

עבודה ואנרגיה

אנרגיה פוטנציאלית כובדית ושימור אנרגיה - 1



Image courtesy of James Barker at FreeDigitalPhotos.net

- ▶ העבודה שמבצע כוח הכובד אינה תלויה במסלול, אלא רק בהפרש הגבהים בין נקודת ההתחלה לסיום.
- ▶ כוח משמר – כוח שעבודתו אינה תלויה במסלול, ולכן, העבודה של כוח זה לאורך מסלול סגור שווה לאפס.
- ▶ המכפלה של המשקל mg בגובה h מעל למישור ייחוס, מוגדרת כאנרגיה פוטנציאלית כובדית.

$$U_G = mgh$$

- ▶ השינוי באנרגיה הפוטנציאלית הכובדית אינו תלוי בבחירת מישור הייחוס, אלא רק בהפרש הגבהים.
- ▶ העבודה שמבצע כוח הכובד שווה לערך השלילי של ההפרש באנרגיה הפוטנציאלית הכובדית:

$$W_{mg} = -\Delta U_G$$

- ▶ חוק שימור האנרגיה המכנית: כאשר על גוף נע מבוצעת עבודה של כוחות משמרים בלבד, האנרגיה המכנית שלו שווה בכל נקודות המסלול (נשמרת).

$$E_A = E_B$$

$$E_{K_A} + U_{G_A} = E_{K_B} + U_{G_B}$$

בגובה פני הים האנרגיה הקינטית הממוצעת של מולקולת חנקן היא: $6.2 \times 10^{-21} \text{ J}$ ומסתה $4.7 \times 10^{-26} \text{ kg}$.

1. אם המולקולה יכולה היתה לנוע ישירות מעלה ללא התנגשויות, לאיזה גובה הייתה מגיעה?

2. מהי מהירותה של המולקולה בתחילת תנועתה?

נזניח את השינוי בכוח המשיכה כתוצאה מההתרחקות מכדה"א.

1. אם המולקולה יכולה הייתה לנוע ישירות מעלה ללא התנגשויות, לאיזה גובה הייתה מגיעה? ▶
 הכוח היחיד הפועל על המולקולה הוא כוח הכובד, שהוא כוח משמר. לכן מתקיים שימור האנרגיה המכנית:

$$E_A = E_B$$

$$E_{K_A} + U_{G_A} = E_{K_B} + U_{G_B}$$

$$E_{K_A} + 0 = 0 + mgh$$

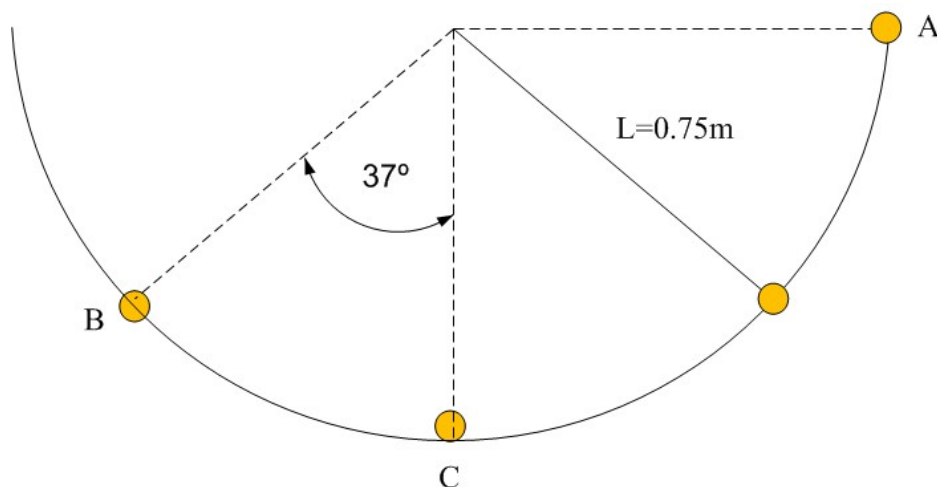
$$h = \frac{E_{K_A}}{mg} = \frac{6.2 \times 10^{-21}}{4.7 \times 10^{-26} \cdot 10} = 13,191.4m$$

1. מהי מהירותה של המולקולה בתחילת תנועתה?

$$E_{K_A} = \frac{1}{2}mv^2 = 6.2 \times 10^{-21}$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 6.2 \times 10^{-21}}{4.7 \times 10^{-26}}} = 513.64 \text{ m / s}$$

- המטוטלת שבתרשים משוחררת מהנקודה A. נזניח את התנגדות האוויר.
1. הראו בעזרת חישוב פרמטרי (שימוש באותיות במקום מספרים) מדוע אין צורך בידיעת המסה של המטוטלת על מנת לפתור את שני הסעיפים הבאים.
 2. מהי מהירות המטוטלת בנקודה C?
 3. מהי מהירות המטוטלת בנקודה B?



1. הראו בעזרת חישוב פרמטרי (שימוש באותיות במקום מספרים) מדוע אין צורך בידיעת המסה של המטוטלת על מנת לפתור את שני הסעיפים הבאים.

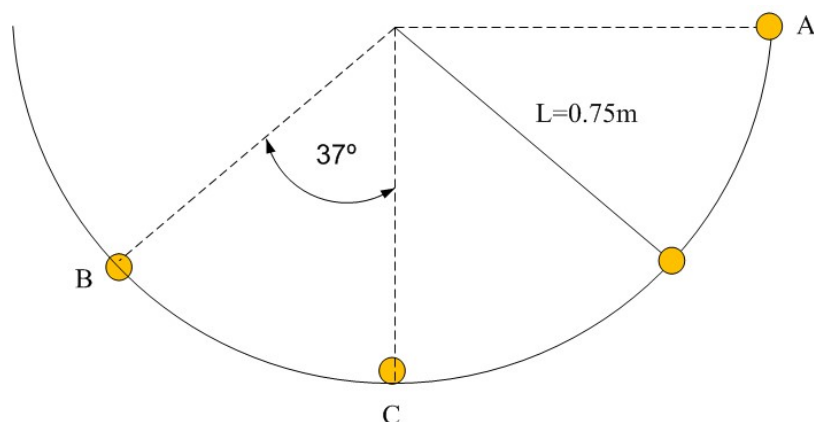
- ▶ על מנת למצוא את מהירויות כדור המטוטלת בנקודות המבוקשות, נוכל להשתמש בחוק שימור האנרגיה המכנית, הואיל והכוח היחידי המבצע עבודה הוא כוח הכובד.
- ▶ המתיחות בחוט ניצבת למסלול התנועה של הכדור, ולכן לא מבצעת עבודה.
- ▶ לכן נוכל לרשום עבור כל שתי נקודות כלשהן במסלול:

$$E_1 = E_2$$

$$E_{K_1} + U_{G_1} = E_{K_2} + U_{G_2}$$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2$$

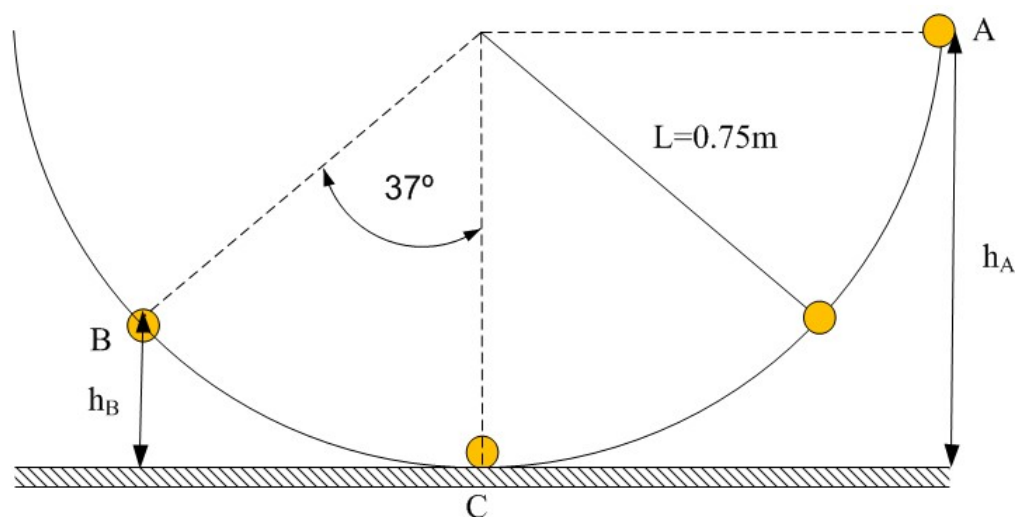
- ▶ המסה מופיעה בכל האיברים באופן שניתן לצמצמה.



פתרון 2 המשך

1. מה מהירות המטוטלת בנקודה C?

◀ נקבע את מישור הייחוס בנקודה הנמוכה בבעיה. הגובה של נקודה A שווה לאורך חוט המטוטלת



$$E_A = E_C$$

$$0 + U_{G_A} = E_{K_C} + 0$$

$$mgh_A = \frac{1}{2}mv_c^2$$

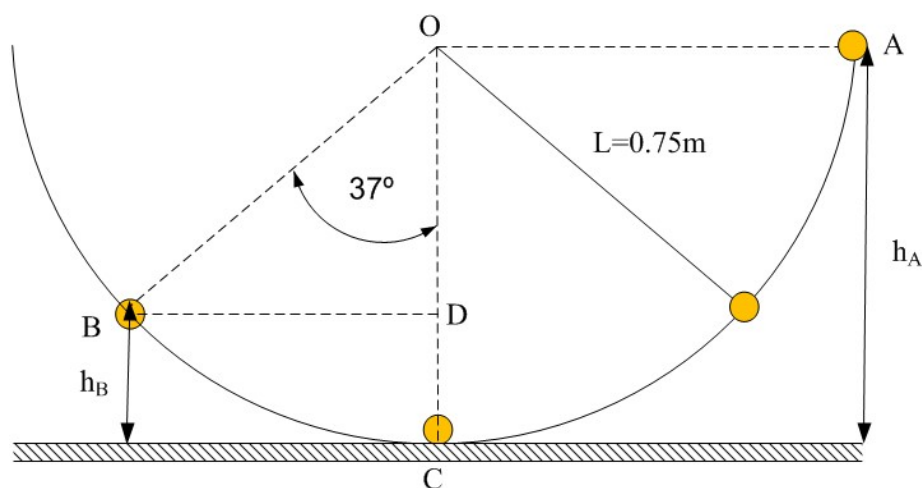
$$10 \cdot 0.75 = \frac{1}{2}v_c^2$$

$$v_c = \sqrt{15} = 3.87 \text{ m/s}$$

פתרון 2 המשך

3. מה מהירות המטוטלת בנקודה B?

- נפתור באופן דומה, אך כעת עלינו לחשב קודם את h_B .
- לצורך זה נחשב את OD במשולש ODB, ונחסר אותו מ-OC, כלומר מ- L.



$$\cos 37 = \frac{OD}{OB}$$

$$OD = OB \cos 37 = 0.75 \cos 37$$

$$OD = 0.6$$

$$h_B = CD = 0.75 - 0.6 = 0.15$$

כעת, משימור אנרגיה מכנית:

$$E_A = E_B$$

$$0 + U_{G_A} = E_{K_B} + U_{G_B}$$

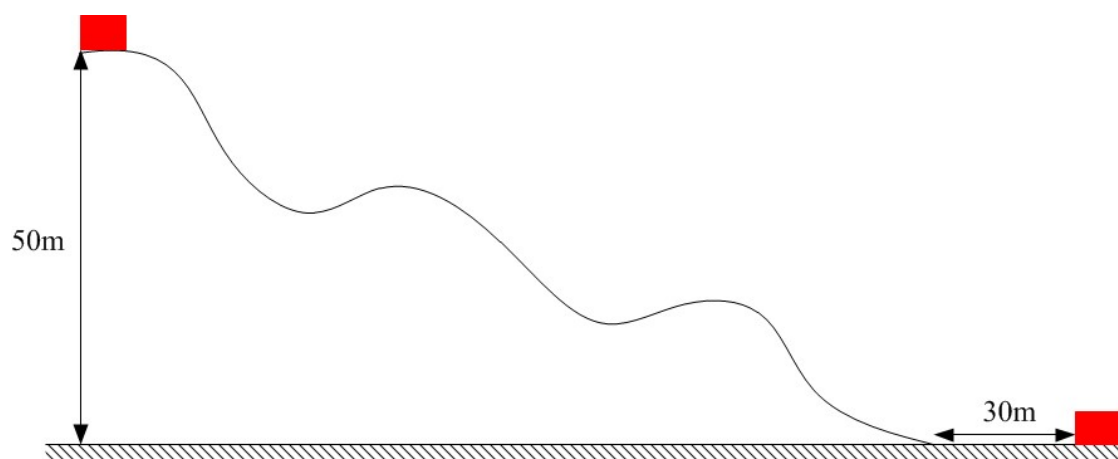
$$mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B$$

$$10 \cdot 0.75 - 10 \cdot 0.15 = \frac{1}{2}v_B^2$$

$$v_B = 3.46 \text{ m/s}$$

קרונית של רכבת הרים מתחילה לנוע מגובה של 50 מטרים על **מסילה חלקה**. בהגיעה לקרקע (מסילה מישורית לא חלקה) מופעלים הבלמים והקרונית נעצרת לאחר 30 מטרים.

1. מהו מקדם החיכוך בין הבלמים למסילה המישורית? בפתרון הסתמכו על שיקולי עבודה-אנרגיה בלבד.
2. המסילה מפעילה כוח על הקרונית גם בנסיעתה על המסילה החלקה. מדוע ניתן להתעלם מעבודתו של כוח זה? האם ניתן להתעלם מכך גם בקטע האופקי?
3. במהלך כל התנועה מפעיל כדה"א כוח על הקרונית. מה השפעתו של כוח זה על האנרגיה של הקרונית?



1. מהו מקדם החיכוך בין הבלמים למסילה המישורית? בפתרון הסתמכו על שיקולי עבודה-אנרגיה בלבד.

נחשב את מהירות הקרונית בהגיעה אל המסילה המישורית (נקודה B). נסתמך על שימור האנרגיה המכנית, כי המסילה חלקה (חיכוך זניח).

$$E_A = E_B$$

$$E_{K_A} + U_{G_A} = E_{K_B} + U_{G_B}$$

$$mgh_A + 0 = \frac{1}{2}mv_B^2$$

$$v_B = \sqrt{2gh_A} = \sqrt{1000} = 31.62 \text{ m/s}$$



$$W_{\Sigma F} = \Delta E_k$$

$$W_f = E_{K_C} - E_{K_B}$$

$$f \cdot 30 \cos 180 = 0 - \frac{1}{2}mv_B^2$$

$$f = \mu N = \mu mg$$

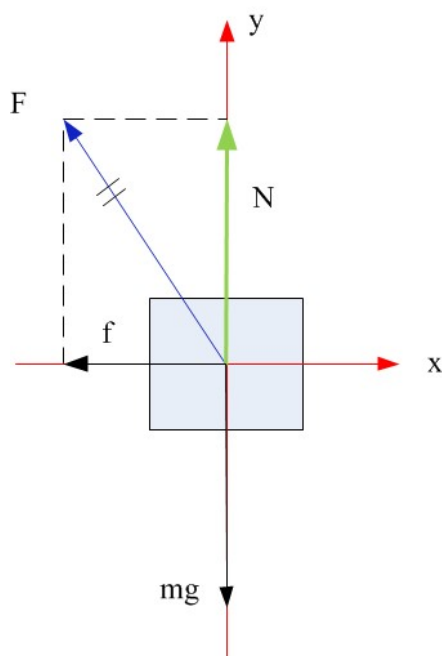
$$-\mu \cdot mg \cdot 30 = -\frac{1}{2}m \cdot 31.62^2$$

$$\mu = \frac{1000}{2 \cdot 10 \cdot 30} = 1.666$$

כעת נשתמש במשפט עבודה אנרגיה, כאשר הכוח היחידי המבצע עבודה על הקרונית בתנועתה במישור הוא כוח החיכוך (נזכור כי כיוון כוח החיכוך מנוגד לתנועה).

2. המסילה מפעילה כוח על הקרונית גם בנסיעתה על המסילה החלקה. מדוע ניתן להתעלם מעבודתו של כוח זה? האם ניתן להתעלם מכך גם בקטע האופקי?

- ▶ הכוח שמפעילה הקרונית על המסילה בנסיעתה על המסילה אינו מבצע עבודה, משום שבקטע זה הוא תמיד ניצב למסלול התנועה.
- ▶ בקטע האופקי הכוח השקול שמפעילה המסילה על הקרונית (F) אינו ניצב למסלול התנועה, משום שהוא מורכב משני רכיבים (N ו- f), כמראה בתרשים.
- ▶ לכן, במהלך התנועה של הקרונית על המסילה האופקית יש לקחת בחשבון את עבודתו של כוח החיכוך, המהווה חלק מהכוח שמפעילה המסילה על הקרונית.
- ▶ במסילה חלקה אין את רכיב החיכוך, ולכן הכוח היחיד שמפעילה המסילה על הקרונית הוא הכוח הנורמלי, הניצב לכיוון התנועה, ולכן עבודתו שווה ל-0.

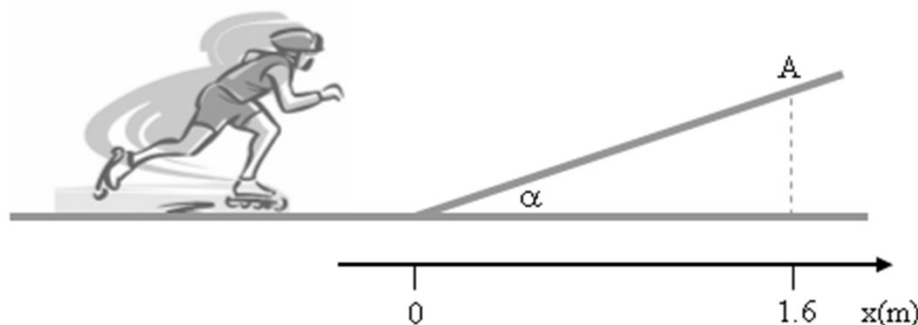


3. במהלך כל התנועה מפעיל כדה"א כוח על הקרונית. מה השפעתו של כוח זה על האנרגיה של הקרונית?

◀ עבודתו של כוח הכובד מתבצעת במהלך התנועה של הקרונית מ-A ל-B, והיא תלויה רק בהפרש הגבהים בין נקודות אלה (ולא במסלול). לכן עבודה זו באה לביטוי בשינוי באנרגיה הפוטנציאלית הכובדית

$$W_{mg} = mg\Delta h = -\Delta U_G$$

בתרשים שלפניך מתואר נער הנע באמצעות גלגליות – תחילה על משטח אופקי, ולאחר מכן על משטח ישר ומשופע (בלי להשקיע מאמץ שרירים). בתרשים מתואר גם ציר x אופקי, שראשיתו בנקודת ההתחלה של המשטח המשופע. הזנח את החיכוך הפועל על הנער ועל הגלגליות.



בשלוש נקודות שונות לאורך המשטח המשופע נמדדה האנרגיה הקינטית של הנער. בטבלה שלפניכם נרשם המקום האופקי x של הנקודות, ונרשמה האנרגיה הקינטית של הנער בנקודות אלה.

140	200	260	אנרגיה קינטית – $E_k(J)$
1.2	0.8	0.4	מקום אופקי – $x(m)$

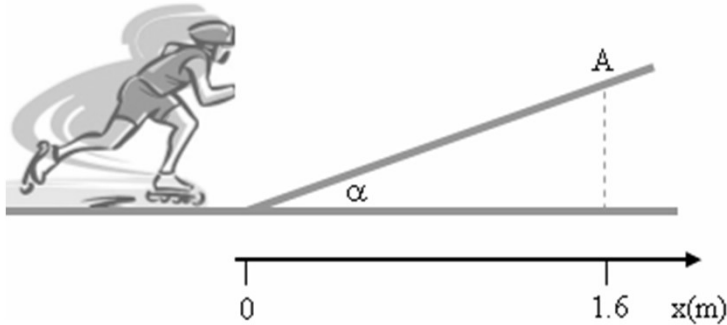
1. בלי להתבסס על נתוני הטבלה הוכח כי הקשר בין האנרגיה הקינטית של הנער על המשטח המשופע לבין המקום x הוא ליניארי (קווי).
2. על-פי נתוני הטבלה, שרטטו במערכת צירים גרף של האנרגיה הקינטית כפונקציה של המקום x .
3. קבעו בעזרת הגרף ששרטטתם בסעיף ב': מהי האנרגיה הקינטית של הנער בנקודת ההתחלה של המשטח המשופע?
4. האם הנער הגיע לנקודה A שעל המשטח המשופע (בה $x = 1.6\text{m}$) ? נמק.
5. קבעו בעזרת הגרף ששרטטתם בסעיף ב', מהו הערך של x , המתאים לנקודה על המשטח המשופע שבה נעצר הנער. הסבירו כיצד קבעתם זאת.

1. בלי להתבסס על נתוני הטבלה, הוכיחו כי הקשר בין האנרגיה הקינטית של הנער על המשטח המשופע לבין המקום x הוא ליניארי (קווי).

◀ על פי חוק שימור האנרגיה - האנרגיה המכנית הכוללת E קבועה ושווה ל:

$$(1) \quad E_k + U_G = E$$

◀ נסמן ב- h את גובה המשטח המשופע בנקודה x כלשהי:



$$\frac{h}{x} = \tan \alpha$$

$$h = x \cdot \tan \alpha$$

$$E_k + mgh = E$$

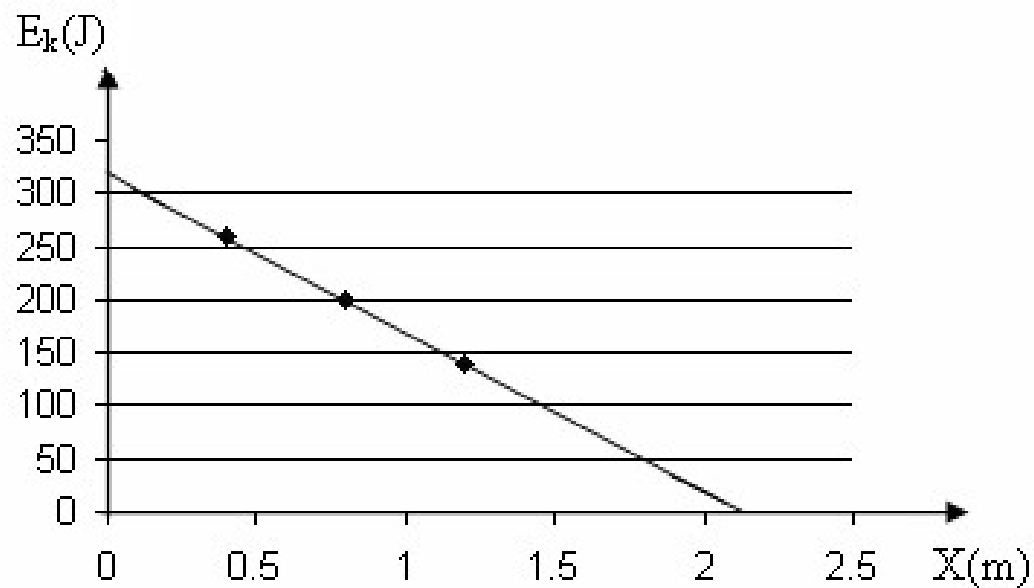
$$E_k + mg \cdot (x \tan \alpha) = E \quad \text{נציב ב- (1):}$$

$$E_k = E - mg \cdot (x \tan \alpha)$$

$$E_k = -mg \tan \alpha \cdot x + E$$

◀ מכאן ניתן לראות שהקשר בין E_k ל- x הוא קווי.

2. על-פי נתוני הטבלה, שרטטו במערכת צירים גרף של האנרגיה הקינטית כפונקציה של המקום x .



3. קבעו בעזרת הגרף ששרטטתם בסעיף ב, מהי האנרגיה הקינטית של הנער בנקודת ההתחלה של המשטח המשופע.

◀ על פי הגרף, האנרגיה הקינטית של הנער בנקודה ההתחלתית של המישור המשופע ($x=0$):

$$E_k = 320J$$

פתרון 4 המשך

4. האם הנער הגיע לנקודה A שעל המשטח המשופע (שבה $x = 1.6\text{m}$) ? נמקו.

◀ כן, הנער הגיע לנקודה A שעל המשטח המשופע. על פי הגרף בנקודה זו האנרגיה הקינטית גדולה מאפס.

◀ דרך נוספת – בעזרת חישוב:

◀ בעזרת הטבלה ניתן לראות שהאנרגיה הקינטית קטנה ב- 60J בכל 0.4m , נתון $x=1.6\text{m}$;
מכאן, הואיל והקשר בין האנרגיה הקינטית ל- X הוא ליניארי, האנרגיה הקינטית קטנה פי 4, כלומר היא עתה 80J .

5. קבעו בעזרת הגרף ששרטטתם בסעיף ב, מהו הערך של x המתאים לנקודה על המשטח המשופע שבה נעצר הנער. הסבירו כיצד קבעתם זאת.

כאשר הנער ייעצר האנרגיה הקינטית שלו תהיה שווה לאפס. על פי הגרף זה קורה כאשר $x=2.1m$

דרך נוספת – בעזרת חישוב

נמצא את שיפוע הקו בעזרת שתי נקודות על הקו:

$$A = \frac{\Delta E_k}{\Delta x} = \frac{200 - 260}{0.8 - 0.4} = -150 \frac{J}{m}$$

משוואת הקו: $E_k = E - A \cdot x$

$$E_k = 320 - 150 \cdot x$$

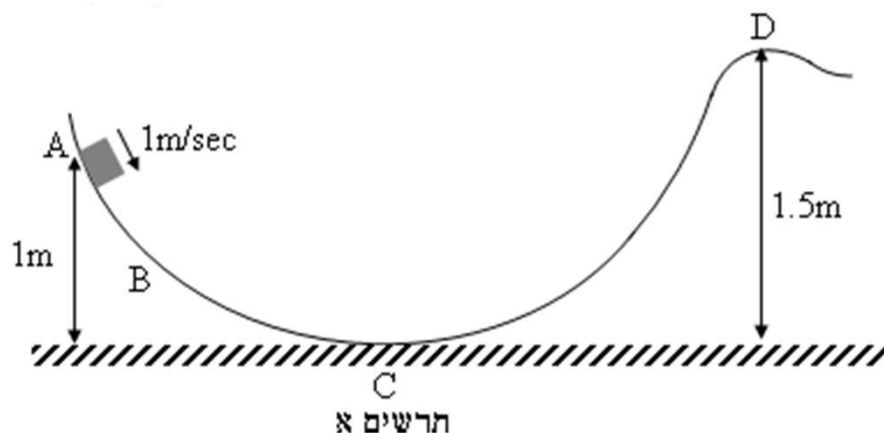
בנקודת שיא הגובה מהירות הנער שווה לאפס, לכן אין לו אנרגיה קינטית.

$$0 = 320 - 150x$$

$$x = \frac{320}{150} = 2.13m$$

גוף קטן מחליק ללא חיכוך על גבי מסילה ABCD (הגוף אינו ניתק מן המסילה במהלך תנועתו). מהירות הגוף בנקודה A היא 1 מ/ש.

הנקודה A נמצאת בגובה 1 מטר מעל משטח אופקי, העובר דרך הנקודה C, והנקודה D נמצאת בגובה 1.5 מטר מעל המשטח (ראה תרשים א).



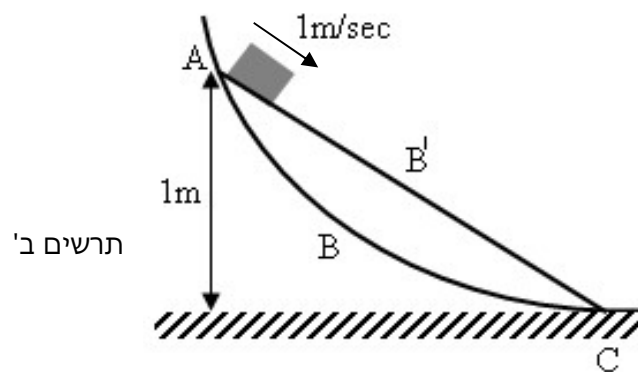
1. חשבו את גודל מהירות הגוף בנקודה C.

2. האם הגוף יעבור את הנקודה D?

3. אילו המסילה הייתה מונחת על כוכב לכת אחר (ולא על כדור הארץ), האם הייתה תשובתך לסעיף ב משתנה?

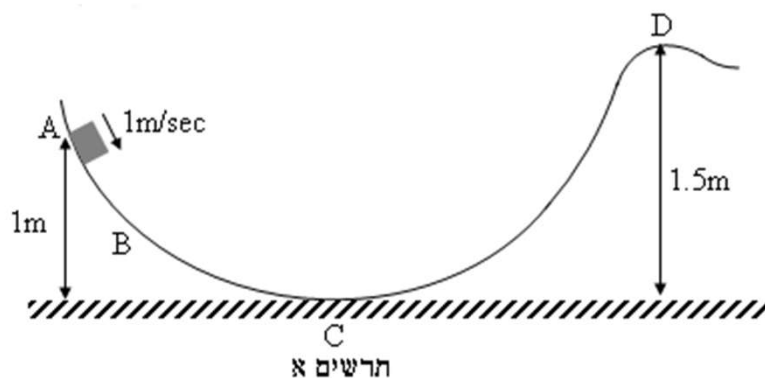
4. מצאו את העבודה הנעשית על-ידי הכוח הנורמלי הפועל על הגוף במהלך תנועתו מ-A ל-C. נמקו.

5. במקרה אחר הגוף נע מ-A ל-C על פני קטע ישר משופע חסר חיכוך, AB'C (ראה תרשים ב), במקום על הקטע העקום ABC. האם עבודת כוח הכובד על פני הקטע AB'C גדולה מעבודת כוח הכובד לאורך הקטע ABC, קטנה ממנה או שווה לה? נמק.



1. חשבו את גודל מהירות הגוף בנקודה C.

◀ בעזרת שימור אנרגיה (מישור הייחוס לפוטנציאלית היא בנקודה הנמוכה ביותר של המסלול - C):



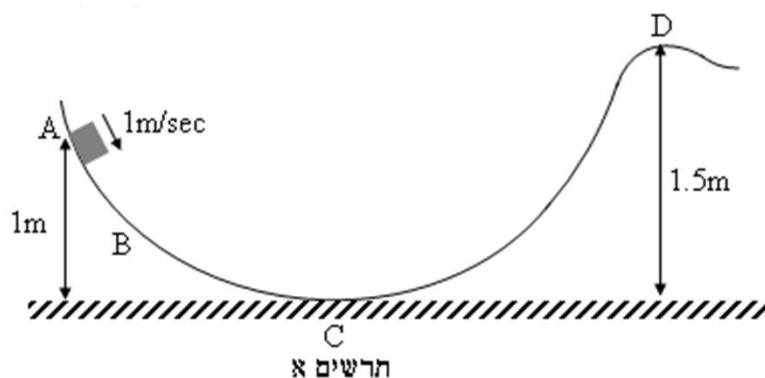
$$E_A = E_C$$

$$mgh_A + \frac{mv_A^2}{2} = \frac{mv_C^2}{2}$$

$$v_C = \sqrt{v_A^2 + 2gh_A} = \sqrt{1^2 + 2 \cdot 10 \cdot 1} = 4.58 \frac{m}{sec}$$

פתרון 5 המשך

2. האם הגוף יעבור את הנקודה D?



◀ נבדוק בעזרת שימור אנרגיה לאיזה גובה יכול הגוף לעלות:

$$mgh_A + \frac{mv_A^2}{2} = mgH \Rightarrow 10 \cdot 1 + \frac{1^2}{2} = 10 \cdot H \Rightarrow H = \frac{10.5}{10} = 1.05m$$

◀ הגוף יכול להגיע עד לגובה של 1.05m, שהוא נמוך מהגובה של הנקודה D (1.5m). מכאן שהוא לא יגיע לנקודה D.

3. אילו המסילה הייתה מונחת על כוכב לכת אחר (ולא על כדור הארץ), כיצד הייתה תשובתך לסעיף ב' משתנה?

◀ נסמן ב- g^* את תאוצת הכובד על פני כוכב לכת אחר:

$$mg^* h_A + \frac{mv_A^2}{2} = mg^* H \Rightarrow H = h_A + \frac{v_A^2}{2g^*}$$

◀ הגובה אליו יגיע הגוף תלוי בתאוצת הכובד על פני אותו כוכב. ככל ש- g^* גדול יותר הגובה H יהיה נמוך יותר. בכדי שהגוף יגיע לגובה של D צריך שיתקיים:

$$H = H_D = 1.5m$$

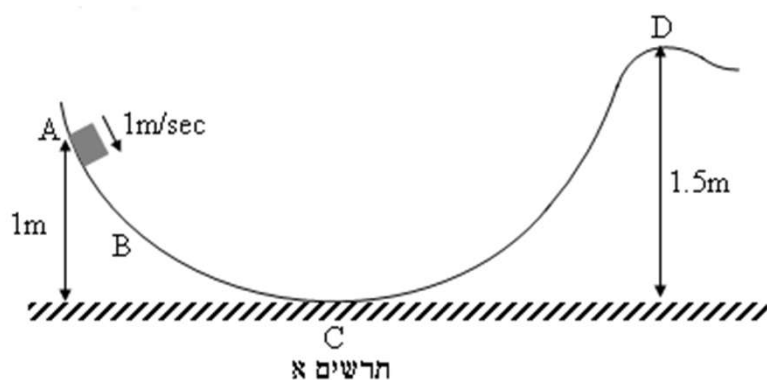
$$1.5 = 1 + \frac{1^2}{2g^*} \Rightarrow$$

$$g^* = 1 \frac{m}{\text{sec}^2}$$

◀ אם תאוצת הכובד g^* תהיה:

- קטנה מ- $1m/s^2$ הגוף יעבור את הנקודה D .
- שווה ל- $1m/s^2$ הגוף יגיע לנקודה D וייעצר.
- גדולה מ- $1m/s^2$ הגוף לא יגיע לנקודה D .

4. מצא את העבודה הנעשית על-ידי הכוח הנורמלי, הפועל על הגוף במהלך תנועתו מ- A ל- C. נמק.

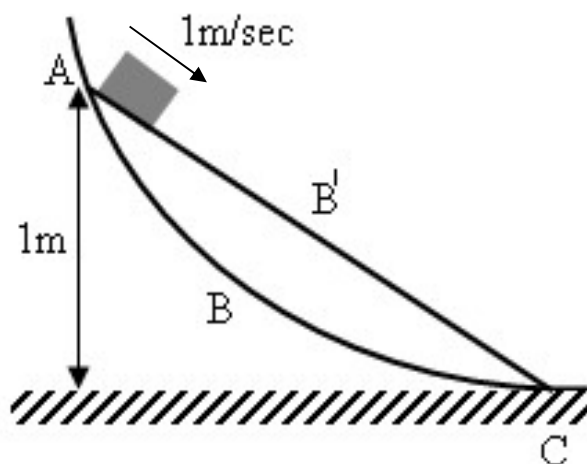


◀ העבודה שווה לאפס. הכוח הנורמלי ניצב בכל נקודה להעתק, לכן הוא אינו מבצע עבודה.

פתרון 5 המשך

5. במקרה אחר הגוף נע מ-A ל-C על פני קטע ישר משופע חסר חיכוך, $AB'C$ (ראה תרשים ב), במקום על הקטע העקום ABC .
האם עבודת כוח הכובד על פני הקטע $AB'C$ גדולה מעבודת כוח הכובד לאורך הקטע ABC , קטנה ממנה או שווה לה? נמק.

◀ עבודת כוח הכובד שווה בשני המקרים כי כוח הכובד הוא משמר. עבודתו אינה תלויה במסלול פעולת הכוח, אלא רק בנקודת ההתחלה והסיום, שבמקרה זה הן זהות.



מכניקה ניוטונית, כרך ב' עמוד 112

35. בשני מקרים מעניקים לגוף מהירות התחלתית v_0 :
פעם הגוף נזרק באוויר בכיוון משופע בזווית α (איור א), ופעם הוא נזרק מנקודה הנמצאת לרגלי משטח משופע (איור ב) שזווית שיפועו α (המשטח המשופע ארוך, והגוף אינו מגיע לפסגתו). החיכוך בין המשטח המשופע לבין הגוף ניתן להזנחה.

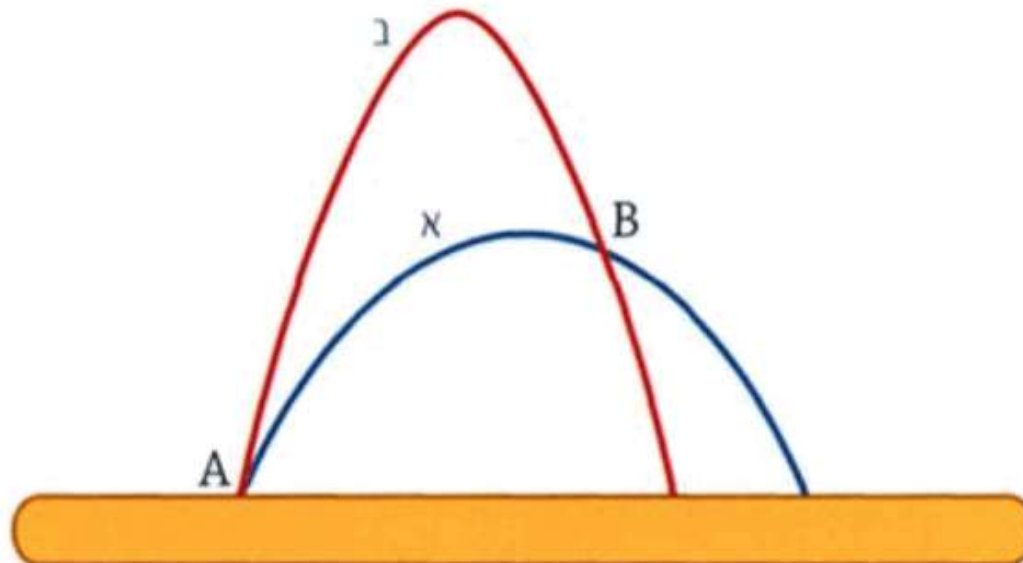


- א. האם האנרגיה המכנית של הגוף הנע על המשטח המשופע נשמרת? נמקו.
- ב. באיזה משני המקרים מגיע הגוף לגובה רב יותר? נמקו.

מכניקה ניוטונית, כרך ב' עמוד 112

34. באיור מוצגים מסלוליהם א ו-ב של שני פגזים זהים שנורו באותו רגע מנקודה A. המהירויות ההתחלתיות שוות בגודלן, אך שונות בכיוונן. מסלולי הפגזים נחתכים בנקודה B.

- האם הפגזים נפגשים בנקודה B? נמקו.
- האם גדלי מהירויות הפגזים ב-B שווים? נמקו.
- האם מהירויות הפגזים ב-B שוות? נמקו.



תרגילים מומלצים נוספים מהספר (כרך ב'):

◀ פרק ז' עמוד 112: תרגילים: 23, 25, 26