

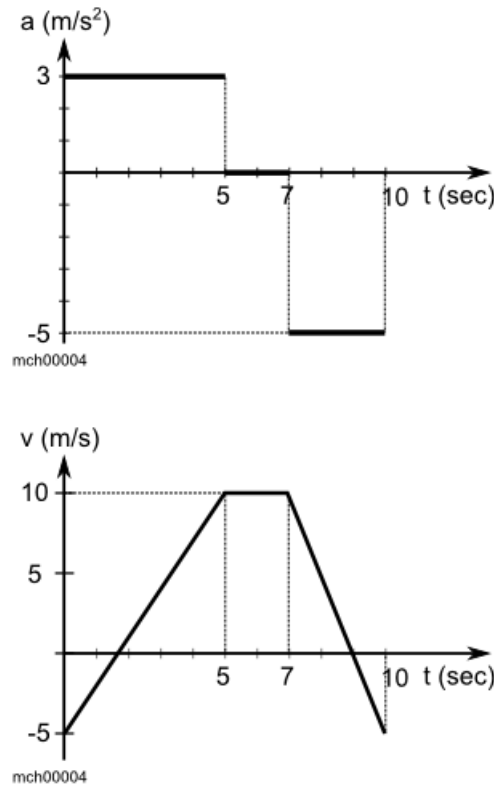
פיזיקה י"א, פתרון מתכונת ראשונה

מכניקה ואופטיקה גאומטרית

פרק ראשון – מכניקה

שאלה 1

א. בנתונים נאמר שהמסוק החל את תנועתו כלפי מטה במהירות שגודלה $5_{m/s}$ ושצידו החיובי של ציר התנועה הוא כלפי מעלה. לכן מהירותו ההתחלתית של המסוק שווה ל $-5_{m/s}$. תנועת המסוק היא שוות תאוצה למקוטעין ששיפועי הקטעים השונים ניתנים ע"י התאוצות שבגרף שבאיור 1 מכאן מתקבל הגרף הבא.



ב. המסוק הגיע לגובהו המרבי בזמן $t = 9_{sec}$ שמציין את סוף הקטע היחיד בו הוא נע כלפי מעלה וצבר גובהה.

ג. מאחר והגדרנו את גובה תחילת התנועה כגובה אפס, הגובה המרבי אליו יגיע המסוק שווה להעתק שעבר מרגע תחילת התנועה ועד ל- $t = 9_{sec}$. העתק זה שווה להפרש בין שטח הטרפז העליון לשטח המשולש התחתון. כדי לחשב את השטחים הללו נחשב את נקודת החיתוך הראשונה עם הציר האופקי על ידי שימוש במשוואת מהירות-זמן לגוף הנע בתאוצה קבועה. (הערה: ניתן גם למדוד מרחק זה ישירות מהגרף).

$$\begin{aligned} v &= v_0 + at \\ v_0 &= -5_{m/s}, a = 3_{m/s^2} \\ 0 &= -5 + 3t \Rightarrow t = 1\frac{2}{3}_{sec} \end{aligned}$$

כעת נחשב את הפרש השטחים:

$$S_1 = \frac{1.67 \cdot 5}{2} = 4.167_m$$

$$S_2 = \frac{(7.33 + 2)10}{2} = 46.67_m$$

$$S_{total} = S_2 - S_1 = 42.5_m$$

לכן גובהו המרבי של המסוק הוא 42.5 מטר מעל כף ידו של המפעיל.

ד. מהירותו של המסוק בזמן $t = 10_{sec}$ זהה למהירותו ההתחלתית, כלפי מטה, מאחר וגובה הגרף מהירות-זמן בנקודות אלו שווה.

ה. המסוק שינה את כוון תנועתו פעמיים כמספר הפעמים ששינה את כוון מהירותו. השינוי בכוון המהירות ארע בשתי הנקודות בהן חצתה עקומת המהירות את הציר האופקי.

שאלה 2

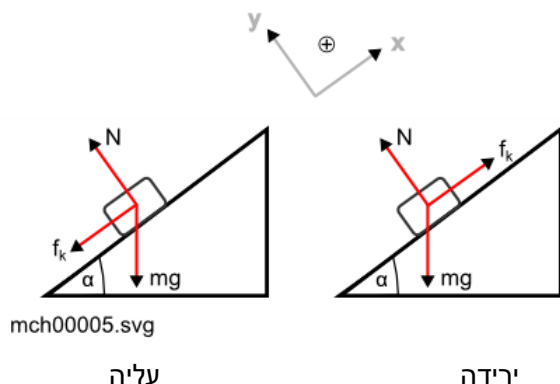
א. על פי שיפוע העקומה בגרף מהירות-זמן שבאיור 2 ניתן לראות שתאוצת התיבה מתחילת התנועה ועד לשנייה אחת, גדול מתאוצתה בירידה מה שמעיד על כך שבנוסף לכוח הכבידה קיים כוח נוסף הפועל על התיבה. ניתן להסיק כי כוח זה פועל בניגוד לכיוון התנועה מאחר ובעליה הוא מגדיל את תאוצתה ובירידה הוא מקטין אותה. מאחר ולא נאמר שקיים כוח נוסף במערכת ניתן להסיק שכוח זה הוא החיכוך.

ב. נבחר את הציר החיובי של ציר x להיות במעלה המדרון.

mg - כבידה, מופעל על ידי כדור הארץ והתגובה לו היא כוח הכידה המפעילה התיבה על כדור הארץ.

N - נורמל, מופעל על ידי המשטח והתגובה לו היא כוח נורמלי שמפעילה התיבה על המשטח.

f_k - כוח החיכוך, מופעל על ידי המשטח והתגובה לו היא כוח חיכוך שמפעילה התיבה על המשטח.



ג. בשני המקרים התיבה בשווי משקל בציר האנכי ולכן מתקיים:

$$\begin{aligned}\sum F &= 0 \\ mg \cos \alpha - N &= 0 \\ N &= mg \cos \alpha\end{aligned}$$

בציר האופקי התיבה מאיצה ולכן מתקיים:

$$\begin{aligned}\sum F &= ma \quad \text{בעליה} \\ -f_k - mg \sin \alpha &= ma_{up} \\ f_k = N \mu &= mg \cos \alpha \mu \\ -mg \cos \alpha \mu - mg \sin \alpha &= ma_{up} \\ a_{up} &= g(-\sin \alpha - \mu \cos \alpha)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sum F &= ma \quad \text{בירידה} \\ f_k - mg \sin \alpha &= ma_{down} \\ f_k = N \mu &= mg \cos \alpha \mu \\ mg \cos \alpha \mu - mg \sin \alpha &= ma_{down} \\ a_{down} &= g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)\end{aligned}$$

ד. נחלץ את התאוצות בעליה ובירידה מתוך הגרף הנתון: $a_{up} = -12 \text{ m/s}^2$, $a_{down} = -4 \text{ m/s}^2$ ונציב במשוואות שקיבלנו בסעיף הקודם ונחלץ את הגדלים הרצויים.

$$\begin{aligned}g(-\sin \alpha - \mu \cos \alpha) &= -12 \\ g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) &= -4\end{aligned} \Rightarrow \sin \alpha = 0.8 \Rightarrow \alpha = 53.13^\circ$$

$$\mu = 0.67$$

ה. נמצא תחילה את ההעתק שעברה התיבה בדרכה מעלה מתוך השטח שמתחת לגרף מהירות-זמן בין אפס שניות לשנייה אחת:

$$\Delta x = \frac{12 \cdot 1}{2} = 6 \text{ m}$$

בדרכה מטה תעבור התיבה דרך השווה לערכו של ההעתק שעברה בעליה ובתאוצה קבועה של -4 m/s^2 נמצא את זמן הירידה:

$$y = \frac{1}{2} g t_{down}^2 \Rightarrow 6 = \frac{1}{2} 4 t_{down}^2 \Rightarrow t_{down} = 1.73 \text{ sec}$$

ובתוספת זמן העליה נקבל שהזמן הכולל עד לחזרת התיבה לתחתית הוא:

$$t_{Total} = t_{up} + t_{down} = 1 + 1.73 = 2.73 \text{ sec}$$

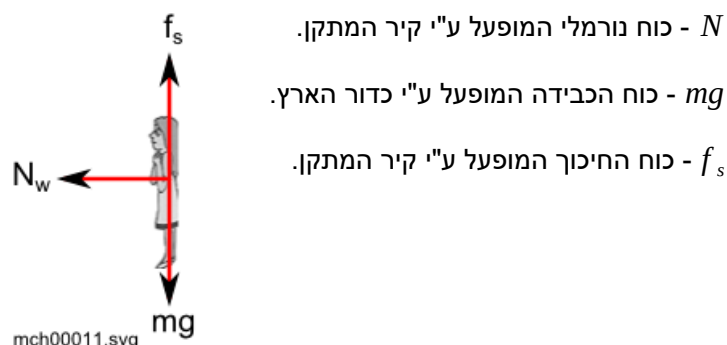
שאלה 3

א. הנערה במנוחה בציר האנכי ולכן שקול הכוחות בציר זה שווה לאפס. בציר הרדיאלי הכוח היחיד הפועל על הנערה הוא הנורמל המופעל עליה ע"י קיר המתקן, N_w , ולכן הכוח השקול הפועל עליה שווה לכוח זה. נחשב כוח זה:

$$\begin{aligned}\sum F_R &= ma_R \\ a_R &= \omega^2 R \\ N_w &= m \omega^2 R = 4 \pi^2 f^2 \\ [1] \quad N_w &= 4 \pi^2 m f^2 R \\ N_w &= 4 \pi^2 60 \cdot 0.4^2 \cdot 2 \approx 758_N\end{aligned}$$

כלומר הכוח השקול הפועל על הנערה הוא 758 ניוטון כלפי מרכז הסיבוב.

ב. הכוחות הפועלים על הנערה מתוארים בתרשים הבא:



ג. על מנת שהנערה לא תחליק מטה, מקדם החיכוך המזערי צריך להיות כזה כך שכוח החיכוך שיווצר בין הנערה לקיר ישווה לכוח הכבידה הפועל על הנערה. ידוע שכוח החיכוך שווה ל: $f_k = N \mu_s$, את הנורמל חשבנו בסעיף א', ולכן:

$$\begin{aligned}N_w \mu_s &= mg \\ 758 \mu_s &= 60 \cdot 10 \\ \mu_s &= 0.79\end{aligned}$$

ד. כוח החיכוך אינו משתנה. אומנם על פי [1] לעיל הנורמל גדל ויחד אתו יגדל כוח החיכוך הסטטי המקסימלי, אך מאחר וכוח החיכוך הסטטי עצמו תלוי בכוח המופעל על גוף בכוון הפוך לכוון החיכוך, ומאחר ואין סיבה שכוח הכבידה הפועל על הנערה ישתנה עם הגדלת התדירות, גם כוח החיכוך הפועל עליה בפועל לא ישתנה.

ה. מאחר ומקדם החיכוך לא השתנה לפי הנתון אך הנורמל קטן, יקטן כוח החיכוך והגוף לא יהיה עוד בשווי משקל בציר האנכי כלומר יפעל עליו שקול כוחות בכוון מטה. לכן כעת מתקיים:

$$\begin{aligned}\sum F_y &= ma \\ N_w \mu - mg &= ma \\ a &= \frac{\mu N_w - mg}{m}\end{aligned}$$

באמצעות [1] נחשב את הנורמל החדש: $N'_w = 4 \pi^2 60 \cdot 0.35^2 \cdot 2 = 580_N$

$$a = \frac{0.79 \cdot 580 - 60 \cdot 10}{60} = 2.36_{m/s^2}$$

ומכאן $a = 2.36_{m/s^2}$

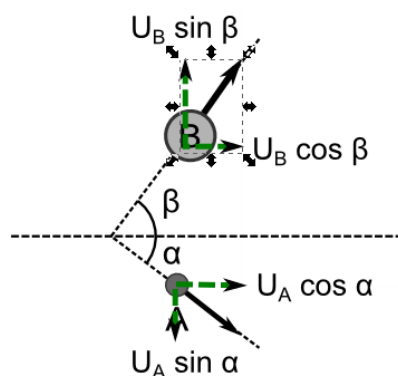
כלומר תאוצתה של הנערה היא 2.36 מטר לשנייה בריבוע כלפי מטה.

שאלה 4

א. במערכת פועלים רק כוחות פנימיים (הנורמל בין הכדורים) ולכן נשתמש בחוק שימור התנע כאשר ידוע שכדור B היה במנוחה לפני ההתנגשות.

$$m_a \vec{v}_a = m_a \vec{u}_a + m_b \vec{u}_b$$

נגדיר את הרביע הראשון כרביע החיובי ונפרק את המהירויות לרכיבים על פי השרטוט הבא ובהתחשב בכך שלכדור A הייתה מהירות התחלתית רק בכיוון ציר x .



mch00010.svg

מבט על רגע לאחר ההתנגשות

$$[1] \quad x: m_a v_a = m_a u_a \cos \alpha + m_b \cos \beta$$

$$[2] \quad y: 0 = m_a u_a \sin \alpha - m_b \sin \beta$$

נציב את המסות, הזוויות והמהירות ההתחלתית:

$$0.02 \cdot 5 = 0.02 u_a \cos 37 + 0.06 u_b \cos 53$$

$$0 = 0.02 u_a \sin 37 - 0.06 u_b \sin 53$$

$$0.1 = 0.016 u_a + 0.036 u_b$$

$$u_a = 4 u_b$$

$$u_a = 4 \text{ m/s}, \quad u_b = 1 \text{ m/s}$$

ב. נבדוק האם האנרגיה המכנית הכללית נשמרת בהתנגשות. מאחר ושני הגופים נשארים באותו מישור יחוס מיד לאחר ההתנגשות אין שינוי באנרגיה הפוטנציאלית. נחשב את האנרגיה הקינטית של המערכת מיד לאחר ההתנגשות:

$$E_i = \frac{1}{2} m_a v_a^2 = 0.25 \text{ J}$$

$$E_f = \frac{1}{2} m_a u_a^2 + \frac{1}{2} m_b u_b^2 = 0.19 \text{ J}$$

האנרגיה הקינטית של המערכת פחתה ולכן לא נשמרה האנרגיה וההתנגשות היא אי-אלסטית.

ג. הכדורים נופלים בנפילה חופשית מראש העמוד.

i. זמן נפילתם יחושב על פי המשוואה לתנועה בתאוצה (g) קבועה עם מהירות התחלתית אפס והעתק השווה לגובה העמוד.

$$h = \frac{1}{2} g t^2$$

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot 0.8}{10}} = 0.4 \text{ sec}$$

ii. במישור האופקי נע הכדור במהירות קבועה שהיא מהירותו לאחר ההתנגשות ולכן:

$$x = u_a t$$

$$x = 1 \cdot 0.4 = 0.4 \text{ m}$$

הכדור יפגע במרחק של 0.4 מטר מהעמוד ובכיוון התקדמותו לאחר ההתנגשות.

ד. i. כדור A נופל גם הוא בנפילה חופשית ולכן זמן מעופו יהיה שווה לזה של כדור B .

ii. המרחק יהיה גדול מהמרחק שעבר כדור B מאחר ומהירותו ההתחלתית של כדור A גבוהה ממהירותו של כדור B ולכן בפרק זמן זה יעבור מרחק גדול יותר.

שאלה 5

א. פרט לכוח החיכוך הפועל בקטע CD , כל הכוחות בבעיה הם משמרים או שאינם עושים עבודה. לכן על פי משפט עבודה אנרגיה

$$W_{f_k} = E_E - E_A \quad [1]$$

כמו כן עבודת כוח החיכוך שווה ל: $W_{f_k} = f_k \Delta x \cos 180 = -\mu N R = -\mu m g R$

$$E_A = \frac{1}{2} m v_0^2 + mgR \quad E_E = mgh \quad \text{ולכן: } v_A = v_0, \quad v_E = 0, \quad h_E = h$$

נציב ב-[1] ונקבל:

$$-\mu m g R = \left(\frac{1}{2} m v_0^2 + mgR \right) - mgh$$

$$2gh = v_0^2 + 2gR - 2\mu gR$$

$$[2] \quad h = \frac{v_0^2}{2g} + R(1 - \mu)$$

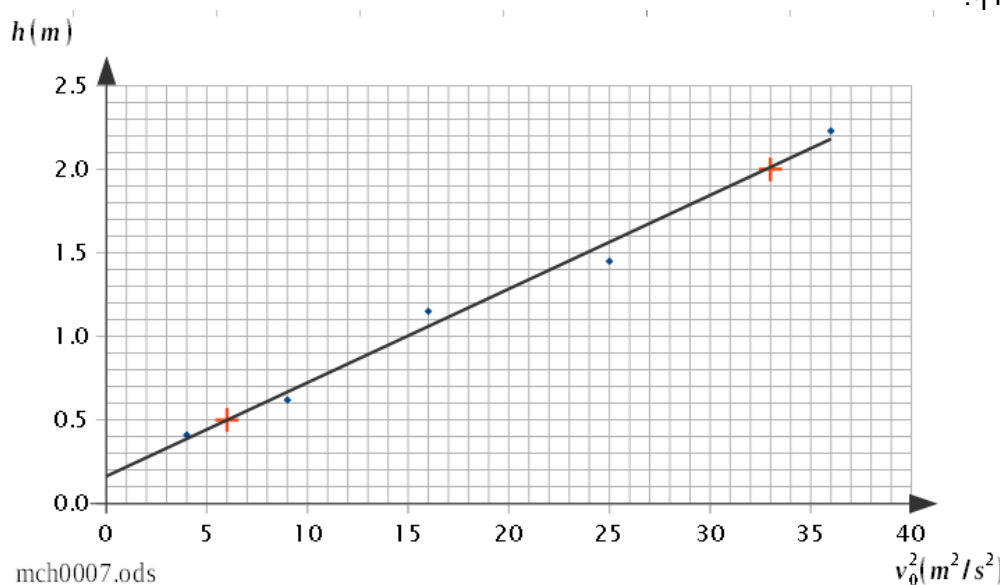
מ.ש.ל.

ב. שרטוט הגרף:

i. נשלים את הטבלה:

$h(m)$	$V_0(m/s)$	$v_0^2(m^2/s^2)$
0.41	2	4
0.62	3	9
1.15	4	16
1.45	5	25
2.23	6	36

ii. נשרטט את הגרף:



נחשב את שיפוע הגרף משתי הנקודות המסומנות בגרף בצלבים: $A = \frac{2 - 0.5}{33 - 6} = 0.056 (m/s^2)^{-1} = 0.056 \text{ s}^2/m$ ונקודת

החיתוך עם הציר האנכי $B = 1.6_m$.

$$g. \text{ נבצע לינאריזציה של הביטוי [2]: } h = \underbrace{\frac{1}{2g}}_A \cdot \underbrace{v_0^2}_x + \underbrace{R(1-\mu)}_B$$

i. נמצא את התאוצה הגרביטציונית:

$$\frac{1}{2g} = A = 0.056 \Rightarrow g = 8.93_{m/s^2}$$

ii. ואת מקדם החיכוך:

$$R(1-\mu) = B = 0.16 \Rightarrow \mu = \frac{0.5-0.16}{0.5} = 0.68$$

ד. משקולי סימטריה הגובה המינימלי, h_{min} , שממנו נשחרר את הגוף והוא יגיע ל A במהירות אפס מקביל לגובה שאיליו יגיע הגוף אם נשחרר אותו מנקודה A במהירות אפס, ולכן גובה זהה שווה לנקודת חיתוך הגרף עם הציר האנכי המתאימה לנקודה שבה $v_0 = 0$. כלומר $h_{min} = 0.16_m$.

ה. שיפוע הגרף נתון ע"י $\frac{1}{2g}$, ולכן גרף זהה שיצויר על הירח יהיה בעל שיפוע גבוהה יותר מאחר ואם $g_{earth} > g_{moon}$ אזי

$$\frac{1}{g_{earth}} < \frac{1}{g_{moon}}$$

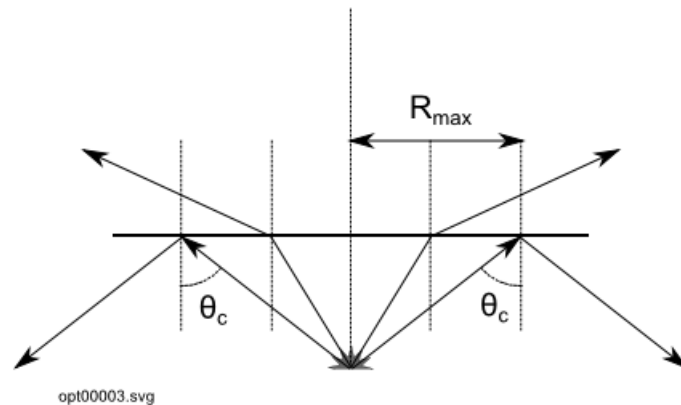
שאלה 6

א. החזרה פנימית מלאה היא תופעה שבה אור הפוגע בגבול שבין שני חומרים שקופים מוחזר בצורה מלאה כך שלא נוצרת כלל העברה של אור מתווך לתווך. התופעה מתקיימת בשני תנאים:

i. החומר ממנו מגיע האור הוא בעל מקדם שבירה גבוה ביחס לחומר אליו עובר האור.

ii. זווית הפגיע שווה או גדולה מהזווית הקריטית המאפיינת את שני החומרים.

ב. מאחר והמים צפופים מהאוויר, האור מועבר אל מחוץ למים רק בתחום שבו הוא פוגע בפני המים בזווית קטנה מהזווית הקריטית, כלומר לאורך ישר R_{max} בשרטוט, היוצא ממרכז המקור ונמשך לאורך פני המים עד לנקודה שבה הזווית מהמקור נהיית גדולה מהזווית הקריטית. מאחר והמקור נקודתי ומפיץ אור בצורה שווה לכל הכיוונים נוצר מעגל שרדיוסו כאורך הישר שתואר לעיל.



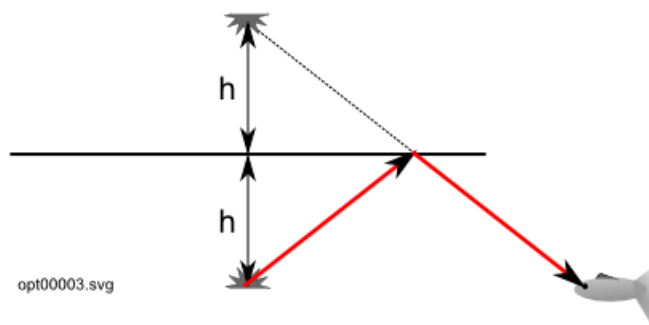
ג. נחשב תחילה את הזווית הקריטית למעבר אור בין אוויר למים:

$$\theta_c = \sin^{-1}\left(\frac{1}{1.33}\right) = 48.75^\circ$$

ולפי השרטוט שלעיל רדיוס המעגל הוא 1.14_m לפי $1.14_m \tan \theta_c = \frac{R_{max}}{h} \Rightarrow R = 1 \tan 48.75 = 1.14_m$.

ד. מאחר והדג שוחה על קרקעית הברכה הוא חייב להימצא במרחק שגדול פעמיים מרדיוס העיגול על מנת שהקרן המוחזרת מפני המים בהחזרה מלאה כשזווית הפגיעה שווה לזווית הקריטית תגיע לעינו. לכן מרחקו המינימלי ממושב האצות כדי שיראה אותה בהחזרה מלאה הוא 2.28_m .

ה. מהלך הקרניים בהיווצרות דמות האצות:

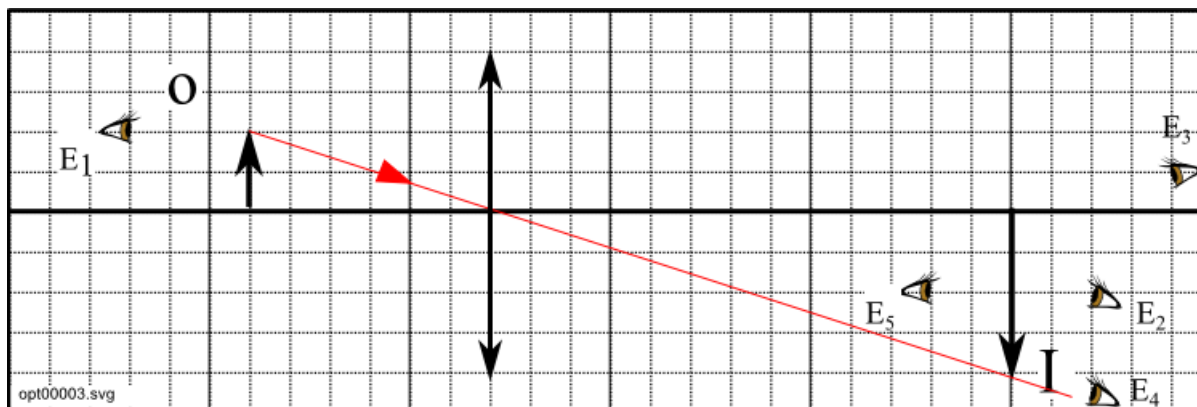


שאלה 7

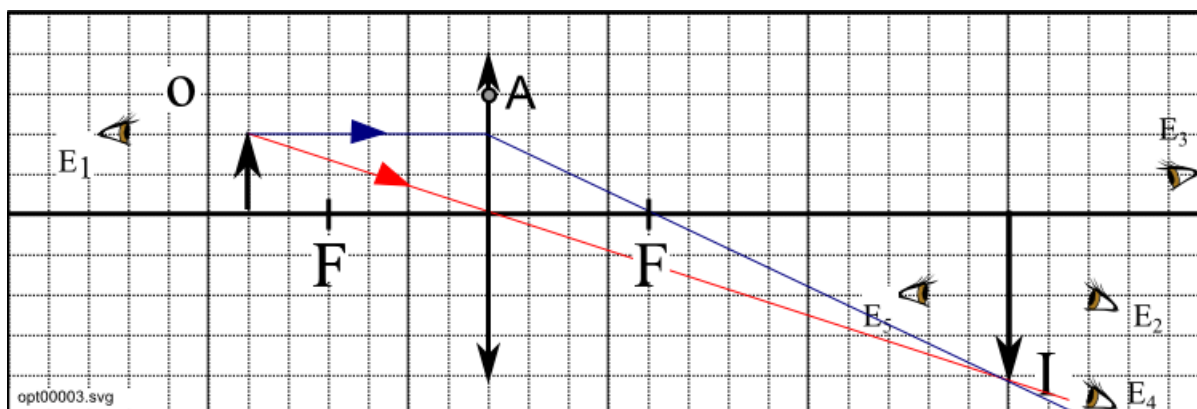
א. הדמות גדולה מהעצם פי שתיים לכן ההגדלה הקווית היא 2 על פי $m = \frac{H_i}{H_o} = \frac{4}{2} = 2$.

ב.

i. על מנת למצוא את מיקום העדשה יש לשרטט את הקרן העוברת דרך מרכז העדשה מבלי להישבר. בנקודת החיתוך של קרן זו עם הציר האופטי ממוקמת העדשה:

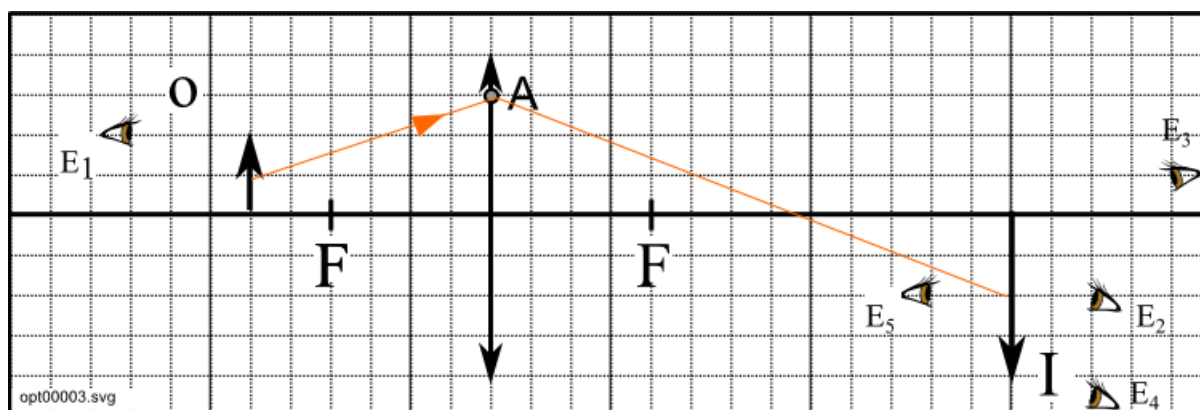


ii. ניתן למצוא את רוחק המוקד על ידי שרטוט אחת משתי הקרניים היוצאות בצורה מקבילה מהעצם או מהעדשה. נקודת חיתוך של קרניים אלו עם הציר האופטי היא נקודת המוקד של העדשה, המוקד השני סימטרי לה.



רוחק המוקד המתקבל הוא 8 ס"מ.

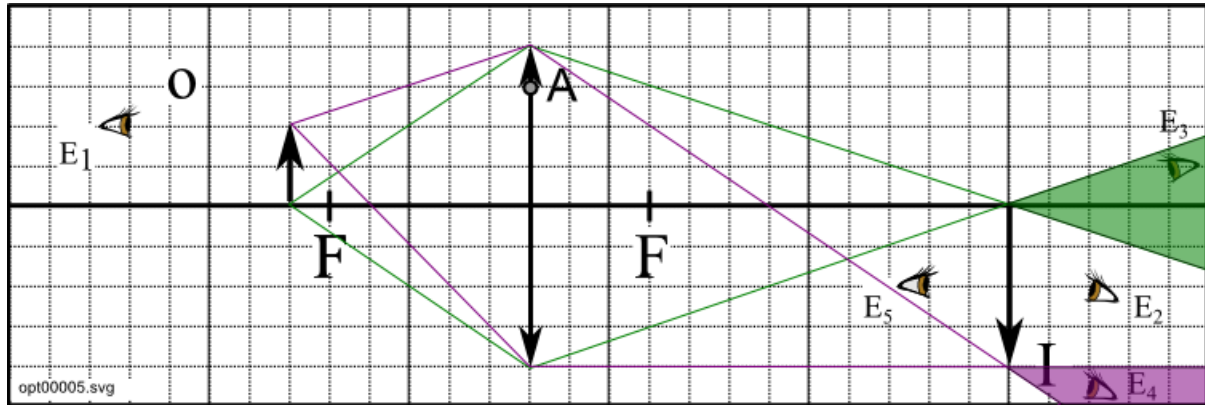
ג. הקרן המבוקשת מסומנת בכתום:



ד. נקודות E_1 ו- E_5 ניצבות בצידו של העצם ולא של הדמות ולכן לא יוכלו לראות את הדמות. הנקודה E_1 תוכל לראות את העצם מאחר וקיים קו ראייה בין האישון לעצם.

הנקודות E_2 , E_3 ו- E_4 לא תראנה את העצם בצורה ישירה כי קו הראייה שלהן אליו עובר דרך העדשה.

נצייר את שדה הראייה של ראש (סגול) ורגלי (ירוק) העצם דרך קצות העדשה.



לפי השרטוט ניתן לראות ש:

E_2 - רואה את הדמות אך אינה רואה את ראשה ורגליה.

E_3 - רואה רק את תחתיתה של הדמות מאחר והיא נמצאת בשדה הראייה של התחתית (תחום ירוק) ולא בזה של הראש.

E_4 - רואה רק את ראשה של הדמות מאחר והיא בשדה הראייה של הראש (תחום סגול) ולא בזה של התחתית.

שאלה 8

א. נתון $f=60_{cm}$, $u=40_{cm}$ ולכן על פי נוסחת גאוס ונוסחת ההגדלה:

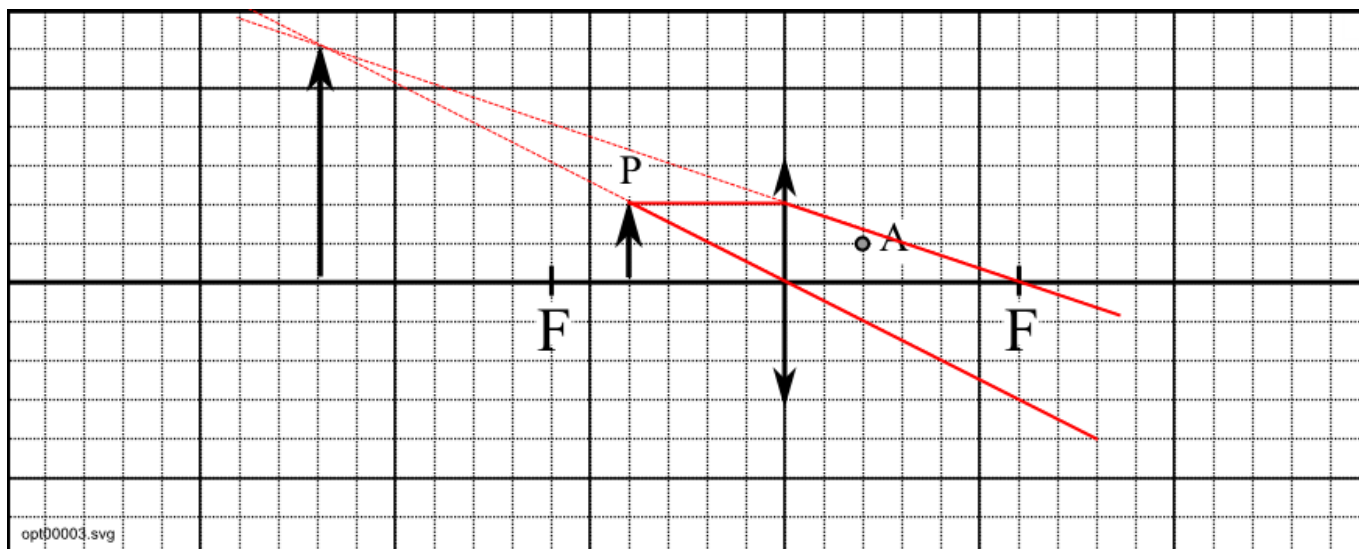
$$\frac{1}{v} = \frac{1}{f} - \frac{1}{u} \quad m = \frac{|v|}{u} = \frac{120}{40} = 3$$

$$\frac{1}{v} = \frac{1}{60} - \frac{1}{40} \quad H_i = m H_0$$

$$v = -120_{cm} \quad H_i = 3 * 20 = 60_{cm}$$

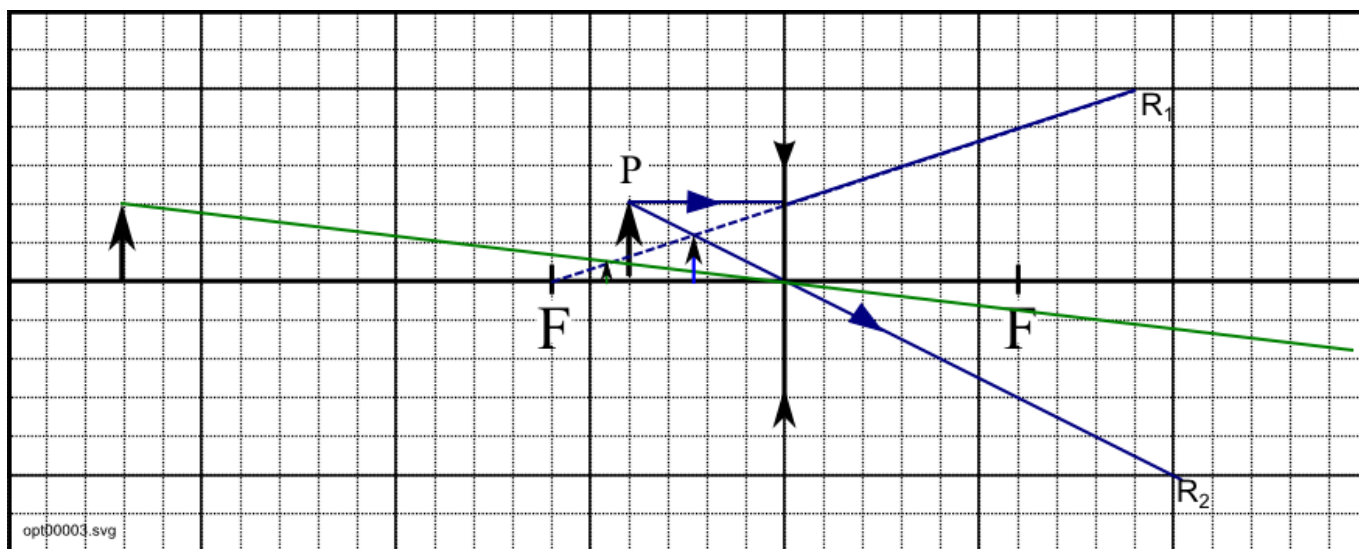
הדמות תתקבל במרחק 120 ס"מ משמאל לעדשה' היא מדומה מאחר וסימנה הוא שלילי וגובה 60_{cm} .

ב. להלן שרטוט שתי קרניים היוצרות את הדמות:



ג. כן הדמות תראה בנקודה כי קיימות קרניים היוצאות מראש הדמות ומגיעה לנקודה A.

ד. הקרניים היוצרות דמות מדומה בעדשה מפזרת משורטטות להלן בכחול:



ה. לא, מהשרטוט ניתן לראות שללא תלות בכך שהעצם נמצא לפני או אחרי המוקד שתי הקרניים שצוירו יפגשו תמיד בנקודה שהיא

בין העצם לעדשה ומתחת לגובה ראש העצם. מאחר והקרן R_1 אינה משתנה כל עוד גובה העצם נשאר קבוע בעוד שהקרן R_2 תשנה את שיפוע כך שנקודת המפגש תרד ככל שהעצם יתרחק.