוון ההתקדמות. כוח הכובד הוא משמר, לכן:

$$W_{mg_{A \Rightarrow B}} = \Delta E_k$$

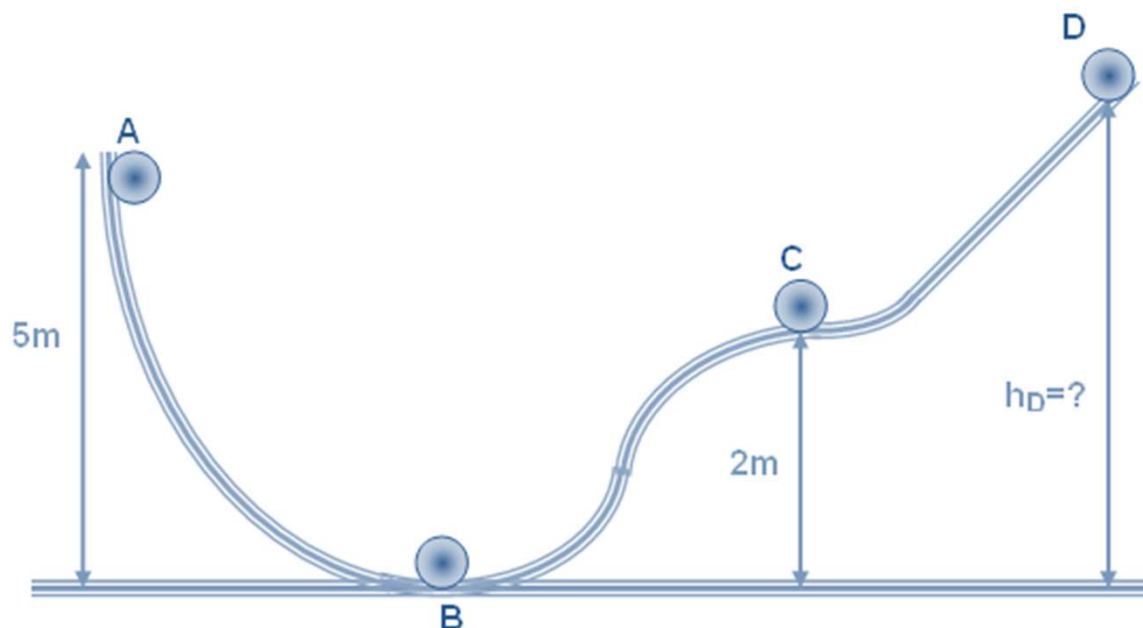
$$W_{mg_{A \Rightarrow B}} = U_{G_A} - U_{G_B} = E_{k_B} - E_{k_A}$$

$$E_{k_A} + U_{G_A} = E_{k_B} + U_{G_B}$$

כלומר, האנרגיה המכנית הכוללת נשמרת.

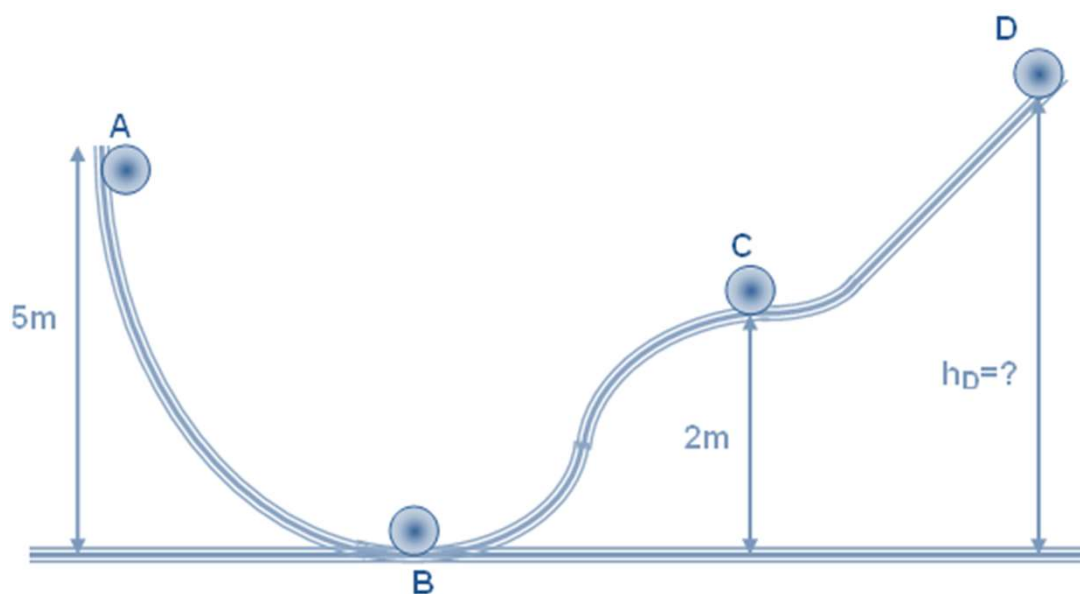
תרגיל 1 – שימור אנרגיה

גוף קטן מחליק בלי חיכוך על גבי מסילה ABCD (הגוף אינו ניתק מן המסילה במהלך תנועתו). הנקודה A נמצאת בגובה של 5m מעל משטח אופקי, העובר דרך הנקודה B, והנקודה C נמצאת בגובה של 2m מעל המשטח.



- מהי מהירות הגוף בנק' A, אם ידוע שמהירותו בנק' C היא 8m/sec ?
- מהו גובה הנק' D, אם ידוע שהיא מציינת את שיא הגובה אליו הגיע הגוף?
- אילו המסילה הייתה מונחת על הירח, שם תאוצת הכובד קטנה פי-6, האם היו תשובותיכם לסעיפים א ו- ב משתנות? אם לא-נמקו מדוע. אם כן- מה יהיה השינוי?
- מדוע מתקיים שימור אנרגיה, למרות שפועלים על הגוף הכוח שמפעילה המסילה וכוח-הכובד?

פתרון תרגיל 1 – שימור אנרגיה



א.

$$E_A = E_C$$

$$E_{k_A} + U_{G_A} = E_{k_C} + U_{G_C}$$

$$\frac{m \cdot v_A^2}{2} + mgh_A = \frac{m \cdot v_C^2}{2} + mgh_C$$

$$\frac{m \cdot v_A^2}{2} + mg \cdot 5 = \frac{m \cdot 8^2}{2} + mg \cdot 2$$

$$\frac{v_A^2}{2} = 32 + 20 - 50 \Rightarrow v_A = \sqrt{4} = 2 \frac{m}{sec}$$

ב.

$$E_A = E_D$$

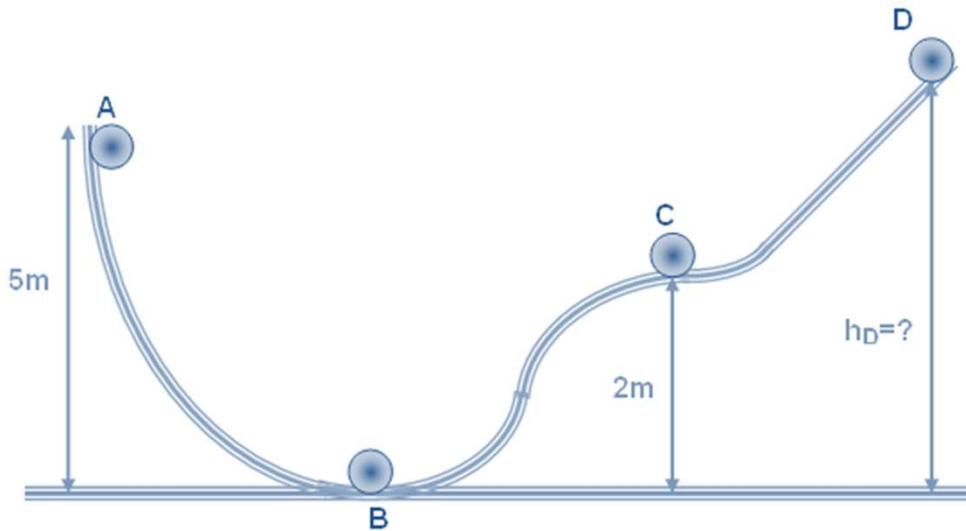
$$E_{k_A} + U_{G_A} = E_{k_D} + U_{G_D}$$

$$\frac{m \cdot v_A^2}{2} + mgh_A = mgh_D$$

$$\frac{m \cdot 2^2}{2} + mg \cdot 5 = mg \cdot h_D \Rightarrow h_D = 5.2m$$

המשך פתרון תרגיל 1 – שימור אנרגיה

ג.



$$E_A = E_C$$

$$E_{k_A} + U_{G_A} = E_{k_C} + U_{G_C}$$

$$\frac{m \cdot v_A^2}{2} + mg_{\text{moon}} h_A = \frac{m \cdot v_C^2}{2} + mg_{\text{moon}} h_C$$

$$\frac{m \cdot v_A^2}{2} + m \frac{g}{6} \cdot 5 = \frac{m \cdot 8^2}{2} + m \frac{g}{6} \cdot 2$$

$$v_A = \sqrt{54} = 7.348 \frac{m}{\text{sec}}$$

$$E_A = E_D$$

$$E_{k_A} + U_{G_A} = E_{k_D} + U_{G_D}$$

$$\frac{m \cdot v_A^2}{2} + mg^* h_A = mg^* h_D$$

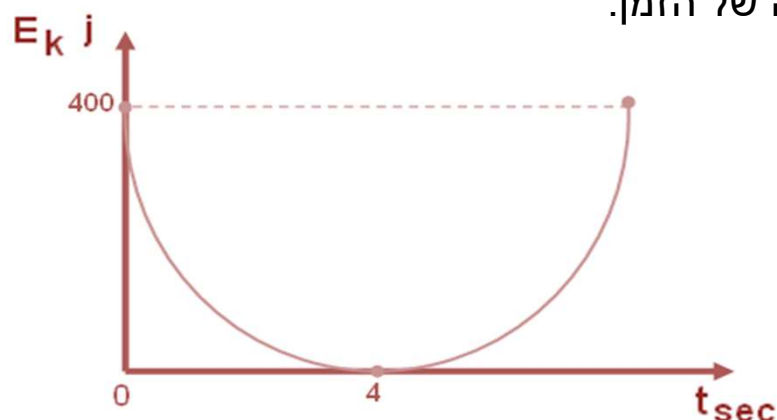
$$\frac{m \cdot 7.348^2}{2} + m \frac{g}{6} \cdot 5 = m \frac{g}{6} \cdot h_D \Rightarrow h_D = 21.2m$$

ד. הכוח הנורמלי מאונך לכיוון ההתקדמות לכן אינו מבצע עבודה. עבודת כוח הכובד נלקחה בחשבון דרך השינוי באנרגיה הפוטנציאלית.

תרגיל 2 – שימור אנרגיה ועבודת כוח הכובד

כדור שמסתו $m=0.5\text{kg}$ נזרק כלפי מעלה. מישור הייחוס נבחר בנקודת הזריקה.

הגרף שלפניכם מתאר את האנרגיה הקינטית של הכדור כפונקציה של הזמן.



א. כעבור כמה זמן מרגע הזריקה מגיע הכדור לשיא הגובה, ומהו גודל המהירות בה נזרק הכדור?

ב. חשבו את הגובה אליו הגיע הכדור.

ג. שרטטו גרף של האנרגיה הפוטנציאלית של הכדור כפונקציה של הזמן מרגע הזריקה ועד לרגע חזרתו לנקודת הזריקה.

ד. חשבו את עבודת כוח הכובד:

(1) מרגע הזריקה ועד הגיעו לשיא הגובה.

(2) מרגע הזריקה ועד שהכדור נמצא בגובה של 60m מעל לקרקע.

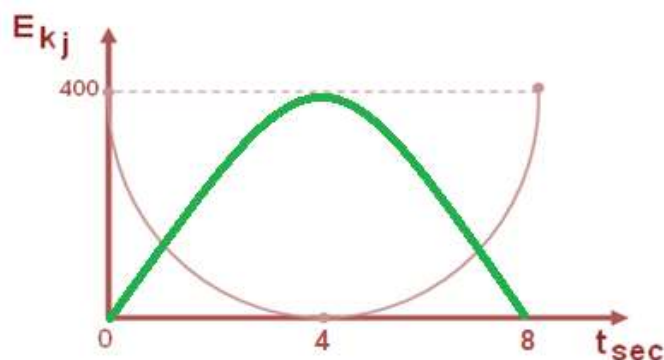
ה. האם נקודות החיתוך של הגרף הנתון עם הצירים ישתנו, אם נזרוק באותה המהירות כדור שמסתו כפולה על הירח? אם לא – נמקו מדוע. אם כן – מה יהיה השינוי?

פתרון תרגיל 2 – שימור אנרגיה ועבודת כוח הכובד

א. מהגרף, הכדור בשיא גובהו כעבור 4 שניות.

$$E_k = \frac{m \cdot v^2}{2} \Rightarrow 400 = \frac{0.5 \cdot v^2}{2} \Rightarrow v = 40 \frac{m}{sec}$$

ב. $U_G = mgh \Rightarrow 400 = 0.5 \cdot 10 \cdot h \Rightarrow h = 80m$



ג.

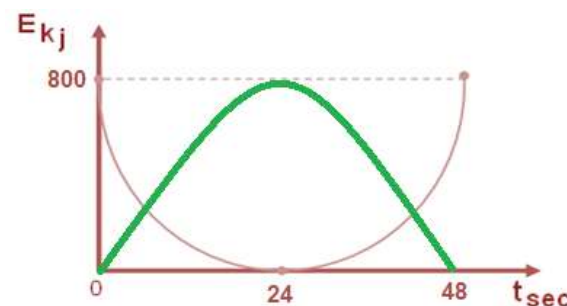
$$W_{mg} = -\Delta U_G = -mgh = -400J \quad (1.ד)$$

$$W_{mg} = -\Delta U_G = -0.5 \cdot g \cdot 60 = -300J$$

(2

$$E_k = \frac{m \cdot v^2}{2} \Rightarrow E_k = \frac{1 \cdot 40^2}{2} \Rightarrow E_k = 800J$$

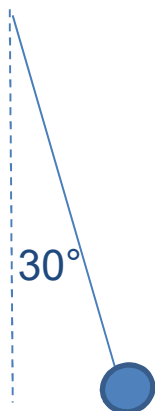
$$v_t = v_0 + a \cdot t \Rightarrow 0 = 40 - \frac{10}{6}t \Rightarrow t = 24sec$$



ה.

תרגיל 3 – שימור אנרגיה

כדור תלוי בחוט שאורכו 1.5 m . הכדור מוסט בזווית של 30° ומשוחרר ממנוחה.



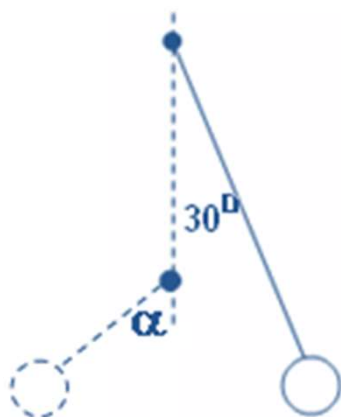
א. מהי הזווית המקסימאלית α אליה מגיע הכדור?

ב. מהי מהירות הכדור בתחתית מסלולו?

ג. מהי מהירות הכדור במהלך תנועת הכדור כשהזווית בין החוט לאנך היא 15° ?

הכדור מוסט בזווית של 30° ומשוחרר אלא שהפעם מסלול הכדור מופרע על ידי מסמר התקוע בגובה 1 m

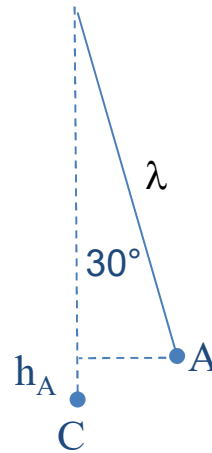
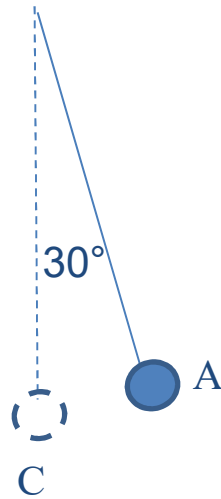
מתחת לנקודת החיבור של החוט.



ד. מהי הזווית המקסימאלית α אליה מגיע הכדור?

פתרון תרגיל 3 – שימור אנרגיה

א. משימור אנרגיה הוא יעלה עד לזווית של 30° .



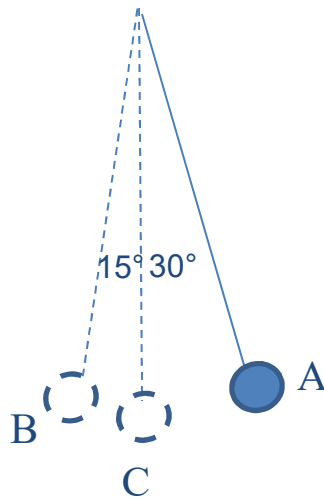
$$E_A = E_C \quad \text{ב.}$$

$$mgh_A = \frac{m \cdot v_C^2}{2}$$

$$mg \cdot (\lambda - \lambda \cos \alpha) = \frac{m \cdot v_C^2}{2}$$

$$g \cdot (1.5 - 1.5 \cos 30) = \frac{v_C^2}{2}$$

$$v_C = 2.196 \frac{m}{\text{sec}}$$



$$E_A = E_B \quad \text{ג.}$$

$$U_{G_A} = E_{k_B} + U_{G_B}$$

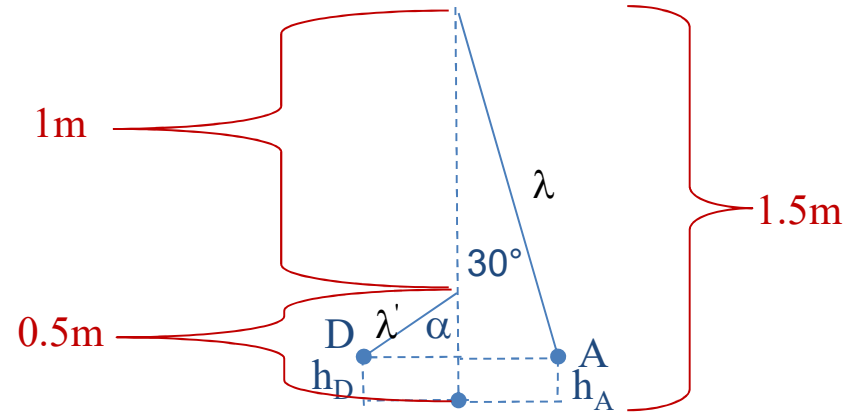
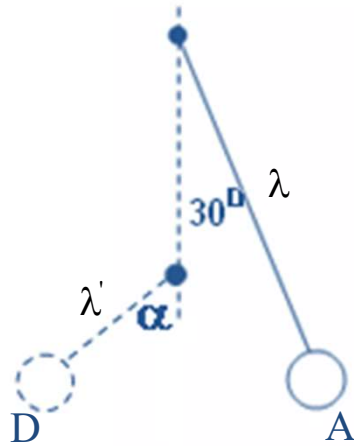
$$mgh_A = \frac{m \cdot v_B^2}{2} + mgh_B = \frac{m \cdot v_B^2}{2} + mg(\lambda - \lambda \cos \beta)$$

$$mg \cdot (1.5 - 1.5 \cos 30) = \frac{m \cdot v_B^2}{2} + mg(1.5 - 1.5 \cos 15)$$

$$v_B = \sqrt{3.91} = 1.979 \frac{m}{\text{sec}}$$

המשך פתרון תרגיל 3 – שימור אנרגיה

ד. $\lambda' = 1.5 - 1 = 0.5m$



$$E_A = E_D$$

$$U_{G_A} = U_{G_D}$$

$$mgh_A = mgh_D$$

$$mg(\lambda - \lambda \cos 30) = mg(\lambda' - \lambda' \cos \alpha)$$

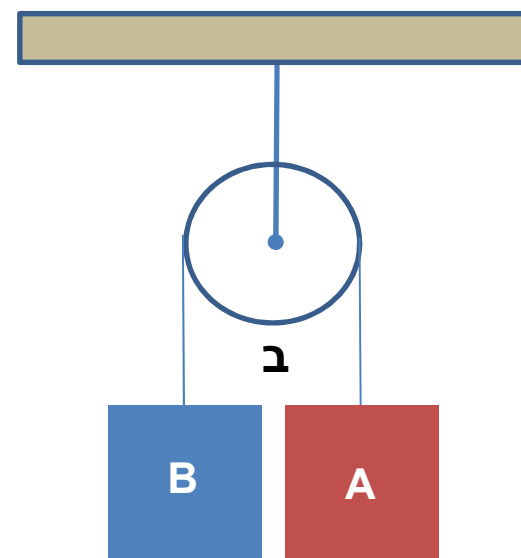
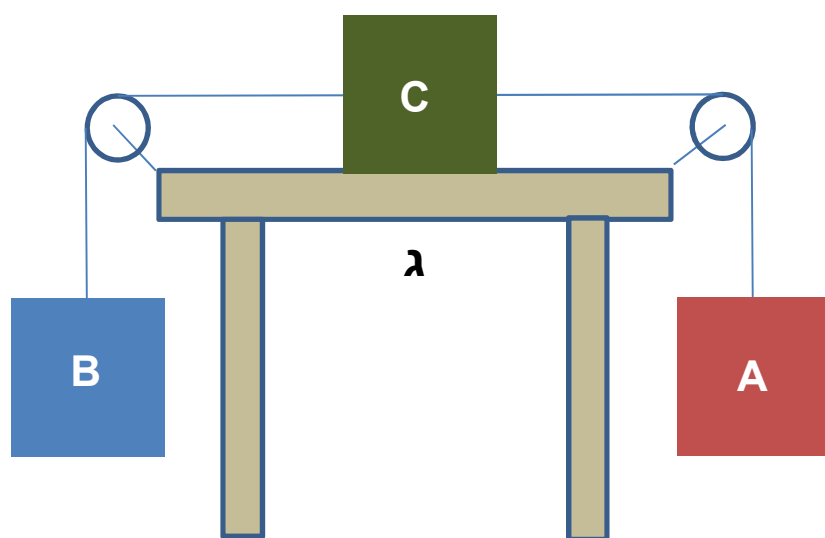
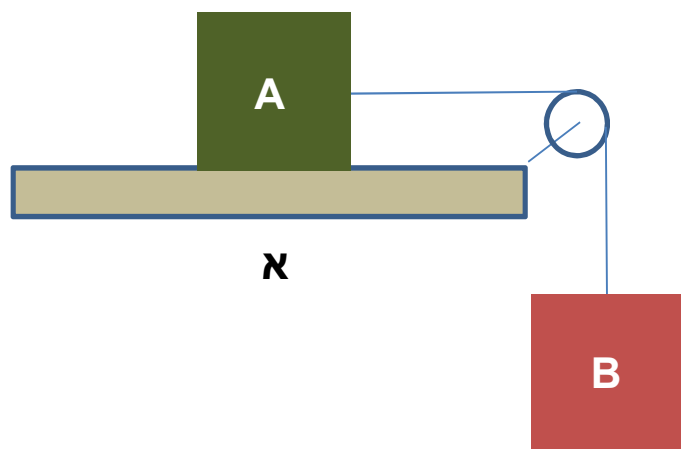
$$1.5 - 1.5 \cos 30 = 0.5 - 0.5 \cos \alpha$$

$$\alpha = 53.26^\circ$$

תרגיל 4 – שימור אנרגיה

מצאו בעזרת שיקולי אנרגיה, את המהירות של המסות בכל אחד מהמקרים הבאים לאחר שהמערכת נעה ממנוחה מרחק של 1m . הזניחו את כל כוחות החיכוך.

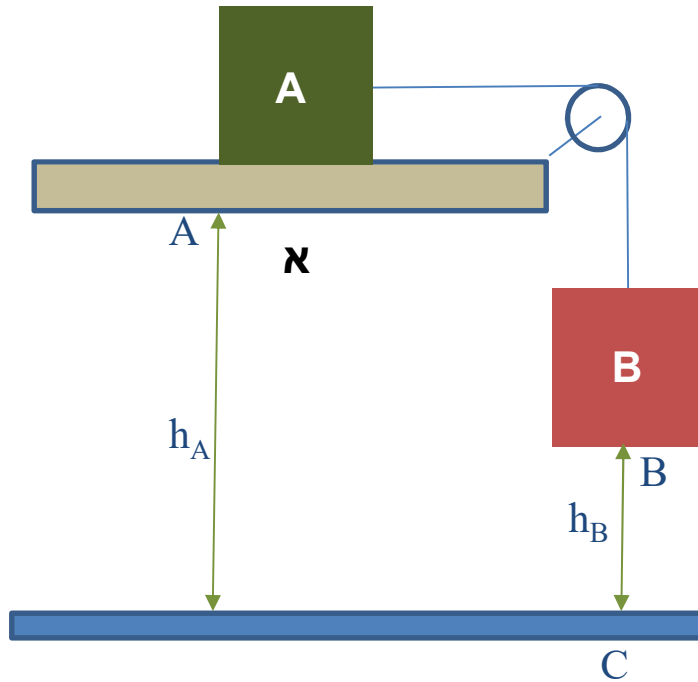
נתונים: $m_A=8\text{kg}$, $m_B=12\text{kg}$, $m_C=4\text{kg}$



פתרון תרגיל 4 – שימור אנרגיה

א. נתונים: $m_A=8\text{kg}$, $m_B=12\text{kg}$, $m_C=4\text{kg}$

נבחר את מישור הייחוס בגובה אליו תגיע המסה B לאחר שתנוע 1m.



$$E_0 = E_T$$

$$U_{G_A} + U_{G_B} = E_{k_A} + E_{k_B} + U_{G_A}$$

$$m_A \cdot g \cdot h_A + m_B \cdot g \cdot h_B = \frac{m_A \cdot v_A^2}{2} + \frac{m_B \cdot v_B^2}{2} + m_A \cdot g \cdot h_A$$

$$mgh_B = \frac{m \cdot v_A^2}{2} + \frac{m \cdot v_B^2}{2}$$

$$12 \cdot g \cdot 1 = \frac{8 \cdot v_A^2}{2} + \frac{12 \cdot v_B^2}{2} \quad v_A = v_B = v$$

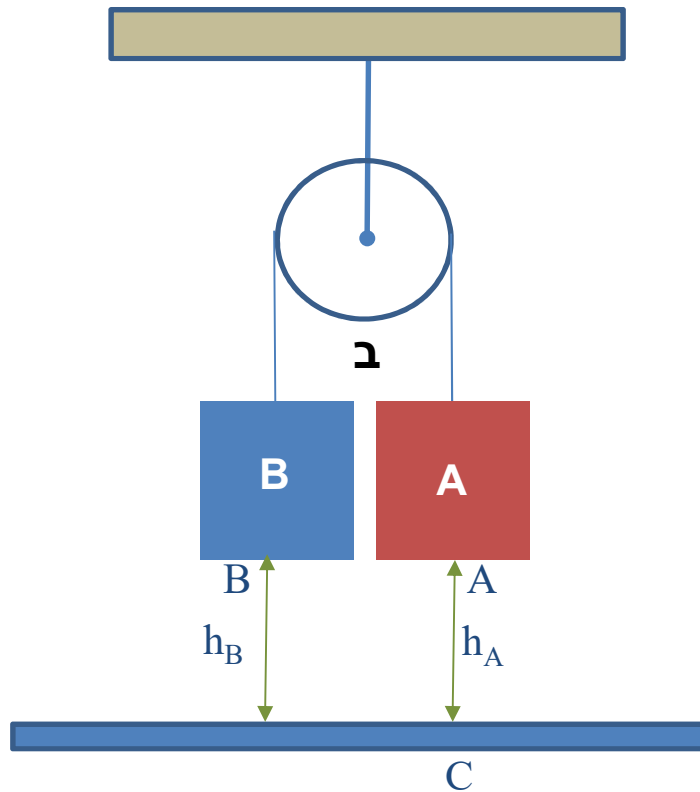
$$120 = 10v^2$$

$$v = 3.464 \frac{m}{\text{sec}}$$

המשך פתרון תרגיל 4 – שימור אנרגיה

ב. נתונים: $m_A=8\text{kg}$, $m_B=12\text{kg}$, $m_C=4\text{kg}$

נבחר את מישור הייחוס בגובה אליו תגיע המסה B לאחר שתנוע 1m (מכיוון שמסה B גדולה יותר, המערכת תנועה לכיוונה).



$$E_0 = E_T$$

$$U_{G_A} + U_{G_B} = E_{k_A} + E_{k_B} + U_{G_A}$$

$$m_A \cdot g \cdot h_A + m_B \cdot g \cdot h_B = \frac{m_A \cdot v_A^2}{2} + \frac{m_B \cdot v_B^2}{2} + m_A \cdot g \cdot h'_A$$

$$8 \cdot g \cdot 1 + 12 \cdot g \cdot 1 = \frac{8 \cdot v_A^2}{2} + \frac{12 \cdot v_B^2}{2} + 8 \cdot g \cdot 2$$

$$v_A = v_B = v$$

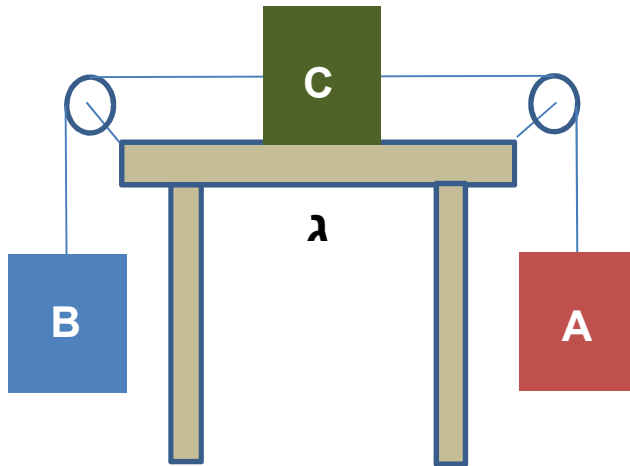
$$40 = 10v^2$$

$$v = 4 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

המשך פתרון תרגיל 4 – שימור אנרגיה

ג. נתונים: $m_A=8\text{kg}$, $m_B=12\text{kg}$, $m_C=4\text{kg}$

נבחר את מישור הייחוס בגובה אליו תגיע המסה B לאחר שתנוע 1m (מכיוון שמסה B גדולה יותר, המערכת תנועה לכיוונה).



$$E_0 = E_T$$

$$U_{G_A} + U_{G_B} = E_{k_A} + E_{k_B} + E_{k_C} + U_{G_A}$$

$$m_A \cdot g \cdot h_A + m_B \cdot g \cdot h_B = \frac{m_A \cdot v_A^2}{2} + \frac{m_B \cdot v_B^2}{2} + \frac{m_C \cdot v_C^2}{2} + m_A \cdot g \cdot h'_A$$

$$8 \cdot g \cdot 1 + 12 \cdot g \cdot 1 = \frac{8 \cdot v_A^2}{2} + \frac{12 \cdot v_B^2}{2} + \frac{4 \cdot v_C^2}{2} + 8 \cdot g \cdot 2$$

$$v_A = v_B = v_C = v$$

$$40 = 12v^2$$

$$v = 1.825 \frac{m}{sec}$$

אנרגיה מכנית כאשר פועלים כוחות חיצוניים

סימולציה : גלשן עם חיכוך

ראינו שבמקרה שפועל רק כוח הכובד מתקיים שימור אנרגיה מכנית. מה קורה כאשר פועלים כוחות חיצוניים נוספים?

ניתוח בכיתה: הדמיה של תנועת גולש על מסלול תלול, הפעם במשטח לא חלק, המדגים את חוק שימור האנרגיה גם במקרה שישנו חיכוך במערכת.
נבדוק את השפעת עבודת כוח החיכוך.

<http://mybag.vschool.cet.ac.il/content/player.aspx?manifest=%2fapi%2fmanifests%2ftask%2fhe%2f0aed5019-63c2-458d-b6ea-43d622599aee%2f> ◀



עבודתו של כוח שאינו משמר (1)

מהסימולציה ניתן לראות, כי כאשר פועל כוח חיכוך, האנרגיה המכנית קטנה.

לאן נעלם הפחת באנרגיה המכנית?

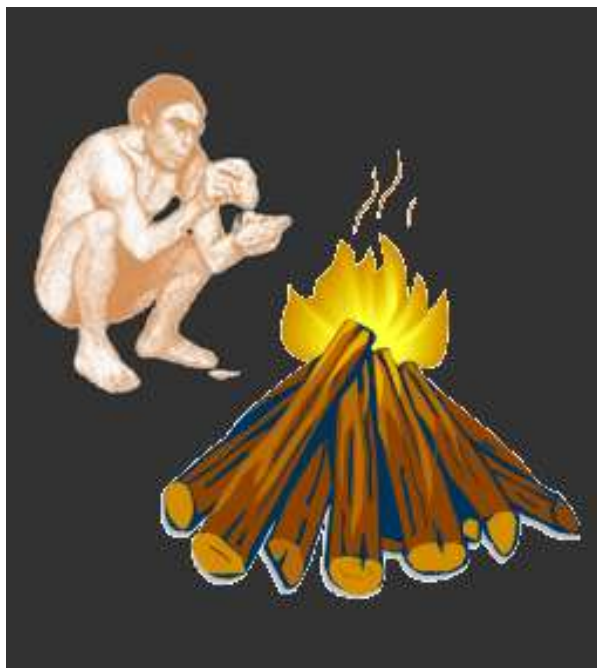
הניסיון היום יומי מראה, כי חיכוך מלווה בדרך כלל בחימום (עלייה בטמפרטורה) ולעיתים בשינויי מצב הצבירה.

שפשפו במהירות את שתי כפות הידיים שלכם זו בזו. מה אתם חשים?



עבודתו של כוח שאינו משמר (2)

בתקופות קדומות נהגו להבעיר אש על ידי שפשוף וחיכוך של שני ענפי עץ זה בזה עד שהגיעו לטמפרטורה הדרושה להבעיר את העץ.

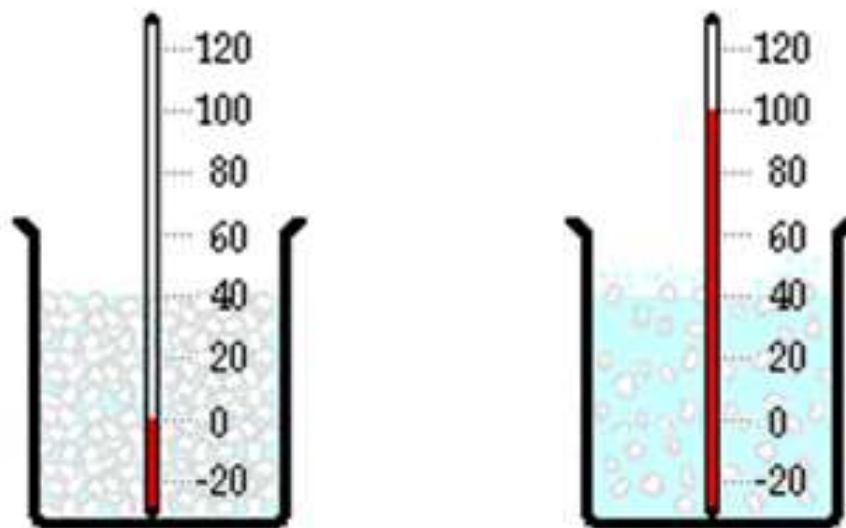


כתוצאה מעבודת כוח החיכוך ישנה התחממות, המאופיינת בעליית הטמפרטורה של הגופים המתחככים.
מה הסיבה לעלייה בטמפרטורה בעת חיכוך? לשם כך יש להבין מה קורה לחומר בתהליך החימום.

טמפרטורה: מדד מקרוסקופי להתנהגות מיקרוסקופית

החימום המתלווה לחיכוך, בדומה לתהליכי חימום, המוכרים לנו ביום יום, גורם לחלקיקי החומר לנוע במהירות ממוצעת גבוהה יותר, כלומר לעלייה באנרגיה הקינטית הממוצעת של כל מולקולה של החומר.

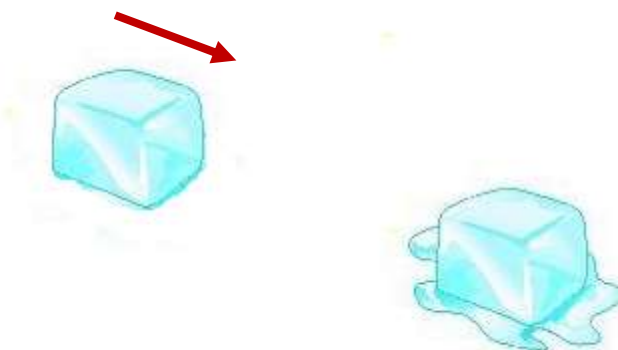
הטמפרטורה של הגוף היא, אם כן, מדד מקרוסקופי, המלמד על גודל מיקרוסקופי, האנרגיה הקינטית הממוצעת של חלקיקי החומר.



לסך כל האנרגיה הקינטית של חלקיקי החומר מקובל לקרוא בשם **האנרגיה התרמית**.

ראינו אם כן שתהליך החיכוך מלווה בעליית טמפרטורה, אך זה לא תמיד נכון.

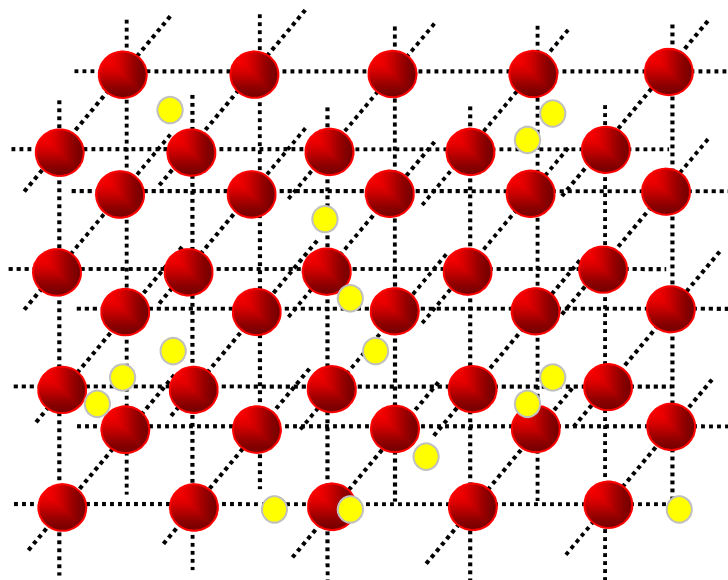
גוש קרח בטמפרטורת הקיפאון נע על משטח לא חלק ונעצר. על המשטח יופיעו טיפות מים, עדות לכך שהקרח ניתר.



לאן נעלמה אנרגיית התנועה (הקינטית, המכנית) של גוש הקרח שהיה בתנועה?
היא לא הפכה לאנרגיה קינטית מיקרוסקופית של מולקולות החומר, כי ניתן למדוד ולהראות שהטמפרטורה של הקרח לא עלתה.

החיכוך הפעם מלווה בשינוי מצב צבירה ללא שינוי בטמפרטורה.
האנרגיה המכנית הפכה לסוג כלשהו של אנרגיה פוטנציאלית, הקשורה לחלקיקי החומר.

בין חלקיקי החומר יש קשרים חשמליים, הנובעים מהכוחות החשמליים הפועלים ביניהם. **הכוחות החשמליים**, בדומה לכוח הכבידה, הם **כוחות משמרים**, ולכן ניתן להגדיר להם אנרגיה פוטנציאלית חשמלית, הנקבעת על ידי המצב ההדדי בין החלקיקים (כפי שנראה בהמשך לימודינו). הקשרים החשמליים המיקרוסקופיים בין חלקיקי החומר קובעים את מבנה החומר ומצב צבירתו. האנרגיה המכנית שסופקה לקרח מחלישה את הכוחות החשמליים המיקרוסקופיים והביטוי לכך הוא שינוי מצב צבירה של החומר.



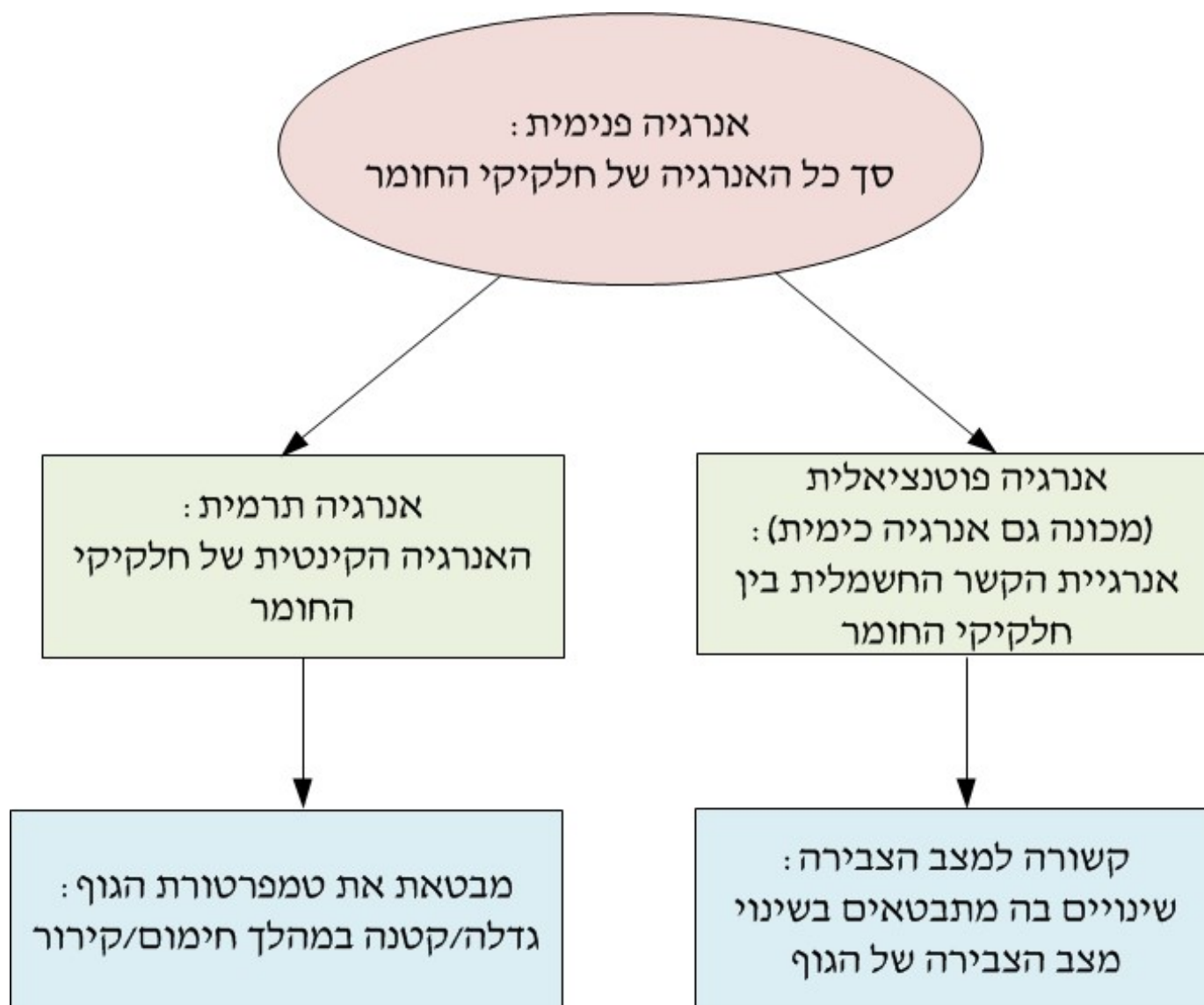
לסך כל האנרגיה הפוטנציאלית החשמלית בין כל חלקיקי החומר נקרא **אנרגיית הקשר הכימית**.

נסכם : יש שני סוגי אנרגיה מיקרוסקופית:

❖ אנרגיה קינטית, הקשורה בתנועה של חלקיקי החומר. נקרא לה **אנרגיה תרמית**, שביטוייה המקרוסקופיים הוא הטמפרטורה של הגוף. כשאנו מחממים גוף ללא שינוי במצב הצבירה – אנרגיה זו גדלה.

❖ אנרגיה **פוטנציאלית חשמלית**, הקשורה לקשרים החשמליים בין חלקיקי החומר. שינויים שלה גורמים לשינוי בתכונה מיקרוסקופית – מצב הצבירה של החומר.

לשני סוגי האנרגיה האלו מקובל לקרוא ביחד בשם האנרגיה הפנימית.



נחזור לתנועת הגלשן בהדמיה.

$$E_A = E_B$$

ללא חיכוך, מתקיים שימור אנרגיה, כלומר:

$$W_{f_k} = E_B - E_A$$

עם חיכוך מתקבל:

פחת זה באנרגיה המכנית, שנגרם בגלל עבודת כוח החיכוך, שווה לשינוי באנרגיה הפנימית.

מקובל לקרוא לאנרגיה שעברה והפכה לאנרגיה פנימית בשם **חום**, כי בדרך כלל תהליכים הקשורים בחיכוך מלווים בעליית טמפרטורה, בדיוק כמו בחימום רגיל. נסמן את הערך המוחלט של החום, כלומר האנרגיה שעברה, ב-Q. נקבל:

$$E_A = E_B + Q$$

משוואה זו מתארת **חוק שימור אנרגיה מורחב** (ביחס לחוק שימור האנרגיה המכנית), כי היא כוללת גם את מרכיב ההתחממות, כתוצאה ממעבר אנרגיה אל הגוף ואל סביבתו.

$$E_{k_A} + U_{G_A} = E_{k_B} + U_{G_B} + Q$$

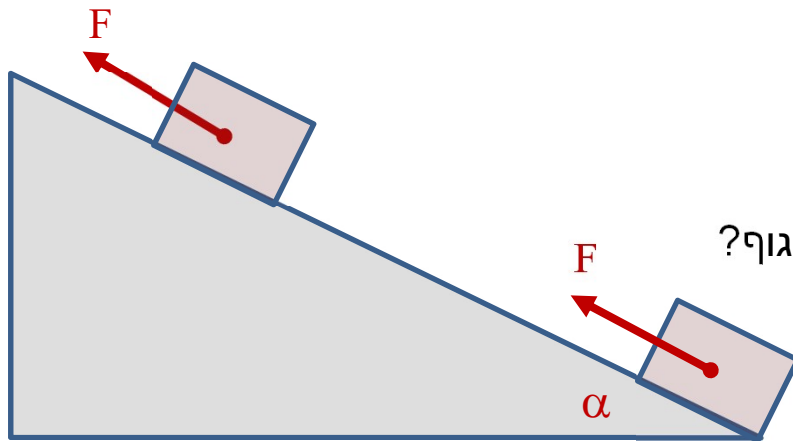
אם יש עבודה של כוחות חיצוניים נוספים נכליל את המשוואה ל:

קיבלנו את **חוק שימור האנרגיה בצורתו הכללית**, הקובע שהאנרגיה המכנית בהתחלה שווה לסכום של האנרגיה המכנית בסוף ושל החום (האנרגיה שעברה).

למרות שתנועת הגלשן פסקה, חוק שימור האנרגיה (בצורתו הכללית) עדיין מתקיים.

תרגיל 5 – עבודה אנרגיה

כוח של $F=80\text{N}$ מעלה מסה של 4kg , מרחק של 2m במעלה מישור משופע שזוויתו 30° .
בתחילת פעולת הכוח המסה הייתה במנוחה.



א. בהנחה שהמשטח חלק:

(1) מהי עבודת הכוח המושך?

(2) מהי עבודת כוח הכובד?

(3) מהי תוספת האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית של הגוף?

(4) מהי תוספת האנרגיה הקינטית של הגוף?

ב. בהנחה שיש חיכוך, ומקדם החיכוך שווה ל- 0.1 :

(1) מהי עבודת הכוח המושך?

(2) מהי עבודת כוח החיכוך?

(3) מהי תוספת האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית של הגוף?

(4) מהי תוספת האנרגיה הקינטית של הגוף?

פתרון תרגיל 5

כוח של $F=80\text{N}$ מושך מסה של 4kg למרחק של 2m במעלה מישור משופע שזוויתו 30° .
בתחילת פעולת הכוח המסה הייתה במנוחה.

א. בהנחה שהמשטח חלק:

עבודת הכוח המושך:

$$W_F = |F| \cdot |\Delta x| \cdot \cos \alpha = 80 \cdot 2 \cdot \cos 0^\circ = 160 \text{ J}$$

עבודת כוח הכובד:

$$W_{mg} = |mg| \cdot |\Delta x| \cdot \cos \alpha = 40 \cdot 2 \cdot \cos 120^\circ = -40 \text{ J}$$

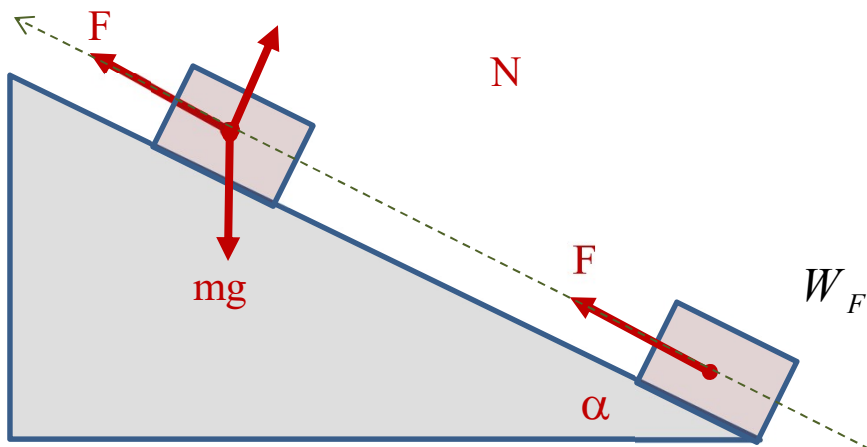
הפרש האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית של הגוף שווה ל(מינוס) עבודת כוח הכובד:

$$\Delta U_G = -W_{mg} = 40 \text{ J}$$

השינוי באנרגיה הקינטית של הגוף שווה לעבודה הכוללת שנעשתה על הגוף:

$$W_{\Sigma F} = W_F + W_{mg} + W_N = 160 - 40 + 0 = 120 \text{ J}$$

$$W_{\Sigma F} = \Delta E_k = 120 \text{ J}$$



המשך פתרון תרגיל 5

כוח של $F=80\text{N}$ מעלה מסה של 4kg , מרחק של 2m במעלה מישור משופע שזוויתו 30° .
בתחילת פעולת הכוח המסה הייתה במנוחה.

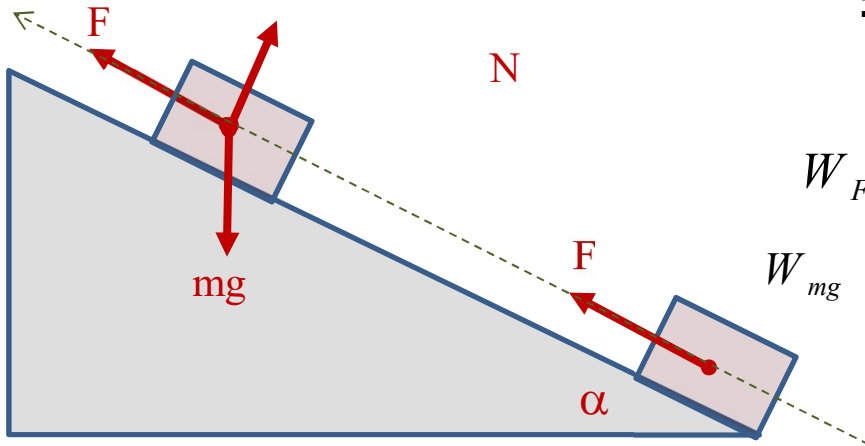
ב. בהנחה שהמשטח לא חלק ומקדם החיכוך שווה ל- 0.1 :

עבודת הכוח המושך ועבודת כוח הכובד (בדיוק כמו קודם):

$$W_F = |F| \cdot |\Delta x| \cdot \cos \alpha = 80 \cdot 2 \cdot \cos 0^\circ = 160 \text{ J}$$

$$W_{mg} = |mg| \cdot |\Delta x| \cdot \cos \alpha = 40 \cdot 2 \cdot \cos 120^\circ = -40 \text{ J}$$

עבודת כוח החיכוך:



$$W_{f_k} = |f_k| \cdot |\Delta x| \cdot \cos \alpha = |N \cdot \mu_K| \cdot |\Delta x| \cdot \cos \alpha = |4 \cdot 10 \cdot \cos 30^\circ \cdot 0.1| \cdot 2 \cdot \cos 180^\circ = -6.928 \text{ J}$$

תוספת האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית של הגוף:

$$\Delta U_G = -W_{mg} = 40 \text{ J}$$

תוספת האנרגיה הקינטית של הגוף שווה לעבודה הכוללת שנעשתה על הגוף:

$$W_{\Sigma F} = W_F + W_{mg} + W_N + W_{f_k} = 160 - 40 + 0 - 6.928 = 113.07 \text{ J}$$

$$\Delta E_k = W_{\Sigma F} = 113.07 \text{ J}$$

תרגיל 6 – עבודה אנרגיה

קובייה שמסתה 0.8 ק"ג מחליקה מנקודה A על גבי המסילה המעגלית שבציור ומגיעה לנקודה B במהירות 4 m/sec (הנקודות A ו-B נמצאות בקצוות רבע המעגל). משם היא מחליקה על גבי משטח אופקי למרחק 3 מ' עד לעצירתה בנקודה C. רדיוס רבע המעגל הוא 1.5 מ'.

- מה הייתה עבודת החיכוך על הקובייה בהחלקה מ-A ל-B?
- מה הייתה עבודת החיכוך על הקובייה בהחלקה מ-B ל-C?
- מהו מקדם החיכוך בין הקובייה למשטח האופקי?



א.

$$W_{f_{k1}} = \Delta E$$

$$W_{f_{k1}} = \frac{m \cdot v_B^2}{2} - mgh_A = \frac{0.8 \cdot 4^2}{2} - 0.8 \cdot 10 \cdot 1.5 = -5.6J$$

ב.

$$W_{f_{k2}} = \Delta E$$

$$W_{f_{k2}} = \frac{m \cdot v_C^2}{2} - \frac{m \cdot v_B^2}{2} = \frac{0.8 \cdot 0^2}{2} - \frac{0.8 \cdot 4^2}{2} = -6.4J$$

ג.

$$W_{f_{k2}} = |f_{k2}| \cdot |\Delta x| \cdot \cos \alpha = |N \cdot \mu_K| \cdot |\Delta x| \cdot \cos \alpha$$

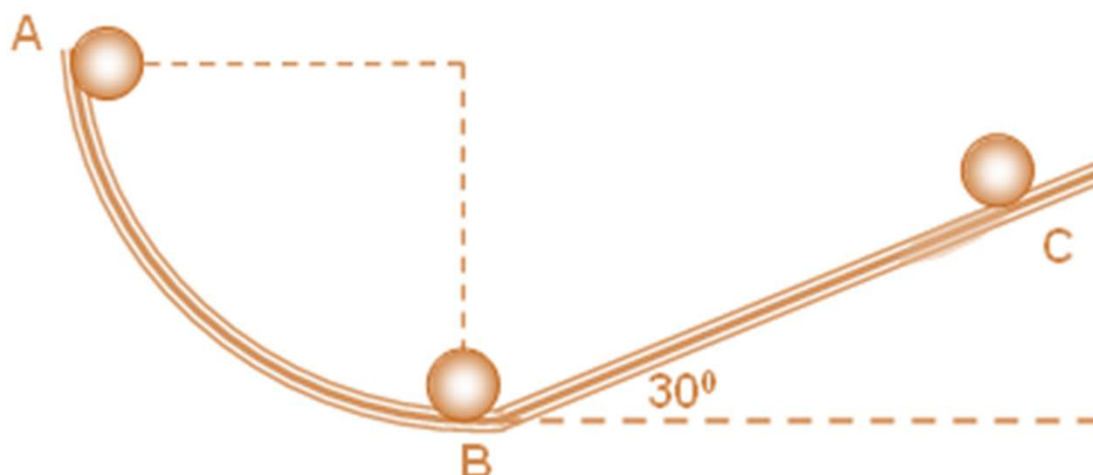
$$W_{f_{k2}} = 0.8 \cdot 10 \cdot \mu_k \cdot 3 \cdot \cos 180^\circ = -6.4$$

$$\mu_k = 0.266$$



תרגיל 7 – עבודה אנרגיה

גוף שמסתו $m=0.4 \text{ kg}$ משוחרר ממנוחה בנקודה A. הגוף נע לאורך מסילה AB בצורת רבע מעגל שרדיוסו $R=80 \text{ cm}$. בנקודה B מהירות הגוף $v=2 \text{ m/sec}$. לאחר מכן הוא נע לאורך מסילה ישרה BC הנטויה בזווית 30° ביחס לאופק. ב-C מהירות הגוף שווה לאפס.



- כמה עבודה ביצע כוח החיכוך במהלך התנועה מ-A ל-B?
- מהו גובה נקודה C?
- כמה עבודה ביצע כוח החיכוך במהלך התנועה מ-A ל-C?
- מהי מהירות הגוף בהיותו במסילה הישרה BC בגובה של 0.1 m מעל לקרקע?

$$W_{f_{k1}} = \Delta E$$

א.

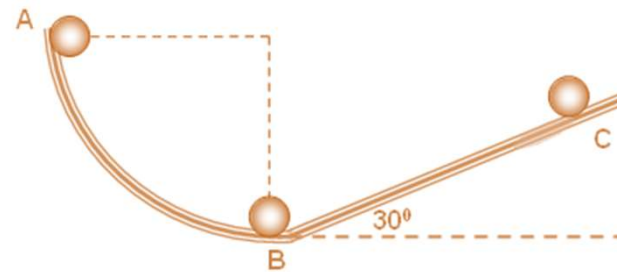
$$W_{f_{k1}} = \frac{m \cdot v_B^2}{2} - mgh_A = \frac{0.4 \cdot 2^2}{2} - 0.4 \cdot 10 \cdot 0.8 = -2.4J$$

$$E_B = E_C$$

$$mgh_C = \frac{m \cdot v_B^2}{2}$$

$$0.4 \cdot 10 \cdot h_C = \frac{0.4 \cdot 2^2}{2}$$

$$h_C = 0.2m$$



ב.

$$W_{f_k} = W_{f_{k1}} = -2.4J$$

ג. בקטע BC לא בוצעה עבודה, לכן:

$$E_B = E_D$$

ד.

$$\frac{m \cdot v_B^2}{2} = mgh_D + \frac{m \cdot v_D^2}{2}$$

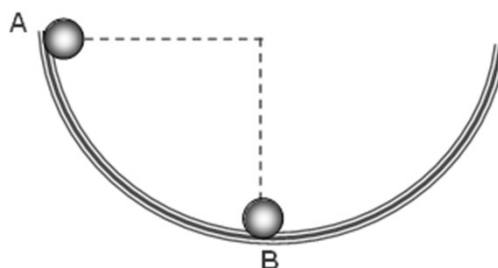
$$\frac{0.4 \cdot 2^2}{2} = 0.4 \cdot 10 \cdot 0.1 + \frac{0.4 \cdot v_D^2}{2} \Rightarrow v_D = 1.414 \frac{m}{sec}$$

תרגיל 8- עקרון שימור האנרגיה בצורתו הכללית

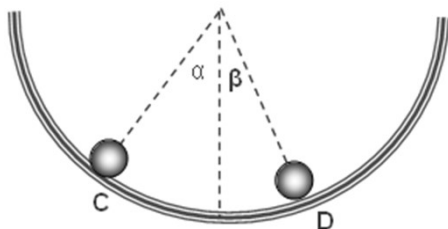
גוף קטן בעל מסה m נע על משטח חצי כדורי שרדיוסו R . הכדור שוחרר במקום A שבקצה העליון של המשטח, ונעצר במקום B . נתונים: g , R , m .

א. כמה אנרגיה הפכה לחום? הסבירו.

ב. כמה אנרגיה קינטית יש להקנות לכדור ב- B בכדי שיעלה על המשטח וייעצר בדיוק בהגיעו ל- A ?



אילו הגוף היה משוחרר ממקום C , בו רדיוס המשטח יוצר זווית α עם האנך, הכדור היה נעצר במקום D , בו יוצר הרדיוס זווית β עם האנך.



ג. חשבו את שינוי האנרגיה הפוטנציאלית בין C לבין D .

ד. כמה עבודה בוצעה ע"י כוח החיכוך בתנועתו מ- C ל- D ?

ה. סמנו את כל הכוחות הפועלים על הגוף בנקודה D , אחרי שהבול נעצר בה, ובטא את גודלו של

כוח החיכוך.

פתרון תרגיל 8 – שימור אנרגיה בצורתו הכללית

א.

$$W_{f_k} = \Delta E$$

$$W_{f_k} = \frac{m \cdot v_B^2}{2} - mgh_A = \frac{m \cdot 0^2}{2} - m \cdot g \cdot h = -mgh$$

$$\Rightarrow Q = -W_{f_k} = mgh = mgR$$

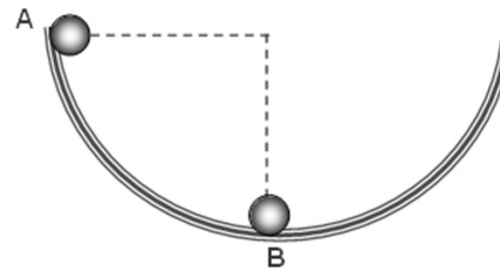
ב.

$$W_{f_k} = \Delta E$$

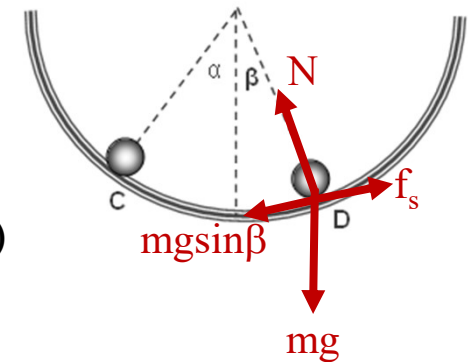
$$W_{f_k} = mgh_A - E_{k_B}$$

$$-m \cdot g \cdot R = mgR - E_{k_B}$$

$$E_{k_B} = 2mgR$$



ג.



ד.

$$\Delta U_G = U_{G_D} - U_{G_C}$$

$$\Delta U_G = mgh_D - mgh_C$$

$$\Delta U_G = mg(R - R \cos \beta) - mg(R - R \cos \alpha) = mgR(\cos \alpha - \cos \beta)$$

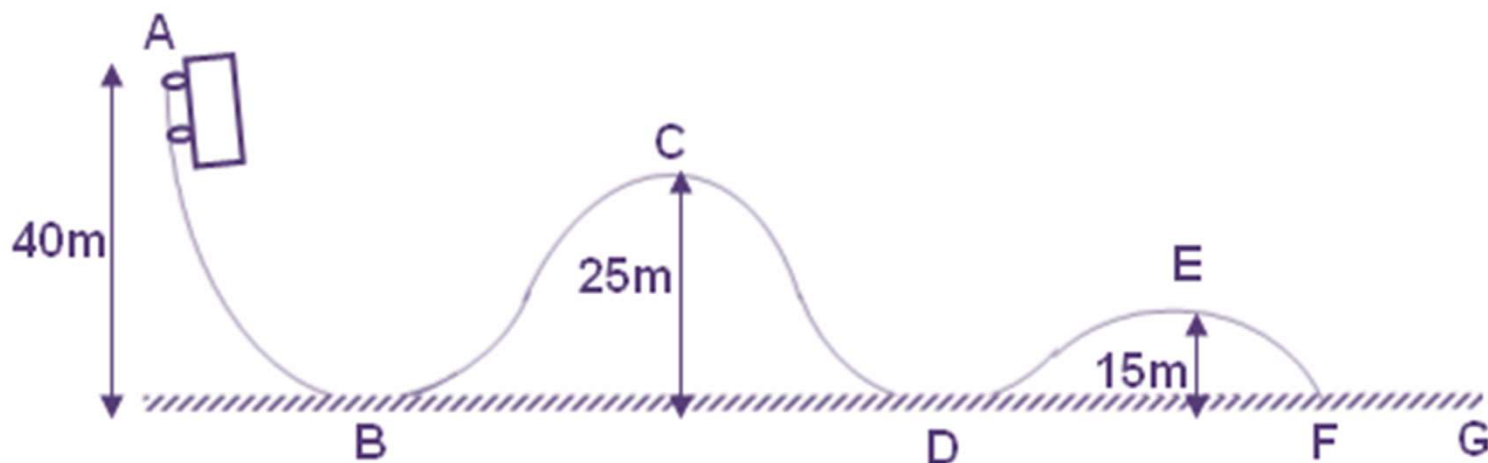
$$W_{f_k} = \Delta U_G = mgR(\cos \alpha - \cos \beta)$$

$$f_s = m \cdot g \cdot \sin \beta$$

ה. בתרשים

תרגיל 9: עקרון שימור האנרגיה בצורתו הכללית

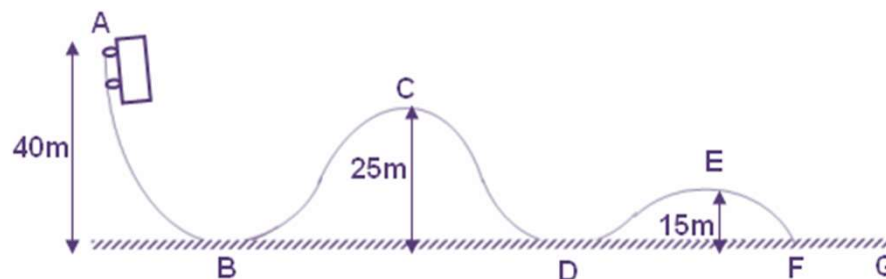
רכבת הרים נעה במסלול חסר חיכוך. מהירותה בנקודה A היא 5m/sec .



- מהי מהירות הרכבת בנקודות B, C, E?
- מצאו, מתוך שיקולי אנרגיה, מהו המרחק FG, אם בנקודה F מפעילה הרכבת את בלמיה, שיוצרים מקדם חיכוך של 0.5 ושגורמים לעצירת הרכבת בנקודה G.
- כמה אנרגיה הפכה לחום? הסבירו.

פתרון תרגיל 9- עקרון שימור האנרגיה בצורתו הכללית

א.



$$E_A = E_B$$

$$E_{k_A} + U_{G_A} = E_{k_B}$$

$$\frac{m \cdot v_A^2}{2} + mgh_A = \frac{m \cdot v_B^2}{2}$$

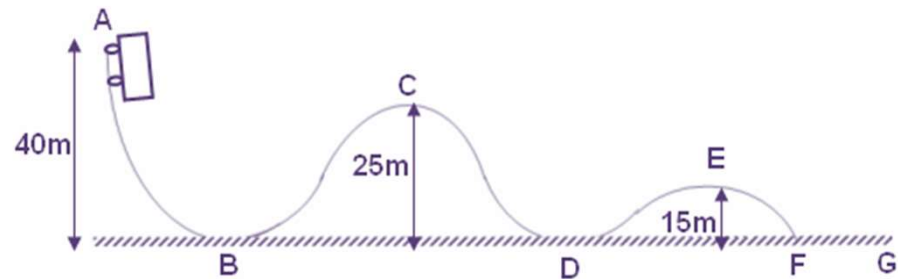
$$\frac{m \cdot 5^2}{2} + m \cdot g \cdot 40 = \frac{m \cdot v_B^2}{2}$$

$$v_B = v_D = v_F = \sqrt{825} = 28.72 \frac{m}{sec}$$

נשים לב שמהירות זו זהה למהירות בנקודת D, F !!!

פתרון תרגיל 9- עקרון שימור האנרגיה בצורתו הכללית

א. המשך



$$E_A = E_E$$

$$E_{k_A} + U_{G_A} = E_{k_E} + U_{G_E}$$

$$\frac{m \cdot v_A^2}{2} + mgh_A = \frac{m \cdot v_E^2}{2} + mgh_E$$

$$\frac{m \cdot 5^2}{2} + m \cdot g \cdot 40 = \frac{m \cdot v_E^2}{2} + m \cdot g \cdot 15$$

$$v_E = \sqrt{262.5} = 16.2 \frac{m}{sec}$$

$$E_A = E_C$$

$$E_{k_A} + U_{G_A} = E_{k_C} + U_{G_C}$$

$$\frac{m \cdot v_A^2}{2} + mgh_A = \frac{m \cdot v_C^2}{2} + mgh_C$$

$$\frac{m \cdot 5^2}{2} + m \cdot g \cdot 40 = \frac{m \cdot v_C^2}{2} + m \cdot g \cdot 25$$

$$v_C = \sqrt{325} = 18.02 \frac{m}{sec}$$

פתרון תרגיל 9- המשך

ב. מצאו, מתוך שיקולי אנרגיה, מהו המרחק FG , אם בנקודה F מפעילה הרכבת את בלמיה, שיוצרים מקדם חיכוך של 0.5 ושגורמים לעצירת הרכבת בנקודה G .

$$W_{f_k} = \Delta E$$

$$W_{f_k} = \frac{M \cdot v_G^2}{2} - \frac{M \cdot v_F^2}{2} = \frac{M \cdot 0^2}{2} - \frac{M \cdot 28.72^2}{2} = -412.42 \cdot M$$

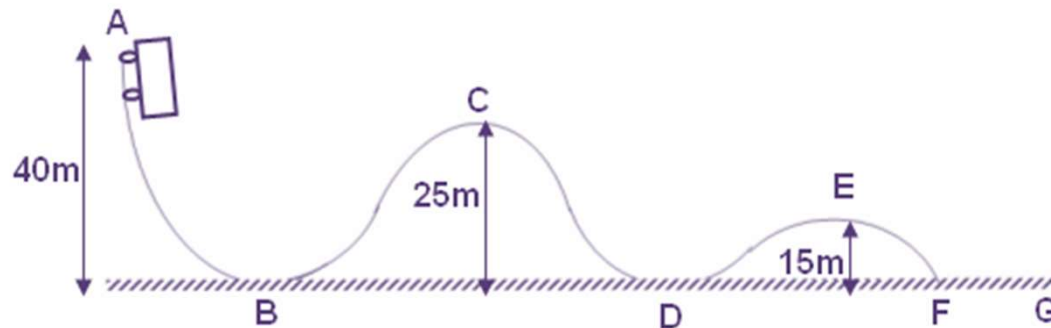
$$W_{f_k} = |f_k| \cdot |\Delta x| \cdot \cos \alpha = |N \cdot \mu_K| \cdot |\Delta x| \cdot \cos \alpha$$

$$W_{f_k} = M \cdot 10 \cdot 0.5 \cdot x \cdot \cos 180^\circ = -5 \cdot M \cdot x = -412.42M$$

$$x = 82.48m$$

ג. כמה אנרגיה הפכה לחום? הסבירו.

$$Q = -W_{f_k} = 412.42m$$



❖ העבודה שמבצע כוח הכובד כאשר גוף מועתק מנקודה אחת לאחרת אינה תלויה במסלול, אלא רק בהפרש הגבהים בין הנקודות.

❖ כוח משמר – כוח שעבודתו אינה תלויה במסלול. לכן, העבודה של כוח משמר לאורך מסלול סגור שווה לאפס.

❖ המכפלה של המשקל mg בגובה h , מעל למישור הייחוס, מוגדרת כאנרגיה פוטנציאלית כובדית.

$$U_G = mgh$$

❖ העבודה שמבצע כוח הכובד שווה למינוס ההפרש באנרגיה הפוטנציאלית הכובדית:

$$W_{mg} = -\Delta U_G$$

❖ השינוי באנרגיה הפוטנציאלית הכובדית אינו תלוי בבחירת מישור הייחוס, אלא רק בהפרש הגבהים.

❖ העבודה של הכוחות החיצוניים שווה להפרש בין ערכי האנרגיה המכנית:

$$W_{\Sigma F} = (E_{k2} + U_{G2}) - (E_{k1} + U_{G1}) = E_2 - E_1$$

❖ חוק שימור האנרגיה בצורתו הכללית: האנרגיה המכנית בהתחלה שווה לסכום של האנרגיה המכנית בסוף והחום.

$$E_{k1} + U_{G1} = E_{k2} + U_{G2} + Q$$