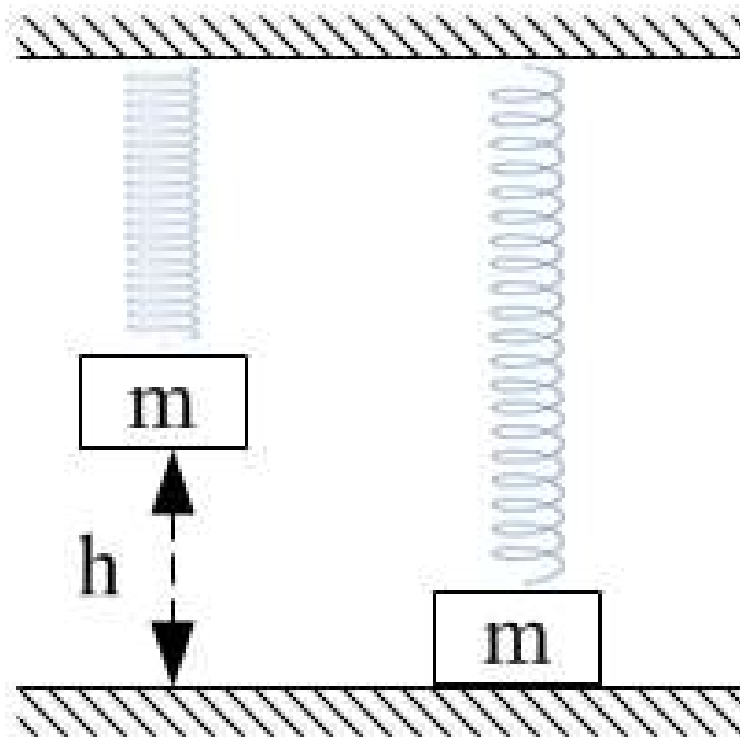


עבודה ואנרגיה

אנרגיה פוטנציאלית אלסטית, הספק ונצילות



למדנו בשיעור כי:

❖ הכוח האלסטי הוא כוח משמר, לכן אפשר להתאים לו אנרגיה פוטנציאלית. אנרגיית פוטנציאלית אלסטית

$$U_{sp} = \frac{k \cdot x^2}{2} \quad \text{(של קפיץ):}$$

$$W_{el} = -\Delta U_{el} \quad \text{❖ מאחר והכוח האלסטי הוא משמר מתקיים:}$$

$$E_1 = E_2 + Q \quad \text{❖ חוק שימור האנרגיה כולל גם אנרגיה פוטנציאלית אלסטית:}$$

❖ הספק הוא קצב עשיית העבודה או הקצב שבו אנרגיה מומרת. הספק ממוצע של כוח קבוע:

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t} = F \Delta v$$

❖ נצילות: היחס בין האנרגיה המועילה (המופקת) לאנרגיה המושקעת או היחס בין ההספק המועיל ובין

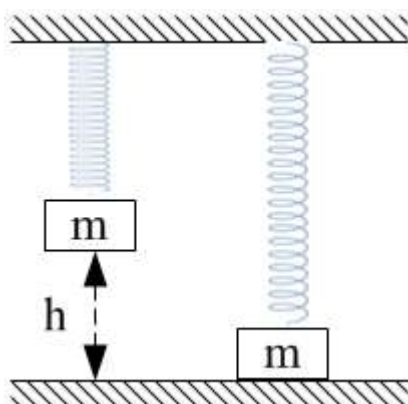
ההספק המושקע. באחוזים:

$$\eta = \frac{E_T}{E_0} \cdot 100\%$$

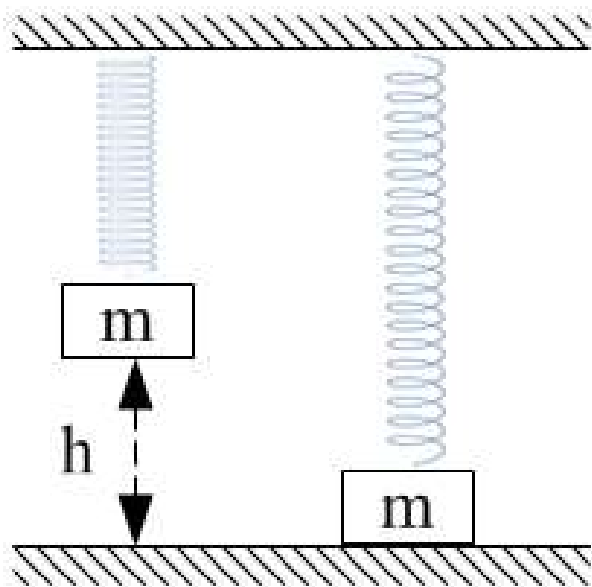
$$\eta = \frac{P_T}{P_0} \cdot 100\%$$

תרגיל 1

- המסה m תלויה על קפיץ רפוי בעל קבוע k , ומשוחררת ממנוחה מגובה h .
1. מה מהירותה של המסה m רגע לפני הפגיעה במשטח התחתון? הזניחו את החיכוך באוויר.
 2. אם לאחר הפגיעה המסה נעצרת, כמה חום משתחרר כתוצאה מהבלימה?
 3. הסבירו את התוצאה שקיבלתם בסעיף 2.



1. מה מהירותה של המסה m רגע לפני הפגיעה במשטח התחתון?
 על פי חוק שימור האנרגיה (כולל האנרגיה האלסטית של הקפיץ):



$$E_A = E_B + Q$$

$$E_{K_A} + U_{G_A} + U_{sp_A} = E_{K_B} + U_{sp_B}$$

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$$

$$v = \sqrt{2gh - \frac{k}{m}x^2}$$

למעשה $x=h$, ולכן:

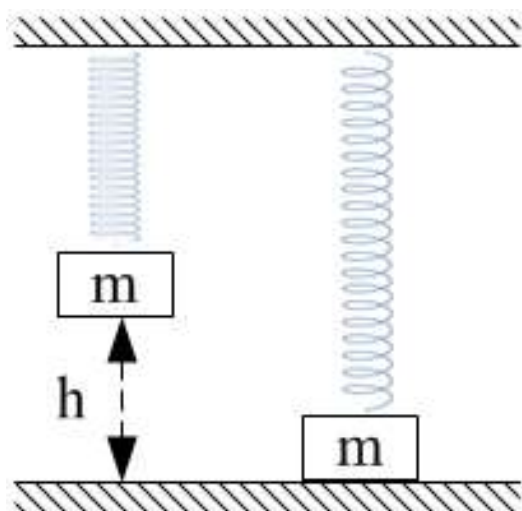
$$v = \sqrt{2gh - \frac{k}{m}h^2} = \sqrt{(2g - \frac{k}{m}h) \cdot h}$$

פתרון 1 המשך

2. אם לאחר הפגיעה המסה נעצרת, כמה חום משתחרר כתוצאה מהבלימה?

◀ לאחר שהמסה נעצרת, כל האנרגיה הקינטית שלה הופכת לחום, בעוד שהאנרגיה האלסטית נותרת כפי שהייתה לפני הפגיעה (הקפיץ לא ממשיך להימתח או להתכווץ).

◀ לכן:



$$E_A = E_B + Q$$

$$E_{K_A} + U_{sp_A} = U_{sp_B} + Q$$

$$U_{sp_A} = U_{sp_B}$$

$$\frac{1}{2}mv_A^2 = Q$$

◀ נציב את הביטוי למהירות שמצאנו בסעיף הקודם:

$$Q = \frac{1}{2}m\left(2g - \frac{k}{m}x\right)x$$

$$Q = \left(mg - \frac{1}{2}kx\right)x$$

פתרון 1 המשך

3. הסבירו את התוצאה שקיבלתם בסעיף 2.

◀ הפעם נחזיר את h לביטוי של המהירות, ונקבל:

$$Q = (mg - \frac{1}{2}kx)x$$

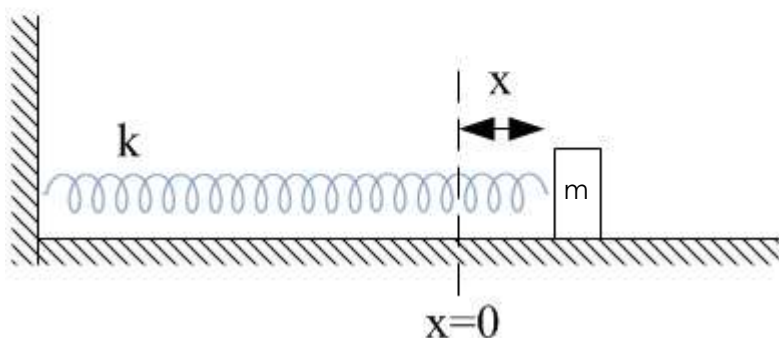
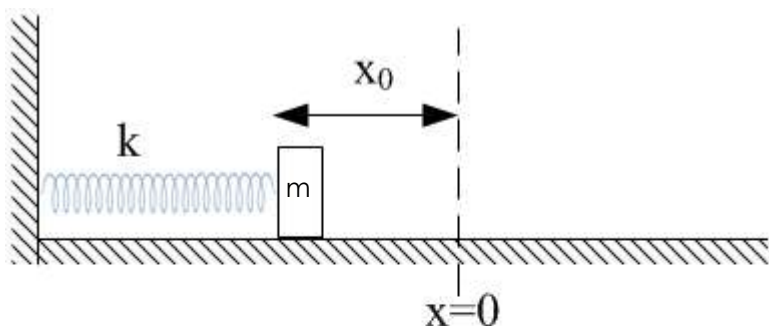
$$Q = mgh - \frac{1}{2}kx^2$$

$$Q = U_{G_A} - U_{Sp_B}$$

◀ המשמעות היא שהחום שהתפתח שווה להפרש בין כלל האנרגיה שהייתה במערכת לפני הנפילה (mgh), והאנרגיה שנותרה בקפיץ ($1/2kx^2$). הואיל והאנרגיה הקינטית שווה ל-0, כל ההפרש הזה מתבטא בחום.

נתונה המערכת שבתרשים העליון. גודל המסה m , קבוע הקפיץ k , והוא מכווץ ב- x_0 . המשטח חסר חיכוך. המסה אינה ניתקת מהקפיץ, ונעה בתנועת הלך-חזור על המשטח (תרשים תחתון).

1. מצאו ביטוי למהירות המסה בכל שלב בתנועה (המהירות הרגעית). מה משמעות התשובה שקיבלתם?
2. מהי המהירות המקסימלית של המסה. היכן היא מתקבלת?
3. מהי המהירות המינימלית של המסה? היכן היא מתקבלת?
4. באיזו נקודה משתוות האנרגיה הקינטית והאלסטית של המערכת?
5. מה מהירות המסה בנקודה זו?
6. האם מהירות המסה בנקודת שוויון האנרגיות שווה למחצית מהמהירות המקסימלית? הסבירו תשובתכם.



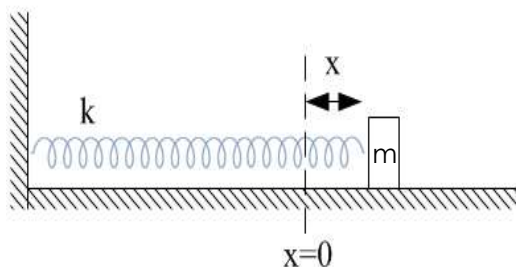
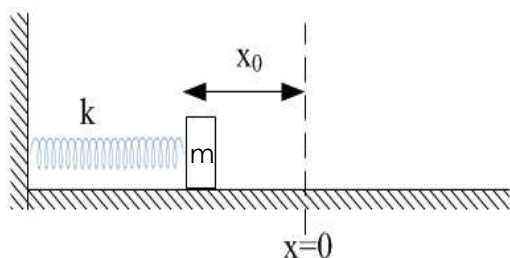
1. מצאו ביטוי למהירות המסה בכל שלב בתנועה (המהירות הרגעית). מה משמעות התשובה שקיבלתם?

- במהלך התנועה של המסה, יש במערכת גם אנרגיה אלסטית וגם אנרגיה קינטית, שסכומם קבוע אך גודלם היחסי משתנה כל הזמן.
- הואיל ואין חיכוך, מתקיים שימור אנרגיה מכנית לכל משך התנועה. לכן נעזר בחוק שימור האנרגיה:

$$E_A = E_B$$

$$E_{K_A} + U_{sp_A} = E_{K_B} + U_{sp_B}$$

נתייחס אל תחילת התנועה כאל נקודה A. נקודה B היא נקודה כלשהי במהלך התנועה:



$$U_{sp_A} = U_{sp_B} + E_{K_B}$$

$$\frac{1}{2} k x_0^2 = \frac{1}{2} k x^2 + \frac{1}{2} m v^2$$

$$v = \sqrt{\frac{k}{m} (x_0^2 - x^2)}$$

- המשמעות היא:
- קבוע הקפיץ משפיע על הגדלת המהירות, והמסה משפיעה על הקטנתה.
- ככל שהפרש בין המתיחה הראשונית והרגעית קטן יותר, המהירות הרגעית גדולה יותר.

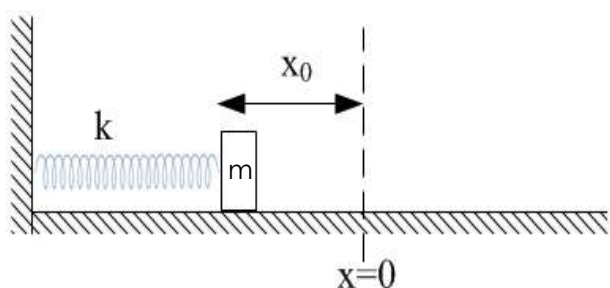
פתרון 2 המשך

2. מהי המהירות המקסימלית של המסה? היכן היא מתקבלת?

▶ המהירות המקסימלית של המסה תתקבל כאשר כל האנרגיה האלסטית תהפוך לאנרגיה קינטית.

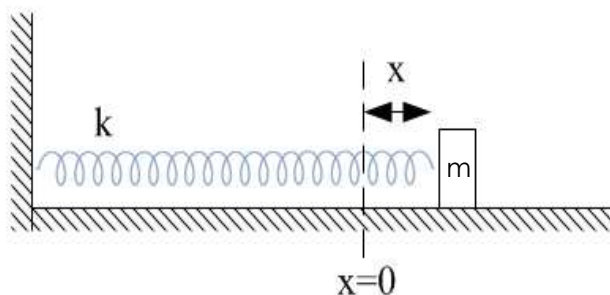
▶ מצב זה מתרחש כאשר הקפיץ לא מתוח ולא מכווץ, כלומר בנקודה $x=0$.

▶ נסתמך על הפתרון של הסעיף הקודם, ונציב $x=0$:



$$v = \sqrt{\frac{k}{m}(x_0^2 - x^2)}$$

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{k}{m}}x_0$$



3. מהי המהירות המינימלית של המסה? היכן היא מתקבלת?

▶ המהירות המינימלית של המסה ($v=0$) תתקבל כאשר במערכת תהייה רק אנרגיה אלסטית ללא אנרגיה קינטית.

▶ נסתמך על הפתרון של הסעיף הקודם, ונציב $v=0$.

$$v = \sqrt{\frac{k}{m}(x_0^2 - x^2)}$$

$$v_{\min} = \sqrt{\frac{k}{m}(x_0^2 - x^2)} = 0$$

$$x^2 = x_0^2$$

$$x = \pm x_0$$

▶ המהירות המינימלית מתקבלת כאשר הקפיץ מתוח (או מכווץ) מקסימלית, כלומר בנקודות הקצה של תנועתו:
 $x=x_0$ $x=-x_0$

4. באיזו נקודה משתוות האנרגיה הקינטית והאלסטית של המערכת?
 ◀ זה קורה בנקודה בה האנרגיה האלסטית (ולכן גם הקינטית) שווה למחצית מהאנרגיה ההתחלתית

$$\frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2} kx_0^2 \right)$$

$$kx^2 = \frac{1}{2} kx_0^2$$

$$x = \sqrt{\frac{1}{2}} x_0 = \frac{\sqrt{2}}{2} x_0$$

5. מה מהירות המסה בנקודה זו?

◀ נעזר בביטוי שפיתחנו עבור המהירות, ונציב את המרחק x אותו מצאנו בסעיף הקודם:

$$x = \frac{\sqrt{2}}{2} x_0$$

$$v = \sqrt{\frac{k}{m}(x_0^2 - x^2)}$$

$$v = \sqrt{\frac{k}{m}\left(x_0^2 - \frac{1}{2}x_0^2\right)}$$

$$v = \sqrt{\frac{k}{2m}} x_0$$

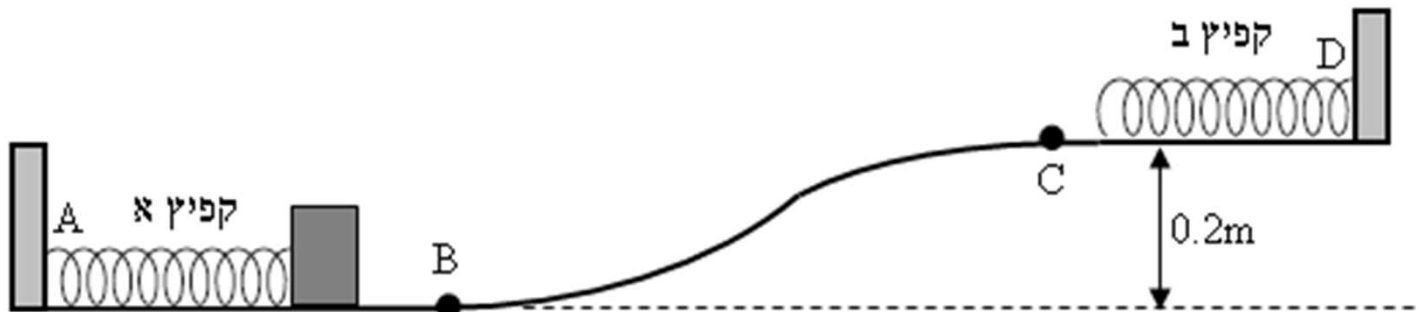
6. האם מהירות המסה בנקודת שוויון האנרגיות שווה למחצית המהירות המקסימלית? ▶
נמצא את היחס בין שתי המהירויות (התקבלו בסעיפים 5 ו- 2).

$$\frac{v}{v_{\max}} = \frac{\sqrt{\frac{k}{2m}}x_0}{\sqrt{\frac{k}{m}}x_0} = \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0.71$$

▶ מהירות המסה בנקודת השוויון בין האנרגיות גדולה ממחצית המהירות המקסימלית.
▶ הסבר: המהירות המקסימלית מתקבלת בנקודה בה כל האנרגיה האלסטית ההתחלתית הפכה לאנרגיה קינטית. בנקודת שוויון האנרגיות חלק מהאנרגיה האלסטית ההתחלתית נותר בקפיץ.

לרשות תלמיד שני קפיצים: קפיץ א שקבוע הכוח שלו $k_1=100[\text{N/m}]$, וקפיץ ב', שקבוע הכוח שלו $k_2=50[\text{N/m}]$. הנח כי מסות הקפיצים ניתנות להזנחה.

1. הסבר את המשמעות של הנתון – קבוע הכוח של קפיץ א הוא $k_1=100[\text{N/m}]$.
2. שני תלמידים מושכים את הקצוות של קפיץ א – כל תלמיד מושך בקצה אחר, בכוח שגודלו $50[\text{N}]$. מה תהיה התארכות הקפיץ (מעבר למצבו הרפוי)?
3. בתרשים שלפניך מסלול חסר חיכוך ABCD. הקטעים AB ו-CD אופקיים. הגובה של הקטע CD מעל AB הוא $0.2[\text{m}]$. קפיץ א מונח על הקטע AB, ואחד מקצותיו קשור לנקודה A. קפיץ ב מונח על הקטע CD, ואחד מקצותיו קשור לנקודה D. שני הקפיצים ניתנים לכיווץ. תלמיד מכווץ את קפיץ א ב- $0.2[\text{m}]$, מצמיד לקצהו החופשי תיבה שמסתה $0.4[\text{kg}]$ (ראה תרשים), ומשחרר אותה ממנוחה. הנח כי התיבה החליקה לאורך המסלול בלי להתנתק ממנו.
האם התיבה הגיעה לקפיץ ב? אם לא- נמק. אם כן - חשב את שיעור הכיווץ המרבי של קפיץ ב לאחר שהתיבה התנגשה בו.



1. הסבר את המשמעות של הנתון – קבוע הכוח של קפיץ א הוא $k_1=100[\text{N/m}]$.

◀ משמעות הנתון היא:

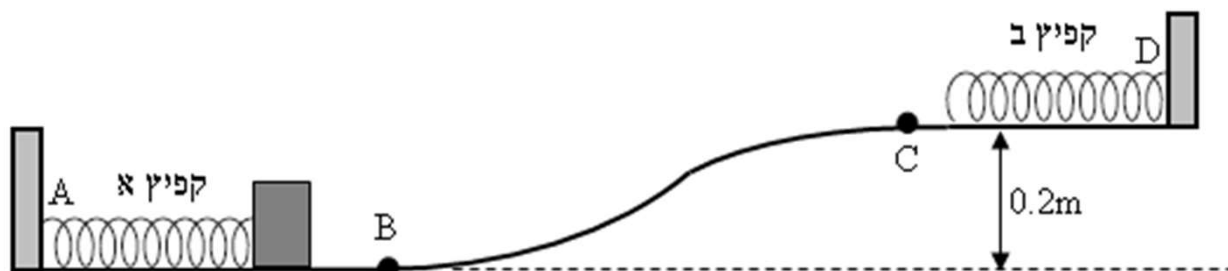
כאשר מפעילים על הקפיץ כוח השווה ל- $100[\text{N}]$, הקפיץ מתארך (או מתקצר) ב- 1 מטר.

2. שני תלמידים מושכים את הקצוות של קפיץ א – כל תלמיד מושך בקצה אחר, בכוח שגודלו $50[N]$. מה תהיה התארכות הקפיץ (מעבר למצבו הרפוי)?

◀ כאמור, כוח של $100[N]$ יגרום לקפיץ 1 להתארך ב- $1m$.

◀ מכאן, שכוח של $50[N]$ הקטן פי 2, יגרום להתארכות קטנה פי 2, כלומר ל- $0.5[m]$.

3. האם התיבה הגיעה לקפיץ ב? אם לא- נמק. אם כן - חשב את שיעור הכיווץ המרבי של קפיץ ב לאחר שהתיבה התנגשה בו.



◀ כאשר קפיץ א' מכווץ האנרגיה המכנית האגורה בו:

$$U_{el} = \frac{k_1 \cdot \Delta l_1^2}{2} = \frac{100 \cdot 0.2^2}{2} = 2[J]$$

◀ בכדי שהתיבה תגיע לגובה של 0.2m, הגובה בו נמצא הקפיץ, האנרגיה המכנית שלה צריכה להיות לא קטנה מ-

$$E_p = mgh = 0.4 \cdot 10 \cdot 0.2 = 0.8[J]$$

◀ מאחר והאנרגיה המכנית שלה היא 2J היא תוכל להגיע לקפיץ ב'.

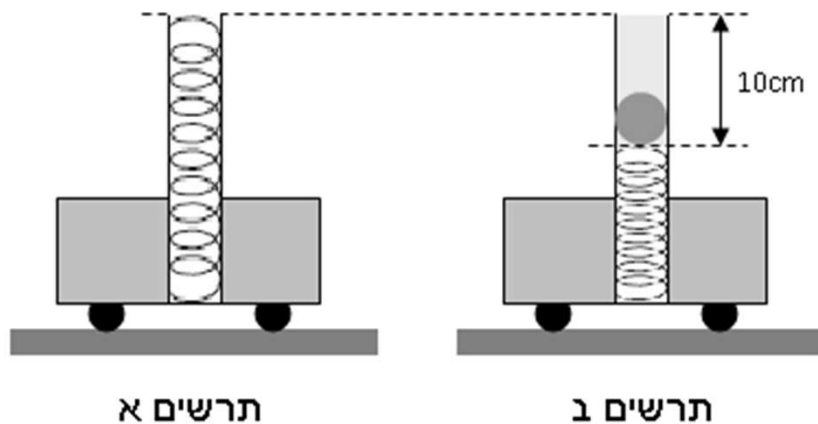
◀ על פי שימור אנרגיה כאשר הקפיץ יהיה בכיווץ המרבי שלו תהיה לו אנרגיה פוטנציאלית אלסטית השווה ל- 2-0.8=1.2[J], לכן:

$$E_{el} = \frac{k_2 \cdot \Delta l_2^2}{2} \Rightarrow 1.2 = \frac{50 \cdot \Delta l_2^2}{2} \Rightarrow \Delta l_2 = 0.219[m]$$

נתונה קרונית בעלת ארובה אנכית. אל קרקעית הארובה מחובר קפיץ, שמסתו ניתנת להזנחה (ראה תרשים א). קבוע הקפיץ הוא 80 ניוטון למטר.

מכניסים לתוך הארובה כדור שמסתו 40 גרם ודוחפים אותו כלפי מטה.

התוצאה היא שהקפיץ מתכווץ ב-10 ס"מ (ראה תרשים ב).



לאחר מכן הודפים את הקרונית ימינה על פני משטח אופקי חסר חיכוך.

בתום הדחיפה ותוך כדי תנועתה (במהירות קבועה), הקפיץ משתחרר (באמצעות מתקן מיוחד),

והכדור נורה מהארובה. (הזנח את חיכוך הקפיץ והכדור עם הארובה ואת התנגדות האוויר לתנועת הכדור).

1. חשב לאיזה גובה h , מעל הקצה העליון של הקפיץ הרפוי, הכדור עולה.
2. היכן ייפול הכדור: לפני הארובה (מימינה), בתוך הארובה או מאחורי הארובה (משמאל)? נמק את תשובתך.
3. כיצד יראה מסלול התנועה של הכדור (למשל: קו ישר, פרבולה, חצי מעגל), מנקודת הראות של צופה שנמצא על הקרונית ונע ביחד אתה?

1. חשב לאיזה גובה h , מעל הקצה העליון של הקפיץ הרפוי, הכדור עולה.
 ◀ מחוק שימור האנרגיה כאשר מישור הייחוס עובר בקצה העליון של הקפיץ המכווץ:

$$\frac{K \cdot \Delta l^2}{2} = mg \cdot (\Delta l + h)$$

$$\frac{80 \cdot 0.1^2}{2} = 0.04 \cdot 10 \cdot (0.1 + h)$$

$$h = 0.9[m]$$

2. היכן ייפול הכדור: לפני הארובה (מימינה), בתוך הארובה או מאחורי הארובה (משמאלה)? נמק את תשובתך.

◀ הכדור ייפול לתוך הארובה.

◀ הרכיב האופקי של מהירות הכדור שווה למהירות הקרונית.

3. כיצד יראה מסלול התנועה של הכדור (למשל: קו ישר, פרבולה, חצי מעגל), מנקודת הראות של צופה שנמצא על הקרונית ונע ביחד אתה?
◀ מנקודת ראות של צופה שנמצא על הקרונית ונע יחד אתה מסלול הכדור הוא קו ישר אנכי.

יצרן מכוניות טוען כי מכונית אותה הוא מייצר מסוגלת להאיץ ממנוחה למהירות של 100 קמ"ש תוך 6 שניות. מסת המכונית היא 1200 ק"ג. ענו על סעיפים 1-3 בהזנחת כוחות חיכוך ואיבודי חום לסביבה.

1. מהו הכוח הממוצע שמפעיל מנוע המכונית בשלב ההאצה?
2. מהי העבודה אותה מבצע כוח המנוע בשלב ההאצה?
3. מה ההספק הממוצע הנדרש מהמנוע (ב-וואט ובכוח סוס)?
4. מהי נצילות המנוע, אם ידוע כי בתהליך ההאצה אובדת כמות אנרגיה השווה ל- $600,000 \text{ J}$?



Image courtesy of M - Pics at FreeDigitalPhotos.net

1. מהו הכוח הממוצע שמפעיל מנוע המכונית בשלב ההאצה?
 ◀ מהירות של 100 קמ"ש שווה למהירות של 27.77 [מ/ש].

$$F = ma$$

$$F = m \frac{\Delta v}{\Delta t} = 1200 \left(\frac{27.77 - 0}{6} \right)$$

$$F = 5554 [N]$$

2. מהי העבודה אותה מבצע כוח המנוע בשלב ההאצה?

◀ מנוסחת עבודה-אנרגיה נקבל:

$$W_F = \frac{1}{2}mv^2$$

$$W_F = \frac{1}{2} \cdot 1200 \cdot 27.77^2$$

$$W_F = 462,703.74 [J]$$

3. מה ההספק הממוצע הנדרש מהמנוע ב-ווט ובכוח סוס?

◀ על פי נוסחת ההספק (1HP=746W):

$$\bar{P} = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{F \Delta x}{\Delta t} = F \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$\bar{P} = F \cdot \bar{v}$$

$$\bar{P} = 5554 \cdot \frac{1}{2} \cdot 27.77 = 77,117.3 [W]$$

$$\bar{P} = \frac{154,234.58}{746} = 103.4 [HP]$$

4. מהי נצילות המנוע, אם ידוע כי בתהליך ההאצה אובדת כמות אנרגיה השווה ל- $1,000,000 \text{ [J]}$?
 ◀ כמות האנרגיה המושקעת ע"י המנוע:

$$E_0 = 462,703.74 + 1,000,000 = 1,462,703.74 \text{ [J]}$$

◀ על פי נוסחת הנצילות:

$$\eta = \frac{E_T}{E_0} \cdot 100 = \frac{462,703.74}{1,462,703.74} \cdot 100 = 31.63\%$$

מכניקה ניוטונית, כרך ב' עמוד 112

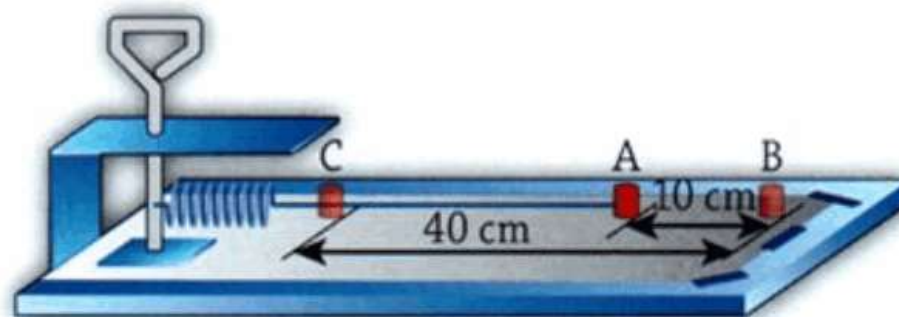
33. ילד מכניס חץ שמסתו 20 gr לאקדח צעצוע ודורך את האקדח.



בעת הדריכה מכווץ הילד קפיץ בשיעור של 6 cm, תוך כדי הפעלת כוח מרבי שגודלו 3 N. הילד יורה את החץ בכיוון אופקי, מגובה מטר אחד מעל הקרקע. חשבו את גודל מהירות הפגיעה של החץ בקרקע.

מכניקה ניוטונית, כרך ב' עמוד 112

37. קפיץ אופקי שקבוע הכוח שלו 10 N/m קשור בקצהו האחד. לקצהו האחר קשור גוף שמסתו 0.05 kg באמצעות חוט ארוך. כאשר הגוף נמצא ב-A (ראה איור) הקפיץ רפוי. מסיטים את הגוף למרחק 10 cm לנקודה B, תוך כדי מתיחת הקפיץ, ומשחררים אותו ממנוחה. הגוף נע שמאלה מרחק של 40 cm עד עצירתו ב-C. חשבו את מקדם החיכוך בין הגוף לבין השולחן.



תרגילים מומלצים נוספים מהספר (כרך ב'):

◀ פרק ז' עמוד 112: תרגילים: 29, 30, 31, 32