

07.06.2018

פתרון מתכונת בפיזיקה תשע"ח
מורים: בוריס באום, אורן גילת
גרסה 1.42



פתרון מתכונת בפיזיקה תשע"ח

מכניקה

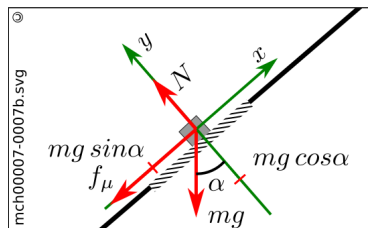
שאלה 1

א. בבעיה פועלים שני כוחות כוח הכבידה שהוא משמר וכוח החיכוך שאינו משמר.

i. בנקודה G הגוף עומד ולכן האנרגיה המכנית הכללית שלו שווה לאנרגיה הפוטנציאלית שלו:

$$E_G = mgH_2 = 0.1 \cdot 10 \cdot 2.5 = 2.5 \text{ J}$$

ii. נחשב את עבודת כוח החיכוך בקטע EF על פי הגדרת העבודה ותרשים הכוחות הפועלים על הגוף בקטע תנועה זה:



$$W_\mu = -F_\mu \cdot \Delta x = -\mu N \Delta x = -\mu mg \cos \alpha \Delta x = -0.5 \cdot 0.1 \cdot 10 \cdot \cos 41^\circ \cdot 0.8 = -0.30 \text{ J}$$

עבודת כוח החיכוך היא 0.3 ג'אול במורד.

iii. על פי משפט עבודה אנרגיה האנרגיה הכוללת בנקודה A שווה לאנרגיה הכוללת בנקודה G ועוד עבודת כוח החיכוך בקטע

EF . לכן:

$$E_G = E_A + W_\mu \Rightarrow E_A = E_G + W_\mu = 2.5 + 0.3 = 2.8 \text{ J}$$

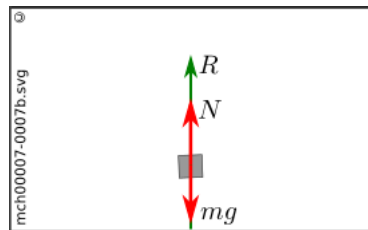
$$E_A = E_{k(A)} + U_{g(A)} = \frac{1}{2} m v_0^2 + mgH_1 \Rightarrow v_0^2 = \frac{2(E_A - mgH_1)}{m} = \frac{2(2.8 - 0.1 \cdot 10 \cdot 2.3)}{0.1} = 10 \text{ m}^2/\text{s}^2$$

$$v_0 = 3.16 \text{ m/s}$$

מהירות ההתחלתית של התיבה היא 3.16 מטר לשנייה במורד המדרון.

ב. הכוח שהתיבה מפעילה על המסילה שווה לכוח שהמסילה מפעילה על התיבה והפוך בכיוון. הכוח שמפעילה המסילה על התיבה

הוא הנורמל. נשרטט תרשים כוחות על התיבה בנקודה B ונשתמש בחוק השני של ניוטון עבור תנועה מעגלית:



$$\sum \vec{F} = m \vec{a}$$

$$\sum F_R = m a_R$$

$$N - mg = m \frac{v_B^2}{R} \Rightarrow N = m \left(g + \frac{v_B^2}{R} \right)$$

בנקודה B לתיבה אין אנרגיה פוטנציאלית. נחשב את המהירות בתחתית המסילה משיקולי שימור אנרגיה מכנית כללית:

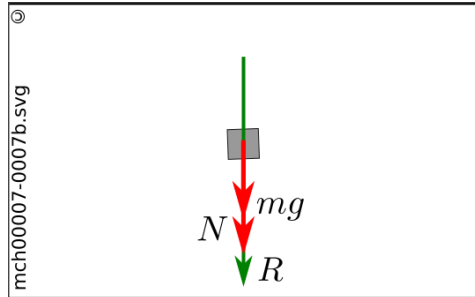
$$E_B = E_A$$

$$\frac{1}{2} m v_B^2 = E_A \Rightarrow v_B^2 = 2 \frac{E_A}{m} = 2 \frac{2.8}{0.1} = 56 \text{ m}^2/\text{s}^2$$

$$N = m \left(g + \frac{v^2}{R} \right) = 0.1 \left(10 + \frac{56}{0.6} \right) = 10.33 \text{ N}$$

התיבה מפעילה על המסילה כוח של 10.33 ניוטון כלפי מטה.

ג. נשרטט את תרשים הכוחות עבור הנקודה C ונכתוב שוב את משוואות התנועה עבור הנקודה ונמצא את המהירות המזערית בנקודה C שתאפשר מעבר:



$$\begin{aligned} \sum \vec{F} &= m \vec{a} \\ \sum F_R &= m a_R \\ N + mg &= m \frac{v^2}{R} \Rightarrow N = m \left(\frac{v^2}{R} - g \right) \\ \text{when } N &= 0 \\ v_C^2 &= gR \Rightarrow v_C = \sqrt{gR} \end{aligned}$$

i. לכן האנרגיה הכללית של התיבה בנקודה C, ששווה לאנרגיה הכללית בנקודה A, צריכה להיות:

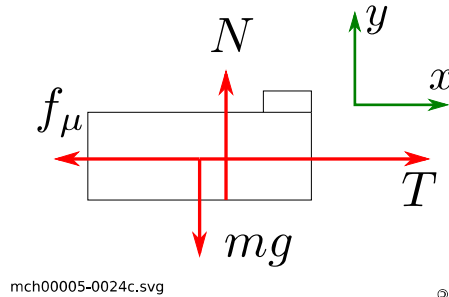
$$E_C = \frac{1}{2} m v_C^2 + mgH_C = \frac{1}{2} m v_C^2 + mg(2R) = mgH_A \Rightarrow H_A = \frac{\frac{1}{2} v_C^2 + 2gR}{g} = \frac{rR + 4gR}{2g} = 2.5R = 2.5 \cdot 0.6 = 1.5 \text{ m}$$

הגובה המינימלי של הנקודה A הוא 1.5 מטר.

ii. אם לגוף מספיק מהירות כך שיעלה בתוך המעגל לגובה של יותר מרדיוס הוא ינתק מהמסילה וינוע בתנועה כמו מקרה של זריקה משופעת, מאחר ותהיה לו מהירות התחלתית הן בציר האופקי והן בציר האנכי.
אם לגוף אין די מהירות לעלות לגובה הרדיוס הוא לא ינתק מהמסלול וימשיך לנוע בתנועה מחזורית בין המעגל לבין המדרון.
הערה: מצב זה דומה למצב בו גוף קשור למערכת כלשהי, לדוגמה אלקטרון סביב אטום, לווין סביב עצם שממי וכדומה, ואומרים על הכדור שהוא נמצא בבור פוטנציאל.

שאלה 2

א. תרשים הכוחות הפועלים על התיבה והחיישן יחד:



mg - כוח הכבידה, מופעל על ידי כדור הארץ

T - מתיחות, מופעלת על ידי החוט

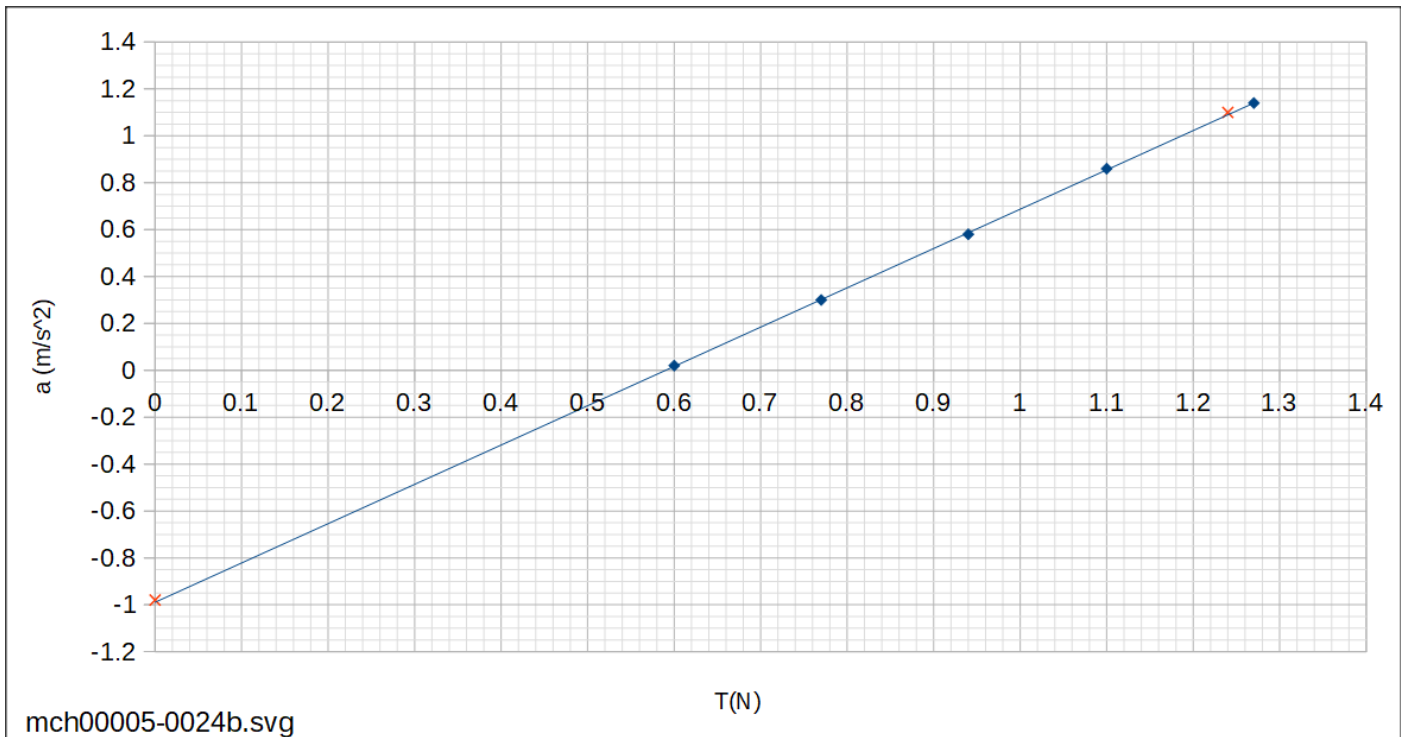
f_μ - כוח החיכוך, מופעל על ידי המשטח

N - נורמל, מופעל על ידי המשטח.

ב. המערכת בתאוצה לכן נשתמש בחוק השני של ניוטון ובביטוי לכוח החיכוך:

$$\begin{aligned}\sum \vec{F} &= m\vec{a} \\ x: T - f_\mu &= ma \quad y: N - mg = 0 \\ f_\mu &= \mu N \quad N = mg \\ a &= \frac{T - \mu mg}{m}\end{aligned}$$

ג. גרף התוצאות, שימו לב שהיה צורך להשאיר די מקום על מנת לסמן את נקודות החיתוך.



ד. נחשב את שיפוע הגרף על פי שתי הנקודות המסומנות בגרף:

$$\tilde{m} = \frac{1.1 - (-0.98)}{1.24 - 0} = 1.68 \frac{m}{s^2 N} = 1.68 \frac{m}{s^2 \frac{m \cdot kg}{s^2}} = \frac{1}{kg}$$

$$i. \text{ נזהה את המבנה הלינארי בביטוי שהקבל לעיל } a = \frac{1}{m} \cdot T - \mu g$$

$$Y = \tilde{m} \cdot X - b$$

לכן נשווה את השיפוע להופכי של המסה ונחלץ אותה:

$$\frac{1}{m} = \tilde{m}$$

$$\frac{1}{m} = 1.68 \frac{1}{kg}$$

$$m = 0.60 \text{ kg}$$

מסת התיבה והחיישן 0.6 ק"ג

ii. על פי נקודת החיתוך עם הציר האנכי **מקדם החיכוך הוא 0.095**.

$$-\mu g = -0.98 \text{ m/s}^2$$

$$\mu = 0.098$$

ה. נמצא את תאוצת התיבה במהלך 2 השניות הראשונות ונחשב את מהירותה ברגע הקריעה. התאוצה קבועה ולכן נשתמש במשוואות לתאוצה קבועה.

$$a = \frac{T - \mu g}{m} = \frac{2 - 0.098 \cdot 10}{0.6} = 1.7 \text{ m/s}^2$$

$$v = v_0 + at$$

$$v = 0 + 1.7 \cdot 2 = 3.4 \text{ m/s}$$

לאחר קריעת החוט פועל רק כוח החיכוך ולכן משלב זה התאוצה שווה $a = -\mu g = -0.098 \cdot 10 = -0.98 \text{ m/s}^2$

$$v^2 = v_0^2 + 2a \Delta x$$

$$\Delta X = \frac{v^2 - v_0^2}{a} = \frac{0 - 3.4^2}{-0.98} = 3.47 \text{ m} \quad \text{גם כאן התאוצה קבועה ולכן}$$

התיבה תיעצר במרחק 3.47 מטר מנקודת הקריעה.

שאלה 3

א. תנועת הגוף מתחלקת לארבעה פרקי זמן המתאפיינים בתאוצות שלהם. כוון התנועה התחלתי הוא כלפי מטה ומהירותו ההתחלתית שלילית לכן כווננו החיובי של ציר המקום בשאלה הוגדר כלפי מעלה.

$0 < t < 0.4_{\text{sec}}$: הכדור נע כלפי מטה על פי סיפור המעשה.

$0.4_{\text{sec}} < t < 0.45_{\text{sec}}$: הכדור מתנגש ברצפה. מהירותו של הגוף משתנה מהר והופכת כוון מתנועה מטה לתנועה מעלה.

$0.45_{\text{sec}} < t < 0.75_{\text{sec}}$: הכדור נע מעלה. מהירות הכדור חיובית כלומר הוא נע עם כוון החיובי של הציר כלפי מעלה.

$\sim 0.75_{\text{sec}} < t$: הכדור נע מטה. מהירות הכדור מתאפס בשיא הגובה, מהירותו שוב שלילית והוא נע מטה.

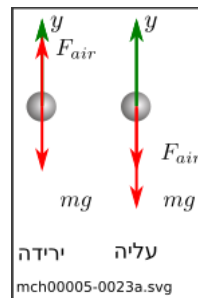
ב. נחשב את שיפוע חלקי הגרף הרלוונטיים:

בירידה: $a_1 = \frac{-3.6 - 0}{0.4 - 0} = -9 \text{ m/s}$ **כלומר 9 מטר לשנייה בריבוע מטה.**

בעליה: $a_2 = \frac{1.59 - 3.24}{0.6 - 0.45} = -11 \text{ m/s}^2$ **כלומר 11 מטר לשנייה בריבוע מטה.**

ג. נשרטט את תרשימי הכוחות ונרשום את משוואות התנועה:

משוואות התנועה:



$$\begin{aligned} \sum \vec{F} &= m \vec{a}_1 \\ F_{\text{air}} - mg &= ma_1 \\ a_1 &= \frac{F_{\text{air}}}{m} - g \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum \vec{F} &= m \vec{a}_2 \\ -F_{\text{air}} - mg &= ma_2 \\ a_2 &= -\left(g + \frac{F_{\text{air}}}{m}\right) \end{aligned}$$

ד. נשתמש בביטויים שקיבלנו:

i. מאחר ונתון שהכוח שמפעיל האוויר בעליה ובירידה זהה נחלץ את הכוח מביטויים שבשורה השנייה לעיל ונשווה בניהם:

$$F_{\text{air}(\text{down})} = ma_1 + mg = -mg - ma_2 = F_{\text{air}(\text{up})} \Rightarrow g = -\frac{a_1 + a_2}{2} = -\frac{-9 - 11}{2} = 10 \text{ m/s}^2$$

התאוצה שווה לתאוצת הנפילה החופשית הממוצעת על פני כדור הארץ, 10 מטר לשנייה בריבוע.

ii. נתון $m = 100 \text{ gr} = 0.1 \text{ kg}$. נציב באחד הביטויים לעיל:

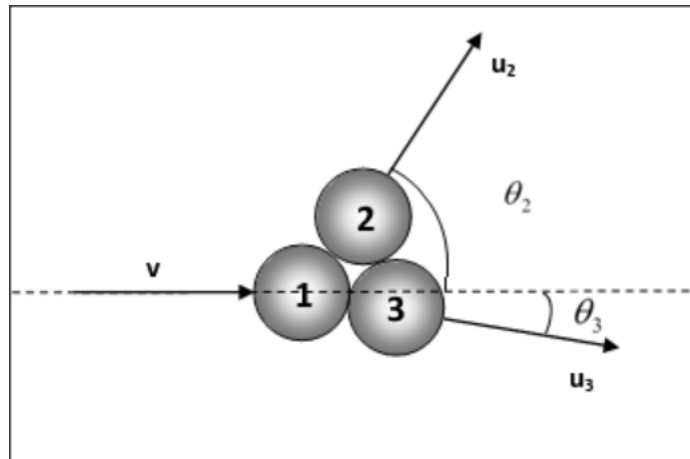
$$F_{\text{air}(\text{down})} = ma_1 + mg = 0.1(-9 + 10) = 0.1 \text{ N}$$

גודל הכוח שמפעיל האוויר על הכדור הוא 0.1 ניוטון.

ה. ההתנגשות **אינה אלסטית** מאחר ומהירותיות הכדור לפני ולאחר ההתנגשות אינן שוות כלומר לא נשמרה האנרגיה הקינטית עבור הכדור במהלך ההתנגשות ולכן ההתנגשות אינה אילסטית.

שאלה 4

בתחרות ביליארד לפיזיקאים צעירים משגר תלמיד כדור ביליארד שמספרו 1 במהירות $v=10\text{ m/s}$. הכדור מתנגש בו זמנית בשני כדורים זהים ונחים. בעקבות ההתנגשות נעצר כדור מספר 1, והכדורים 2 ו-3 נעים בזוויות $\theta_2=40^\circ$ ו- $\theta_3=20^\circ$, בהתאמה. הזווית נמדדת ביחס לכיוון התנועה המקורי של כדור 1 ומסות כל הכדורים זהות ושוות ל- 150 gr . (ראו תרשים א').



תרשים א'

הנחו כי שולחן הביליארד הוא חלק.

א. נתון כי אין חיכוך ולכן נניח שמערכת שלושת הכדורים סגורה וחוק שימור התנע מתקיים:

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 + m_3 \vec{v}_3 = m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2 + m_3 \vec{u}_3$$

נפתור לפי רכיבים ונשתמש בנתון שמסות הכדורים זהות, שכדורים 2 ו-3 היו במנוחה לפני ההתנגשות, שכדור 1 נע תחילה במקביל לציר האופקי ושהוא נעצר לאחר ההתנגשות. כלומר:

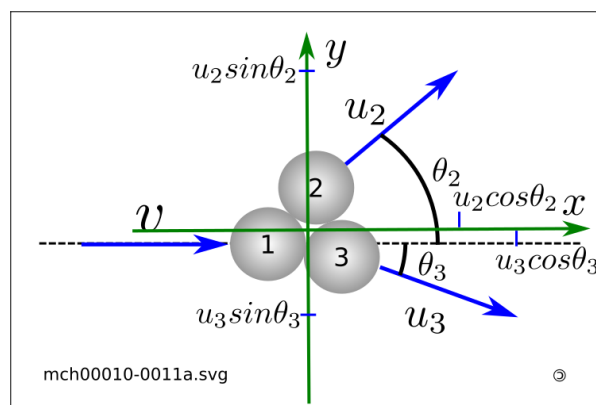
$$m_1 = m_2 = m_3 = m$$

$$v_{1x} = 10\text{ m/s}$$

$$v_{1y} = 0$$

$$\vec{u}_1 = 0$$

נפרק את המהירויות לרכיבן:



$$\begin{aligned} v_1 &= u_2 \cos \theta_2 + u_3 \cos \theta_3 \\ 10 &= u_2 \cos 40^\circ + u_3 \cos 20^\circ \\ 10 &= 0.77 u_2 + 0.94 u_3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 &= u_2 \sin \theta_2 + u_3 \sin \theta_3 \\ 0 &= u_2 \sin 40^\circ - u_3 \sin 20^\circ \\ 0.64 u_2 &= 0.34 u_3 \\ u_3 &= 1.88 u_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 10 &= 0.77 u_2 + 0.94 \cdot 1.88 u_2 \\ 2.54 u_2 &= 10 \Rightarrow u_2 = 3.94\text{ m/s} \quad u_3 = 7.41\text{ m/s} \end{aligned}$$

ב. גודלי המהירויות של הכדור ה-2 וה-3 הן 3.94 מטר לשנייה ו 7.41 מטר לשנייה בהתאמה.

ג. נחשב את המתקף על פי משפט מתקף תנע לכדור 1:

$$J = \Delta P = P_f - P_i = m u_1 - m v_1 = 0.15(0 - 10) = -1.5 \text{ N} \cdot \text{sec}$$

הכדורים הפעילו על כדור 1 מתקף של 1.5 ניוטון כפול שנייה שמאלה.

ד. השטח שמתחת לגרף שווה למתקף הכולל שפעל על הכדור, כלומר הערך שמצאנו בסעיף הקודם. לכן שטח כל משבצת שווה:

$$S_{\text{square}} = \frac{J}{N^*} = \frac{1.5}{50} = 0.03 \text{ N} \cdot \text{sec}$$

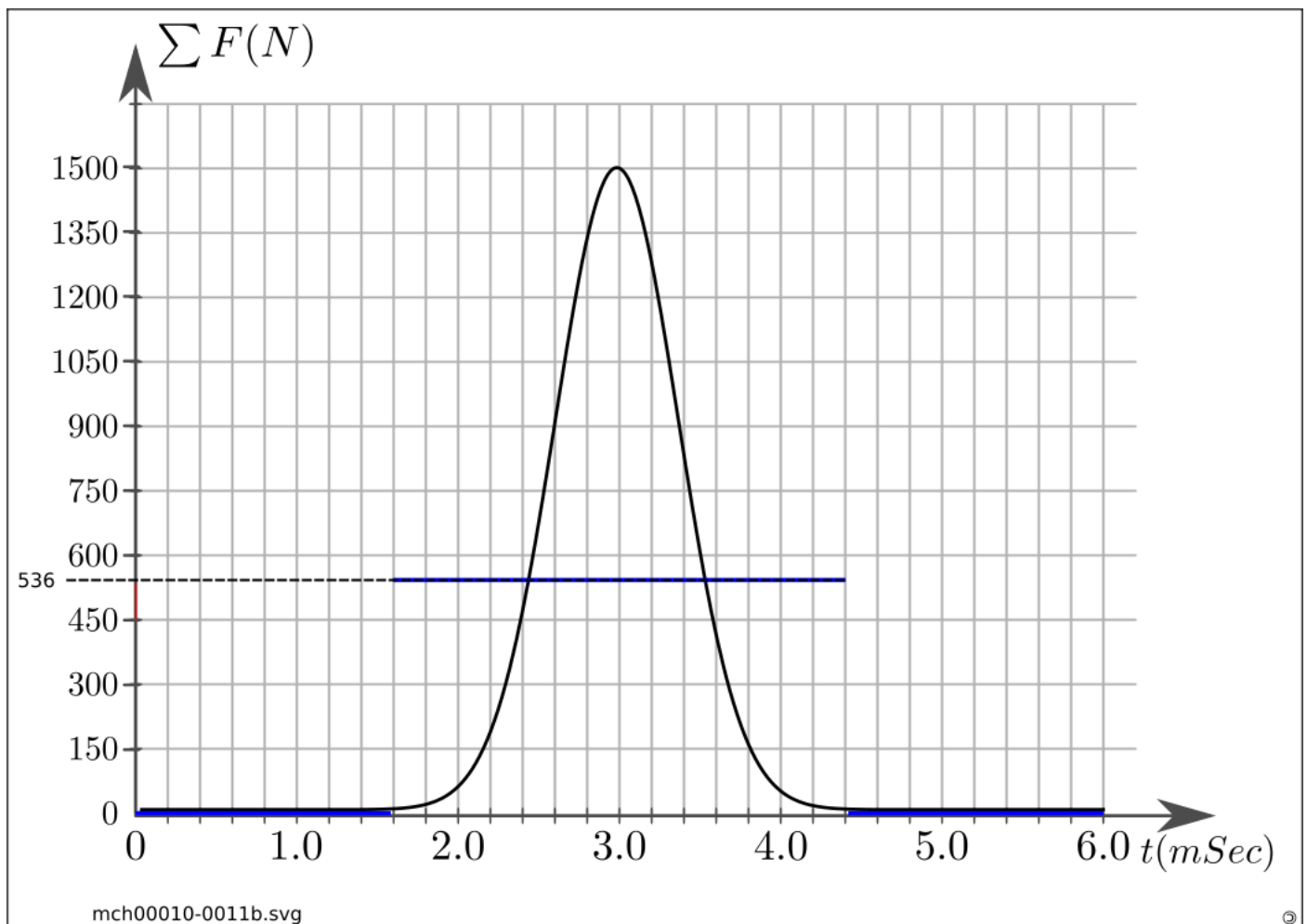
נחלק ברוחב כל משבצת:

$$\sum F_{\text{square}} = \frac{J_{\text{square}}}{t_{\text{square}}} = \frac{0.03}{0.2} \times 10^{-3} = 150 \text{ N}$$

גובה כל משבץ 150 ניוטון.

ה. הכוח הממוצע הוא סך כל המתקף שפעל על הגופים חלקי פרק הזמן שפעל:

$$\sum \bar{F} = \frac{J}{\Delta t} = \frac{1.5}{(4.4 - 1.6) \times 10^{-3}} = 536 \text{ N}$$



שאלה 5

א. תנועת הכדור היא מחזורית. זמן המחזור הוא הזמן עד שהכדור חוזר לאותו מקום ובאותה מגמת תנועה לכן נחשב את הזמן שידרש לכדור כדי לעבור את פעמים המרחק בין הקירות.

$$T = \frac{S}{v} = 2 \frac{|\Delta T|}{v_0} = \frac{2 \cdot 4}{1} = 8 \text{ sec}$$

זמן המחזור של הכדור הוא 8 שניות.

ב. תנועה הרמונית פשוטה היא תנועה בהשפעת כוח מרכזי שהוא פרופורציוני למרחק מנקודת שיווי משקל. בתנועה הרמונית המקום, המהירויות והתאוצה תלויים בזמן כמו הפונקציות הטריגונוטריות.

ג. תנועת הכדור אינה הרמונית מאחר והכוח פועל רק בקצות התנועה ואינו תלוי במרחק.

ד. במצב המתואר הקפיץ נמצא בשיווי משקל כלומר כוח הקפיץ שווה לכוח הכבידה הפועל על המשקולת לכן על פי חוק הוק:

$$m = 0.6 \text{ kg} \quad \Delta L = 15 \text{ cm} = 0.15 \text{ m} \quad \text{נתון}$$

$$F = K \Delta L$$

$$mg = K \Delta L \Rightarrow K = \frac{mg}{\Delta L} = \frac{0.6 \cdot 10}{0.15} = 40 \text{ N/m}$$

קבוע הכוח של הקפיץ הוא 40 ניוטון למטר.

$$T = \frac{2\pi}{\omega}, \quad \omega = \sqrt{\frac{c}{m}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{40}{0.6}} = 0.77 \text{ sec} \quad \text{ולכן } c = k$$

זמן המחזור הוא 0.77 שניה.

ו. ידוע שבנקודה M הקפיץ התארך 10 ס"מ ביחס לנקודת שיווי משקל. עבור קפיץ תלוי מקדם הכוח האפקטיבי של המערכת שווה

$$\sum F = k \Delta L = 40 \cdot 0.1 = 4 \text{ N} \quad \text{למקדם הכוח של הקפיץ ולכן:}$$

הכוח הוא 4 ניוטון כלפי מעלה, לכוון נקודת שיווי המשקל.

ז. בתנועה הרמונית פשוטה מתקיים שימור אנרגיה מכנית כללית. בנקודה O האנרגיה הפוטנציאל שווה לאפס בעוד האנרגיה

הקינטית מירבית ובנקודה M ההפך לכן נשווה בין האנרגיות הללו כדי לחלץ את המהירות ב-O.

$$U_{sp(M)} = \frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} m v_O^2 = E_{k(O)}$$

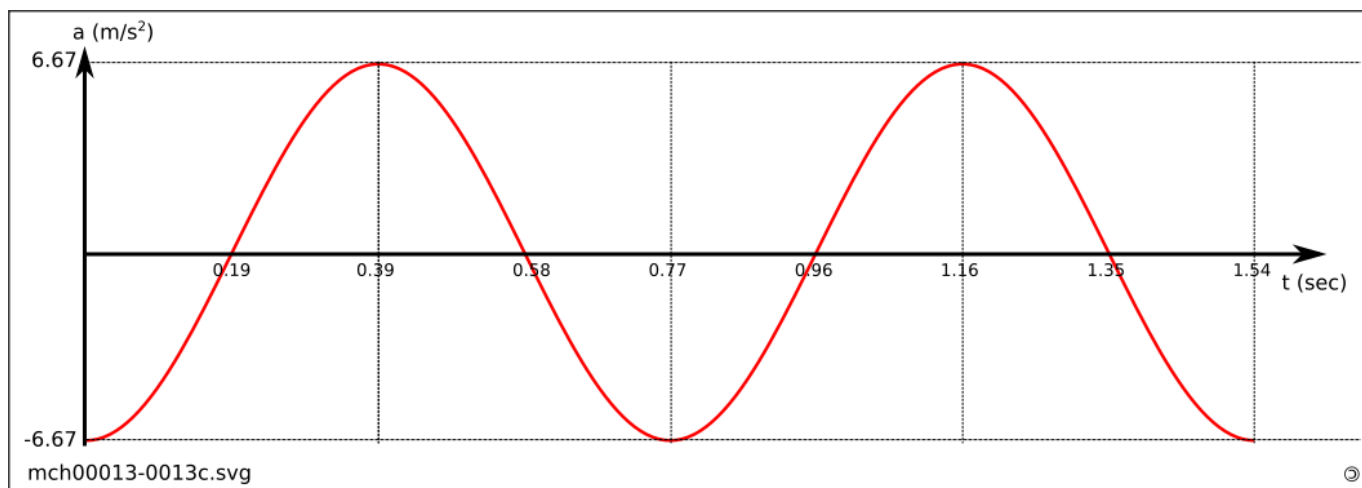
$$v_O = \sqrt{\frac{k A^2}{m}} = \sqrt{\frac{40 \cdot 0.1^2}{0.6}} = 0.82 \text{ m/s}$$

מהירות המשקולת בנקודה O היא 0.82 מטר לשנייה.

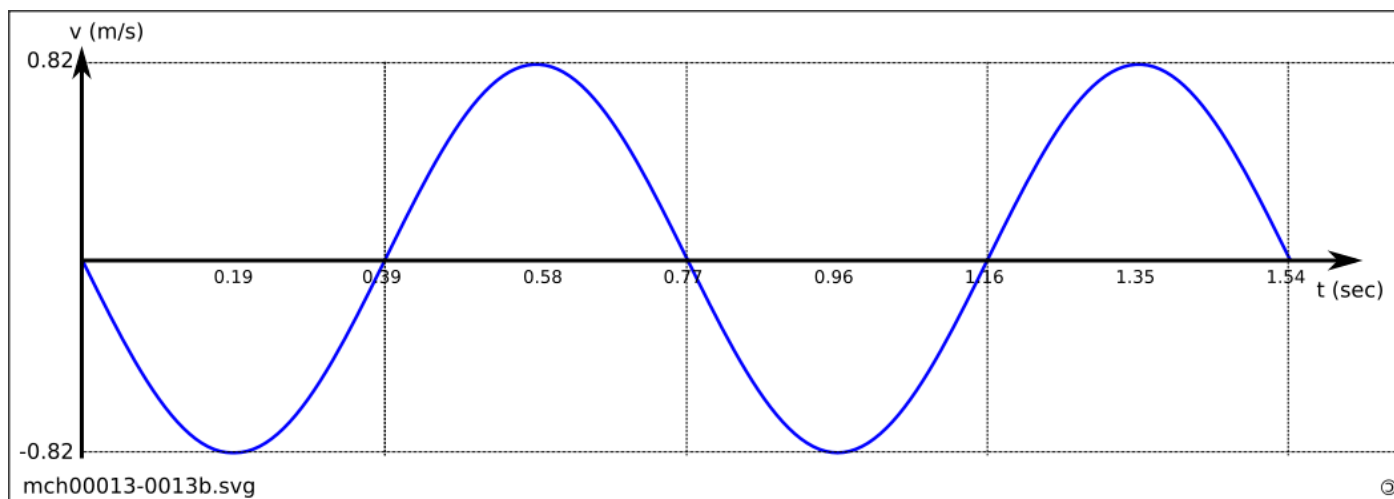
ח. על פי ציר המקום המוגדר בשרטוט המהירות והתאוצה שתיהן שליליות בתחילת התנועה. גודל התאוצה המירבית הוא:

$$a_{max} = \frac{F_{max}}{m} = \frac{4}{0.6} = 6.67 \text{ m/s}^2$$

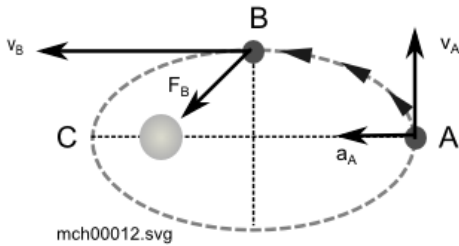
גרף תאוצה זמן:



גרף מהירות זמן:



א. ראו שרטוט:



תרשים א'

- i. שני וקטורי המהירות משיקים לאליפסה בנקודות. המהירות ב- A קטנה מהמהירות ב- B מכוח החוק השני של קפלר הקובע שעל הישר המקשר את הכוכב ואת השמש לעבור גזרות שוות בזמנים שווים. לכן מאחר ומרחקו של הכוכב מהשמש ב- B קטן יותר, מהירותו שם צריכה להיות גדולה יותר.

- ii. וקטור הכוח השקול נובע מכוח הכבידה שמפעילה השמש על הכוכב ולכן הוא פועל על הציר המחבר את מרכזי הגופים.
iii. על פי החוק השני של ניוטון כוון תאוצת הכוכב שווה לכוון הכוח השקול הפועל עליו ולכן גם היא מכוונת אל מרכז השמש.

ב. לאחר 25 שנה נוספות ימצא הכוכב אחרי הנקודה C מאחר ולפי i מהירותו בכל נקודה בקטע BC גדולה ממהירותו בנקודה המקבילה בקטע AB ולכן בזמן קבוע (25 שנים) יעבור דרך ארוכה יותר.

ג. החוק השלישי של ניוטון נתון על ידי: $T^2 = K R^3$. נראה שלשלושה מהירחים קבוע K זהה ע"י שנחשב את היחס: $K = \frac{T^2}{R^3}$

מאחר ונתעניין ביחס בלבד ניתן להשתמש ביחידות הנתונות בטבלה ללא המרות.

שם הירח	רדיוס סיבוב ממוצע ($\times 10^6 km$)	זמן מחזור (days)	$\frac{T^2}{R^3} (\frac{days^2}{(\times 10^6 km)^3})$
אוברון	0.582648	13.4	$\frac{13.4^2}{0.582648^3} = 907.8$
אריאל	0.191260	2.52	$\frac{2.52^2}{0.191260^3} = 907.7$
מירנדה	0.129872	1.41	$\frac{1.41^2}{0.129872^3} = 907.6$
פוק	0.086004	0.76	$\frac{0.76^2}{0.086004^3} = 908$

לפי הטבלה ניתן לראות שלארבעת הירחים יחס זהה כמעט לחלוטין ולכן ניתן להסיק שארבעתם מקיימים את החוק.

ד. נשתמש בהנחה שהכוכב נע בתנועה מעגלית סביב השמש. נרשום את משוואת התנועה לכוכב על פי החוק השני של ניוטון כשהכוח המקיים את התנועה המעגלית הוא כוח הכבידה בין השמש לכוכב. נסמן את מסת הירח ב- m , את זמן המחזור של הירח ב- T , ואת מסת הכוכב ב- M . נפתח ביטוי עבור M :

$$\begin{aligned}\sum F_R &= m a_R \\ a_R &= \frac{v^2}{r} \quad v = \frac{2\pi r}{T} \\ G \frac{mM}{r^2} &= m \frac{v^2}{r} = m \frac{4\pi^2 r^2}{r T^2} \\ M &= \frac{4\pi^2 r^3}{G T^2}\end{aligned}$$

נציב את נתוני אוברון מהטבלה:

$$M = \frac{4\pi^2 (0.582648 \times 10^9)^3}{G (13.4 \cdot (24 \cdot 3600))^2} = 8.7 \times 10^{25} kg$$

ה. ציוני דרך באסטרונומיה:

i. חידושו העיקרי של קופרניקוס הוא בכך שטען שכדור הארץ אינו במרכז היקום אלא שהוא נע יחד עם כוכבי הלכת

האחרים סביב השמש.

ii. קפלר בניגוד לקופרניקוס הניח שמסלולי הכוכבים סביב השמש אינם מעגליים אלא אליפטיים.

ו. האנרגיה הכללית של הגשושית במסלולה בגובה $h=81,500\text{ km}=8.15\times 10^7$ מעל לכוכב הלכת נתונה על ידי:

$$E = \frac{-GMm}{2r}$$

כדי שהגשושית תמשיך בדרכה עלינו להקנות לה אנרגיה קינטית מינימלית אשר יחד עם האנרגיה הכללית תביא את הגשושית לאינסוף באנרגיה 0, כלומר:

$$\begin{aligned}\frac{-GMm}{r} + \Delta E_k &= 0 \\ \frac{-GMm}{2r} + \frac{1}{2}m\Delta v^2 &= 0 \\ \Delta v &= \sqrt{\frac{GM}{r}}\end{aligned}$$

כש- r הוא מרחק הלוויין ממרכז כוכב הלכת. על פי נתונים בדף נוסחאות:

$$r = 26.1 \times 10^6 + 8.1 \times 10^7 = 1.076 \times 10^8 \text{ m}$$

ולכן:

$$\Delta v = \sqrt{\frac{GM}{r}} = \sqrt{\frac{6.67 \times 10^{-11} \cdot 8.7 \times 10^{25}}{1.076 \times 10^8}} = 7,344 \text{ m/s}$$