

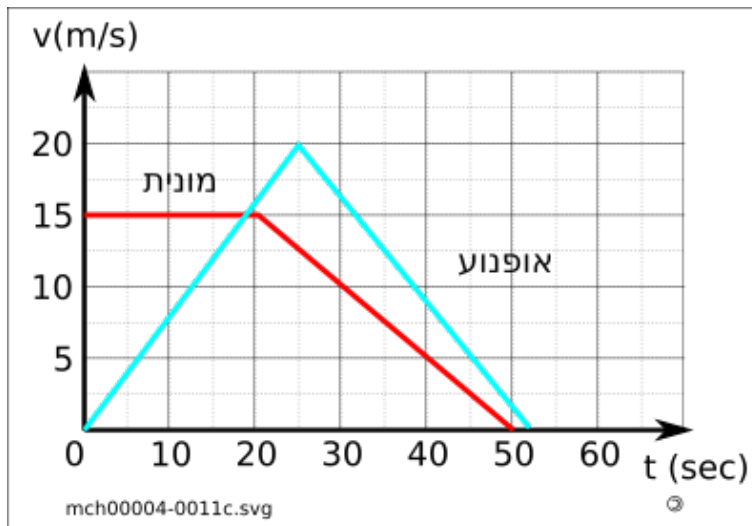
פתרון מבחן מסכם בפיזיקה תשע"ז

מכניקה

שאלה 1

א. מסיפור המעשה והגרף ניתן להבין שהשלב בו למונית יש תאוצה הוא השלב בו היא מאטה. לכן ניתן להסיק שהמונית נעה עם הכוון החיובי של ציר המקום, תאוצתה אם כך בסימן הפוך, משמעה שמהירות המונית קטנה בערכה המוחלט.

תזכורת חשובה: תאוצה בסימן שלילי לכשעצמה אין משמעותה בהכרח הקטנת מהירות, הקטנת מהירות תקרה רק כאשר המהירות והתאוצה מכוונים בכיוונים הפוכים.



ב. המהירות היא קבועה או שהיא קטנה בקצב קבוע. על פי הנתון המהירות ההתחלתית היא 15 m/s ולאחר מכן היא קטנה עד לאפס.

$$S = S_{\text{trapez}} = \frac{20+50}{2} \cdot 15 = 525 \text{ m}$$

ג. המרחק בין שני הרמזורים שווה להעתק של המונית מרגע שעברה את רמזור I ועד שעצרה ברמזור II. העתק זה שווה לשטח מתחת לגרף המהירות של המונית. לכן:

המרחק בין הרמזורים הוא 525 מטר.

ד. בהנחה שמרגע $t = 25 \text{ sec}$ האופנוע בולם בקצב קבוע:

$$\begin{aligned} v &= v_0 + at \\ v &= 0 + 0.8 \cdot 25 \\ v &= 20 \text{ m/s} \end{aligned}$$

(1) בקטע הראשון האופנוע מאיץ בקצב של 0.8 m/s^2 לכן על פי הנוסחה למהירות של גוף הנע בתאוצה

קבועה המהירות בסוף שלב ההאצה היא **20 מטר לשנייה.**

$$\begin{aligned} x &= x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \\ x &= 0 + 0 + 0.5 \cdot 0.8 \cdot 25^2 \\ x &= 250 \text{ m} \\ x_{\text{to stop}} &= 525 - 250 = 275 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v^2 &= v_0^2 + 2 a \Delta x \\ a &= \frac{v^2 - v_0^2}{2 \Delta x} \\ a &= \frac{0 - 20^2}{2 \cdot 275} \\ a_2 &= -0.72 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

(2) נחשב תחילה את מיקומו של האופנוע ברגע בו הוא מתחיל להאט ולאחר מכן את התאוצה שתגרום לו לעצור לאורך מרחק זה.

כלומר עליו לעצור לאורך מרחק של 275 מטר **בתאוצה קבועה של 0.72 מטר לשנייה בריבוע נגד כיוון תנועתו.**

(3) על פי הנוסחה שבסעיף ד' זמן התנועה הכללי של האופנוע, כולל קטע ההאצה, הוא 52.78 שניות כלומר

2.78 שניות לאחר המונית.

ה. הוספנו לגרף בתכלת.

$$\begin{aligned} t &= \frac{v - v_0}{a} \\ t &= \frac{0 - 20}{-0.72} \\ t &= 27.78 \text{ sec} \end{aligned}$$

שאלה 2

א. עבור הקטע החלקי, חסר החיכוך:

(1) הכוחות הפועלים על ניר:

P : מתיחות, מופעל על ידי החבל

mg : כבידה, מופעל על ידי כדור הארץ

N : נורמל, מופעל על ידי המשטח.

(2) לא, כיוון מהירותו של ניר משתנה באופן קבוע ולכן קיימת תאוצה ומכאן שעל פי החוק

השני של ניוטון שקול הכוחות על ניר שונה מאפס.

(3) שקול הכוחות ברכיב התנועה המשקי שווה לאפס ולכן אין תאוצה משקית ואין שינוי בגודל

המהירות

ב. נמצא את המתיחות על פי החוק השני של ניוטון לרכיב הרדיאלי:

$$\sum f_R = ma_R$$

$$P = m \frac{v^2}{r}$$

$$P = 52 \frac{3^2}{2}$$

$$P = 234 \text{ N}$$

המתיחות בחוט בשלב זה של התנועה היא 234 ניוטון.

ג. נתון: $L = 0.48 \text{ m}$ $\mu = 0.1$

נשתמש בשיקולי אנרגיה. בקטע L פועל החיכוך שאינו משמר נחשב את עבודתו ונחסיר אותה מהאנרגיה המכנית הכללית של

ניר לפני כניסתו לקטע. אורך הקטע ומקדם החיכוך בו נתונים. כוח החיכוך ניתן לחישוב מנתוני השאלה. בציר y ניר בהתמדה

ולכן הנורמל עליו שווה לכוח הכבידה.

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2$$

$$E_{k(final)} = E_{k(initial)} - W_{fk}$$

$$E_{k(final)} = 0.5 \cdot 52 \cdot 3^2 - 24.96$$

$$E_{k(final)} = 209.04 \text{ J}$$

$$v = \sqrt{2 \frac{E_{k(final)}}{m}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 209.04}{52}}$$

$$v = 2.84 \text{ m/s}$$

$$f_k = N \mu = mg \mu$$

$$f_k = 52 \cdot 10 \cdot 0.1$$

$$f_k = 52 \text{ N}$$

$$W_{fk} = f_k \cdot \Delta x$$

$$W_{fk} = 52 \cdot 0.48$$

$$W_{fk} = 24.96 \text{ J}$$

לאחר המעבר הראשון של הקטע המחוספס מהירותו של ניר היא 2.84 מטר לשנייה.

ד. בהנחה שהתאוצה קבועה:

$$\sum F_T = ma_T$$

$$f_k = m a_T$$

$$a_T = \frac{f_k}{m}$$

$$a_T = \frac{52}{52} = 1 \text{ m/s}^2$$

$$v = v_0 + at$$

$$t = \frac{v - v_0}{a}$$

$$t = \frac{3 - 2.84}{1}$$

$$t = 0.16 \text{ sec}$$

אורך המעבר הראשון על הקטע בעל החיכוך הוא 0.16 שניות.

הערה: זמן זה אינו קבוע מאחר והמהירות הולכת וקטנה ולכן הפרש המהירויות בכל מעבר גדל גם הוא.

ה. מאחר וכוח החיכוך אינו משתנה ממעבר למעבר נחלק את כלל האנרגיה בהפסד בכל מעבר בקטע L :

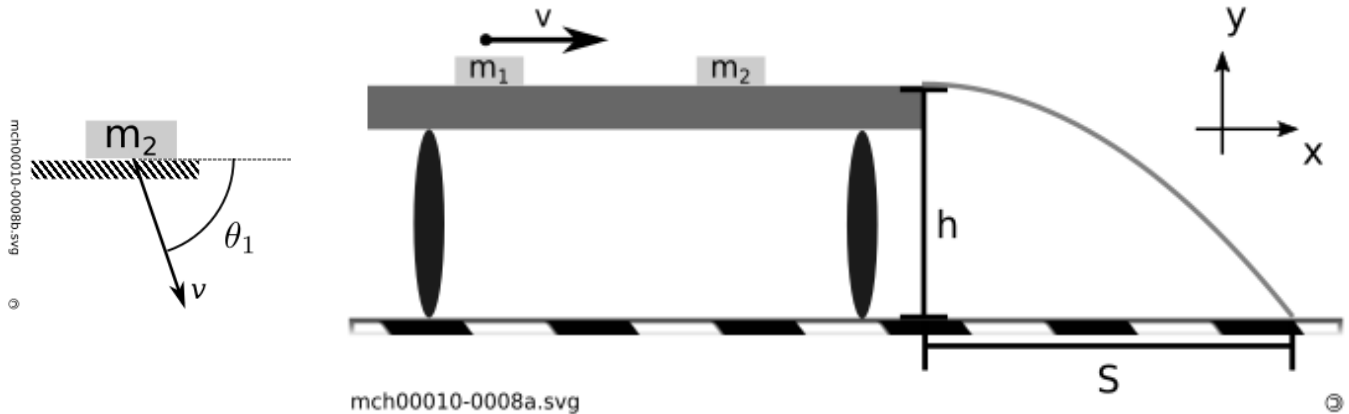
$$N = \frac{E_{k(initial)}}{W_{fk}}$$

$$N = \frac{234}{24.96}$$

$$N \leq 9.38 \Rightarrow n = 9$$

נר ייעצר במהלך המעבר העשירי.

שאלה 3



תרשים ב'

תרשים א'

נתון: התנגשות אלסטית, שולחן חלק, $h = 0.8 \text{ m}$, $S = 1.6 \text{ m}$, $m_2 = 0.2 \text{ kg}$, $m_1 = 0.8 \text{ kg}$

א. מרגע שעוזב הגוף השני את קצה השולחן הוא נופל בפילה חופשית (זריקה אופקית). נחשב את המהירות האופקית הדרושה לו על מנת לעבור מרחק S בזמן שיידרש לו ליפול גובה h . בציר האנכי התנועה היא כאמור נפילה חופשית, נחשב את זמן

הנפילה: $y = y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}at^2$ נגדיר את גובה הרצפה כמישור הייחוס ואת הכוון מעלה כחיובי (ראו תרשים א'), המהירות

$$0 = 0.8 - 0.5 \cdot 10 \cdot t^2$$

$$t = \sqrt{\frac{0.8}{5}} \quad \text{ההתחלתית בציר האנכי היא אפס והתאוצה היא תאוצת הנפילה החופשית לכן:}$$

$$t = 0.4 \text{ sec}$$

$$S = \Delta x = v_{0x}t$$

$$v_{0x} = \frac{S}{t}$$

$$v_{0x} = \frac{1.6}{0.4}$$

$$v_{0x} = 4 \text{ m/s}$$

בציר האופקי המהירות קבוע. נגדיר את קצה השולחן כראשית המקום לכן:

מאחר והשולחן חלק המהירות האופקית שהייתה לגוף במעופו היא המהירות שהייתה לו מיד לאחר ההתנגשות, כלומר **4 מטר**

לשנייה ימינה.

ב. השולחן חלק ולכן מערכת שני הגופים סגורה ומתקיים חוק שימור התנע. מאחר וההתנגשות היא חד ממדית נרשום רק את הרכיב x של חוק שימור התנע. $m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2$ (I). ההתנגשות היא אלסטית חד ממדית ולכן מחוק שימור האנרגיה נובע ש: $v_1 - v_2 = -(u_1 - u_2)$ (II). לגוף השני מהירות התחלתית אפס ומהירות סופית כפי שמצאנו בסעיף קודם לכן.

$$(I) \quad 0.8 v_1 = 0.8 u_1 + 4 \cdot 0.2$$

$$(II) \quad v_1 = 4 - u_1$$

$$(I) + (II) \quad 0.8(4 - u_1) = 0.8 u_1 + 0.8$$

$$3.2 - 0.8 u_1 = 0.8 u_1 + 0.8$$

$$u_1 = 1.5 \text{ m/s} \quad v_1 = 2.5 \text{ m/s}$$

מהירות הגוף הראשון לפני ההתנגשות היא **2.5 מטר לשנייה ימינה**.

ג. זווית הפגיעה θ_2 גדולה מזווית הפגיעה θ_1 מאחר ומהירותו האופקית של גוף 2 קטנה ממהירותו האופקית של גוף אחד, מהירותם האנכית זהה, ולכן השיפוע שבו פוגע גוף 2 גדול מהשיפוע שבו פוגע גוף 1.
ד. בכוון האופקי **התנע נשמר** מאחר ולא פועל כל כוח, ברכיב האנכי התנע **לא נשמר** מאחר וכדור הארץ מפעיל מתקף על הגופים בנפילתם.

במקרה אחר, מעניקים לגוף הראשון את אותה המהירות שחישבת בסעיף ג', אך הפעם בדופן הגוף השני מודבקת פלסטלינה שמסתה זניחה. כתוצאה מכך, לאחר ההתנגשות שני הגופים נצמדים ונעים יחד.

$$v_1 m_1 = u(m_1 + m_2)$$

$$u = v_1 \frac{m_1}{m_1 + m_2}$$

ה. הגופים נצמדים ומהירותם המשותפת ניתנת לחישוב:

$$u = 2.5 \frac{0.8}{0.8 + 0.2}$$

$$u = 2 \text{ m/s}$$

התנע של הגוף השני לפני ההתנגשות היה אפס. לכן כל השינוי בתנע שלו שווה לתנע שלו לאחר ההתנגשות כלומר:

$$p_2 = m_2 u = 0.2 \cdot 2 = 0.4 \text{ kg m/s}$$

על פי משפט מתקף תנע זהו גם גודל המתקף שהפעיל על הגוף הראשון עליו ולכן המתקף שהפעיל הוא על הגוף הראשון, הוא **0.4 ק"ג למטר לשנייה בכוון שמאלה**.
ו. מישור הייחוס אינו משתנה לפני ואחרי ההתנגשות כל עוד הגופים על השולחן לכן נוכל לחשב את ההפרש באנרגיה הקינטית.

$$E_{k(initial)} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = 0.5 \cdot 0.8 \cdot 2.5^2 = 2.5 \text{ J}$$

$$E_{k(final)} = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) u^2 = 0.5 \cdot (0.8 + 0.2) \cdot 2^2 = 2 \text{ J}$$

$$\Delta E_k = 0.72 - 0.9 = 0.5 \text{ J}$$

0.5 ג'אול אבדו במהלך ההתנגשות.

תזכורת חשובה: למדנו במהלך השנה שני רעיונות חשובים **כוחות משמרים** ו-**מערכת סגורה** לכל אחד הרעיונות יש הקשר משלו ואין לבלבל ביניהם:

- **כוחות משמרים** – קשורים לחוק שימור האנרגיה בלבד!
 - **מערכת סגורה** – קשורה לחוק שימור התנע בלבד!
- רק במקרה של התנגשות אלסטית שני הרעיונות מתקיימים בו זמנית אך ללא תלות אחד בשני.

שאלה 4

א. זמן המחזור נובע מהגרף והוא שווה ל-2.4 שניות.

ב. נשתמש בביטויי המהירות בתנועה הרמונית, $v = -A\omega \sin(\omega t)$ ($\Phi = 0$), בקשר בין זמן המחזור והמהירות הזוויתית,

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \text{ ובערך המהירות המרבית } v_{\max} = -10 \text{ cm/s} = -0.1 \text{ m/s}$$

$$v_{\max} = -A\omega \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = -10$$

$$A \frac{2\pi}{T} = 10$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2.621/\text{sec}$$

$$A = \frac{2.4 \cdot 10}{2\pi}$$

$$A = 3.82 \text{ cm} = 0.0382 \text{ m}$$

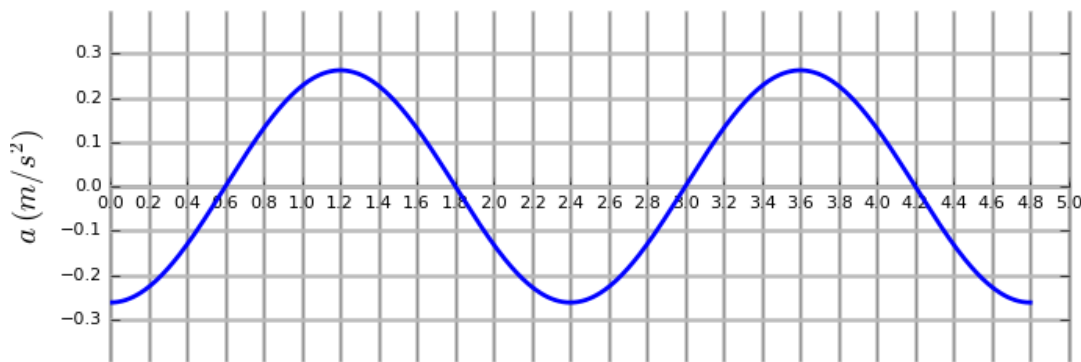
משרעת התנועה שווה ל-3.82 ס"מ

ג. נציב את התדירות הזוויתית בביטויי המהירות: $v = -0.1 \sin(2.62t)$

ד. נחשב את התאוצה המרבית שתתקבל בנקודה ב $x = \pm A$ על פי הביטוי $a = -\omega^2 x$:

$$a_{\max} = |\omega^2 A| = 2.62^2 \cdot 0.0382 = 0.26 \text{ m/s}^2$$

ונשרטט את הגרף של התאוצה על פי: $a = -a_{\max} \cos(\omega t)$ ביחידות SI:



ה. ניתן לחלץ את קבוע הקפיץ מהקשר בין התדירות הזוויתית לבין קבועי התנועה:

$$\omega = \sqrt{\frac{c}{m}}$$

$$c = k = \omega^2 m = 2.62^2 \cdot 0.5 = 3.43 \text{ N/m}$$

הערה: ניתן לחשב את k מתוך התאוצה, אך יש לשים לב ליחידות מאחר ובניוטון נכללת היחידה מטר. בחישוב כאן בכל מקרה גם התדירות הזוויתית וגם המסה הם ביחידות SI ולכן גם קבוע הקפיץ.

קבוע הקפיץ הוא 3.43 ניוטון למטר.

ו. בשיווי משקל שווה כוח הקפיץ לכוח הכבידה לכן נשתמש בחוק הוק עבור הקפיץ ונמצא את ההתארכות:

$$F_{sp} = k \Delta L \Rightarrow \Delta L = \frac{mg}{k} = \frac{0.5 \cdot 10}{3.43} = 1.46 \text{ m}$$

התארכות הקפיץ בנקודת שיווי משקל היא 1.46 מטר.

ז. נמצא את התאוצה בזמן המבוקש ועל פי חוק שני נמצא את הכוח השקול.

$$a = \omega^2 A \cos(\omega t) \Rightarrow a = 2.62^2 \cdot 0.0382 \times 10^{-2} \cos(2.62 \cdot 0.8) = +0.13 \text{ m/s}^2$$

$$\sum F = ma = 0.5 \cdot 0.13 = +0.065 \text{ N}$$

הכוח השקול לאחר 0.8 שניות מתחילת התנועה הוא 0.065 ניוטון מעלה. (המשקולת מתחת לנקודת שיווי משקל).

שאלה 5

א. ערכי הטבלה:

a (m/s^2)	$1/r^2$ ($1/m^2$)
1.45	3.31×10^{-14}
1.70	4.00×10^{-14}
2.22	4.94×10^{-14}
2.85	6.25×10^{-14}
3.72	8.16×10^{-14}

ב. נרשום את משוואת התנועה על פי החוק השני של ניוטון עבור המשקולת כשרק כוח הכבידה פועל עליה:

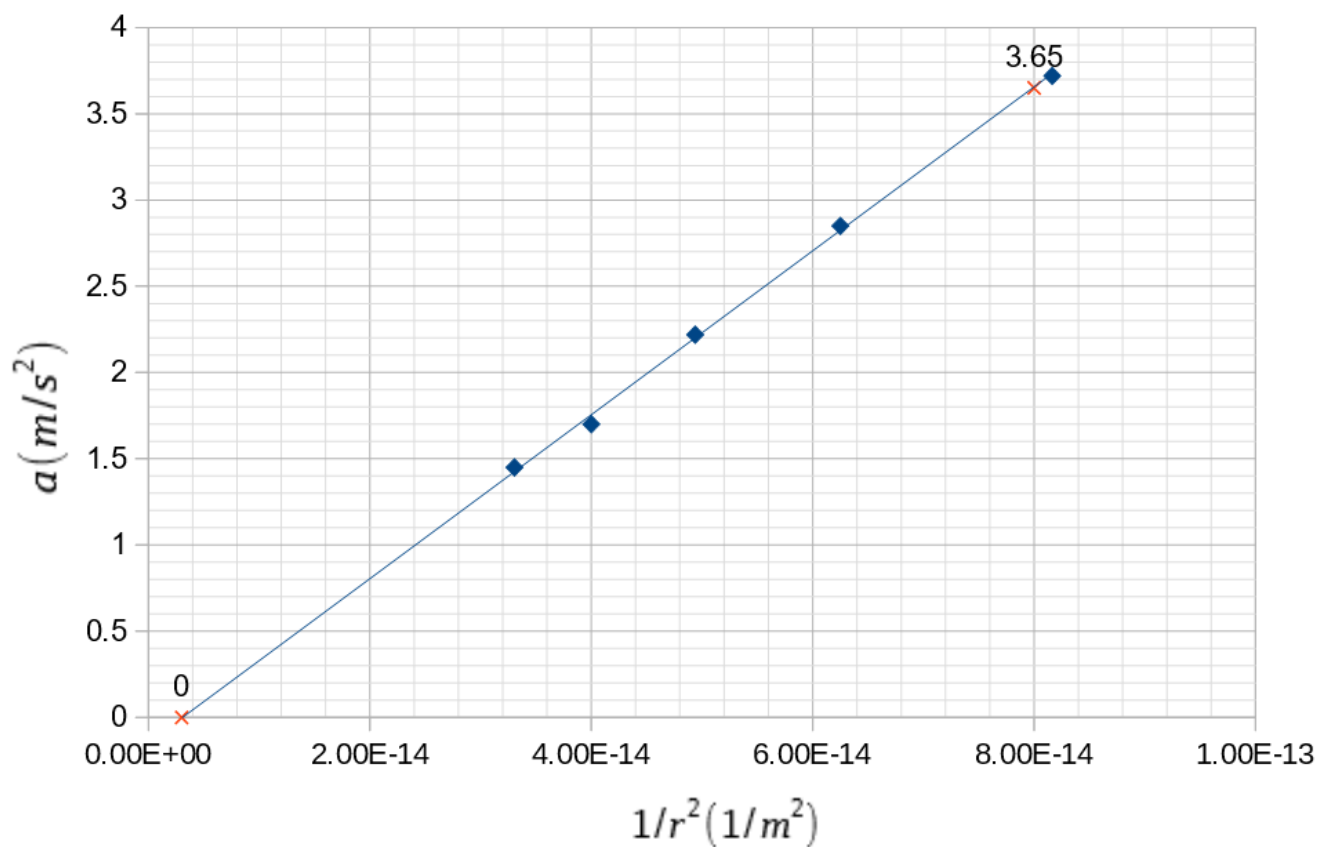
$$\sum \vec{F} = m \vec{a}$$

$$a = \frac{GM}{r^2}$$

הביטוי אינו לינארי ולכן נבצע החלפת משתנים:

כאשר M היא מסת הכוכב.

ג. הגרף:



ד. נמצא את השיעורים של שתי הנקודות המסומנות באדום ונחשב את השיפוע:

$$m = \frac{3.65 - 0}{8 \times 10^{-14} - 0.3 \times 10^{-14}} = 4.74 \times 10^{13} \text{ m}^3/\text{s}^2$$

ה. על פי סעיף ב שפוע הגרף שווה ל $m^* = GM$ ולכן $M = \frac{m^*}{G} = \frac{4.74 \times 10^{13}}{6.67 \times 10^{-11}} = 6.70 \times 10^{23} \text{ kg}$

מסת הכוכב היא 6.70×10^{23} ק"ג

$$g_0 = a = \frac{GM}{R_0^2} \Rightarrow R_0 = \sqrt{\frac{GM}{g_0}} = \sqrt{\frac{4.72 \times 10^{13}}{4.5}} = 3.239 \times 10^6 \text{ m}$$

רדיוס הכוכב הוא 3239 ק"מ

ז. על פי חוק שני של ניוטון לתנועה מעגלית של לוויין בהשפעת הכבידה של הכוכב:

$$\begin{aligned} \sum F_R &= m a_R \\ \frac{GMm}{r^2} &= m \frac{v^2}{r} \\ r &= \frac{GM}{v^2} = \frac{GM}{\left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2} \Rightarrow r^3 = \frac{GMT^2}{4\pi^2} \end{aligned}$$

על מנת שהלוויין יישאר מעל נקודה קרקעית קבוע עליו להסתובב באותה תדירות כמו הכוכב עצמו לכן:

$$T = 0.82 \cdot 24 \cdot 3600 = 70,848 \text{ sec}$$

נציב ערכים ידועים בביטוי לעיל:

$$\begin{aligned} r &= \sqrt[3]{\frac{4.74 \times 10^{13} \cdot 70,848^2}{4\pi^2}} = 18.2 \times 10^6 \text{ m} = 18,200 \text{ km} \\ h &= r - R_0 = 14,961 \text{ km} \end{aligned}$$

גובה לוויין התקשורת מעל פני הכוכב הוא כ 15,000 ק"מ.