

עבודה ואנרגיה

אנרגיה פוטנציאלית כובדית

ושימור אנרגיה - 3



Image courtesy of foto76 at [FreeDigitalPhotos.net](https://www.freedigitalphotos.net)

❖ המכפלה של המשקל mg בגובה h , מעל למישור ייחוס, מוגדרת כאנרגיה פוטנציאלית כובדית.

$$U_G = mgh$$

❖ השינוי באנרגיה הפוטנציאלית הכובדית אינו תלוי בבחירת מישור הייחוס, אלא רק בהפרש הגבהים.

❖ העבודה שמבצע כוח הכובד שווה לערך השלילי של ההפרש באנרגיה הפוטנציאלית הכובדית:

$$W_{mg} = -\Delta U_G$$

❖ חוק שימור האנרגיה המכנית: כאשר על גוף נע מבוצעת עבודה של כוחות משמרים בלבד, האנרגיה המכנית שלו שווה בכל נקודות המסלול (נשמרת).

$$E_A = E_B$$

$$E_{K_A} + U_{G_A} = E_{K_B} + U_{G_B}$$

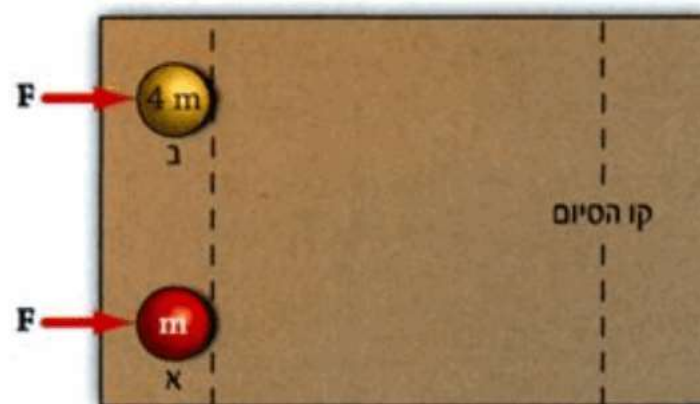
❖ חוק שימור האנרגיה הכללית (כאשר פועל כוח שאינו משמר, כמו כוח החיכוך): פועלים גם כוחות לא משמרים: האנרגיה המכנית ההתחלתית שווה לאנרגיה המכנית הסופית ולחום (האנרגיה שעברה), בכל נקודה בתהליך.

$$E_A = E_B + Q$$

$$E_{K_A} + U_{G_A} = E_{K_B} + U_{G_B} + Q$$

מכניקה ניוטונית, כרך ב' עמוד 112

53. האיור מתאר שני גופים שווי גודל הנחים על שולחן אוויר. מסתו של גוף ב גדולה פי ארבעה מזו של גוף א. החל מרגע מסוים הגופים נדחפים על ידי כוחות שווים.



א. קבעו לאיזה גוף יש אנרגיה קינטית גדולה יותר בקו הסיום, ונמקו את קביעתך.

(1) לגוף א

(2) לגוף ב

(3) לשני הגופים אנרגיה קינטית שווה.

(4) אי אפשר לענות על השאלה בגלל העדר נתונים.

ב. קבעו איזה גוף יגיע ראשון לקו הסיום, ונמקו את קביעתכם.

(1) גוף א

(2) גוף ב

(3) שני הגופים יגיעו באותו רגע לקו הסיום.

(4) אי אפשר לענות על השאלה בגלל העדר נתונים.

לקליע של כדור רובה שמסתו 15gr מוענקת אנרגיה התחלתית של 8000J.

1. אם ידוע כי מהירות הלוע היא 800 מ/ש, מה גודלה של עבודת החיכוך במהלך תנועת הקליע בקנה?

2. לאיזה גובה ניתן לירות את הקליע אם ידוע כי גודלו הממוצע של כוח החיכוך עם האוויר הוא 1.5 ניוטון?

לקליע של כדור רובה שמסתו 15gr מוענקת אנרגיה התחלתית של 8000J.
1. אם ידוע כי מהירות הלוע היא 800 מ/ש, מה גודלה של עבודת החיכוך במהלך תנועת הקליע בקנה?

◀ נסמן A את נקודת ההתחלה של הקליע, B נקודת יציאתו מהקנה.

◀ על פי שימור האנרגיה:

$$E_A = E_B + W_f$$

$$E_A = \frac{1}{2}mv_t^2 + W_f$$

$$8000 = \frac{1}{2}0.015 \cdot 800^2 + W_f$$

$$W_f = 3200J$$

2. לאיזה גובה ניתן לירות את הקליע אם ידוע כי גודלו הממוצע של כוח החיכוך עם האוויר הוא 1.5 ניוטון?

◀ האנרגיה ההתחלתית של הקליע היא האנרגיה הקינטית המוקנית לו ממהירות הלוע. אפשר לחשבה מתוך שימור אנרגיה או מתוך חישוב ישיר של האנרגיה הקינטית:

$$E_K = 8000 - 3200 = 4800J$$

$$E_K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}0.015 \cdot 800^2 = 4800J$$

◀ על פי חוק שימור האנרגיה:

$$E_A = E_B + W_f$$

$$E_K = mgh + W_f$$

$$W_f = f \cdot h$$

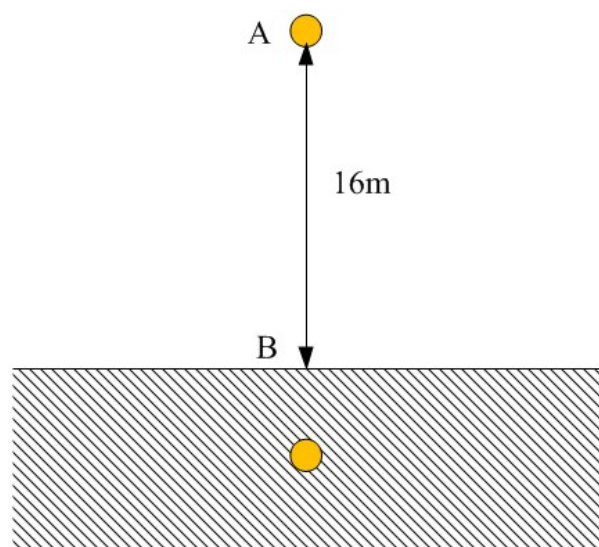
$$E_K = mgh + f \cdot h$$

$$4800 = mgh + f \cdot h$$

$$h = \frac{4800}{0.015 \cdot 10 + 1.5} = 2909m$$

סלע שמשקלו 20N נופל מגובה של 16m אל ארגז חול וחודר אל תוך החול לעומק של 0.6m . פתרו את הבעיה על סמך שיקולי אנרגיה בלבד.

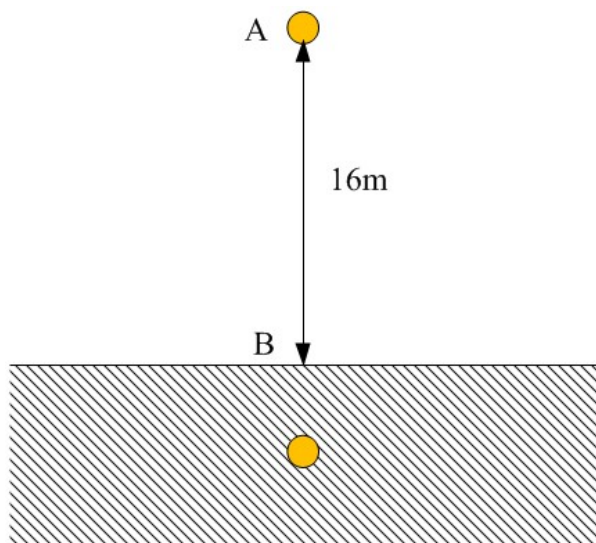
1. מהי מהירות הסלע רגע לפני פגיעתו בחול? (הזניחו את התנגדות האוויר).
2. מהו הכוח (הממוצע) הפועל על הסלע בזמן חדירתו אל תוך החול?
3. פתרו שוב את סעיף 1 אם ידוע שהתנגדות האוויר הממוצעת היא 1 N .
4. מהו עומק החדירה לתוך החול אם כוח החיכוך עם החול הוא כמו בסעיף 2 והחיכוך באוויר הוא 1 N ?



מהי מהירות הסלע שמשקלו 20N נופל מגובה של 16מטר אל ארגז חול וחודר אל תוך החול לעומק של 0.6 מטר. פתרו את הבעיה על סמך שיקולי אנרגיה בלבד.

1. מהי מהירות הסלע רגע לפני פגיעתו בחול? (הזניחו את התנגדות האוויר).

◀ במהלך תנועתו באוויר פועל על הגוף כוח המשיכה בלבד, ולכן מתקיים שימור אנרגיה מכנית:



$$E_A = E_B$$

$$E_{K_A} + U_{G_A} = E_{K_B} + U_{G_B}$$

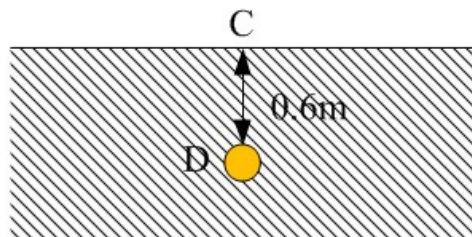
$$0 + mgh = \frac{1}{2}mv^2$$

$$v = \sqrt{2gh}$$

$$v = \sqrt{20 \cdot 16} = 17.88 \text{ m / s}$$

2. מהו הכוח (הממוצע) הפועל על הסלע בזמן חדירתו אל תוך החול?

◀ בזמן החדירה אל תוך החול פועל כוח החיכוך ויש לקחת בחשבון את עבודתו. כאשר C היא נקודת ההתחלה ו-D היא נקודת הסיום, $(y=CD)$:



$$W_f = f \cdot \Delta y = f \cdot 0.6$$

◀ מחוק שימור האנרגיה נקבל (עבודת כוח החיכוך שווה בערכה לחום Q)

$$E_{K_A} + U_{G_A} = E_{K_B} + U_{G_B} + Q$$

$$Q = W_f$$

$$\frac{1}{2}mv_c^2 + mgy = 0 + 0 + 0.6f$$

◀ מהסעיף הקודם ידוע כי $v_c = 17.88 \text{ m/s}$, ומנתוני השאלה ידוע כי $mg = 20 \text{ N}$, כלומר $m = 2 \text{ kg}$
 ◀ לכן:

$$\frac{1}{2}mv_c^2 + mgy = 0.6f$$

$$\frac{1}{2}2 \cdot 17.88^2 + 2 \cdot 10 \cdot 0.6 = 0.6f$$

$$f = 553.33 \text{ N}$$

פתרון 2 המשך

3. פתרו שוב את סעיף 1, אם ידוע שהתנגדות האוויר הממוצעת היא 1 ניוטון.
 ◀ מחוק שימור האנרגיה נקבל (גם כאן עבודת כוח החיכוך שווה בערכה לחום Q):

$$E_{K_A} + U_{G_A} = E_{K_B} + U_{G_B} + W_f$$

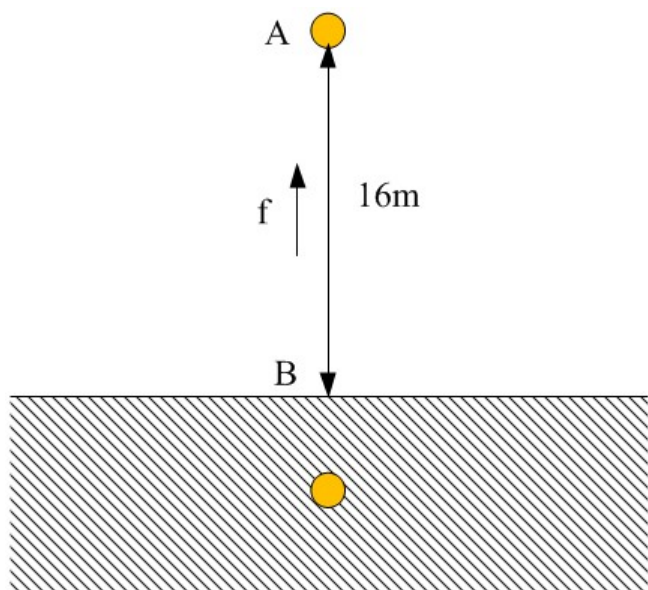
$$0 + mgh = \frac{1}{2}mv_B^2 + 0 + f \cdot h$$

◀ נציב את נתוני השאלה:

$$mgh = \frac{1}{2}mv_B^2 + 0 + f \cdot h$$

$$2 \cdot 10 \cdot 16 - 1 \cdot 16 = \frac{1}{2}2v_B^2$$

$$v_B = 17.43 \text{ m/s}$$



פתרון 2 המשך

4. מהו עומק החדירה לתוך החול, אם:
כוח החיכוך עם החול הוא כמו בסעיף 2 וכוח החיכוך באוויר הוא 1 ניוטון?

נתייחס לכל מהלך התנועה של הכדור, מנקודה A לנקודה B. בשני חלקי התנועה פועלים כוחות חיכוך שונים לאורך דרכים שונות:

$$E_{K_A} + U_{G_A} = E_{K_B} + U_{G_B} + W_f$$

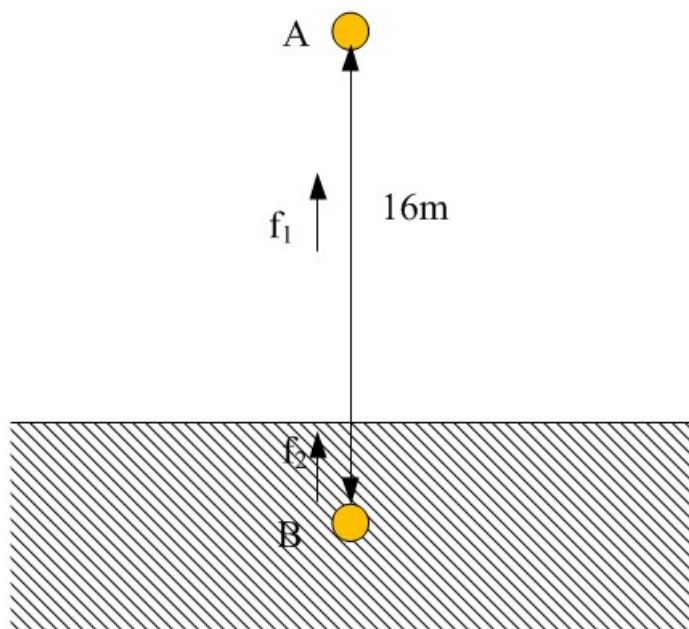
$$0 + mg(h_1 + h_2) = 0 + 0 + f_1 \cdot h_1 + f_2 \cdot h_2$$

$$20(16 + h_2) = 1 \cdot 16 + 553.33 \cdot h_2$$

$$320 = 16 + 533.33h_2$$

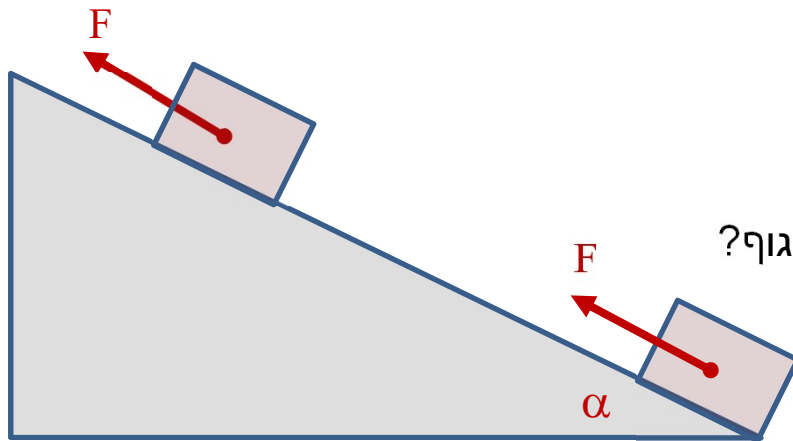
$$h_2 = 0.57m$$

בגלל השפעת החיכוך עם האוויר חדר הגוף לעומק קטן יותר.



תרגיל 3 – עבודה אנרגיה

כוח של $F=80\text{N}$ מעלה מסה של 4kg , מרחק של 2m במעלה מישור משופע שזוויתו 30° .
בתחילת פעולת הכוח המסה הייתה במנוחה.



א. בהנחה שהמשטח חלק:

(1) מהי עבודת הכוח המושך?

(2) מהי עבודת כוח הכובד?

(3) מהי תוספת האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית של הגוף?

(4) מהי תוספת האנרגיה הקינטית של הגוף?

ב. בהנחה שיש חיכוך, ומקדם החיכוך שווה ל- 0.1 :

(1) מהי עבודת הכוח המושך?

(2) מהי עבודת כוח החיכוך?

(3) מהי תוספת האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית של הגוף?

(4) מהי תוספת האנרגיה הקינטית של הגוף?

פתרון תרגיל 3

כוח של $F=80\text{N}$ מושך מסה של 4kg למרחק של 2m במעלה מישור משופע שזוויתו 30° .
בתחילת פעולת הכוח המסה הייתה במנוחה.

א. בהנחה שהמשטח חלק:

עבודת הכוח המושך:

$$W_F = |F| \cdot |\Delta x| \cdot \cos \alpha = 80 \cdot 2 \cdot \cos 0^\circ = 160 \text{ J}$$

עבודת כוח הכובד:

$$W_{mg} = |mg| \cdot |\Delta x| \cdot \cos \alpha = 40 \cdot 2 \cdot \cos 120^\circ = -40 \text{ J}$$

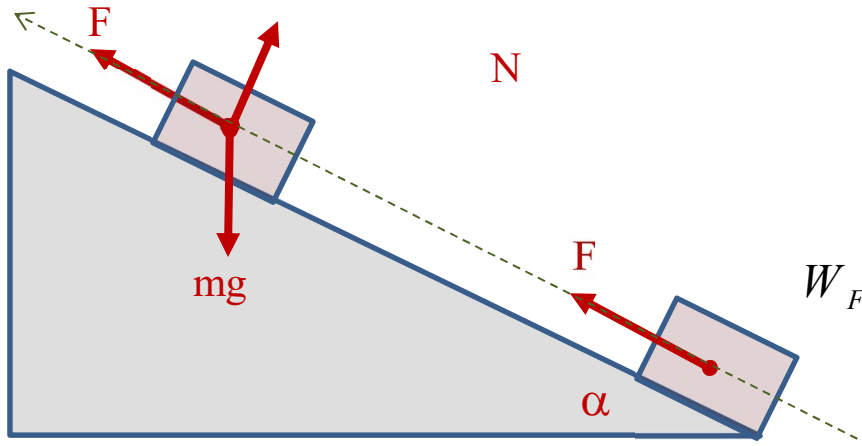
הפרש האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית של הגוף שווה ל(מינוס) עבודת כוח הכובד:

$$\Delta U_G = -W_{mg} = 40 \text{ J}$$

השינוי באנרגיה הקינטית של הגוף שווה לעבודה הכוללת שנעשתה על הגוף:

$$W_{\Sigma F} = W_F + W_{mg} + W_N = 160 - 40 + 0 = 120 \text{ J}$$

$$W_{\Sigma F} = \Delta E_k = 120 \text{ J}$$



המשך פתרון תרגיל 3

כוח של $F=80\text{N}$ מעלה מסה של 4kg , מרחק של 2m במעלה מישור משופע שזוויתו 30° .
בתחילת פעולת הכוח המסה הייתה במנוחה.

ב. בהנחה שהמשטח לא חלק ומקדם החיכוך שווה ל- 0.1 :

עבודת הכוח המושך ועבודת כוח הכובד (בדיוק כמו קודם):

$$W_F = |F| \cdot |\Delta x| \cdot \cos \alpha = 80 \cdot 2 \cdot \cos 0^\circ = 160 \text{ J}$$

$$W_{mg} = |mg| \cdot |\Delta x| \cdot \cos \alpha = 40 \cdot 2 \cdot \cos 120^\circ = -40 \text{ J}$$

עבודת כוח החיכוך:

$$W_{f_k} = |f_k| \cdot |\Delta x| \cdot \cos \alpha = |N \cdot \mu_K| \cdot |\Delta x| \cdot \cos \alpha = |4 \cdot 10 \cdot \cos 30^\circ \cdot 0.1| \cdot 2 \cdot \cos 180^\circ = -6.928 \text{ J}$$

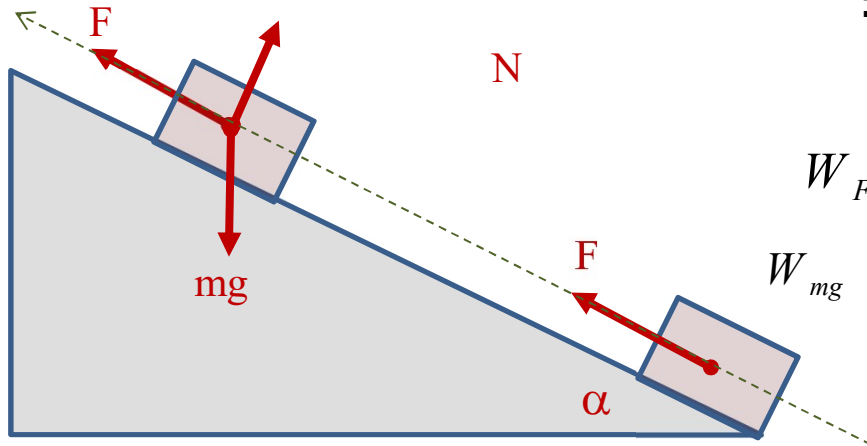
תוספת האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית של הגוף:

$$\Delta U_G = -W_{mg} = 40 \text{ J}$$

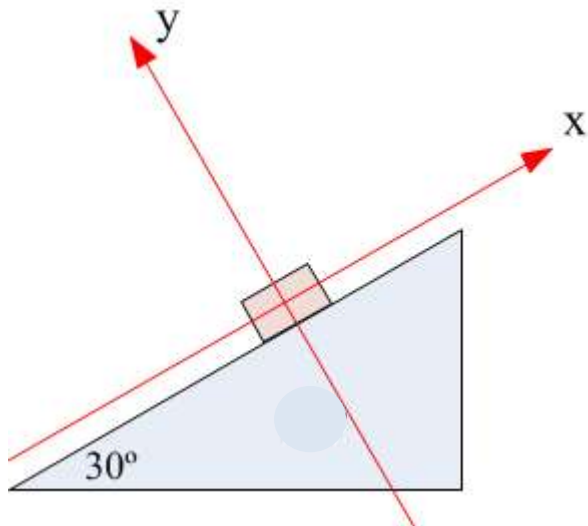
תוספת האנרגיה הקינטית של הגוף שווה לעבודה הכוללת שנעשתה על הגוף:

$$W_{\Sigma F} = W_F + W_{mg} + W_N + W_{f_k} = 160 - 40 + 0 - 6.928 = 113.07 \text{ J}$$

$$\Delta E_k = W_{\Sigma F} = 113.07 \text{ J}$$



- הגוף שבתרשים נהדף במעלה מישור משופע. מקדם החיכוך הקינטי בין הגוף למשטח הוא 0.2.
1. מה הייתה מהירותו ההתחלתית של הגוף אם הוא נע במעלה המדרון למרחק 4 מטר?
 2. לאחר הגיעו לשיא הגובה, מחליק הגוף מטה במורד. מה מהירותו בתחתית המדרון?
 3. מצאו ביטוי לקשר (פרמטרי) בין המהירות ההתחלתית למהירות הסופית של הגוף.
 4. בדקו אם הקשר שמצאתם תואם את התשובות שקיבלתם לסעיפים 1+2.

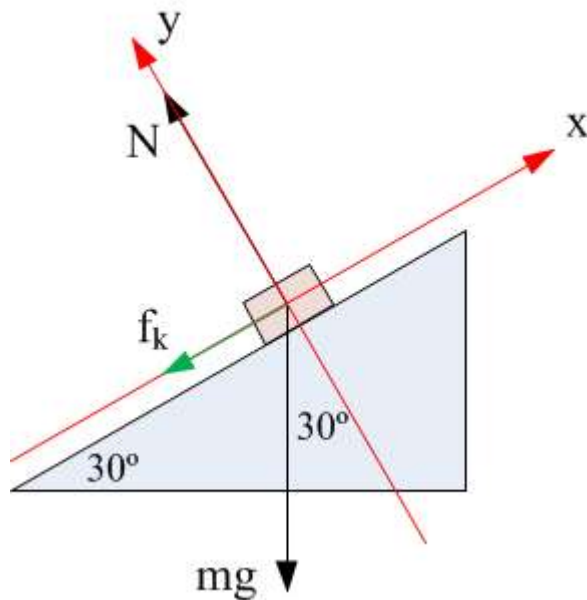


הגוף שבתרשים נהדף במעלה מישור משופע. מקדם החיכוך הקינטי בין הגוף למשטח הוא 0.2.

1. מה הייתה מהירותו ההתחלתית של הגוף אם נע במעלה המדרון למרחק 4 מטר?

◀ הכוחות שפועלים על הגוף הם: כוח הכובד, כוח החיכוך והכוח הנורמלי (שאינו מבצע עבודה על הגוף).

◀ לכן, ממשוואת שימור האנרגיה:



$$E_A = E_B + W_f$$

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = mgh + W_f$$

$$f = \mu_k N = \mu_k mg \cos 30$$

$$h = 4 \sin 30 = 2m$$

$$\frac{1}{2}m \cdot v_0^2 = mg \cdot 2 + \mu_k mg \cos 30 \cdot 4$$

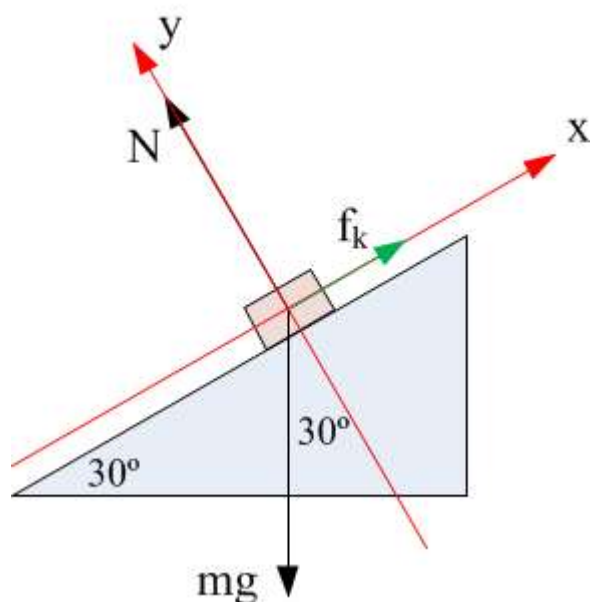
$$v_0^2 = 4 \cdot 10 + 8 \cdot 0.2 \cdot 10 \cdot 0.866$$

$$v_0 = 7.34 \text{ m/s}$$

2. לאחר הגיעו לשיא הגובה, מחליק הגוף מטה במורד. מה מהירותו בתחתית המדרון?

גם הפעם, הכוחות שפועלים על הגוף הם: כוח הכובד, כוח החיכוך והכוח הנורמלי (שאינו מבצע עבודה על הגוף).

לכן, ממשוואת שימור האנרגיה:



$$E_A = E_B + W_f$$

$$mgh = \frac{1}{2}mv_t^2 + W_f$$

$$f = \mu_k N = \mu_k mg \cos 30$$

$$h = 4 \sin 30 = 2m$$

$$mg \cdot 2 = \frac{1}{2}m \cdot v_t^2 + \mu_k mg \cos 30 \cdot 4$$

$$v_t^2 = 4 \cdot 10 - 8 \cdot 0.2 \cdot 10 \cdot 0.866$$

$$v_t = 5.11 m/s$$

3. מצאו ביטוי לקשר (פרמטרי) בין המהירות ההתחלתית למהירות הסופית של הגוף.

- ▶ נתייחס למסלול התנועה הכולל של הגוף.
- ▶ אין שינוי באנרגיה הפוטנציאלית בין שתי הנקודות.
- ▶ בנקודת ההתחלה הייתה לו מהירות v_0 , ובסופו, מהירות v_t .
- ▶ במהלך התנועה מעלה-מטה ביצע כוח החיכוך עבודה לאורך (אותה) דרך (כפולה).
- ▶ נסמן ב-L את הדרך במעלה (ובמורד) המישור המשופע, ונקבל:

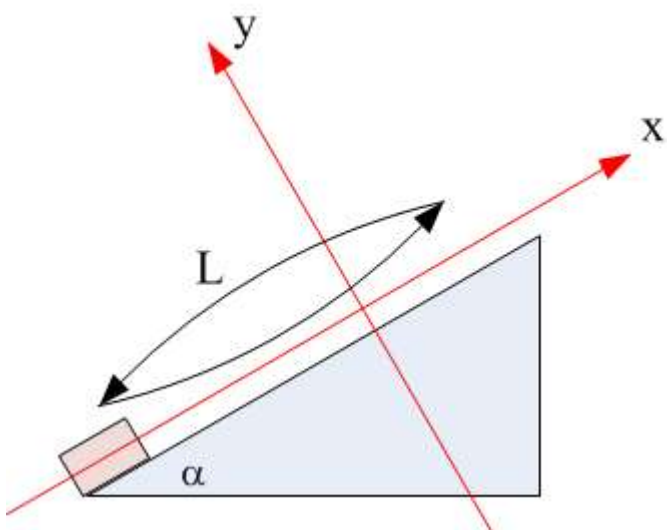
$$E_A = E_B + W_f$$

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_t^2 + W_f$$

$$f = \mu_k N = \mu_k mg \cos \alpha$$

$$\frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{1}{2}mv_t^2 = \mu_k mg \cos \alpha \cdot 2L$$

$$v_0^2 - v_t^2 = 4L\mu_k g \cos \alpha$$



4. בדקו אם הקשר שמצאתם תואם את התשובות שקיבלתם בסעיפים 1+2.

◀ על פי התוצאות שקיבלנו בסעיפים 1+2:

$$v_0 = 7.33 \text{ m/s}$$

$$v_0^2 = 53.85$$

$$v_t = 5.11 \text{ m/s}$$

$$v_t^2 = 26.14$$

◀ כלומר: $v_0^2 - v_t^2 = 53.85 - 26.14 = 27.71$

◀ על פי התוצאה של סעיף 3 צריך להתקיים:

$$v_0^2 - v_t^2 = 4L\mu_k g \cos \alpha$$

◀ נציב את משתני הבעיה:

$$L = 4 \text{ m}$$

$$\mu_k = 0.2$$

$$\alpha = 30$$

◀ ונקבל, בתאימות מלאה:

$$v_0^2 - v_t^2 = 4 \cdot 4 \cdot 0.2 \cdot 10 \cdot \cos 30$$

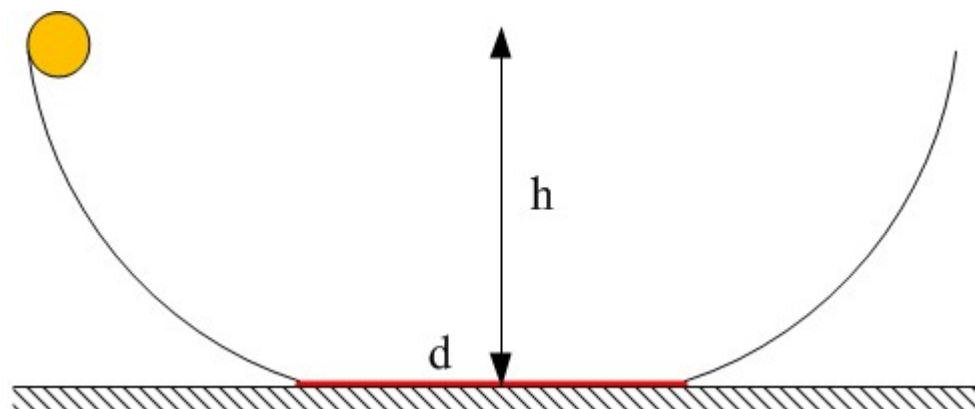
$$v_0^2 - v_t^2 = 27.71$$

כדור מתגלגל בתוך קערה מגובה התחלתי h . רק בקטע הישר של מסלולו (d , באדום) יש חיכוך (מקדם μ_k). החיבור בין הקטע הישר לקטעים העקומים של המסלול הוא חלק.

1. מצאו ביטוי למספר הפעמים בהם יחלוף הכדור על הקטע המחוספס.

2. הסבירו את התוצאה שקיבלתם.

3. חשבו את מספר הפעמים בו יעבור הכדור על גבי המשטח המחוספס d , אם ידוע שהגובה ההתחלתי שלו הוא $h=5d$, ומקדם החיכוך הוא: $\mu=0.3$.



כדור מתגלגל בתוך קערה מגובה התחלתי h . רק בקטע הישר של מסלולו (d , באדום) יש חיכוך (מקדם μ). החיבור בין הקטע הישר לקטעים העקומים של המסלול הוא חלק.

1. מצאו ביטוי למספר הפעמים בהם יחלוף הכדור על הקטע המחוספס.

נשתמש בחוק שימור האנרגיה.

נסמן את מספר הפעמים ב- n , לכן עבודת החיכוך מתבצעת n פעמים.

מישור הייחוס הוא בתחתית הקערה, ולכן גובה ההתחלתי של הכדור הוא h

בתחילת התהליך יש לכדור רק אנרגיה פוטנציאלית כובדית ובסופו אין לו אנרגיה כלל:

$$E_{K_A} + U_{G_A} = E_{K_B} + U_{G_B} + W_f$$

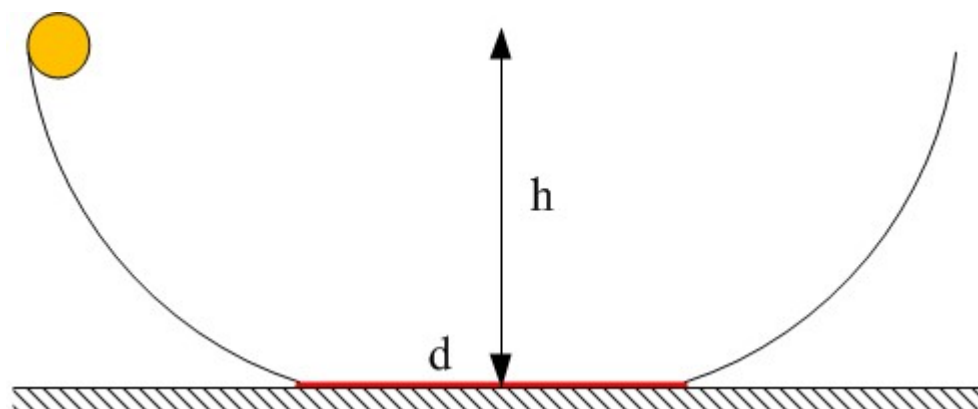
$$0 + mgh = 0 + 0 + n \cdot f \cdot d$$

בכל נקודה לאורך הקטע הישר מתקיים $N=mg$.

לכן:

$$mgh = n \cdot \mu N \cdot d = n \cdot \mu mg \cdot d$$

$$n = \frac{h}{\mu d}$$



2. הסבירו את התוצאה שקיבלתם.

◀ מספר הפעמים מצוי ביחס ישר ל-n, וביחס הפוך ל-d ול-μ

$$n = \frac{h}{\mu d}$$

◀ ככל שהגובה ההתחלתי רב יותר, כל יש לגוף אנרגיה התחלתית גדולה יותר

◀ ככל שמקדם החיכוך בין הגוף למשטח ואורך המשטח גדולים יותר, כך בכל "סבב" עבודת החיכוך גדולה יותר, ויותר אנרגיה עוברת בצורת חום אל הסביבה.

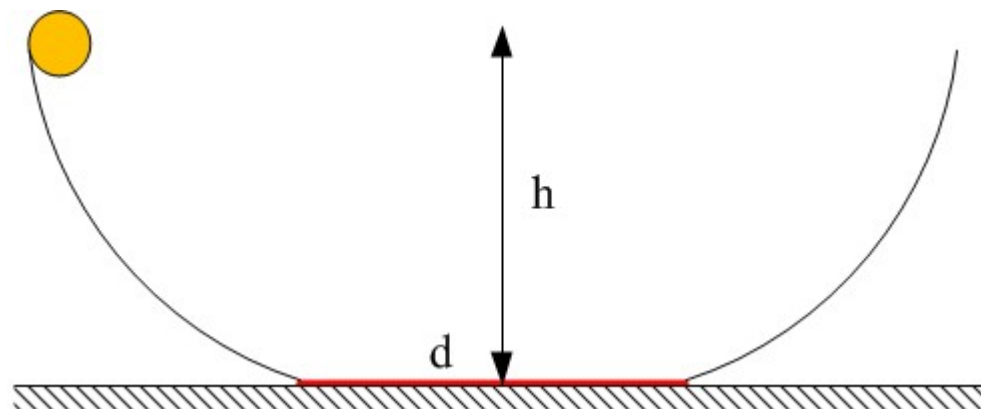
פתרון 5 המשך

3. חשבו את מספר הפעמים בו יעבור הכדור על גבי המשטח המחוספס d , אם ידוע: הגובה ההתחלתי שלו הוא $h=5d$, ומקדם החיכוך הוא: $\mu=0.3$.

◀ נציב בביטוי שמצאנו ונקבל:

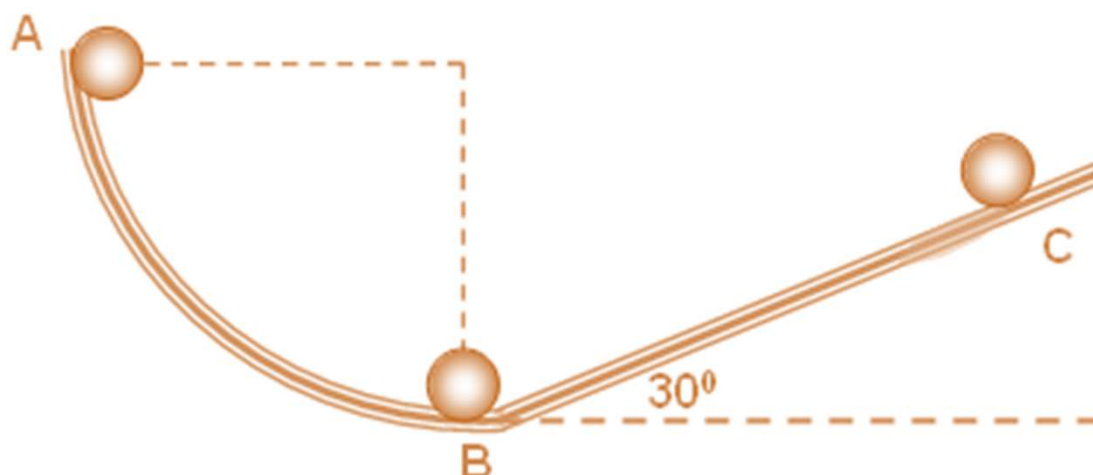
$$n = \frac{h}{\mu d} = \frac{5d}{0.3d} = \frac{5}{0.3} = 16.666$$

◀ הכדור יעבור על פני המשטח 16 פעמים. לאחר מכן הוא ייעצר בנקודה שהיא מעט ימינה מאמצע d



תרגיל 6 – עבודה אנרגיה

גוף שמסתו $m=0.4 \text{ kg}$ משוחרר ממנוחה בנקודה A. הגוף נע לאורך מסילה AB בצורת רבע מעגל שרדיוסו $R=80 \text{ cm}$. בנקודה B מהירות הגוף $v=2 \text{ m/sec}$. לאחר מכן הוא נע לאורך מסילה ישרה BC הנטויה בזווית 30° ביחס לאופק. ב-C מהירות הגוף שווה לאפס.



- א. כמה עבודה ביצע כוח החיכוך במהלך התנועה מ-A ל-B ?
- ב. מהו גובה נקודה C ?
- ג. כמה עבודה ביצע כוח החיכוך במהלך התנועה מ-A ל-C ?
- ד. מהי מהירות הגוף בהיותו במסילה הישרה BC בגובה של 0.1 m מעל לקרקע ?

א. $W_{f_{k1}} = \Delta E$

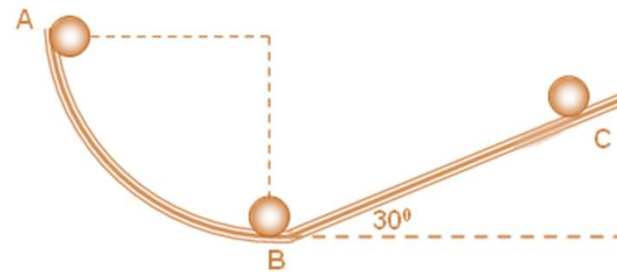
$$W_{f_{k1}} = \frac{m \cdot v_B^2}{2} - mgh_A = \frac{0.4 \cdot 2^2}{2} - 0.4 \cdot 10 \cdot 80 = -319.2 J$$

ב. $E_B = E_C$

$$mgh_C = \frac{m \cdot v_B^2}{2}$$

$$0.4 \cdot 10 \cdot h_C = \frac{0.4 \cdot 2^2}{2}$$

$$h_C = 0.2m$$



ג. בקטע BC לא בוצעה עבודה (נתון שהמסילה חלקה), לכן: $W_{f_k} = W_{f_{k1}} = -319.2$

ד. $E_B = E_D$

$$\frac{m \cdot v_B^2}{2} = mgh_D + \frac{m \cdot v_D^2}{2}$$

$$\frac{0.4 \cdot 2^2}{2} = 0.4 \cdot 10 \cdot 0.1 + \frac{0.4 \cdot v_D^2}{2} \Rightarrow v_D = 1.414 \frac{m}{sec}$$

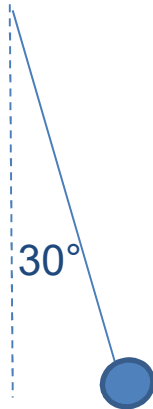
תרגיל 7 – שימור אנרגיה

כדור תלוי בחוט שאורכו 1.5 m . הכדור מוסט בזווית של 30° ומשוחרר ממנוחה.

א. מהי הזווית המקסימאלית α אליה מגיע הכדור?

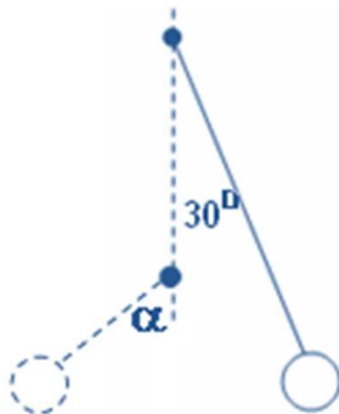
ב. מהי מהירות הכדור בתחתית מסלולו?

ג. מהי מהירות הכדור במהלך תנועת הכדור כשהזווית בין החוט לאנך היא 15° ?



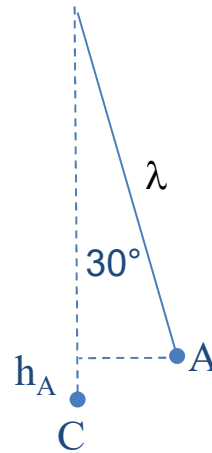
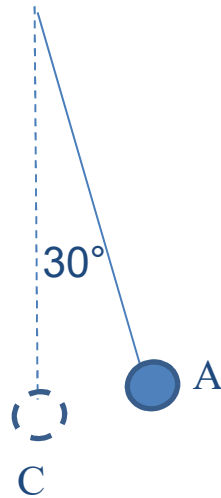
הכדור מוסט בזווית של 30° ומשוחרר אלא שהפעם מסלול הכדור מופרע על ידי מסמר התקוע בגובה 1 m מתחת לנקודת החיבור של החוט.

ד. מהי הזווית המקסימאלית α אליה מגיע הכדור?



פתרון תרגיל 7 – שימור אנרגיה

א. משימור אנרגיה הוא יעלה עד לזווית של 30° .



ב.

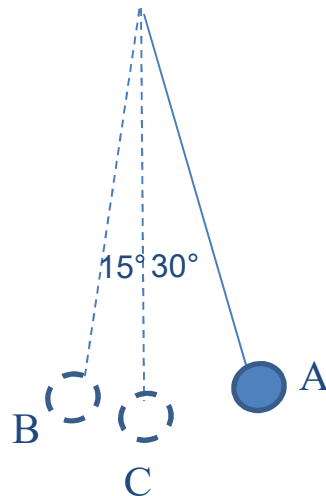
$$E_A = E_C$$

$$mgh_A = \frac{m \cdot v_C^2}{2}$$

$$mg \cdot (\lambda - \lambda \cos \alpha) = \frac{m \cdot v_C^2}{2}$$

$$g \cdot (1.5 - 1.5 \cos 30) = \frac{v_C^2}{2}$$

$$v_C = 2.196 \frac{m}{sec}$$



ג.

$$E_A = E_B$$

$$U_{G_A} = E_{k_B} + U_{G_B}$$

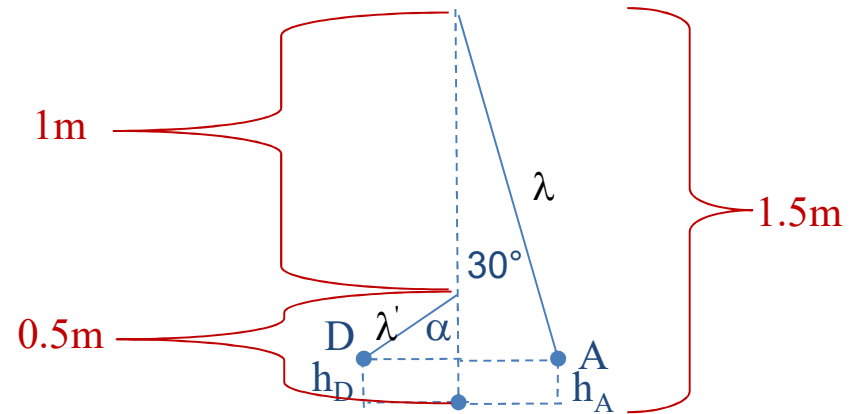
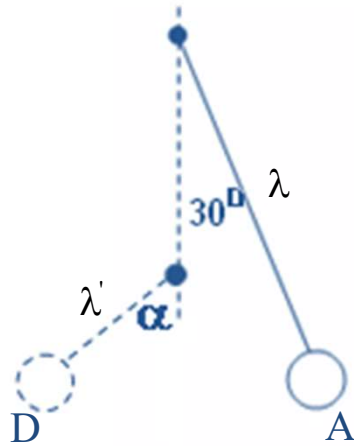
$$mgh_A = \frac{m \cdot v_B^2}{2} + mgh_B = \frac{m \cdot v_B^2}{2} + mg(\lambda - \lambda \cos \beta)$$

$$mg \cdot (1.5 - 1.5 \cos 30) = \frac{m \cdot v_B^2}{2} + mg(1.5 - 1.5 \cos 15)$$

$$v_B = \sqrt{3.91} = 1.979 \frac{m}{sec}$$

המשך פתרון תרגיל 7 – שימור אנרגיה

$$\lambda' = 1.5 - 1 = 0.5m \quad .\text{ד}$$



$$E_A = E_D$$

$$U_{G_A} = U_{G_D}$$

$$mgh_A = mgh_D$$

$$mg(\lambda - \lambda \cos 30) = mg(\lambda' - \lambda' \cos \alpha)$$

$$1.5 - 1.5 \cos 30 = 0.5 - 0.5 \cos \alpha$$

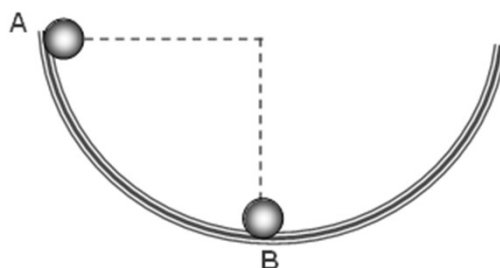
$$\alpha = 53.26^\circ$$

תרגיל 8- עקרון שימור האנרגיה בצורתו הכללית

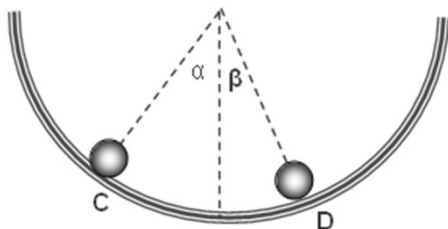
גוף קטן בעל מסה m נע על משטח חצי כדורי שרדיוסו R . הכדור שוחרר במקום A שבקצה העליון של המשטח, ונעצר במקום B . נתונים: g , R , m .

א. כמה אנרגיה הפכה לחום? הסבירו.

ב. כמה אנרגיה קינטית יש להקנות לכדור ב- B בכדי שיעלה על המשטח וייעצר בדיוק בהגיעו ל- A ?



אילו הגוף היה משוחרר ממקום C , בו רדיוס המשטח יוצר זווית α עם האנך, הכדור היה נעצר במקום D , בו יוצר הרדיוס זווית β עם האנך.



ג. חשבו את שינוי האנרגיה הפוטנציאלית בין C לבין D .

ד. כמה עבודה בוצעה ע"י כוח החיכוך בתנועתו מ- C ל- D ?

ה. סמנו את כל הכוחות הפועלים על הגוף בנקודה D , אחרי שהבול נעצר בה, ובטא את גודלו של

כוח החיכוך.

פתרון תרגיל 8 – שימור אנרגיה בצורתו הכללית

א.

$$W_{f_k} = \Delta E$$

$$W_{f_k} = \frac{m \cdot v_B^2}{2} - mgh_A = \frac{m \cdot 0^2}{2} - m \cdot g \cdot h = -mgh$$

$$\Rightarrow Q = -W_{f_k} = mgh = mgR$$

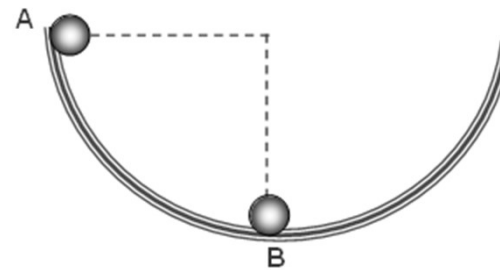
ב.

$$W_{f_k} = \Delta E$$

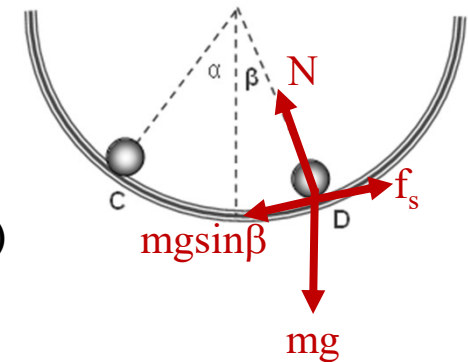
$$W_{f_k} = mgh_A - E_{k_B}$$

$$-m \cdot g \cdot R = mgR - E_{k_B}$$

$$E_{k_B} = 2mgR$$



ג.



ד.

$$\Delta U_G = U_{G_D} - U_{G_C}$$

$$\Delta U_G = mgh_D - mgh_C$$

$$\Delta U_G = mg(R - R \cos \beta) - mg(R - R \cos \alpha) = mgR(\cos \alpha - \cos \beta)$$

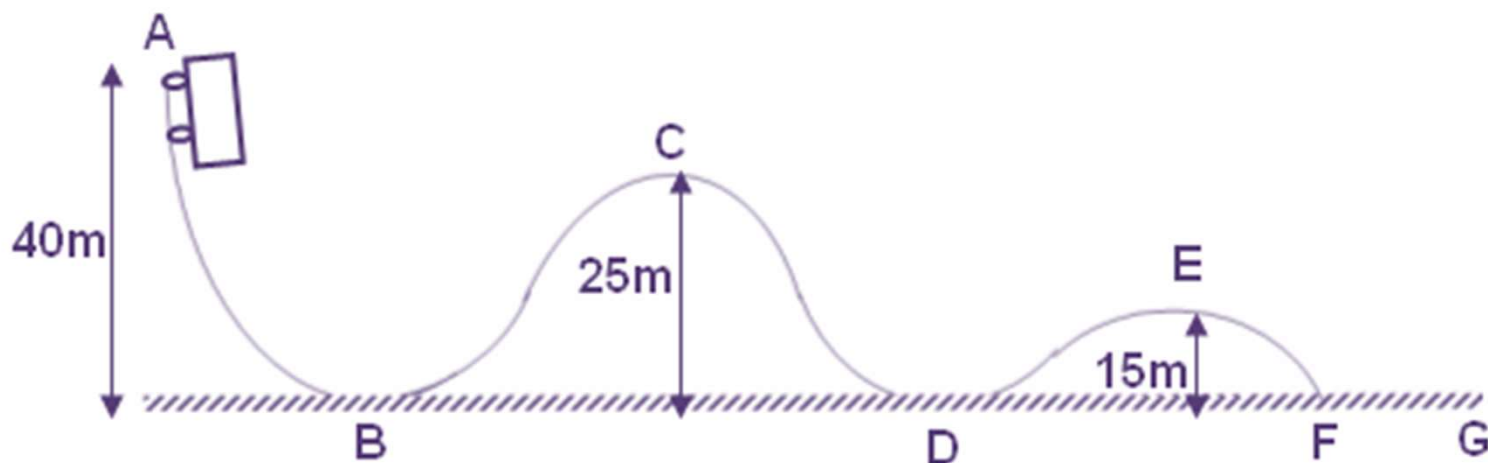
$$W_{f_k} = \Delta U_G = mgR(\cos \alpha - \cos \beta)$$

$$f_s = m \cdot g \cdot \sin \beta$$

ה. בתרשים

תרגיל 9: עקרון שימור האנרגיה בצורתו הכללית

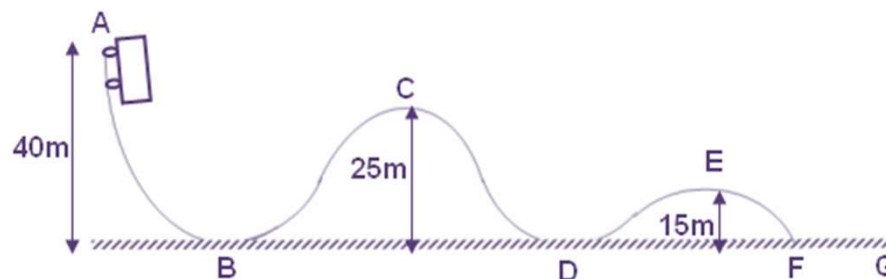
רכבת הרים נעה במסלול חסר חיכוך. מהירותה בנקודה A היא 5m/sec .



- מהי מהירות הרכבת בנקודות B, C, E?
- מצאו, מתוך שיקולי אנרגיה, מהו המרחק FG, אם בנקודה F מפעילה הרכבת את בלמיה, שיוצרים מקדם חיכוך של 0.5 ושגורמים לעצירת הרכבת בנקודה G.
- כמה אנרגיה הפכה לחום? הסבירו.

פתרון תרגיל 9- עקרון שימור האנרגיה בצורתו הכללית

א.



$$E_A = E_B$$

$$E_{k_A} + U_{G_A} = E_{k_B}$$

$$\frac{m \cdot v_A^2}{2} + mgh_A = \frac{m \cdot v_B^2}{2}$$

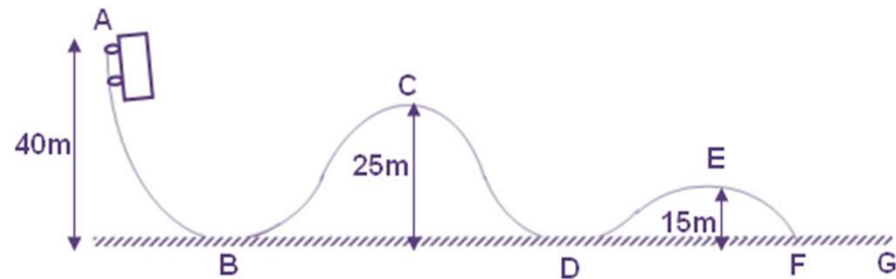
$$\frac{m \cdot 5^2}{2} + m \cdot g \cdot 40 = \frac{m \cdot v_B^2}{2}$$

$$v_B = v_D = v_F = \sqrt{825} = 28.72 \frac{m}{sec}$$

נשים לב שמהירות זו זהה למהירות בנקודת D, F !!!

פתרון תרגיל 9- עקרון שימור האנרגיה בצורתו הכללית

א. המשך



$$E_A = E_E$$

$$E_{k_A} + U_{G_A} = E_{k_E} + U_{G_E}$$

$$\frac{m \cdot v_A^2}{2} + mgh_A = \frac{m \cdot v_E^2}{2} + mgh_E$$

$$\frac{m \cdot 5^2}{2} + m \cdot g \cdot 40 = \frac{m \cdot v_E^2}{2} + m \cdot g \cdot 15$$

$$v_E = \sqrt{262.5} = 16.2 \frac{m}{sec}$$

$$E_A = E_C$$

$$E_{k_A} + U_{G_A} = E_{k_C} + U_{G_C}$$

$$\frac{m \cdot v_A^2}{2} + mgh_A = \frac{m \cdot v_C^2}{2} + mgh_C$$

$$\frac{m \cdot 5^2}{2} + m \cdot g \cdot 40 = \frac{m \cdot v_C^2}{2} + m \cdot g \cdot 25$$

$$v_C = \sqrt{325} = 18.02 \frac{m}{sec}$$

פתרון תרגיל 9- המשך

ב. מצאו, מתוך שיקולי אנרגיה, מהו המרחק FG, אם בנקודה F מפעילה הרכבת את בלמיה, שיוצרים מקדם חיכוך של 0.5 ושגורמים לעצירת הרכבת בנקודה G.

$$W_{f_k} = \Delta E$$

$$W_{f_k} = \frac{M \cdot v_G^2}{2} - \frac{M \cdot v_F^2}{2} = \frac{M \cdot 0^2}{2} - \frac{M \cdot 28.72^2}{2} = -412.42 \cdot M$$

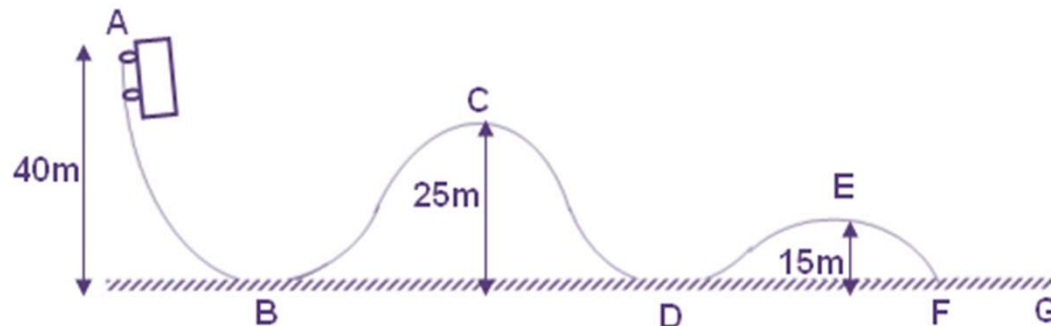
$$W_{f_k} = |f_k| \cdot |\Delta x| \cdot \cos \alpha = |N \cdot \mu_K| \cdot |\Delta x| \cdot \cos \alpha$$

$$W_{f_k} = M \cdot 10 \cdot 0.5 \cdot x \cdot \cos 180^\circ = -5 \cdot M \cdot x = -412.42M$$

$$x = 82.48m$$

ג. כמה אנרגיה הפכה לחום? הסבירו.

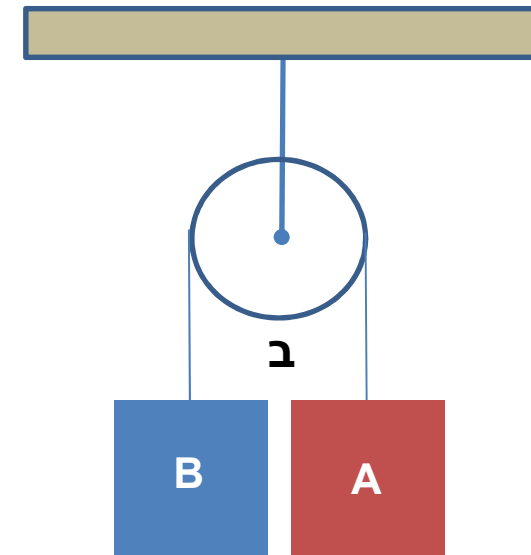
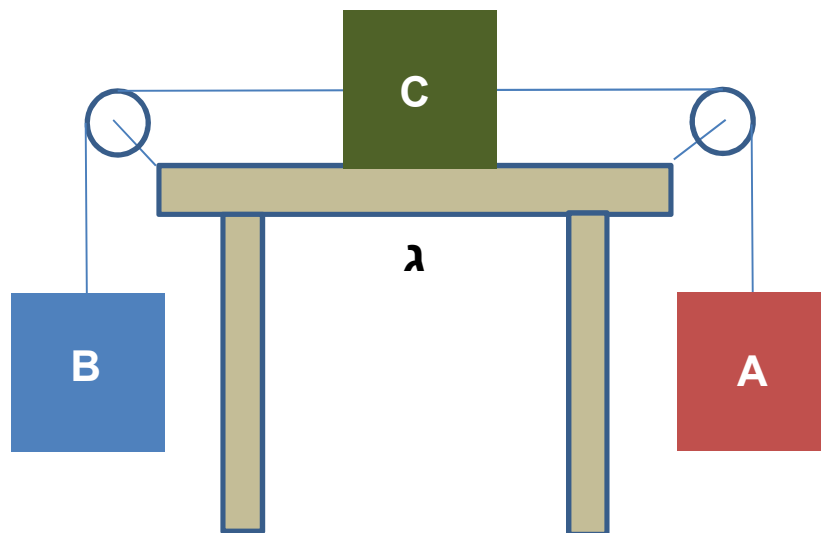
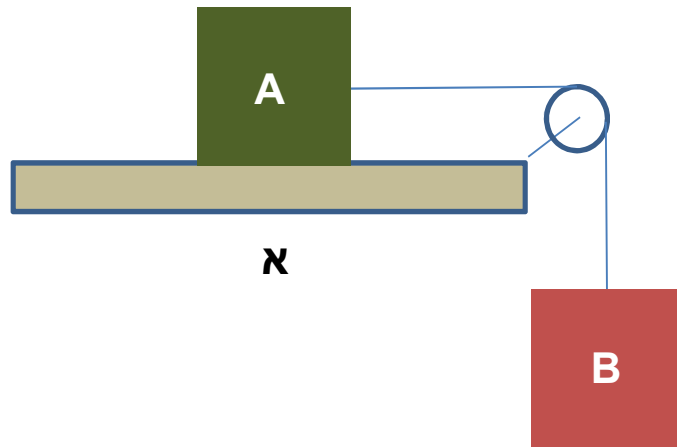
$$Q = -W_{f_k} = 412.42m$$



תרגיל 10 – שימור אנרגיה

מצאו בעזרת שיקולי אנרגיה, את המהירות של המסות בכל אחד מהמקרים הבאים לאחר שהמערכת נעה ממנוחה מרחק של 1m . הזניחו את כל כוחות החיכוך.

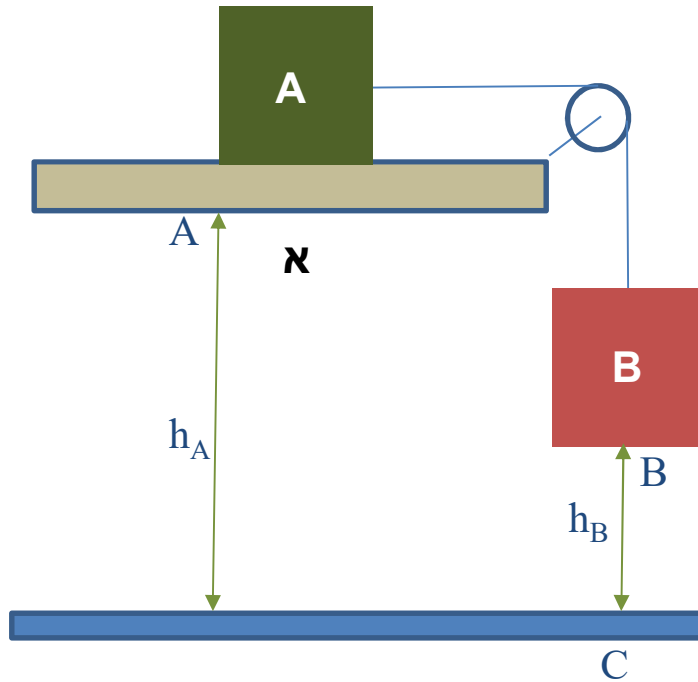
נתונים: $m_A=8\text{kg}$, $m_B=12\text{kg}$, $m_C=4\text{kg}$



פתרון תרגיל 10 – שימור אנרגיה

א. נתונים: $m_A=8\text{kg}$, $m_B=12\text{kg}$, $m_C=4\text{kg}$

נבחר את מישור הייחוס בגובה אליו תגיע המסה B לאחר שתנוע 1m.



$$E_0 = E_T$$

$$U_{G_A} + U_{G_B} = E_{k_A} + E_{k_B} + U_{G_A}$$

$$m_A \cdot g \cdot h_A + m_B \cdot g \cdot h_B = \frac{m_A \cdot v_A^2}{2} + \frac{m_B \cdot v_B^2}{2} + m_A \cdot g \cdot h_A$$

$$mgh_B = \frac{m \cdot v_A^2}{2} + \frac{m \cdot v_B^2}{2}$$

$$12 \cdot g \cdot 1 = \frac{8 \cdot v_A^2}{2} + \frac{12 \cdot v_B^2}{2} \quad v_A = v_B = v$$

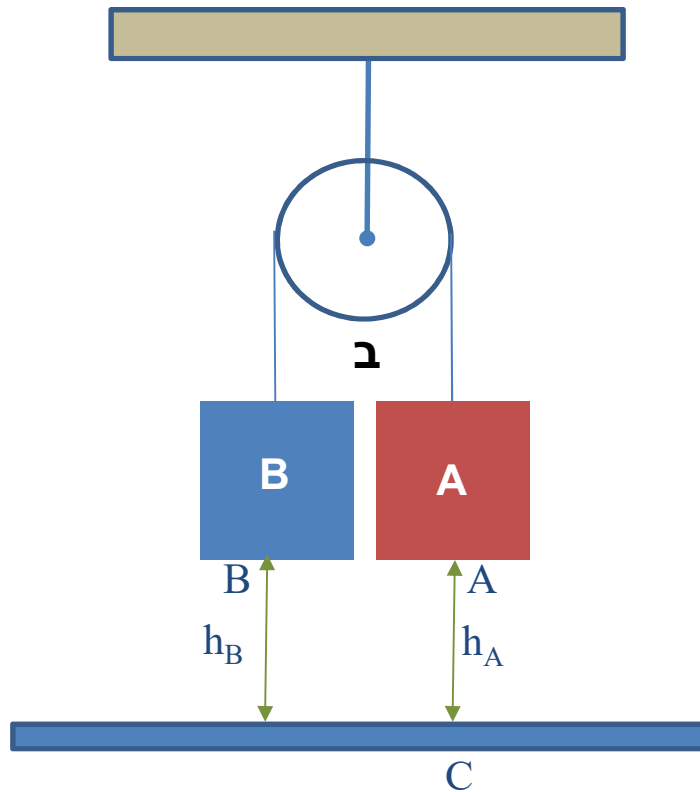
$$120 = 10v^2$$

$$v = 3.464 \frac{m}{\text{sec}}$$

המשך פתרון תרגיל 10 – שימור אנרגיה

ב. נתונים: $m_A=8\text{kg}$, $m_B=12\text{kg}$, $m_C=4\text{kg}$

נבחר את מישור הייחוס בגובה אליו תגיע המסה B לאחר שתנוע 1m (מכיוון שמסה B גדולה יותר, המערכת תנועה לכיוונה).



$$E_0 = E_T$$

$$U_{G_A} + U_{G_B} = E_{k_A} + E_{k_B} + U_{G_A}$$

$$m_A \cdot g \cdot h_A + m_B \cdot g \cdot h_B = \frac{m_A \cdot v_A^2}{2} + \frac{m_B \cdot v_B^2}{2} + m_A \cdot g \cdot h'_A$$

$$8 \cdot g \cdot 1 + 12 \cdot g \cdot 1 = \frac{8 \cdot v_A^2}{2} + \frac{12 \cdot v_B^2}{2} + 8 \cdot g \cdot 2$$

$$v_A = v_B = v$$

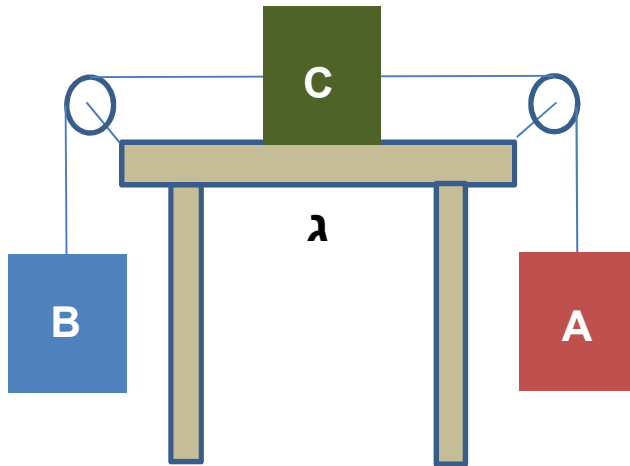
$$40 = 10v^2$$

$$v = 4 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

המשך פתרון תרגיל 10 – שימור אנרגיה

ג. נתונים: $m_A=8\text{kg}$, $m_B=12\text{kg}$, $m_C=4\text{kg}$

נבחר את מישור הייחוס בגובה אליו תגיע המסה B לאחר שתנוע 1m (מכיוון שמסה B גדולה יותר, המערכת תנועה לכיוונה).



$$E_0 = E_T$$

$$U_{G_A} + U_{G_B} = E_{k_A} + E_{k_B} + E_{k_C} + U_{G_A}$$

$$m_A \cdot g \cdot h_A + m_B \cdot g \cdot h_B = \frac{m_A \cdot v_A^2}{2} + \frac{m_B \cdot v_B^2}{2} + \frac{m_C \cdot v_C^2}{2} + m_A \cdot g \cdot h'_A$$

$$8 \cdot g \cdot 1 + 12 \cdot g \cdot 1 = \frac{8 \cdot v_A^2}{2} + \frac{12 \cdot v_B^2}{2} + \frac{4 \cdot v_C^2}{2} + 8 \cdot g \cdot 2$$

$$v_A = v_B = v_C = v$$

$$40 = 12v^2$$

$$v = 1.825 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

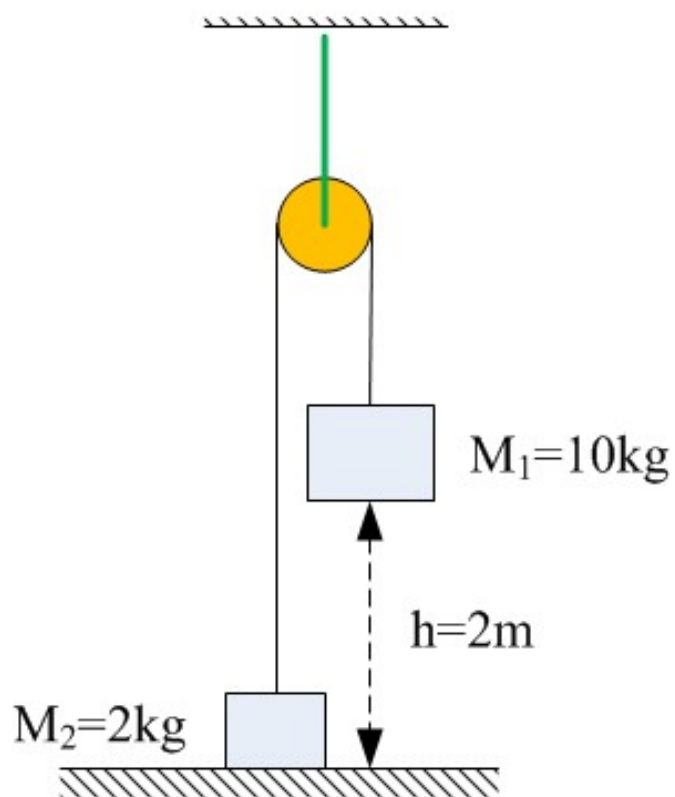
המערכת שבתרשים משוחררת ממנוחה. הזניחו את החיכוך עם אוויר.

1. בהזנחת החיכוך שבין הגלגלת לחוט, מה תהיה מהירות הגופים רגע לפני הפגיעה בקרקע? פתרו בצורה כללית (פרמטרית) מה המסקנה הפיזיקלית מפתרון זה?

2. פתרו את סעיף 1 באופן מספרי.

3. כאשר לא מזניחים את כוח החיכוך שבין הגלגלת לחוט, מהירות הגופים היא 4.5 מ/ש. מהו גודלו הממוצע של כוח החיכוך?

4. מדוע מתקיים חוק שימור האנרגיה, גם כאשר המהירות הסופית של הגופים בסוף התהליך קטנה יותר מאשר בתחילתו?



1. בהזנחת החיכוך שבין הגלגלת לחוט, מה תהיה מהירות הגופים רגע לפני הפגיעה בקרקע?
פתרו בצורה כללית (פרמטרית) מה המסקנה הפיזיקלית מפתרון זה?

- ▶ בשלב הראשון (תרשים קטן, נסמן כמצב A) יש למערכת אנרגיה פוטנציאלית בלבד (M_1).
- ▶ בשלב השני (תרשים גדול, מצב B) שני הגופים בתנועה, ולכן יש למערכת אנרגיה קינטית.
- ▶ בנוסף, הגוף M_2 מתרומם לגובה של 2 מטרים, ולכן יש למערכת גם אנרגיה פוטנציאלית.
- ▶ ניישם את חוק שימור האנרגיה, ונקבל:

$$E_A = E_B$$

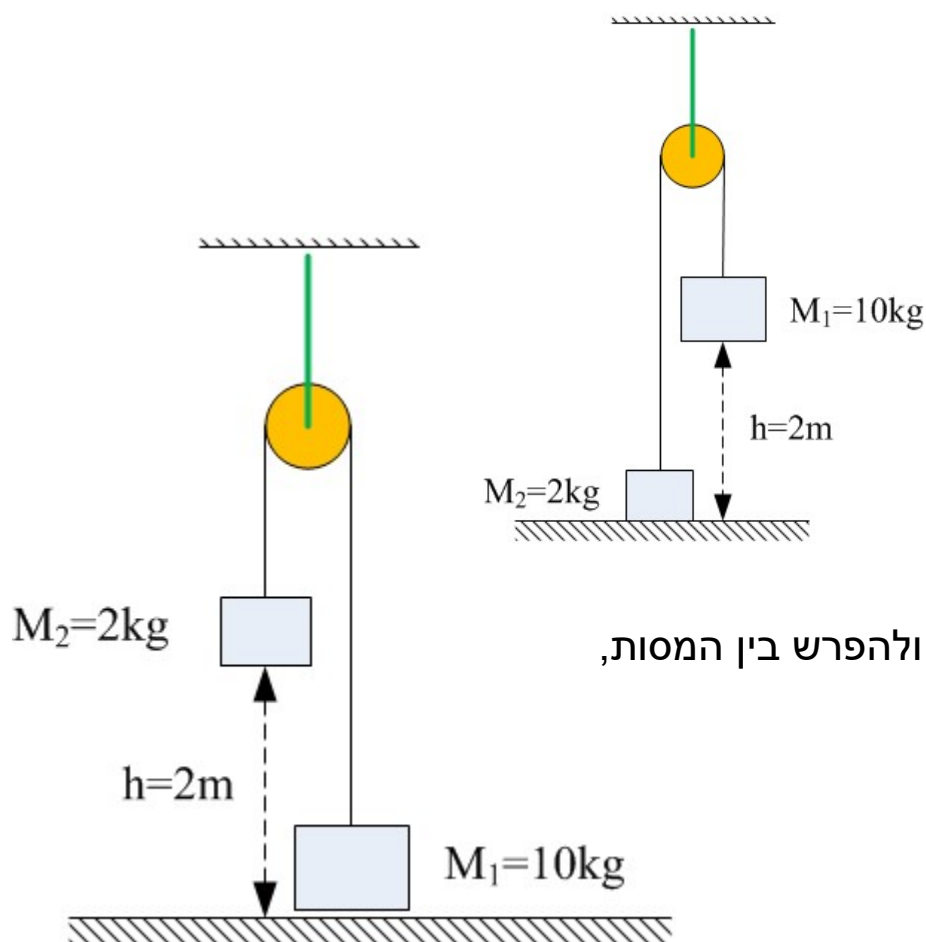
$$E_{K_A} + U_{G_A} = E_{K_B} + U_{G_B}$$

$$M_1gh = \frac{1}{2}M_1v^2 + \frac{1}{2}M_2v^2 + M_2gh$$

$$v^2(M_1 + M_2) = 2gh(M_1 - M_2)$$

$$v = \sqrt{2gh \frac{M_1 - M_2}{M_1 + M_2}}$$

- ▶ המסקנה: המהירות הסופית מצויה ביחס ישר לגובה ולהפרש בין המסות, וביחס הפוך לסכום המסות.



פתרון 11 המשך

2. פתרו את סעיף 1 באופן מספרי.

◀ נציב את הנתונים שלנו בפתרון הפרמטרי, ונקבל:

$$v = \sqrt{2gh \frac{M_1 - M_2}{M_1 + M_2}}$$

$$v = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 2 \frac{8}{12}} = 5.16 \text{ m / s}$$

3. כאשר לא מזניחים את כוח החיכוך שבין הגלגלת לחוט, מהירות הגופים היא 4.5 מ/ש. מהו גודלו הממוצע של כוח החיכוך?

◀ כעת יש להוסיף את עבודת החיכוך לחוק שימור האנרגיה:

$$E_A = E_B + W_f$$

$$M_1gh = \frac{1}{2}M_1v^2 + \frac{1}{2}M_2v^2 + M_2gh + W_f$$

$$10 \cdot 10 \cdot 2 = \frac{1}{2}10 \cdot 4.5^2 + \frac{1}{2}2 \cdot 4.5^2 + 2 \cdot 10 \cdot 2 + W_f$$

$$W_f = 38.5J$$

◀ כוח החיכוך נוצר במגע בין החבל לגלגלת, ולכן הוא פועל כל זמן שהחבל עובר דרך הגלגלת, בסך הכול 2 מטרים.

◀ נתעלם מכיוון הכוח, ונחשב רק את גודלו הממוצע, ונקבל:

$$W_f = f \Delta x$$

$$38.5 = f \cdot 2$$

$$f = 19.25N$$

4. מדוע מתקיים חוק שימור האנרגיה גם במצב זה, בו המהירות הסופית של הגופים קטנה יותר?

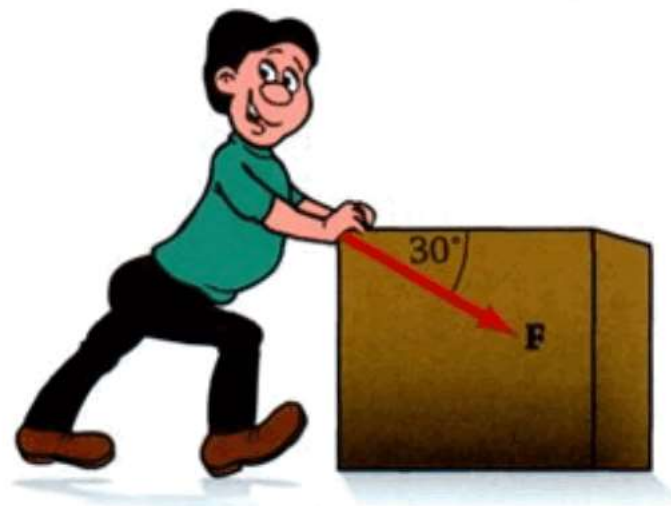
- ◀ כאשר מתחשבים בכוח (ובעבודת) החיכוך, מהירות הגופים קטנה יותר מאשר במקרה בו מזניחים אותו.
- ◀ הסיבה לכך היא העובדה שעבודת החיכוך גורמת לעליית האנרגיה הפנימית של המערכת, ובמקרה זה התוצאה היא התחממות הגלגלת והחבל.
- ◀ כאשר לוקחים בחשבון גם את האנרגיה הזו, מתקבל שסך כל האנרגיה ההתחלתית של המערכת משתווה לסך כל האנרגיה הסופית, הכוללת גם את האנרגיה שעברה אל החבל והגלגלת וחיממה אותם.
- ◀ ובמקרה שלנו:

$$E_A = E_B + Q$$

$$U_{G_A} = E_{K_B} + U_{G_B} + Q$$

מכניקה ניוטונית, כרך ב' עמוד 112

52. אדם דוחף תיבה על משטח אופקי, בכוח F בזווית 30° מתחת לאופק, כמתואר באיור. מסת התיבה 40 kg והיא נעה במהירות קבועה. מקדם החיכוך בין התיבה למשטח הוא 0.3 .



א. חשבו את העבודה הנעשית על ידי הכוח F לאורך 5 m .
 ב. אילו האדם היה מושך את התיבה במהירות קבועה בזווית בת 30° מעל הכיוון האופקי, האם היתה נדרשת אותה עבודה (לאורך אותה דרך) כמו במקרה הקודם? נמקו תשובתכם מתוך שיקול דעת, ללא חישובים נוספים.

תרגילים מומלצים נוספים מהספר (כרך ב'):

◀ פרק ז' עמוד 112: תרגילים: 16, 30, 36