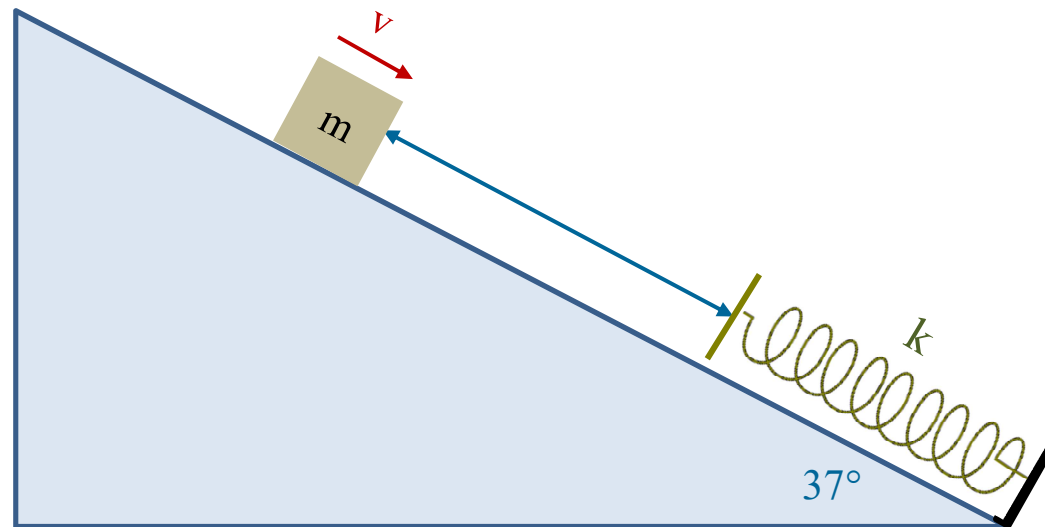


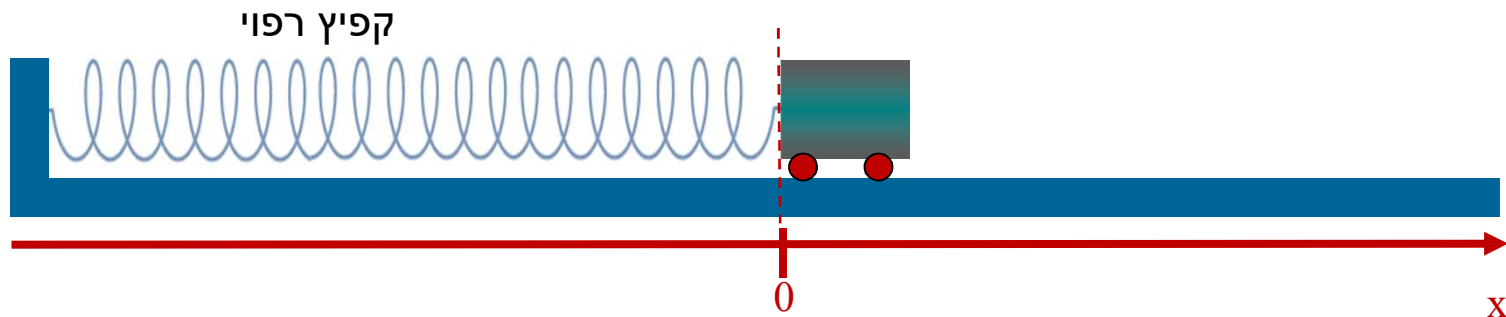
אנרגיה פוטנציאלית אלסטית הספק ונצילות



- ◀ הביטוי המתמטי לכוח האלסטי
- ◀ עבודת הכוח האלסטי
- ◀ הכוח האלסטי – כוח משמר
- ◀ אנרגיה פוטנציאלית אלסטית
- ◀ נוסחת עבודה-אנרגיה : קפיץ
- ◀ הגדרת הספק ונצילות

נדון במצב הבא:

קפיץ קשור בקצהו האחד לנקודה קבועה ובקצהו האחר לקרונית המונחת על מסילה אופקית וישרה.
נבחר ציר מקום שכיוונו החיובי ימינה וראשיתו בקצה הקפיץ הקשור לקרונית.
במצב זה הקרונית בשיווי משקל.

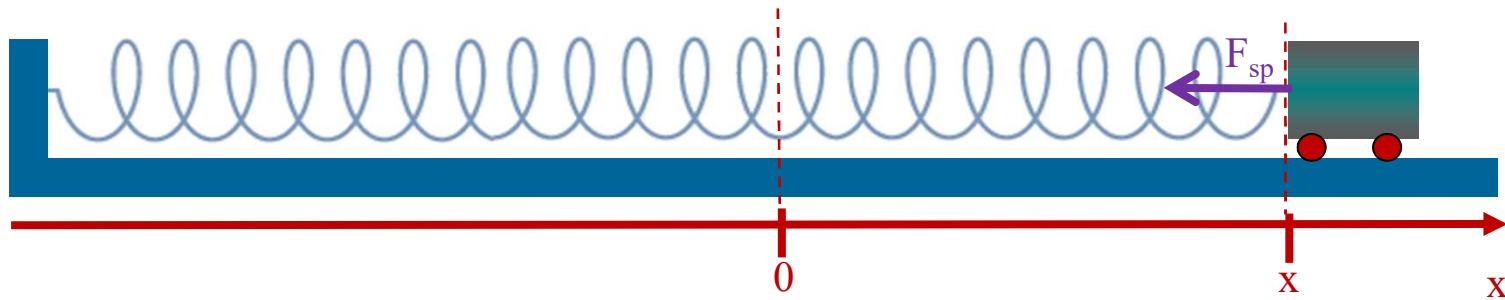


מסיטים את הקרונית מנקודת שיווי המשקל ומשחררים אותה ממנוחה – היא מתחילה לנוע.
מה הביטוי המתמטי לכוח האלסטי שהקפיץ מפעיל על הקרונית?

הביטוי המתמטי לכוח האלסטי

כשעסקנו בכוח האלסטי מצאנו שגודלו הוא $F=k \cdot \Delta l$, כאשר Δl מבטא את שיעור ההתארכות או הכיווץ של הקפיץ ביחס למצבו הרפוי.

כאשר הקרונית נמצאת מימין לנקודת שיווי המשקל הקפיץ מוארך.

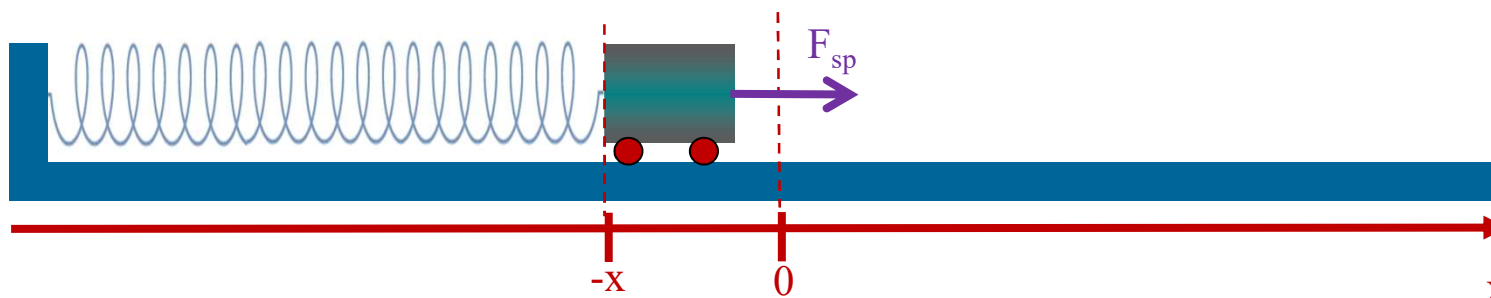


במצב כזה הכוח האלסטי פועל שמאלה לכן הוא שלילי ביחס לציר המקום הנבחר. כלומר הביטוי המתמטי לכוח האלסטי הוא:

$$F_{sp} = -k \cdot x$$

כאשר x מבטא את שיעור התארכות הקפיץ, כלומר- $x=\Delta l$.

כאשר הקרונית נמצאת משמאל לנקודת שיווי המשקל הקפיץ מכווץ .



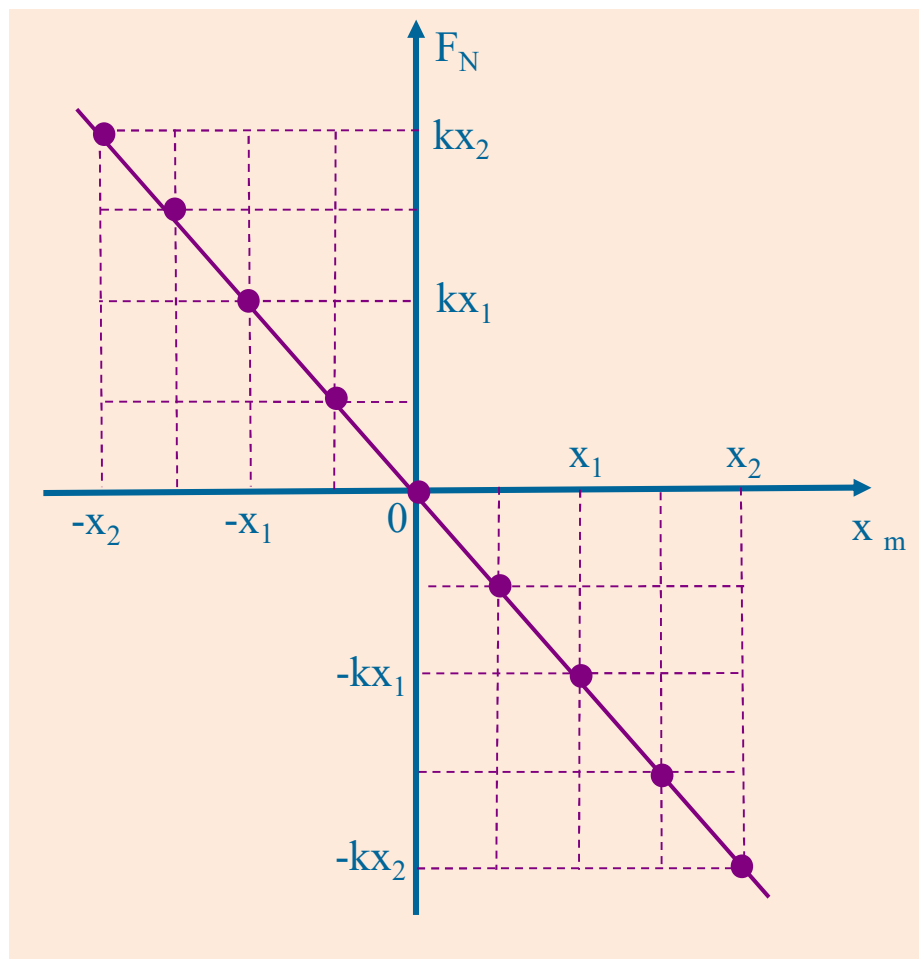
במצב כזה סימנו האלגברי של x שלילי, וסימנו של הביטוי לכוח האלסטי חיובי.
ואכן משמאל לנקודת שיווי המשקל הכוח האלסטי פועל ימינה בכיוון הציר.

משני מצבים אלו ניתן להסיק, שכאשר מאריכים או מכווצים קפיץ ביחס למצבו הרפוי, הקפיץ מפעיל תמיד כוח בכיוון נקודת שיווי המשקל. כוח כזה נקרא **כוח מחזיר**.
סימן המינוס בביטוי עבור הכוח כתלות במקום מציין שזהו כוח מחזיר.

$$F_{sp} = -k \cdot x$$

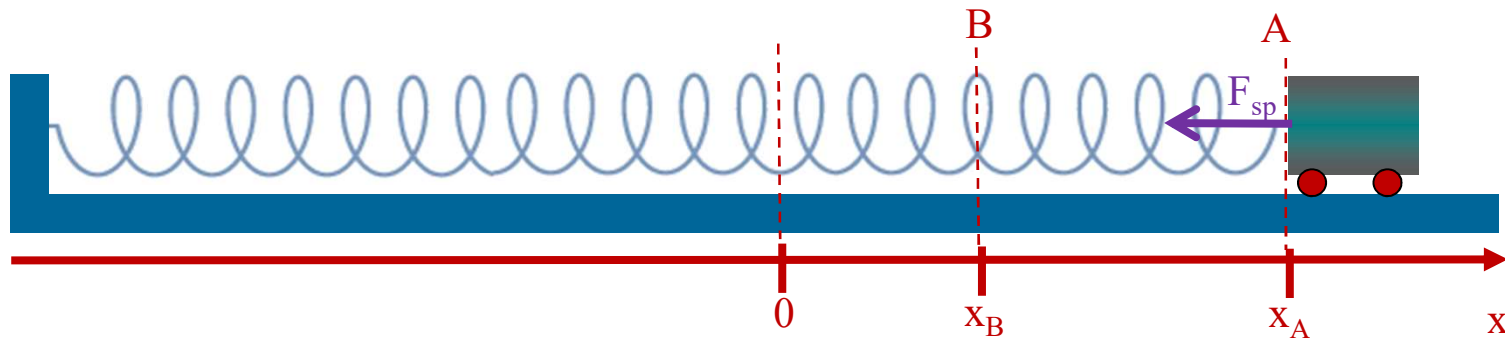
גרף הכוח האלסטי כתלות במקום

הגרף המתאר את הביטוי המתמטי לכוח האלסטי שמפעיל הקפיץ על הקרונית כפונקציה של מקום הקרונית הוא קו ישר ששיפועו שלילי.



האם הכוח האלסטי משמר?

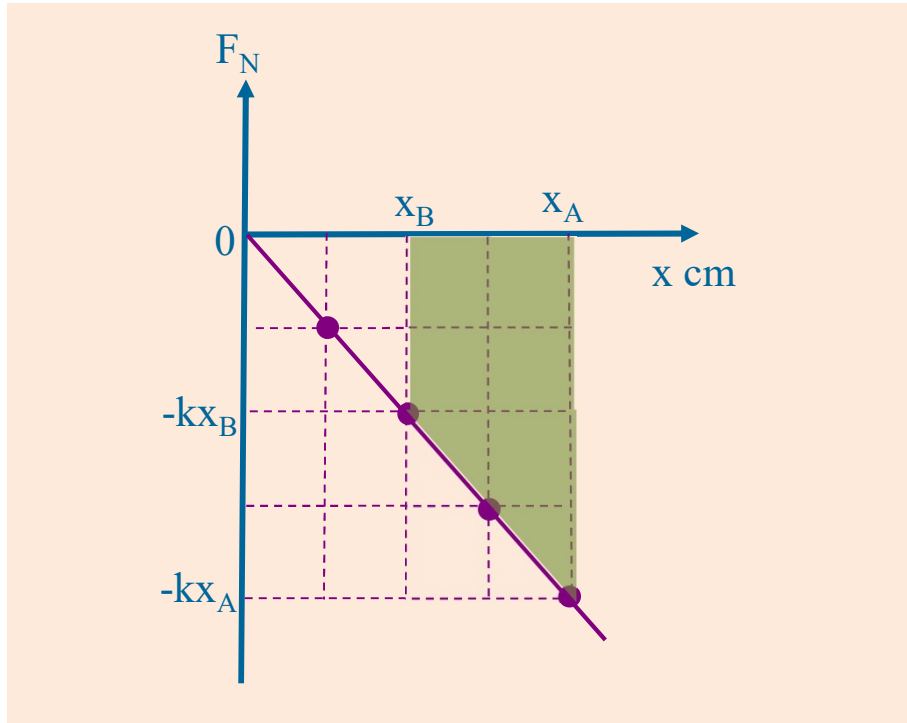
נניח שמסיטים את הקרונית מנקודת שיווי המשקל תוך כדי מתיחת הקפיץ.
נבחר בשתי נקודות A ו-B לאורך מסלול התנועה, ונסמן את שיעוריהן ב- x_A ו- x_B בהתאמה.
נחשב את עבודת הכוח האלסטי בתנועת הקרונית מ-A ל-B.



מאחר והכוח האלסטי אינו קבוע, נחשב את עבודתו באמצעות השטח התחום בין עקומת כוח-מקום לבין ציר המקום, כפי שלמדנו בעבר.

חישוב השטח מתחת לגרף

עבודת הכוח האלסטי מ- x_A ל- x_B שווה לשטח הטרפז המסומן בגרף.
נחשב את שטח הטרפז על פי מכפלת סכום הבסיסים במחצית הגובה:



$$W_{sp_{A \rightarrow B}} = \frac{(k \cdot x_A + k \cdot x_B)(x_A - x_B)}{2}$$

$$W_{sp_{A \rightarrow B}} = \frac{k \cdot x_A^2}{2} - \frac{k \cdot x_B^2}{2}$$

נשים לב שהסימן האלגברי של העבודה מתקבל חיובי, מכיוון שגם ההעתק וגם הכוח האלסטי- שניהם שליליים. הכוח פועל שמאלה, וכיוון תנועת הקרונית היא מ-A ל-B, בכיוון השלילי של ציר X.

אנרגיה פוטנציאלית אלסטית

כלומר, קיבלנו שהעבודה של הכוח האלסטי תלויה רק בנקודת ההתחלה ונקודת הסיום ולא בנקודות ביניים. מכאן נובע **שהכוח האלסטי הוא משמר**, לכן אפשר להתאים לו אנרגיה פוטנציאלית אלסטית,

כפי שעשינו עם כוח הכובד. ונסמן אותה ב- U_{sp} .

$$U_{sp} = \frac{k \cdot x^2}{2}$$

x – התארכות או התקצרות ביחס למצב הרפוי.

$$W_{sp A \rightarrow B} = \frac{k \cdot x_A^2}{2} - \frac{k \cdot x_B^2}{2} \quad \text{לכן,}$$

$$W_{sp A \rightarrow B} = U_{sp A} - U_{sp B} = -\Delta U_{sp}$$

כלומר, קיבלנו שהעבודה של הכוח האלסטי תלויה בהפרש הערכים של האנרגיה הפוטנציאלית האלסטית בנקודת ההתחלה והסיום, בדומה ל:

$$W_{mg A \rightarrow B} = U_{G A} - U_{G B} = -\Delta U_G$$

שימור אנרגיה מכנית במערכת קרונית-קפיץ

נבדוק בעזרת משפט עבודה-אנרגיה האם האנרגיה המכנית נשמרת במהלך תנועת הקרונית מ-A ל-B.
נתמקד במשטח חסר חיכוך.

$$W_{\Sigma F} = \Delta E_k$$

$$W_{sp_{A \rightarrow B}} + W_{mg} + W_N = \Delta E_k$$

$$W_{sp_{A \rightarrow B}} + 0 + 0 = \Delta E_k$$

$$\frac{k \cdot x_A^2}{2} - \frac{k \cdot x_B^2}{2} = E_{k_B} - E_{k_A}$$

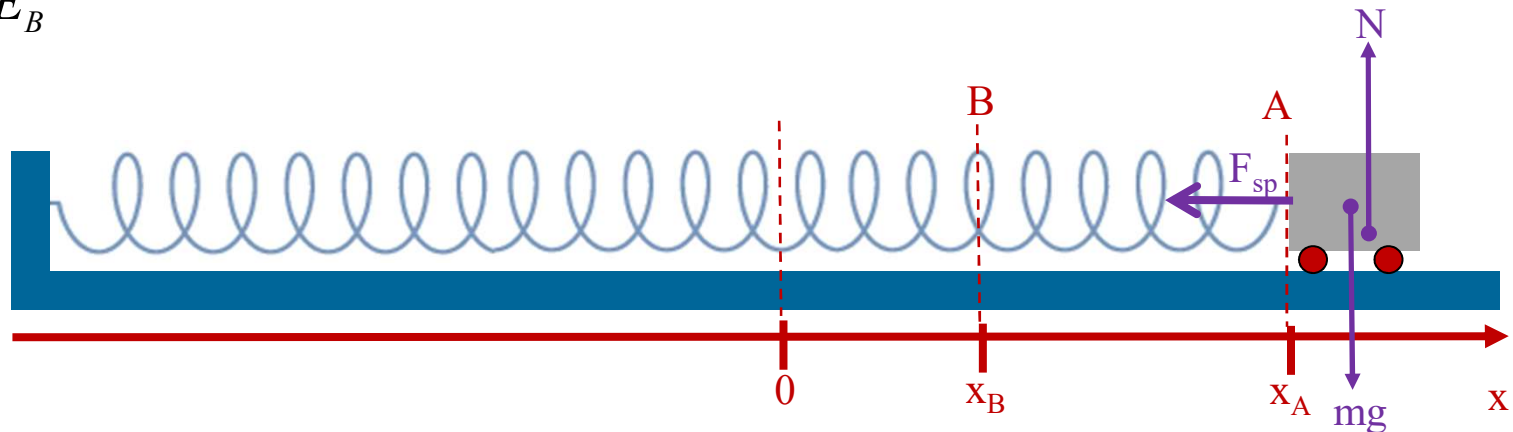
$$U_{sp_A} - U_{sp_B} = E_{k_B} - E_{k_A}$$

$$U_{sp_A} + E_{k_A} = U_{sp_B} + E_{k_B}$$

$$E_A = E_B$$

במקרה זה האנרגיה המכנית מתייחסת

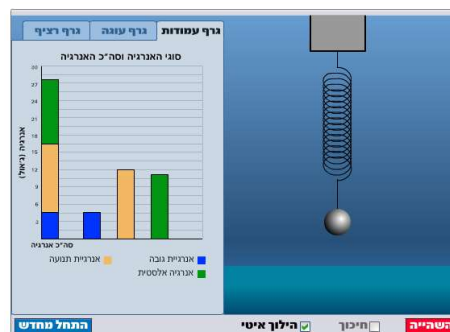
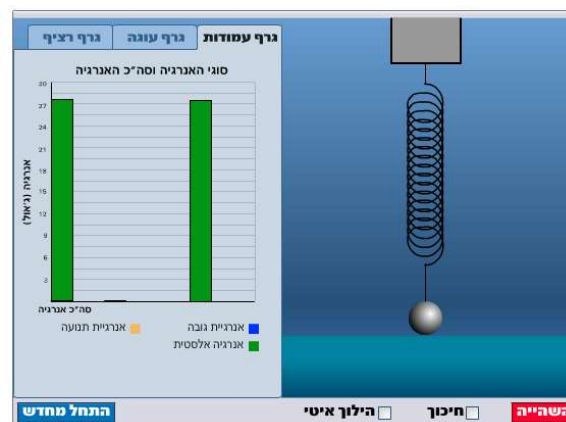
לאנרגיה הקינטית ולאנרגיה הפוטנציאלית האלסטית



סימולציה – שימור אנרגיה משקולת על קפיץ

ניתוח בכיתה: הדמיה של משקולת על קפיץ, המדגימה שימור אנרגיה והמרות אנרגיה בין אנרגיית גובה, אנרגיית תנועה ואנרגיה אלסטית.

<http://mybag.ebaghigh.cet.ac.il/Dashboard/Activity/ShowActivity.aspx?gltemID=0f1865d7-1bd3-4594-a8aa-3424e9036572&lang=1#TabIndex=0>



ניתוח: שימור אנרגיה משקולת על קפיץ

◀ על פי משפט עבודה – אנרגיה במהלך כל התנועה מתקיים:

$$W_{\Sigma F} = W_{sp} + W_{mg} = \Delta E_k$$

◀ כל הכוחות הפועלים במערכת הם משמרים, כלומר:

$$W_{mg} = -\Delta U_G$$

$$W_{sp} = -\Delta U_{sp}$$

◀ נציב במשפט עבודה-אנרגיה, ונקבל:

$$-\Delta U_G - \Delta U_{sp} = \Delta E_k$$

$$0 = \Delta E_k + \Delta U_G + \Delta U_{sp}$$

$$0 = (E_{k2} - E_{k1}) + (U_{G2} - U_{G1}) + (U_{sp2} - U_{sp1})$$

$$E_{k1} + U_{G1} + U_{sp1} = E_{k2} + U_{G2} + U_{sp2}$$

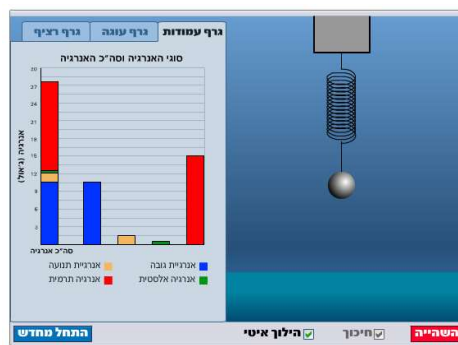
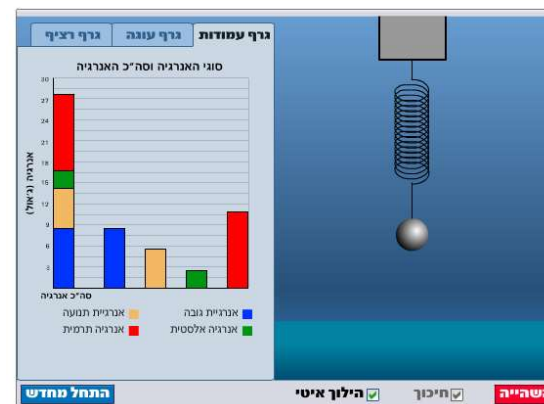
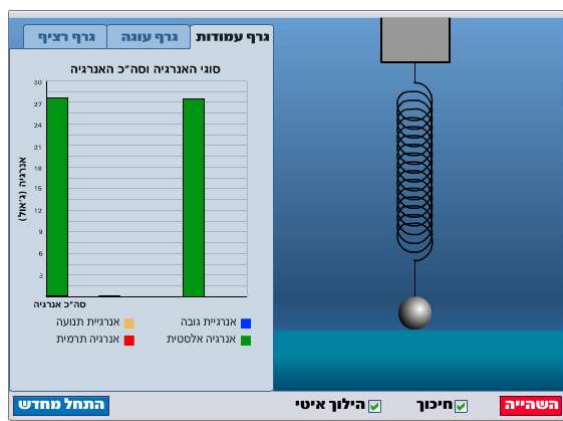
$$E_1 = E_2$$

המשמעות היא שהאנרגיה במערכת משקולת קפיץ היא קבועה, ושווה בכל נקודה במסלול תנועת הקפיץ.
מה שמשתנה זה הגודל היחסי של כל אחד מסוגי האנרגיה המשתתפים בתהליך.

סימולציה – משקולת על קפיץ עם חיכוך

ניתוח בכיתה: הדמיה של משקולת על קפיץ, המדגים את חוק שימור האנרגיה גם במקרה וישנו חיכוך במערכת.

<http://mybag.ebaghigh.cet.ac.il/Dashboard/Activity/ShowActivity.aspx?gltemID=0f1865d7-1bd3-4594-a8aa-3424e9036572&lang=1#TabIndex=0>



ניתוח: שימור אנרגיה משקולת על קפיץ עם חיכוך

◀ על פי משפט עבודה – אנרגיה במהלך כל התנועה מתקיים: $W_{\Sigma F} = W_f + W_{sp} + W_{mg} = \Delta E_k$

◀ במקרה זה הכוח החיצוני הפועל במערכת הוא כוח החיכוך ושאר הכוחות במערכת הם

משמרים, מכאן ש: $W_{mg} = -\Delta U_G$

$$W_{sp} = -\Delta U_{sp}$$

$$W_f - \Delta U_G - \Delta U_{sp} = \Delta E_k$$

$$W_f = \Delta E_k + \Delta U_G + \Delta U_{sp}$$

$$W_f = (E_{k2} - E_{k1}) + (U_{G2} - U_{G1}) + (U_{sp2} - U_{sp1})$$

$$W_f = (E_{k2} + U_{G2} + U_{sp2}) - (E_{k1} + U_{G1} + U_{sp1})$$

$$W_f = E_2 - E_1$$

$$W_f = (E_{k2} + U_{G2} + U_{sp2}) - (E_{k1} + U_{G1} + U_{sp1})$$

$$-Q = (E_{k2} + U_{G2} + U_{sp2}) - (E_{k1} + U_{G1} + U_{sp1})$$

$$E_{k1} + U_{G1} + U_{sp1} = E_{k2} + U_{G2} + U_{sp2} + Q$$

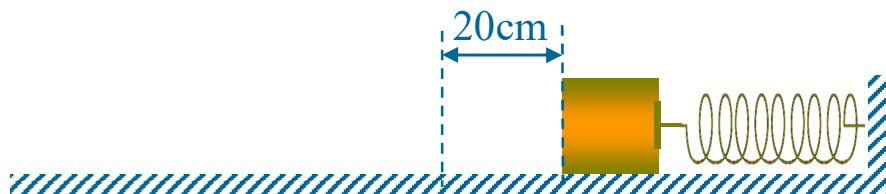
$$E_1 = E_2 + Q$$

◀ או בהצבת: $-W_f = Q$

בתאימות לתוצאה שקיבלנו עבור מצבים בהם אין אנרגיה אלסטית. מכאן, שזוהי תוצאה כללית הנכונה לכל סוגי האנרגיה הפוטנציאלית,

תרגיל דוגמה 1

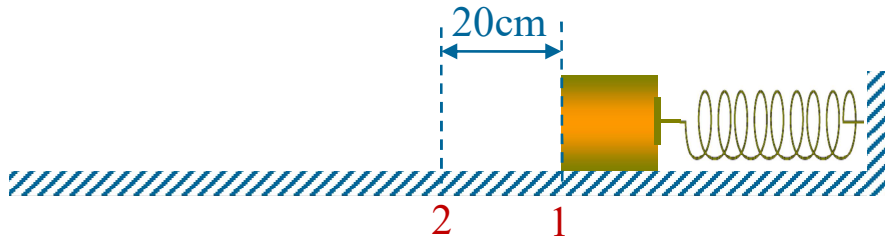
מסה של 3kg קשורה לקפיץ אופקי שקבוע הקפיץ שלו $K=20\text{N/m}$. המסה מונחת של משטח חלק. מכווצים את הקפיץ ימינה 20cm ומשחררים.



- א. מהי המהירות המכסימלית של המסה, והיכן היא?
- ב. מהו המרחק המכסימלי, משמאל לנקודת השחרור, אליו תגיע המסה?

פתרון תרגיל דוגמה 1

פתרון:



א. מאחר ורק כוחות משמרים עושים עליו עבודה, אזי האנרגיה המכנית הכוללת שווה בכל נקודות המסלול. מהירותו המרבית היא בנקודת שיווי המשקל בה האנרגיה המכנית היא קינטית בלבד.

$$E_2 = E_1$$

$$E_{k_2} + U_{sp_2} = E_{k_1} + U_{sp_1}$$

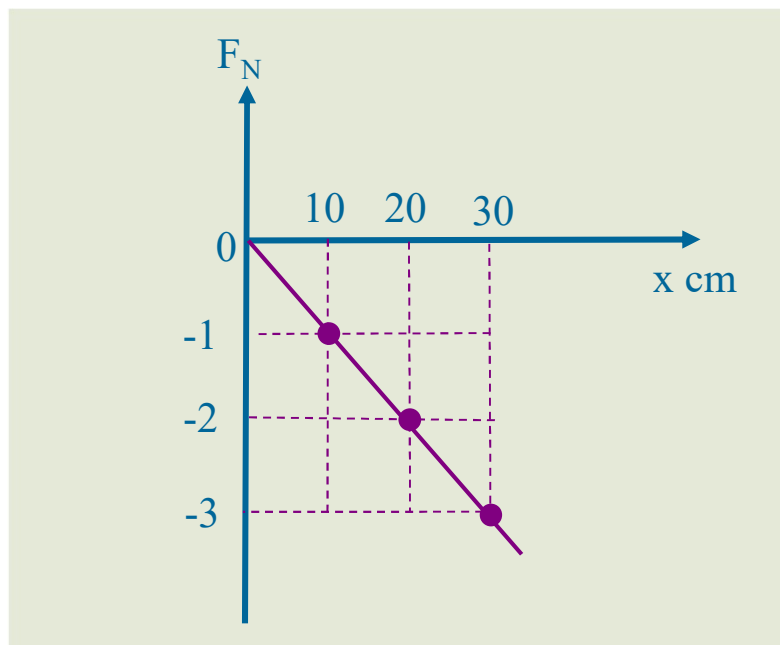
$$\frac{m \cdot v_2^2}{2} + \frac{k \cdot x_2^2}{2} = \frac{m \cdot v_1^2}{2} + \frac{k \cdot x_1^2}{2}$$

$$\frac{3 \cdot v_2^2}{2} + \frac{20 \cdot 0^2}{2} = \frac{3 \cdot 0^2}{2} + \frac{20 \cdot 0.2^2}{2}$$

$$v_2^2 = \frac{0.8}{3} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{0.8}{3}} = 0.516 \frac{m}{sec}$$

ב. משימור אנרגיה: 0.2m .

הגרף הבא מתאר את הכוח המופעל על ידי קפיץ, בתלות בהתארכותו (ביחס לאורכו הרפוי).



א. מצאו את הקבוע של הקפיץ.

ב. מצאו את השינוי באנרגיה האלסטית של הקפיץ, כאשר הוא נמתח ב-10cm ממצבו הרפוי.

ג. כמה עבודה בוצעה על ידי הכוח האלסטי בהגדלת התארכות הקפיץ מ-30cm ל-40cm?

א.

$$F_{sp} = -k \cdot x \Rightarrow -1 = -k \cdot 0.1 \Rightarrow k = 10 \frac{N}{m}$$

ב.

$$\Delta U_{sp} = U_{sp_B} - U_{sp_A}$$

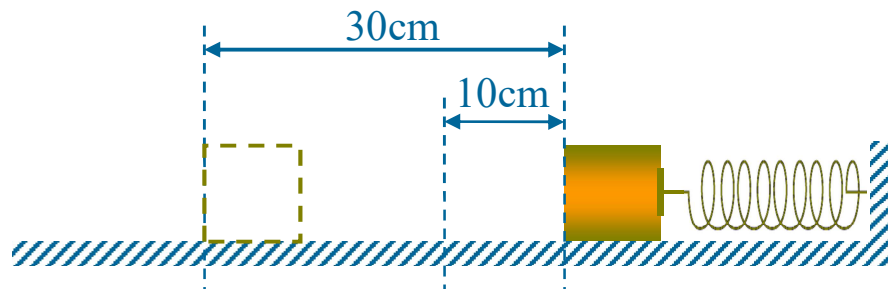
$$\Delta U_{sp} = \frac{k \cdot x_B^2}{2} - \frac{k \cdot x_A^2}{2} = \frac{10 \cdot 0.1^2}{2} - \frac{10 \cdot 0^2}{2} = 0.05 J$$

ג.

$$W_{sp_{A \rightarrow B}} = \frac{k \cdot x_A^2}{2} - \frac{k \cdot x_B^2}{2} = \frac{10 \cdot 0.3^2}{2} - \frac{10 \cdot 0.4^2}{2}$$

$$W_{sp_{A \rightarrow B}} = 0.45 - 0.8 = -0.35 J$$

כוח חיצוני F מצמיד גוף שמסתו 200gr בשיעור של 10cm לקפיץ שהיה בהתחלה רפוי. ברגע שמשחררים את הגוף (בהיותו במנוחה), הוא נע 30cm שמאלה, עד עצירתו. ידוע, שקבוע הכוח של הקפיץ הוא 40N/m .
**** שימו לב: יש חיכוך עם המשטח רק משמאל לנקודת שיווי המשקל.**



- מהי עבודת הכוח החיצוני F בהצמדת הגוף לקפיץ מהמצב בו הקפיץ רפוי עד לכיווצו ב- 10cm ?
- כמה אנרגיה פוטנציאלית אלסטית אגורה בקפיץ?
- מצאו את מקדם החיכוך הקינטי שבין הגוף לבין המשטח.
- אם הכיווץ היה גדל פי 2, כיצד היה משתנה המרחק שהגוף עבר?

פתרון תרגיל דוגמה 3

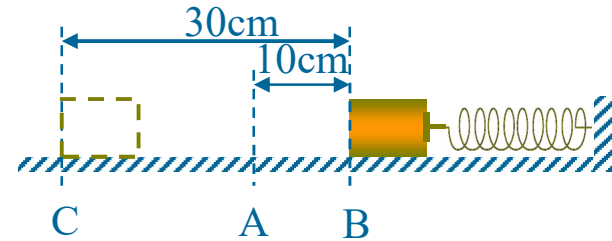
א.

$$W_{\Sigma F} = W_F + W_{sp} + W_{mg} + W_N = \Delta E_k$$

$$W_F + W_{sp} + 0 + 0 = 0$$

$$W_{sp} = -W_F$$

$$W_{spA \rightarrow B} = \frac{k \cdot x_A^2}{2} - \frac{k \cdot x_B^2}{2} = \frac{40 \cdot 0^2}{2} - \frac{40 \cdot 0.1^2}{2} = -0.2J$$



ב.

$$U_{sp} = \frac{k \cdot x^2}{2} = \frac{40 \cdot 0.1^2}{2} = 0.2J$$

ג.

$$W_{f_k} = E_C - E_B = 0 - 0.2 = -0.2J$$

$$W_{f_k} = |f_k| \cdot |\Delta x| \cdot \cos 180^\circ = |mg\mu_k| \cdot |\Delta x| \cdot (-1)$$

$$-0.2 = 0.2 \cdot g \cdot \mu_k \cdot 0.2 \cdot (-1)$$

$$\mu_k = 0.5$$

תרגיל קפיץ 4

על משטח אופקי חסר חיכוך מונח גוף שמסתו $m=2\text{kg}$, המחובר לקפיץ. מותחים את המערכת קפיץ – מסה למרחק x ממצב שיווי המשקל ומשחררים אותה לאחר מכן. הגרף שלפניך מתאר את האנרגיה הפוטנציאלית של הקפיץ כפונקציה של העתקו ממצב שיווי המשקל.

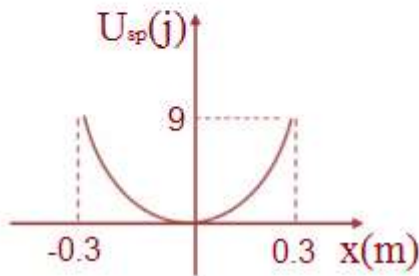


א. חשבו את קבוע הכוח של הקפיץ.

ב. מה גודל מהירות המסה :

(1) בחלפה דרך נקודת שיווי המשקל?

(2) כשהקפיץ מכווץ ב- 0.1m ?



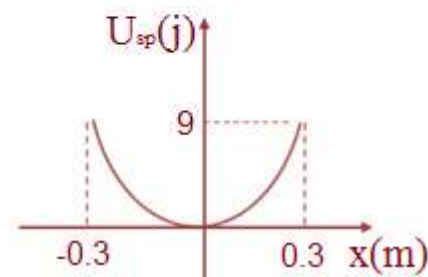
ג. בכמה מתוח (או מכווץ) הקפיץ, כאשר האנרגיה הפוטנציאלית

האלסטית שלו שווה לאנרגיה הקינטית?

פתרון תרגיל דוגמה 4

א.

$$U_{sp} = \frac{k \cdot x^2}{2} \Rightarrow 9 = \frac{k \cdot 0.3^2}{2} \Rightarrow k = 200 \frac{N}{m}$$



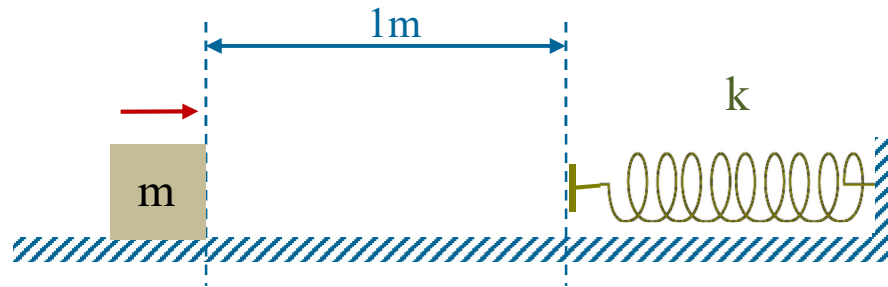
ב. בחלפה דרך נקודת שיווי המשקל האנרגיה היא קינטית בלבד, לכן:

$$E_k = \frac{m \cdot v^2}{2} \Rightarrow 9 = \frac{2 \cdot v^2}{2} \Rightarrow v = 3 \frac{m}{sec}$$

ג. כאשר האנרגיה הפוטנציאלית האלסטית שווה לאנרגיה הקינטית אזי כל אחת מהן שווה ל- 4.5j .

$$U_{sp} = \frac{k \cdot x^2}{2} \Rightarrow 4.5 = \frac{200 \cdot x^2}{2} \Rightarrow x = 0.21m$$

מסה של $m=2 \text{ kg}$ מקבלת מהירות של $v=4 \text{ m/sec}$ במרחק של 1m מקפיץ שקבוע הקפיץ שלו 40 N/m .

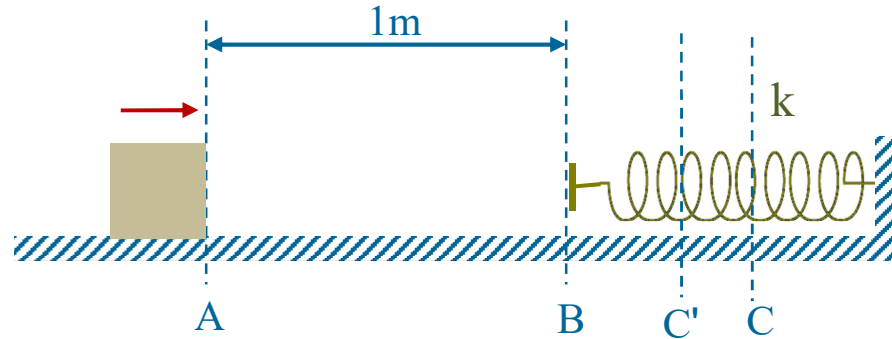


א. מהו מקסימום התכווצות הקפיץ אם המשטח חלק?

ב. מהו מקסימום התכווצות הקפיץ אם $\mu_k=0.1$?

פתרון תרגיל דוגמה 5

א.



C – כיווץ מרבי ללא חיכוך

$$E_C = E_A$$

$$E_{k_C} + U_{sp_C} = E_{k_A} + U_{sp_A}$$

$$\frac{m \cdot v_C^2}{2} + \frac{k \cdot x_C^2}{2} = \frac{m \cdot v_A^2}{2} + \frac{k \cdot x_A^2}{2}$$

$$\frac{2 \cdot 0^2}{2} + \frac{40 \cdot x_C^2}{2} = \frac{2 \cdot 4^2}{2} + \frac{20 \cdot 0^2}{2}$$

$$x_C^2 = \frac{40}{32} \Rightarrow x_C = \sqrt{\frac{40}{32}} = 1.118m$$

ב. C' – כיווץ מרבי עם חיכוך

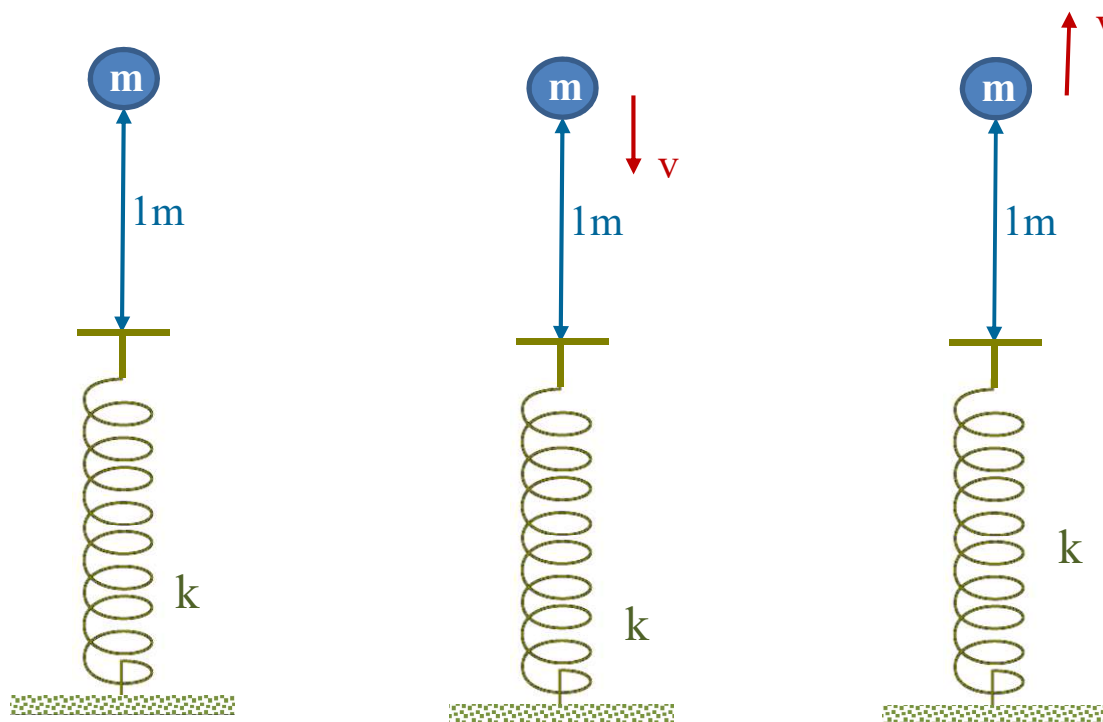
$$W_{f_k} = E_{C'} - E_A$$

$$W_{f_k} = |f_k| \cdot |\Delta x| \cdot \cos 180^\circ = |mg\mu_k| \cdot |\Delta x| \cdot (-1) = \frac{k \cdot x_{C'}^2}{2} - \frac{m \cdot v^2}{2}$$

$$W_{f_k} = |2 \cdot g \cdot 0.1| \cdot |1 + x_{C'}| \cdot (-1) = \frac{40 \cdot x_{C'}^2}{2} - \frac{2 \cdot 4^2}{2}$$

$$x_{C'} = 0.788m$$

גוף שמסתו 1 kg נמצא 1 m מקפיץ חסר מסה שקבוע הקפיץ הוא 50 N/m . מהו מקסימום התכווצות הקפיץ בכל אחד מהתנאים הבאים:



א. המסה משוחררת ממנוחה.

ב. המסה מקבלת מהירות של 1 m/sec כלפי מטה.

ג. המסה מקבלת מהירות של 1 m/sec כלפי מעלה.

פתרון תרגיל דוגמה 6

.א

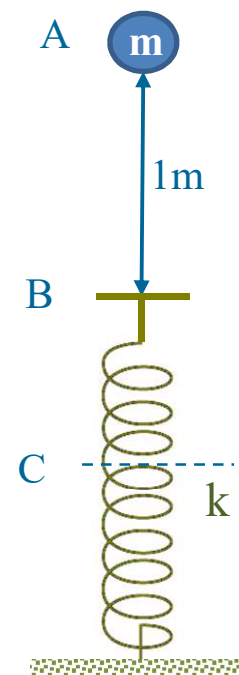
$$E_C = E_A$$

$$U_{spC} = U_{GA}$$

$$\frac{k \cdot x_C^2}{2} = mg(1 + x_C)$$

$$\frac{50 \cdot x_C^2}{2} = 1 \cdot 10 \cdot (1 + x_C)$$

$$x_c = 0.863m$$



המשך פתרון תרגיל דוגמה 6

◀ ב+ג.

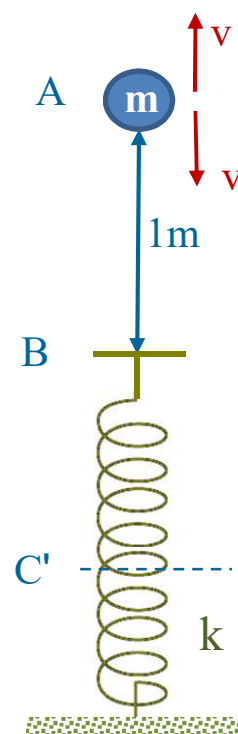
$$E_{C'} = E_A$$

$$U_{sp_{C'}} = E_{k_A} + U_{G_A}$$

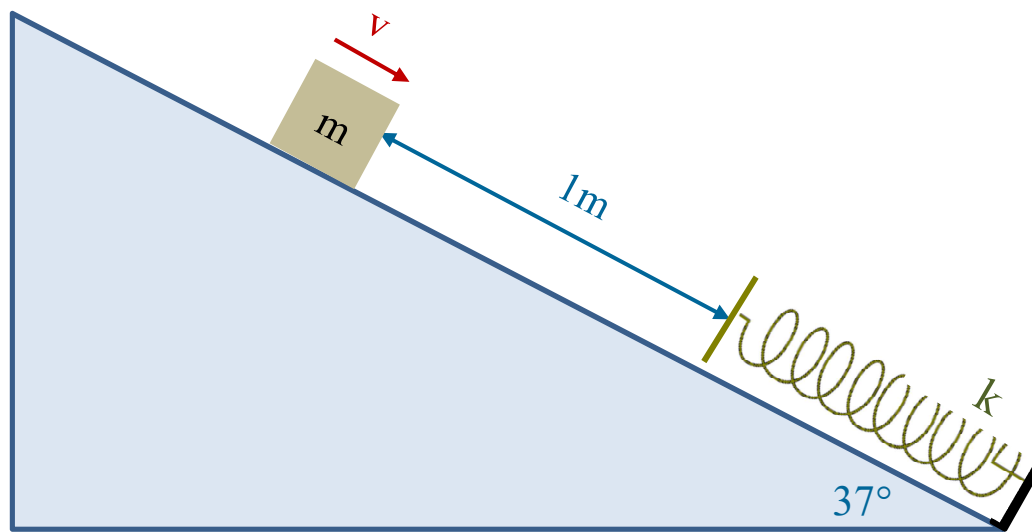
$$\frac{k \cdot x_{C'}^2}{2} = \frac{m \cdot v^2}{2} + mg(1 + x_{C'})$$

$$\frac{50 \cdot x_{C'}^2}{2} = \frac{1 \cdot 1^2}{2} + 1 \cdot 10 \cdot (1 + x_{C'})$$

$$x_{C'} = 0.878m$$



מסה של $M=2\text{ kg}$ מקבלת מהירות של $v=4\text{ m/sec}$ במרחק של 1 m מקפיץ, שקבוע הקפיץ שלו 40 N/m .



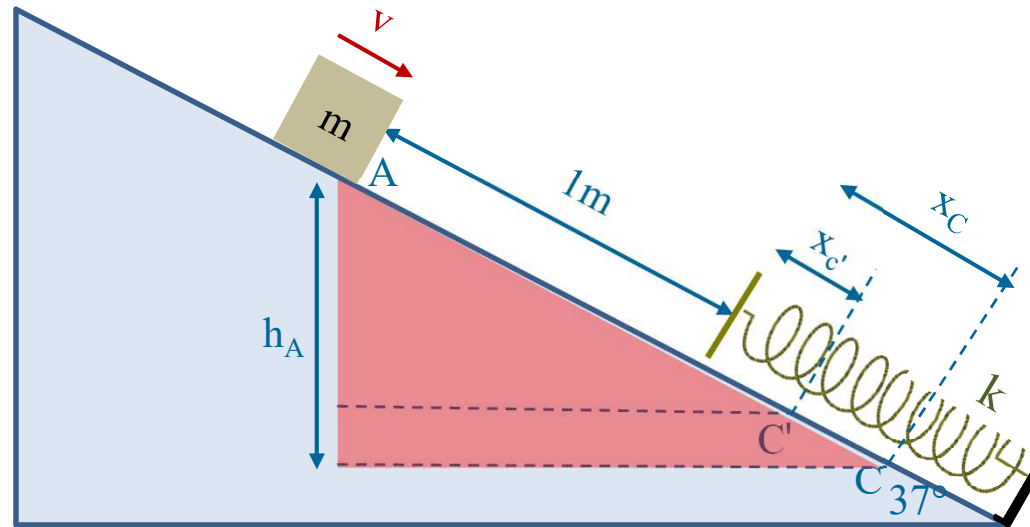
א. מהו מקסימום התכווצות הקפיץ אם המשטח חלק?

ב. מהו מקסימום התכווצות הקפיץ אם $\mu_k=0.1$?

ג. כמה אנרגיה הפכה לחום? הסבירו.

פתרון תרגיל דוגמה 7

.א



$$E_C = E_A$$

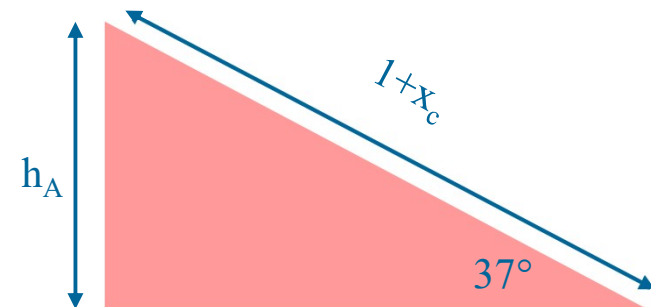
$$U_{spC} = U_{GA} + E_{kA}$$

$$\frac{k \cdot x_C^2}{2} = mgh_A + \frac{m \cdot v_A^2}{2}$$

$$\frac{k \cdot x_C^2}{2} = mg(1 + x_C) \cdot \sin \alpha + \frac{m \cdot v_A^2}{2}$$

$$\frac{40 \cdot x_C^2}{2} = 2 \cdot 10 \cdot (1 + x_C) \cdot \sin 37^\circ + \frac{2 \cdot 4^2}{2}$$

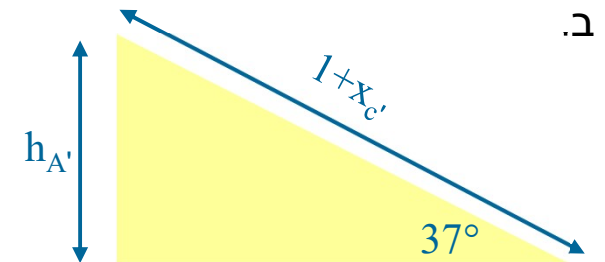
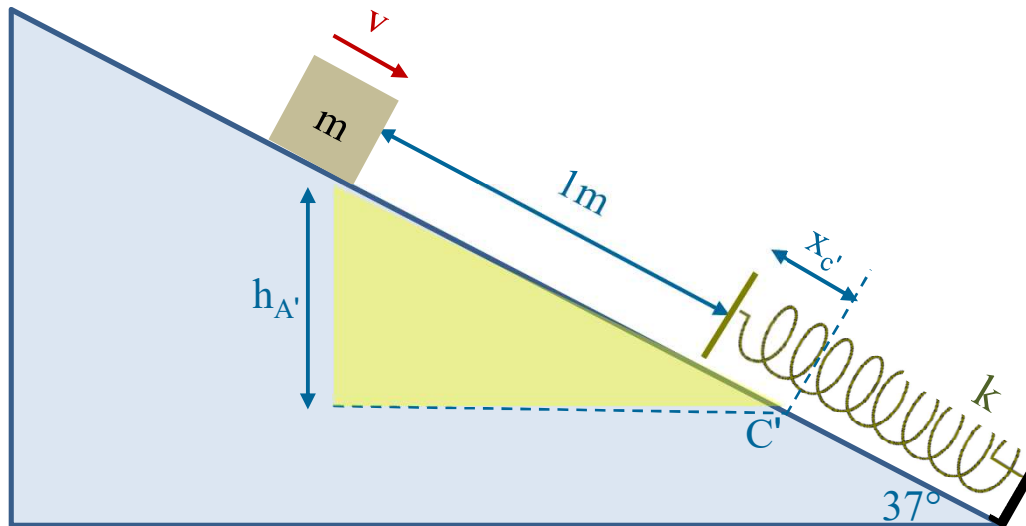
$$x_C = 1.52m$$



$$\sin 37^\circ = \frac{h_A}{1 + x_C}$$

$$h_A = (1 + x_C) \cdot \sin 37^\circ$$

המשך פתרון תרגיל דוגמה 7



$$\sin 37^\circ = \frac{h_{A'}}{1 + x_{C'}}$$

$$h_{A'} = (1 + x_{C'}) \cdot \sin 37^\circ$$

$$W_{f_k} = E_{C'} - E_A$$

$$W_{f_k} = U_{sp_{C'}} - (E_{k_A} + U_{G_A})$$

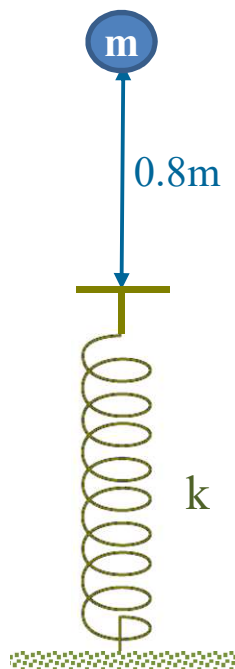
$$mg \cos 37^\circ \cdot (1 + x_{C'}) \cdot \cos 180^\circ = \frac{k \cdot x_{C'}^2}{2} - \left[mgh_{C'} + \frac{m \cdot v^2}{2} \right]$$

$$mg \cos 37^\circ \cdot (1 + x_{C'}) \cdot \cos 180^\circ = \frac{k \cdot x_{C'}^2}{2} - \left[mg(1 + x_{C'}) \cdot \sin 37^\circ + \frac{m \cdot v^2}{2} \right]$$

$$2 \cdot 10 \cdot \cos 37^\circ \cdot (1 + x_{C'}) \cdot (-1) = \frac{40 \cdot x_{C'}^2}{2} - \left[2 \cdot 10 \cdot (1 + x_{C'}) \cdot \sin 37^\circ + \frac{2 \cdot 4^2}{2} \right] \Rightarrow x_{C'} = 0.68m$$

ג. החום בערכו המוחלט שווה לעבודת כוח החיכוך: $W_{f_k} = |2 \cdot 10 \cdot \cos 37^\circ \cdot (1 + 0.68) \cdot (-1)| = 26.83J$

כדור שמסתו $m=0.5\text{kg}$ הנמצא במנוחה, נופל מגובה $h=0.8\text{m}$ על קפיץ שקבוע הכוח שלו $K=20\text{N/m}$.



- א. חשבו את שיעור הכיווץ המכסימלי של הקפיץ.
- ב. מה מהירות הכדור ברגע הגיעו לקפיץ?
- ג. מה שיעור התכווצות הקפיץ, כאשר הכדור חולף דרך נקודת שיווי המשקל?
- ד. הסבירו באופן איכותי (במילים) היכן מהירות הכדור גדולה יותר: ברגע פגיעתו בקפיץ או ברגע חלפו דרך נקודת שיווי המשקל?
- ה. חשבו מה מהירות הכדור כשהוא חולף דרך נקודת שיווי המשקל.

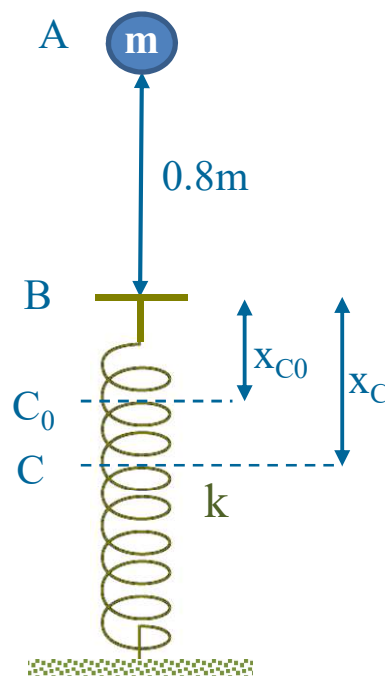
$$E_C = E_A$$

$$U_{spC} = U_{GA}$$

$$\frac{k \cdot x_C^2}{2} = mg(0.8 + x_C)$$

$$\frac{20 \cdot x_C^2}{2} = 0.5 \cdot 10 \cdot (0.8 + x_C)$$

$$x_c = 0.863m$$



המשך פתרון תרגיל דוגמה 8

$$E_B = E_A$$

$$E_{k_B} + U_{G_B} = U_{G_A}$$

$$\frac{m \cdot v_B^2}{2} + mgx_C = mg(0.8 + x_C)$$

$$\frac{m \cdot v_B^2}{2} = mg \cdot 0.8$$

$$v_B = 4 \frac{m}{\text{sec}}$$

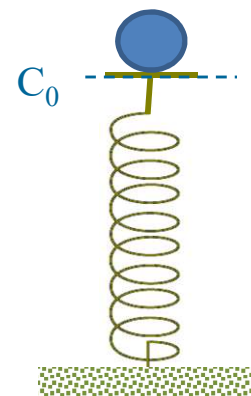
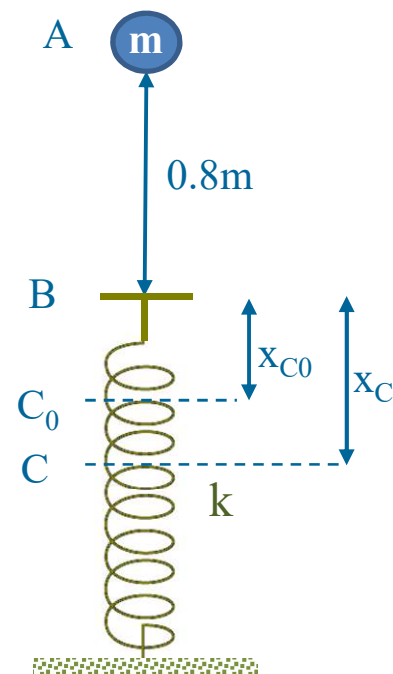
$$\sum F_y = 0$$

$$k \cdot x_0 - mg = 0$$

$$x_0 = \frac{mg}{k}$$

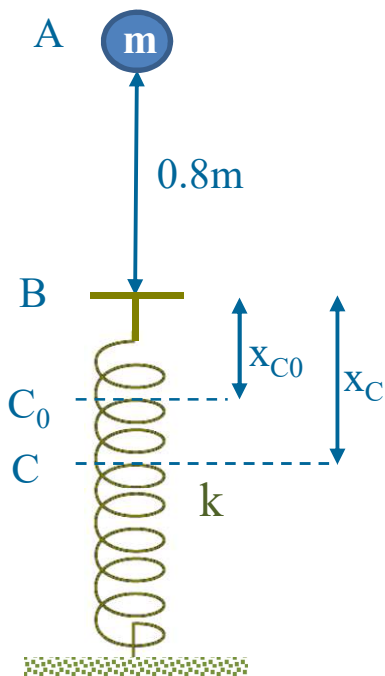
$$x_0 = \frac{0.5 \cdot 10}{20}$$

$$x_0 = 0.25m$$



המשך פתרון תרגיל דוגמה 8

ה.



$$E_{C_0} = E_A$$

$$E_{k_{C_0}} + U_{G_{C_0}} + U_{sp_{C_0}} = U_{G_A}$$

$$\frac{m \cdot v_{C_0}^2}{2} + mg(x_C - x_{C_0}) + \frac{k \cdot x_{C_0}^2}{2} = mg(0.8 + x_C)$$

$$\frac{m \cdot v_{C_0}^2}{2} + \frac{k \cdot x_{C_0}^2}{2} = mg(0.8 + x_{C_0})$$

$$\frac{0.5 \cdot v_{C_0}^2}{2} + \frac{20 \cdot 0.25^2}{2} = 0.5g(0.8 + 0.25)$$

$$v_{C_0} = 4.3 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

במקרים מסוימים, יש חשיבות לא רק לסך כל העבודה שנעשית, אלא גם לקצב בו היא נעשית.

לשם כך מגדירים: **הספק = קצב עשיית העבודה.**

אם הקצב קבוע אז:

$$P = \frac{W}{t}$$

כאשר קצב זה אינו קבוע מגדירים הספק ממוצע:

$$\bar{P} = \frac{\Delta W}{\Delta t}$$

$\bar{P}$ (Power) - הספק ממוצע

ΔW - כמות העבודה

Δt - פרק הזמן

הספק הוא גודל סקלרי, כיוון שהוא מוגדר כיחס בין שני גדלים סקלריים.

על פי נוסחת ההספק:

$$[P] = \frac{[W]}{[t]}$$

1Watt הוא ההספק בו נעשית עבודה של 1J במשך שנייה אחת.

$$[W] = \frac{[j]}{[\text{sec}]}$$

יחידת הספק שימושית בחיי היום יום היא כוח סוס (HP) המוגדר כך:

$$1HP = 746W$$

מידיעת ההספק והזמן ניתן לדעת את האנרגיה הכוללת של התהליך. לדוגמא:
צריכת האנרגיה החשמלית נמדדת ביחידת אנרגיה הנקראת קילווט-שעה (kWh).

1 קילווט-שעה הוא האנרגיה החשמלית,

הנצרכת על ידי מכשיר שהספקו 1kW במשך שעה אחת.

$$1\text{kW}=1000\text{W}$$

הקשר בין קילווט-שעה לבין ג'ול:

$$\Delta W = P \cdot \Delta t$$

$$1[\text{kWh}] = 1[\text{kW}] \cdot 1[\text{h}]$$

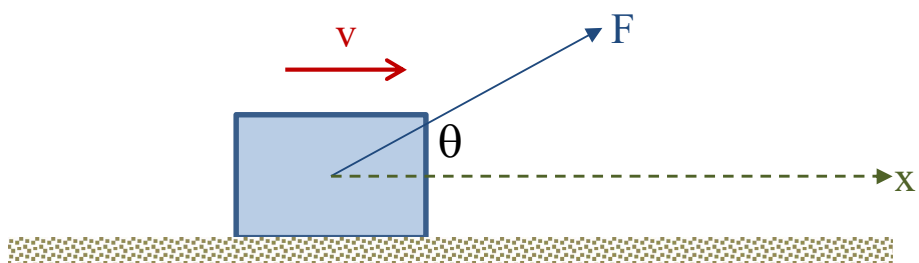
$$1[\text{kWh}] = 1000[\text{W}] \cdot 3600[\text{sec}]$$

$$1[\text{kWh}] = 3.6 \cdot 10^6 \text{ J}$$

הקשר בין ההספק לבין הכוח והמהירות

גוף נמצא בתנועה במהירות v לאורך קו ישר, ו- F הוא אחד הכוחות הפועלים על הגוף, אשר יוצר זווית θ עם ההעתק Δx .

נפתח ביטוי המתאר את הקשר בין ההספק לבין הכוח והמהירות.



$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{|F| \cdot |\Delta x| \cdot \cos \theta}{\Delta t}$$

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$P = F \cdot v \cdot \cos \theta$$

תרגיל הספק 1

תרגיל כיתה:

מרים משקולות מניף משקולת שמסתה 180kg לגובה 1.8m בשנייה וחצי.

תהליך ההנפה מתבצע ממצב מנוחה למצב מנוחה.

מהו ההספק הממוצע של הכוח שנדרש להנפת המשקולת?



פתרון:

העבודה של מרים המשקולת שווה לשינוי באנרגיה הכוללת כלומר לשינוי באנרגיה הכובדית:

$$W_F = \Delta E_k + \Delta E_p = 0 + mgh = mgh$$

$$\bar{P} = \frac{W_F}{t} = \frac{mgh}{t}$$

$$\bar{P} = \frac{180 \cdot 10 \cdot 1.8}{1.5} = 2160 \text{ Watt}$$

תרגיל כיתה:

האנרגיה הנצרכת על ידי מזגן היא 12kWh . הספקו של המזגן הוא 3000W.

א. מהי האנרגיה הנצרכת על ידי המזגן ביחידות ג'ול?

ב. במשך כמה שעות פעל המזגן?

פתרון:

א. $\Delta W = P \cdot \Delta t \Rightarrow 12[kWh] = 12[kW] \cdot 1[h] = 12000[W] \cdot 3600[sec] = 43.2 \cdot 10^6 j$

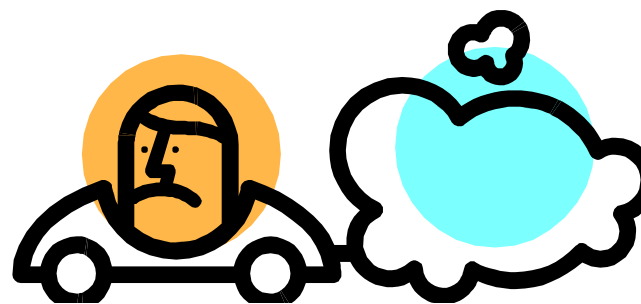
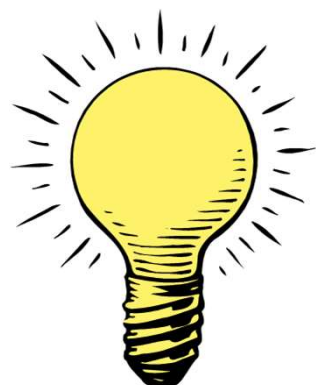
ב.

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t}$$

$$3 = \frac{12}{\Delta t}$$

$$\Delta t = \frac{12}{3} = 4h$$

כאשר משקיעים אנרגיה לצורך הפעלת מכשיר כלשהו או מכונה, האנרגיה המופקת מהמכשיר או המכונה נמוכה מזו המושקעת בה, וזאת משום שלא ניתן להימנע מאבדן אנרגיה לסביבה.



בנורה אנו משקיעים אנרגיה חשמלית על מנת לקבל אנרגיית אור, אך גם מתפתח חום. במכונית אנו משקיעים אנרגיה כימית (דלק) על מנת לקבל אנרגיית תנועה של המכונית, אך חלק מהאנרגיה המושקעת צריך להתגבר גם על החיכוך.

נצילות: הגודל המתאר את היחס בין האנרגיה המופקת בתהליך מסוים ובין האנרגיה המושקעת בו. הנצילות מסומנת באות היוונית η (אטה).

בדרך כלל מקובל לבטא את היחס הזה באחוזים, כך שהנוסחה לחישוב הנצילות היא:

$$\eta = \frac{E_T}{E_0} \cdot 100$$

E_T – אנרגיה מופקת

E_0 – אנרגיה מושקעת

אם נחלק את המונה והמכנה בגורם הזמן, נקבל בשניהם ביטוי להספק, הנצילות מוגדרת לכן, גם בצורה הבאה:

$$\eta = \frac{P_T}{P_0} \cdot 100$$

P_T – הספק מופק

P_0 – הספק מושקע

* לא ייתכן שהאנרגיה המופקת תהיה גדולה או שווה מהאנרגיה המושקעת, ולכן הנצילות בפועל תהיה תמיד קטנה מ- 100%.

תרגיל נצילות 1

משאבה שואבת בכל דקה 12 ליטר מים מעומק של 25m ונותנת להם מהירות של 6m/sec.
אם נתון שנצילות מנוע המשאבה היא 40% , מהו הספק המנוע של המשאבה?



פתרון תרגיל נצילות 1

משאבה שואבת בכל דקה 12 ליטר מים מעומק של 25m ונותנת להם מהירות של 6m/sec.
אם נתון שנצילות מנוע המשאבה היא 40% , מהו הספק המנוע של המשאבה?

◀ נחשב תחילה את תוספת האנרגיה במשך דקה שזו גם האנרגיה המופקת בדקה:

$$\Delta E = \Delta E_k + \Delta U_G$$

$$\Delta E = \frac{m \cdot v^2}{2} + mg\Delta h = \frac{12 \cdot 6^2}{2} + 12 \cdot 10 \cdot 25 = 3216j$$

◀ ההספק המופק שווה לאנרגיה המופקת במשך שנייה:

$$P_T = \frac{E_T}{t} = \frac{3216}{60} = 53.6W$$

◀ את ההספק המושקע נמצא בעזרת הנצילות:

$$\eta = \frac{P_T}{P_0} \cdot 100$$

$$40 = \frac{53.6}{P_0} \cdot 100$$

$$P_0 = 134W$$

❖ הכוח האלסטי הוא כוח משמר, לכן אפשר להתאים לו אנרגיה פוטנציאלית.

❖ אנרגיית פוטנציאלית אלסטית (של קפיץ) נתונה בנוסחה:

$$U_{sp} = \frac{k \cdot x^2}{2}$$

❖ מאחר והכוח האלסטי הוא משמר עבודתו שווה גם למינוס ההפרש באנרגיית הפוטנציאלית האלסטית:

$$W_{sp} = -\Delta U_{sp}$$

❖ חוק שימור האנרגיה נכון לגבי גם במקרה של אנרגיה פוטנציאלית אלסטית:

$$E_1 = E_2 + Q$$

❖ הספק הוא קצב עשיית העבודה או הקצב שבו אנרגיה מומרת.

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t}$$

❖ נצילות: היחס בין האנרגיה המועילה ובין האנרגיה המושקעת או היחס בין ההספק המועיל

$$\eta = \frac{E_T}{E_0} \cdot 100$$

$$\eta = \frac{P_T}{P_0} \cdot 100$$

ובין ההספק המועיל