

אלקטרודינמיקה

המעגל החשמלי

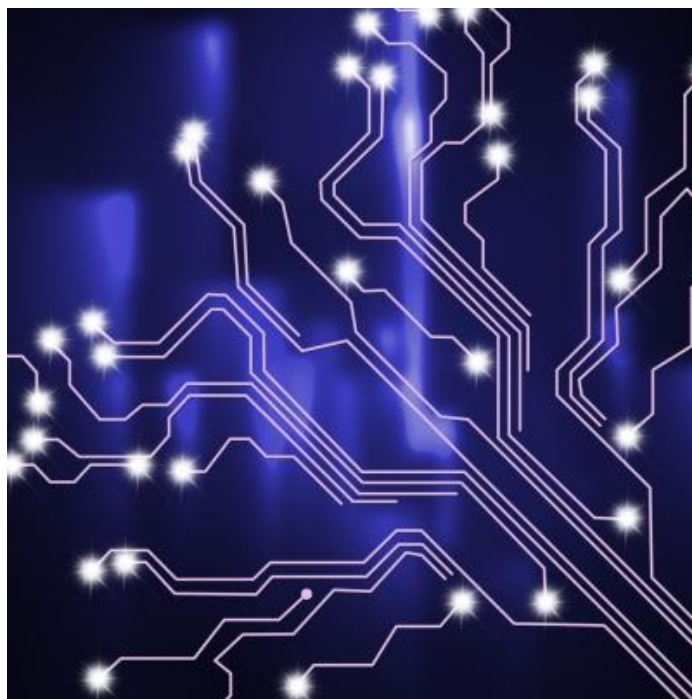


Image courtesy of Stuart Miles at FreeDigitalPhotos.net

$$G = \frac{I}{V}$$

◀ כאשר מפעילים מתח (V) מקבלים זרם (I), שהקשר ביניהם הוא יחס ישר.
מקדם הפרופורציה נקרא **מוליכות חשמלית** ומסומן ב- G.

$$\frac{1}{G} = R$$

◀ הערך ההופכי של המוליכות G מבטא את **ההתנגדות** ומסומן ב- R.

$$V = R \cdot I$$

◀ **חוק אום:** הזרם הזורם במוליך נמצא ביחס ישר למתח בין קצותיו.
קבוע הפרופורציה הוא התנגדות המוליך.

◀ את תלות הזרם במתח נהוג לתאר בצורת גרף הנקרא אופ"ן.

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

◀ התנגדות המוליך נמצאת: ביחס ישר לאורך המוליך,
ביחס הפוך לשטח החתך שלו, ותלויה בסוג החומר ממנו עשוי המוליך.

◀ התנגדות סגולית ρ היא ההתנגדות של מוליך מחומר נתון, בעל יחידת אורך אחת וחתך רוחב
בעל יחידת שטח אחת.

◀ בחיבור טורי נשמר הזרם דרך הנגדים, סכום מפלי המתח על כל אחד מהנגדים שווה למתח הכולל, וההתנגדות השקולה של הנגדים היא סכום ההתנגדויות שלהם.

$$I = I_1 = I_2 = I_3$$

$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

$$R_T = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n$$

◀ בחיבור מקבילי, המתח על כל אחד מהנגדים הוא זהה, הזרם הכללי שווה לסכום הזרמים דרך כל אחד מהנגדים, וסכום הערכים ההופכיים של התנגדויות הנגדים שווה לערך ההופכי של ההתנגדות השקולה של כל הנגדים.

$$I = I_1 + I_2 + I_3$$

$$V_{AB} = V_1 = V_2 = V_3$$

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n}$$

◀ מחברים מד זרם במעגל **בטור** במקום בו רוצים למדוד את הזרם. ניתן להניח שמד הזרם הוא "אידיאלי", כאשר הוא בעל התנגדות קטנה מאד לעומת התנגדויות יתר חלקי המעגל.

◀ מחברים מד מתח אל שתי נקודות במעגל כדי למדוד את המתח ביניהן. ניתן להניח שמד המתח הוא "אידיאלי", כאשר הוא בעל התנגדות הגדולה בהרבה מהתנגדותם של יתר חלקי המעגל.

◀ **קצר:** מצב בו שני תילי הולכה המחברים מכשיר למקור נוגעים זה בזה.

◀ **עומס יתר:** מצב בו הזרם גדל באופן לא רצוי.

הדבר מתרחש כאשר מחברים במקביל אל מקור מספר רב של מכשירים.

◀ בעזרת **נגד משתנה** המחובר בחיבור **פוטנציומטרי** או **ריאוסטטי**, ניתן לשנות את עוצמת הזרם או המתח במעגל כולו או בחלקים ממנו.

א- לתיל נחושת החלול במרכזו (ראו תרשים) יש קוטר חיצוני של 0.85 ס"מ וקוטר פנימי שך 1.1 ס"מ. אורך התיך הוא 20 ס"מ, וההתנגדות הסגולית של נחושת (ב- 20°C) היא $1.7 \times 10^{-8} \Omega$. מהי התנגדות התיל כאשר משתמשים בו לאורכו?

ב- גוש נחושת בעל מסה של 1.5 ק"ג נמתח ליצירת תיל מוליך בעל התנגדות של 250 אום. חשבו את אורך התיל ואת קוטרו, אם ידוע כי צפיפות הנחושת היא $8.9 \times 10^3 \text{ ק"ג/מ"ק}$.



א- לתיל נחושת החלול במרכזו (ראו תרשים) יש קוטר חיצוני של 0.85 ס"מ וקוטר פנימי שך 1.1 ס"מ. אורך התיך הוא 20 ס"מ, וההתנגדות הסגולית של נחושת (ב- 20°C) היא $1.7 \times 10^{-8} \Omega$. מהי התנגדות התיל כאשר משתמשים בו לאורכו?



על מנת לחשב את התנגדות התיל נשתמש בנוסחה:

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

ראשית, נחשב את שטח החתך בעזת הפרש הקטרים הנתונים:

$$A = \frac{\pi}{4} (r_1^2 - r_2^2)$$

הואיל וההתנגדות הסגולית נתונה ביחידות של אוםXמטר, עלינו להפוך את יחידות האורך למטרים. על מנת לעבור מס"מ למטר יש לחלק ב- 100, ולכן:

$$A = \frac{\pi}{4} \left[\left(\frac{1.1}{100} \right)^2 - \left(\frac{0.85}{100} \right)^2 \right]$$

$$A = 3.83 \times 10^{-5} m^2$$

כעת נחשב את ההתנגדות הכוללת של התיל:

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

$$R = 1.7 \times 10^{-8} \frac{0.2}{3.83 \times 10^{-5}} = 0.0000887 \Omega$$

$$R : 89 \mu\Omega$$

ב- גוש נחושת בעל מסה של 1.5 ק"ג נמתח ליצירת תיל מוליך בעל התנגדות של 250 אום.
חשבו את אורך התיל ואת קוטרו אם ידוע כי צפיפות הנחושת היא 8.9×10^3 ק"ג/מ"ק.

◀ מתוך ידיעת המסה והצפיפות P נוכל לחשב את הנפח של גוש הנחושת:

$$P = \frac{m}{V}$$

$$V = \frac{m}{P} = \frac{1.5}{8.9 \times 10^3} = 0.000168 m^3$$

$$V = LA = 0.000168 m^3$$

$$R = \rho \frac{L}{A} \quad \text{◀ ידוע כי:}$$

$$250 = 1.7 \times 10^{-8} \frac{L}{A} \quad \text{◀ ומהנתון:}$$

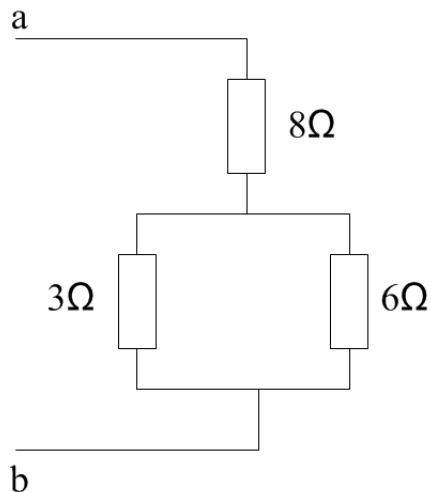
$$\begin{cases} LA = 0.000168 \\ 250 = 1.7 \cdot 10^{-8} \frac{L}{A} \end{cases}$$

◀ נפתור את שתי המשוואות עבור L ו-A:

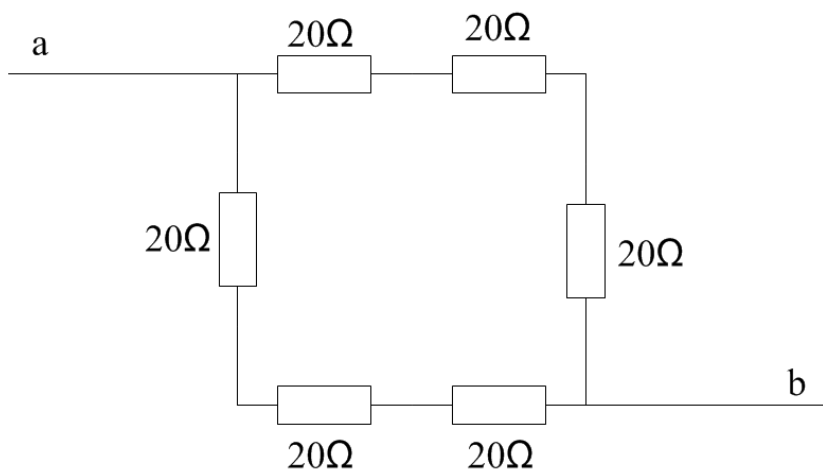
$$L = 1571.8 m = 1.572 km$$

$$A = 106.9 \cdot 10^{-9} m^2 = 0.107 mm^2$$

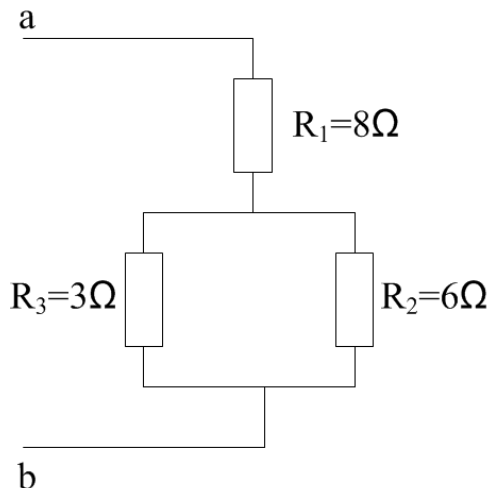
א- מהי ההתנגדות השקולה בין הנקודות a ו- b במערך הנגדים הבא?



ב- מהי ההתנגדות השקולה בין הנקודות a ו- b במערך הנגדים הבא?



א- מהי ההתנגדות השקולה בין הנקודות a ו- b במערך הנגדים הבא?



במערך זה יש שני נגדים במקביל, המחוברים בטור לנגד שלישי.

ההתנגדות השקולה של שני הנגדים שבמקביל:

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n}$$

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{6} + \frac{1}{3}$$

$$R_T = 2\Omega$$

כעת יש לנו למעשה שני נגדים בטור: הנגד השקול R_T והנגד R_1 . לכן, ההתנגדות השקולה של כל המערך היא:

$$R_T = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n$$

$$R_T = 8 + 2 = 10\Omega$$

ב- מהי ההתנגדות השקולה בין הנקודות a ו- b במערך הנגדים הבא?

אם נתקדם מ- a לכיוון b נגיע לצומת (x) בה המוליך מתפצל לשני ענפים, ולאחר מכן מתאחד שוב בצומת השני (y).

בין שני הצמתים הללו יש חיבור במקביל: 3 נגדים בכל ענף.

לכן יש כאן למעשה חיבור של 3 נגדים בטור במקביל ל-3 נגדים אחרים, גם הם בטור.

נחשב את ההתנגדות הטורית השקולה של כל ענף:

$$R_T = 20 + 20 + 20 = 60\Omega$$

ושל שני הענפים במקביל (נתייחס אליהם כאל ענף A וענף B):

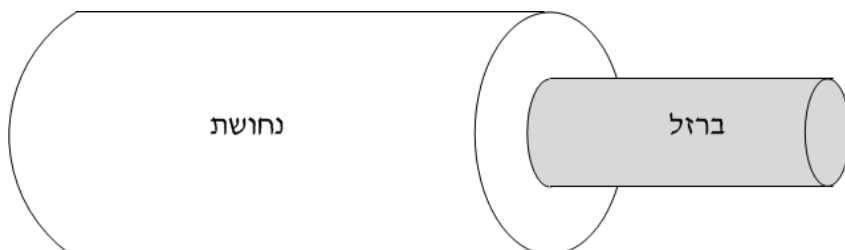
$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_A} + \frac{1}{R_B} = \frac{1}{60} + \frac{1}{60}$$

$$R_T = 30\Omega$$

זוהי ההתנגדות השקולה של המערך כולו

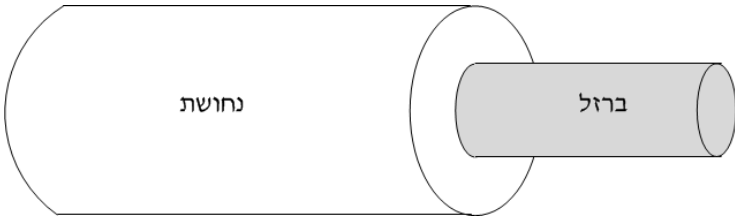
מוליך מתכתי גלילי באורך 50 ס"מ מורכב משני מוליכים העשויים מחומרים שונים:
החיצוני עשוי מנחושת והפנימי עשוי מברזל.
הקוטר החיצוני של גליל הנחושת הוא 3 מ"מ, ושל גליל הברזל – 2 מ"מ (ראו תרשים).
נתון כי ההתנגדות הסגולית של נחושת היא $1.7 \times 10^{-8} \Omega \text{m}$ ושל ברזל היא: $10^{-7} \Omega \text{m}$.

מהי ההתנגדות של המוליך כולו?
הערה: התרשים הוא להמחשה בלבד. יש להתייחס לשני הגלילים כבעלי אורך של 50 ס"מ.



הקוטר החיצוני של גליל הנחושת הוא 3 מ"מ, ושל גליל הברזל – 2 מ"מ (ראו תרשים).
נתון כי ההתנגדות הסגולית של נחושת היא $1.7 \times 10^{-8} \Omega m$ ושל ברזל היא: $10^{-7} \Omega m$.

מהי ההתנגדות של המוליך כולו?



נתייחס למוליך כבנוי משני מוליכים שונים המחוברים במקביל, ונחשב את ההתנגדות של כל אחד בנפרד, על פי הנוסחה:

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

שלב א: נחשב את שטח החתך של גליל הנחושת.

הואיל וההתנגדות הסגולית נתונה ביחידות של אוםXמטר, עלינו להפוך את יחידות האורך ממילימטרים למטרים (כמו כן שימו לב שנתון הקוטר, לא הרדיוס).

$$A = \pi(r_1^2 - r_2^2)$$

$$A = \pi \left[\left(\frac{3/2}{1000} \right)^2 - \left(\frac{2/2}{1000} \right)^2 \right]$$

$$A = 3.92 \cdot 10^{-6} m^2$$

כעת נחשב את התנגדות גליל הנחושת:

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

$$R = 1.7 \times 10^{-8} \frac{0.5}{3.92 \times 10^{-6}}$$

$$R = 0.00216 \Omega$$

◀ **שלב ב:** נחזור על החישוב עבור גליל הברזל. שטח החתך:

$$A = \frac{\pi}{4} (r_1^2 - r_2^2)$$

$$A = \frac{\pi}{4} \left(\frac{2}{1000} \right)^2$$

$$A = 3.14 \times 10^{-6} m^2$$

◀ **וההתנגדות:**

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

$$R = 10^{-7} \frac{0.5}{3.14 \times 10^{-6}}$$

$$R = 0.016 \Omega$$

◀ **הואיל ושני הגלילים היוצרים את המוליך כולו מחוברים במקביל, ההתנגדות השקולה היא:**

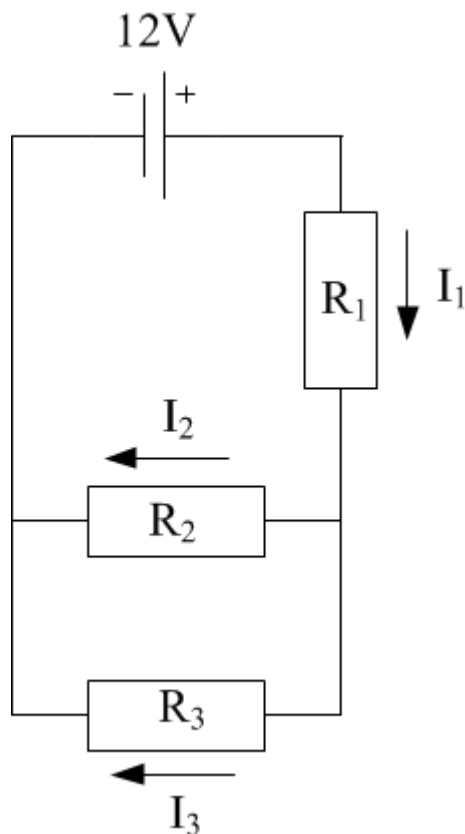
$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{0.00216} + \frac{1}{0.016}$$

$$R_T = 0.019 \Omega$$

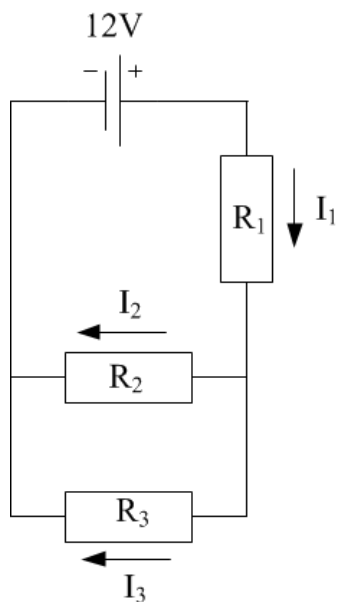
נתון המעגל שבתרשים, כאשר $R_1=25\Omega$, $R_2=50\Omega$, $R_3=100\Omega$ והסוללה בת $12V$.

א- מהי ההתנגדות השקולה של המעגל?

ב- מהו הזרם בכל אחד מהנגדים?



נתון המעגל שבתרשים, כאשר $R_1=25\Omega$, $R_2=50\Omega$, $R_3=100\Omega$ והסוללה בת $12V$
א- מהי ההתנגדות השקולה של המעגל?



▶ R_2 מחובר במקביל ל- R_3 ושניהם מחוברים בטור ל- R_1 .

▶ מהחיבור במקביל נקבל:

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{50} + \frac{1}{100}$$

$$R_T = 33.33\Omega$$

▶ נצרף בטור לשקול שקיבלנו את הנגד R_1

$$R_T = 33.33 + 25 = 58.33\Omega$$

ב- מהו הזרם בכל אחד מהנגדים?

כפי שחישבנו, ההתנגדות השקולה של המעגל היא 58.33Ω

לכן, הזרם הכללי במעגל (I_1) הוא:

$$I = I_1 = \frac{V}{R_T} = \frac{12}{58.33} = 0.206A$$

זרם זה מתפצל לשני זרמים, ביחס הפוך לשני הנגדים שבמקביל:

$$\frac{I_2}{I_3} = \frac{R_3}{R_2}$$

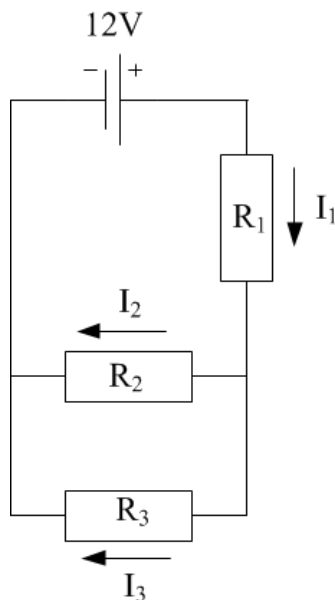
$$\frac{I_2}{I_3} = \frac{100}{50} = 2$$

כלומר, מתקיים:

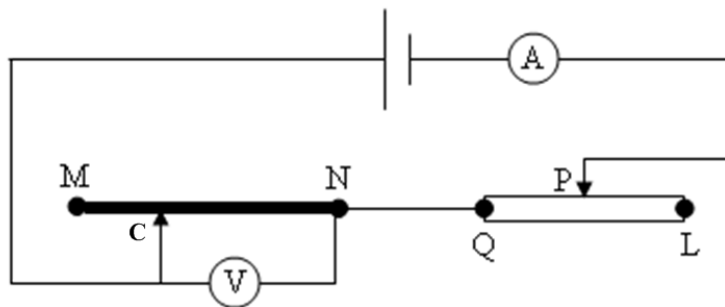
$$\begin{cases} I_2 = 2I_3 \\ I_2 + I_3 = I_1 = 0.206 \end{cases}$$

$$I_3 = 0.0683$$

$$I_2 = 0.1367$$



תלמיד בנה מעגל חשמלי, כדי למדוד את התנגדותו הסגולית, ρ של תיל כרום-ניקל MN (ראה תרשים), ששטח החתך שלו הוא $5 \times 10^{-7} \text{ m}^2$. מד-הזרם ומד-המתח הם אידיאליים.



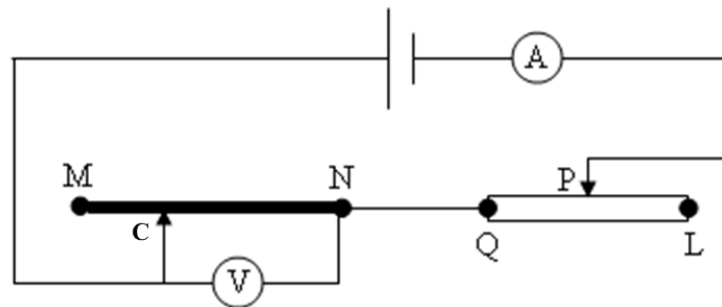
התלמיד הקטין את אורך קטע התיל NC כמה פעמים (על ידי הזזת המגע הנייד ימינה), ובכל פעם הוא הזיז את המגע הנייד, P, של הנגד המשתנה, QL, כך שהזרם בכל המדידות היה 0.5 A . בכל פעם הוא מדד את אורך קטע התיל NC, ואת המתח שהציג מד-המתח V. תוצאות המדידות רשומות בטבלה שלפניך.

מתח – V (וולט)	אורך קטע התיל – NC (ס"מ)
1.12	100
0.81	80
0.66	60
0.39	40
0.23	20

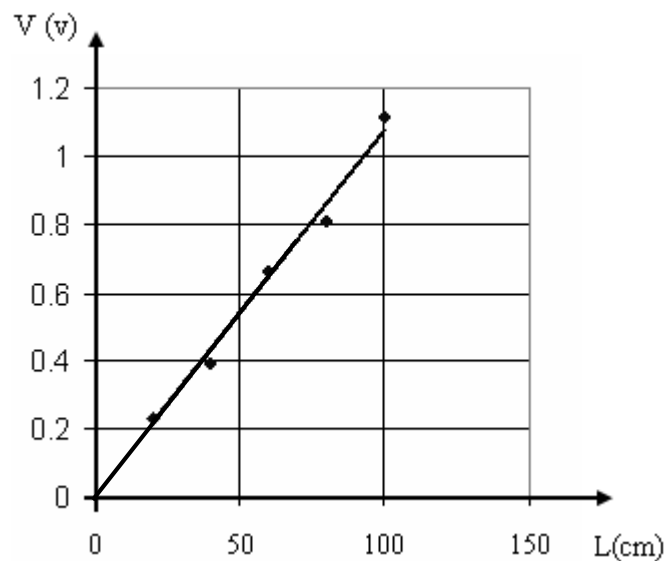
- א-** כדי שהזרם במעגל יישאר קבוע, הזיז התלמיד בכל פעם את המגע הנייד P של הנגד המשתנה. לאיזה כיוון היה עליו להזיז את המגע הנייד P לכיוון הקצה L של הנגד המשתנה או לכיוון הקצה Q שלו? נמק.
- ב-** סרטט גרף של הוריית מד-המתח V כפונקציה של אורך קטע התיל NC .
- ג-** חשב בעזרת הגרף את ההתנגדות הסגולית, ρ , של התיל.
- ד-** כדי למדוד את ההתנגדות הסגולית בשיטה המתוארת בשאלה זו, היה חשוב שהזרם בכל המדידות יהיה אותו זרם. הסבר מדוע.
- ה-** אילו התלמיד היה משתמש בתיל כרום-ניקל ששטח החתך שלו היה כפול מזה של התיל הנתון MN , האם שיפוע הקו הישר של המתח כפונקציה של אורך התיל היה גדול מזה ששרטטת בסעיף ב, קטן ממנו או שווה לו? נמק.

א- כדי שהזרם במעגל יישאר קבוע, הזיז התלמיד בכל פעם את המגע הנייד P של הנגד המשתנה. לאיזה כיוון היה עליו להזיז את המגע הנייד P לכיוון הקצה L של הנגד המשתנה או לכיוון הקצה Q שלו? נמק.

▶ הקטנת התיל MN מקטינה את התנגדות המעגל. כדי שהזרם יישאר קבוע במעגל, גם ההתנגדות השקולה חייבת להישאר קבועה, לכן על התלמיד להזיז את המגע הנייד P לכיוון L , כלומר להגדיל את התנגדות התיל QL .



ב- סרטט גרף של הוריית מד-המתח V כפונקציה של אורך קטע התיל NC.



ג- חשב בעזרת הגרף את ההתנגדות הסגולית ρ של התיל.

◀ לפי חוק אום: $R = \rho \cdot \frac{L}{A} \Rightarrow V = I \cdot R \Rightarrow V = \frac{\rho \cdot I}{A} \cdot L$

◀ מכאן ששיפוע הגרף שווה ל: $\frac{\rho \cdot I}{A}$

◀ חישוב שיפוע הגרף על פי נקודות בגרף:

$$\frac{\Delta V}{\Delta L} = \frac{0.6 - 0}{0.55 - 0} = 1.09 \frac{V}{m}$$

$$1.09 = \frac{\rho \cdot I}{A} \Rightarrow 1.09 = \frac{\rho \cdot 0.5}{5 \cdot 10^{-7}} \Rightarrow \rho = \frac{1.09 \cdot 5 \cdot 10^{-7}}{0.5} = 1.09 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot m$$

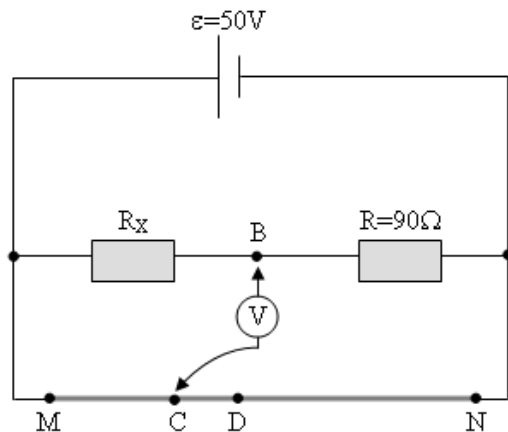
ד- כדי למדוד את ההתנגדות הסגולית בשיטה המתוארת בשאלה זו, היה חשוב שהזרם בכל המדידות יהיה אותו זרם. הסבר מדוע.

◀ חשוב שהזרם יהיה קבוע כדי שיהיה משתנה בלתי תלוי אחד (אורך) ומשתנה תלוי אחד (מתח).

ה- אילו התלמיד היה משתמש בתיל כרום-ניקל ששטח החתך שלו היה כפול מזה של התיל הנתון MN, האם שיפוע הקו הישר של המתח כפונקציה של אורך התיל היה גדול מזה ששרטטת בסעיף ב, קטן ממנו או שווה לו? נמק.

◀ שיפוע הגרף יהיה קטן יותר. שיפוע הגרף נתון בביטוי $\frac{\rho \cdot l}{A}$ ולכן, הגדלת שטח החתך תגרום להקטנה של השיפוע.

בתרשים שלפניך מתואר מעגל חשמלי, הכולל מקור מתח של $\varepsilon = 50 \text{ V}$ והתנגדות הפנימית זניחה, ותיל מוליך אחיד MN באורך 50 ס"מ שהתנגדותו 100Ω . המעגל כולל גם נגד R שהתנגדותו 90Ω , נגד R_x שהתנגדותו אינה ידועה, וגם וולטמטר אידיאלי. הוולטמטר מחובר לתיל MN באמצעות תיל מוליך, כך שאפשר להזיז את נקודת המגע ביניהם.



תלמידה חיברה את הוולטמטר בין הנקודות B ו-C, ומצאה שכאשר נקודת המגע מרוחקת מרחק של $x = 20 \text{ cm}$ מהקצה M של התיל, הוולטמטר מראה הפרש פוטנציאל של 0 V .

- א- מהו הפרש הפוטנציאלים על הנגד R ?
- ב- מהי עוצמת הזרם העובר בנגד R ?
- ג- אחר חישוב התלמידה מצאה שהתנגדות הנגד R_x היא 60Ω . האם הממצא הזה של התלמידה נכון? נמק.
- ד- סרטט גרף של המתח V שיראה הוולטמטר, כפונקציה של המרחק x , שבין נקודת המגע לנקודה M .
- ה- התלמידה העבירה את נקודת המגע מנקודה C לנקודה D , הנמצאת באמצע התיל MN . מהי קריאת המתח בוולטמטר? הסבר.

א- מהו הפרש הפוטנציאלים על הנגד R ?

◀ מאחר שמד המתח מורה אפס: $V_R = V_{CN} = V_{BN}$

◀ הפרש הפוטנציאלים על 50cm $V_{MN} = 50V$ ומכיוון שהתיל אחיד $V_{CN} = 30V$

◀ (אורך הקטע CN 30 ס"מ והפרש הפוטנציאל ליחידת אורך הוא 1 וולט לכל ס"מ).

ב- מהי עוצמת הזרם העובר בנגד R?

$$V_R = I_R \cdot R \Rightarrow I_R = \frac{V_R}{R} = \frac{30}{90} = \frac{1}{3} A$$

ג- אחר חישוב התלמידה מצאה שהתנגדות הנגד R_X היא 60Ω . האם הממצא הזה של התלמידה נכון? נמק.

$$V_{RX} = V_{MC} = 20V$$

◀ הוואיל ואורך הקטע $20MC$ ס"מ :

◀ הזרם דרך נגד R_X שווה לזרם דרך נגד R (מד המתח מורה 0):

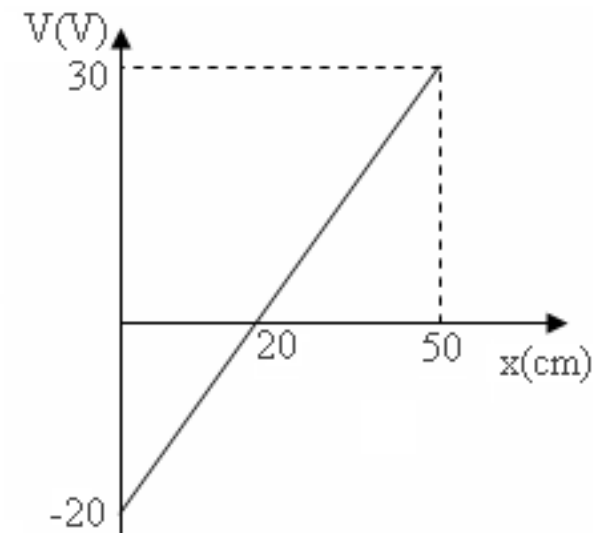
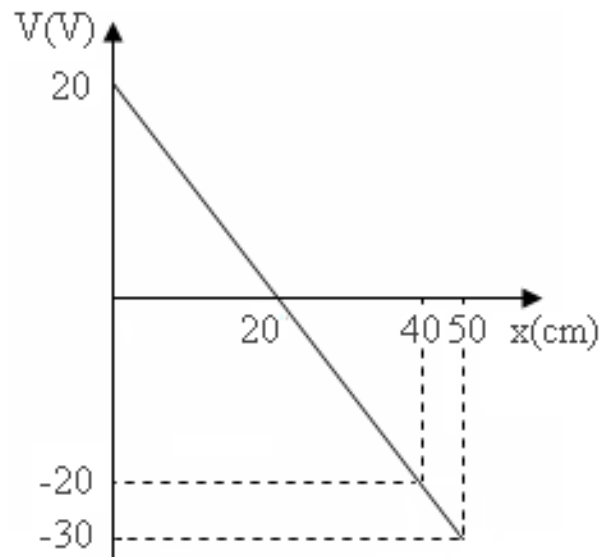
$$V_{RX} = I_{RX} \cdot R_X$$

$$20 = \frac{1}{3} \cdot R_X \Rightarrow R_X = \frac{20}{\frac{1}{3}} = 60\Omega$$

◀ הממצא של התלמידה נכון.

ד- סרטט גרף של המתח V שיראה הוולטמטר, כפונקציה של המרחק x , שבין נקודת המגע לנקודה M .

מהנתון: כאשר $x=20$ cm מד המתח מראה שיש הפרש פוטנציאלים של $0V$.



ה- התלמידה העבירה את נקודת המגע מנקודה C לנקודה D, הנמצאת באמצע התיל MN. מהי קריאת המתח בוולטמטר? הסבר.

◀ מאחר שהנקודה היא נקודת האמצע, המתח על התיל שווה בשני חלקיו, כלומר:

$$V_{MD} = 25V$$

$$V_{MB} - V_{MD} = V_{DB}$$

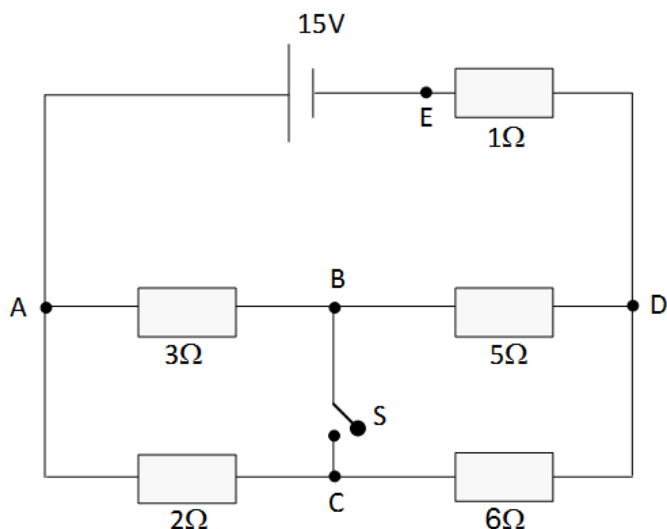
$$20 - 25 = V_{DB} \Rightarrow V_{DB} = -5V$$

◀ אפשר להגיע לתוצאה גם ע"י קריאה ישירה מהגרף.

בתרשים שלפניך מתואר מעגל חשמלי הכולל מקור מתח, חמישה נגדים ומפסק S פתוח. התנגדויות הנגדים ומתח המקור רשומים בתרשים.

- א- (1) חשב את הזרם העובר דרך מקור המתח.
(2) חשב את המתח על הפסק S.
(3) איזו משתי הנקודות, B או C, נמצאת בפוטנציאל גבוה יותר? הסבר.

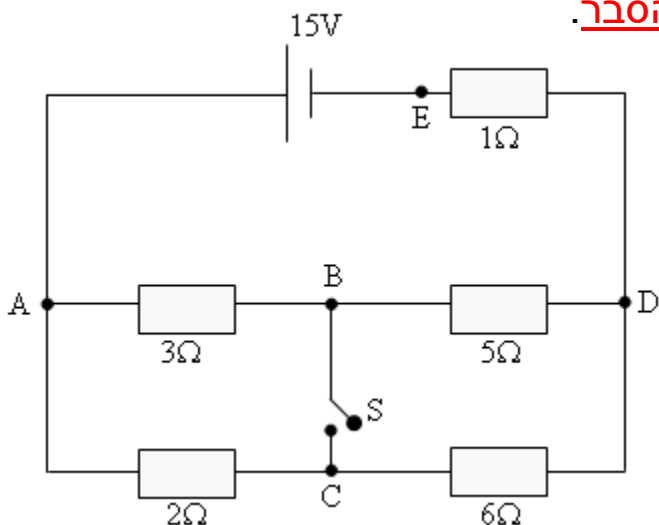
- ב- (1) מהו סכום המתחים לאורך המסלול A B C D E.
(2) מהו סכום המתחים לאורך המסלול A B C D E?
(3) הסבר את הקשר בין שני הסכומים.



א- (1) חשב את הזרם העובר דרך מקור המתח.

(2) חשב את המתח על הפסק S.

(3) איזו משתי הנקודות, B או C, נמצאת בפוטנציאל גבוה יותר? הסבר.



◀ (1) נחשב את ההתנגדות השקולה:

$$R_T = \frac{8 \cdot 8}{8 + 8} + 1 = 5\Omega$$

$$\varepsilon = I(r + R)$$

$$I = \frac{\varepsilon}{r + R} = \frac{15}{5 + 0} = 3A$$

(2) בשני הענפים התנגדות שקולה זהה, לכן הזרם שזורם בכל ענף שווה למחצית הזרם הכללי.
נחשב את המתחים:

$$I_{AB} = I_{AC} = 1.5A$$

$$V_{AB} = 1.5 \cdot 3 = 4.5V$$

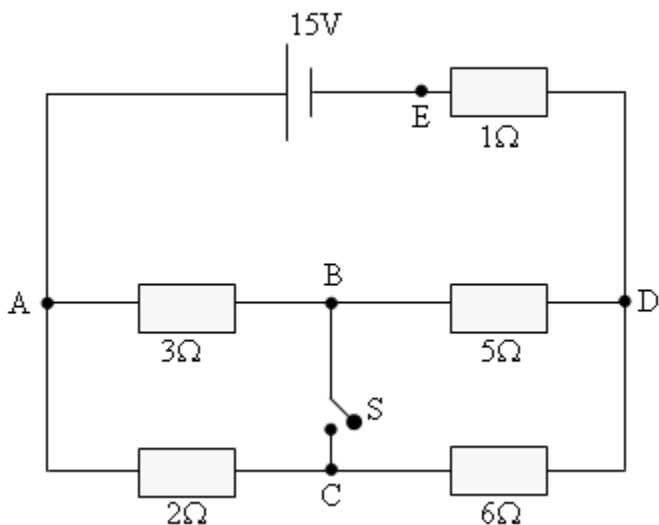
$$V_{AC} = 1.5 \cdot 2 = 3V$$

$$V_{CB} = V_{AB} - V_{AC} = 4.5 - 3 = 1.5V$$

(3) מכאן: $V_C > V_B$ הנקודה C נמצאת בפוטנציאל גבוה יותר.

ב- :

- (1) מהו סכום המתחים לאורך המסלול A B C D E ?
- (2) מהו סכום המתחים לאורך המסלול A C B D E ?
- (3) הסבר את הקשר בין שני הסכומים.



סכום המתחים בכל מסלול שהוא, היוצא מ-A ומגיע ל-E שווה ל-15V כי הוא שווה למתח של מקור המתח.