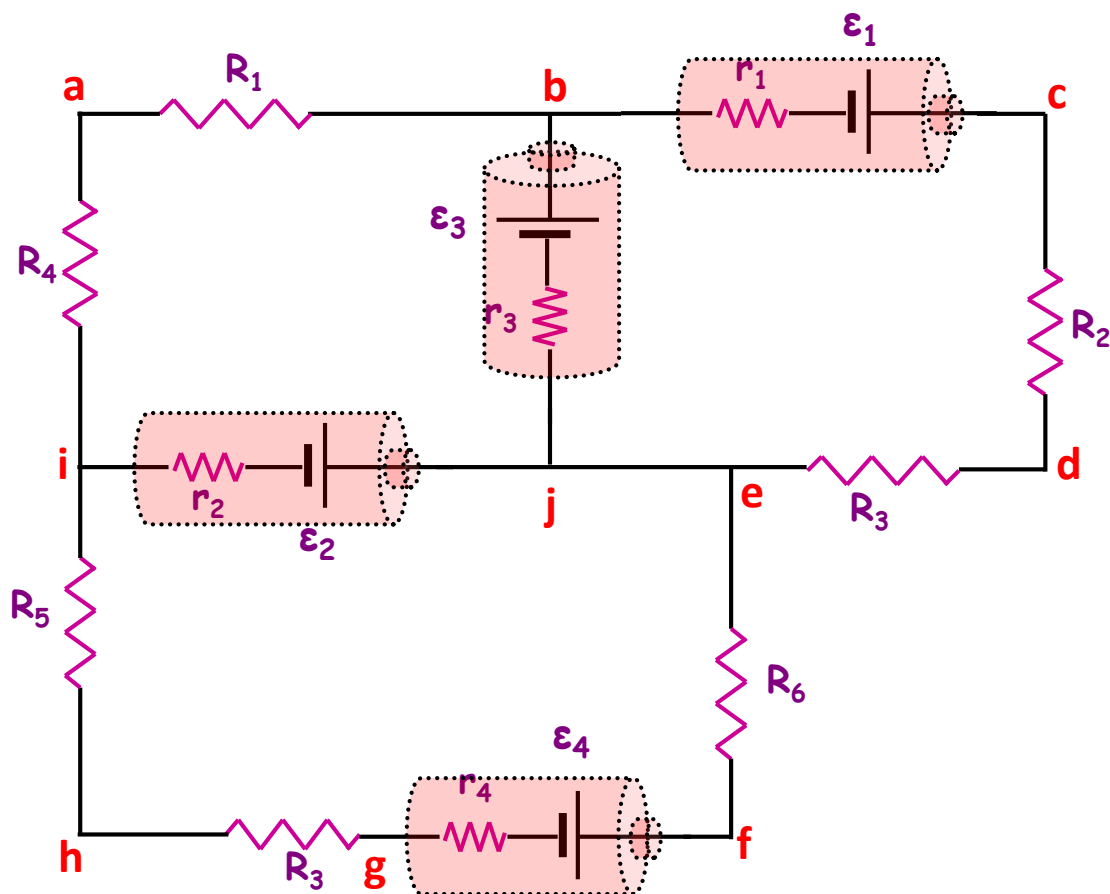


חשמל

מעגל חשמלי מורכב



◀ מעגל חשמלי פשוט (טורי) ומעגל חשמלי מורכב (מקבילי).

◀ רציפות הזרימה (שימור מטען) ושדה חשמלי משמר.

◀ חוקי קירכהוף :

1. חוק הצומת.

2. חוק העניבה.

◀ פתרון מעגל פשוט :

1. חישוב הזרם במעגל.

2. מתח בין שתי נקודות במעגל.

3. מתח הדקים של סוללה.

4. הספק של אלמנט חשמלי.

5. הספק מלא של סוללה והגדרת ספק/צרכן.

6. הספק יעיל (אפקטיבי) של סוללה.

◀ פתרון מעגל מורכב :

1. שיטת זרמי ענפים.

2. שיטת זרמי עניבות (חוגים).

3. חישוב התנגדות שקולה מורכבת (נספח).

◀ הגדרות :

1. **עניבה (loop)** - מסלול סגור לאורכו של תייל חשמלי. המסלול עשוי להכיל רכיבים חשמליים שונים

כגון : נגדים, סוללות, קבלים, סלילים, טרנזיסטורים, דיודות, טריוודות וכיוצא בזה

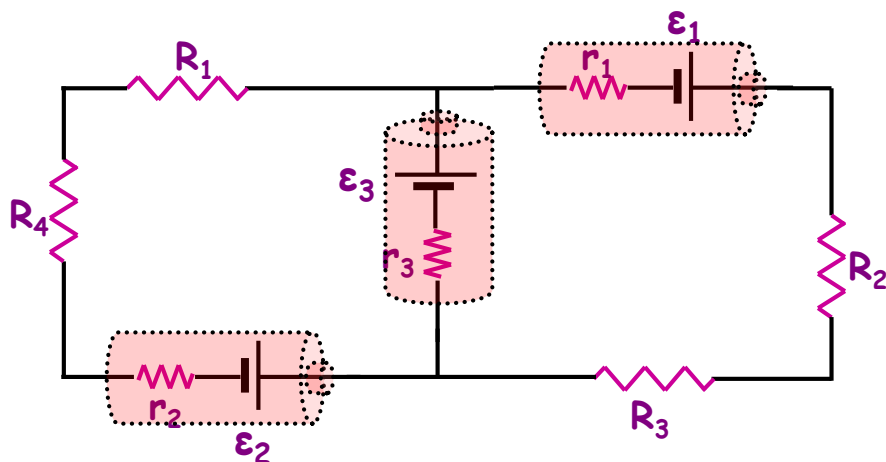
רכיבים...

2. **מעגל חשמלי** - מכיל עניבה אחת או מספר עניבות.

◀ נהוג לחלק את המעגלים החשמליים לשני סוגים:

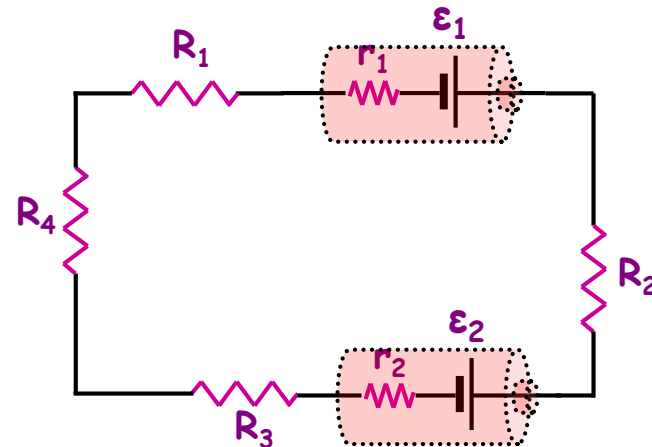
מעגל מורכב (מקבילי)

מאופיין בכך שהוא מכיל יותר
מעניבה אחת



מעגל פשוט (טורי)

מאופיין בכך שהוא מכיל
עניבה (loop) אחת בלבד



◀ כאשר נתונים הרכיבים השונים במעגל חשמלי, מורכב ככל שיהיה, פתרון המעגל הוא בראש ובראשונה- חישוב הזרם הזורם דרך כל רכיב.

◀ לאחר חישוב הזרמים השונים, ניתן לחשב הפרש פוטנציאלים בין כל שתי נקודות במעגל.

◀ באמצעות ערכים אלו נוכל לבדוק את הספק החום המתפתח על כל נגד, הספק הנכנס למעגל, הספק המופק מהמעגל, הספק ונצילות כל רכיב ונצילות המעגל החשמלי כולו.

◀ כדי למצוא ערכים אלו נשתמש בחוקי קירכהוף המהווים אמצעי יעיל לכך. חוקים אלו מתבססים על שני עקרונות :

1. עיקרון רציפות הזרימה ושימור המטען

משמעות : אין הצטברות (בליעת) מטען ואין יצירת מטען לאורך התייל. כלומר בכל יחידת זמן-כמות המטען הנכנסת אל אלמנט או צומת כלשהו של התייל שווה לכמות המטען היוצאת ממנו.

2. עיקרון שימור האנרגיה (שדה אלקטרוסטטי משמר)

משמעות: השדה החשמלי המזרים את האלקטרונים החפשיים בתוך התיילים הוא שדה אלקטרוסטטי*

ולכן הוא משמר -כלומר **עבודת השדה החשמלי על חלקיק הנע לאורך מסלול סגור** כלשהו במעגל החשמלי **תהיה תמיד אפס**. המשמעות המעשית היא שניתן להשתמש במושגים-"פוטנציאל" ו"מתח" חשמלי במעגלי זרימה כאלה וסכום המתחים בכל מסלול סגור הוא תמיד אפס).

* **השדה נוצר ע"י מטענים המתפלגים על פני שטח הפנים של התיילים המוליכים בצפיפות משתנה ונשארים שם במצב נייח (סטטי) כל עוד הסוללה פעילה.**

◀ על סמך עקרונות אלה הציע, בשנת 1845, הפיסיקאי הגרמני גוסטב רוברט קירכהוף

גוסטב רוברט קירכהוף
1824-1887

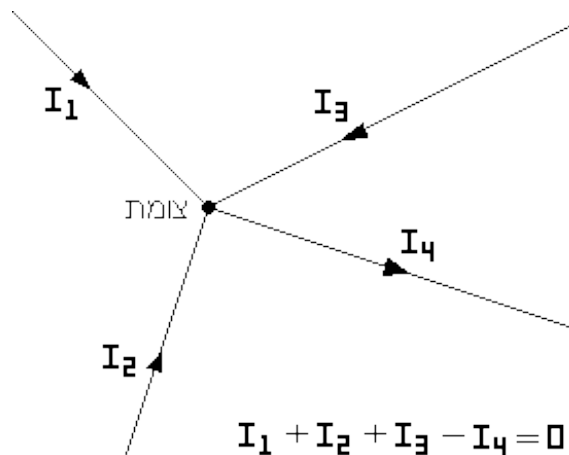


חוקים אלה היו חוקים אמפיריים באותה עת אך 19 שנים מאוחר יותר, פירסם הפיסיקאי הסקוטי ג'יימס קלרק מקסוול את ארבעת משוואות מקסוול המסכמות באופן מלא את התורה האלקטרו-מגנטית. ומשוואות אלו מוכיחות תיאורטית גם את חוקי קירכהוף כמקרה פרטי.

1. חוק הצומת :

מתוך עיקרון רציפות הזרימה-סך הזרמים הנכנסים אל הצומת

שווה לסך הזרמים היוצאים ממנו (ראו איור) :



© www.damada.co.il

בניסוח מתימטי : $\sum i_{in} = \sum i_{out}$ או : $\sum i = 0$ (כאשר נסמן זרם נכנס כחיובי וזרם יוצא כשלילי)

2. חוק העניבה :

מתוך עיקרון שימור האנרגיה (השדה האלקטרוסטטי הוא שדה משמר) - סכום המתחים החלקיים לאורך כל עניבה (מסלול סגור) שווה לאפס.

הביטוי המתימטי ההולם המגדיר למעשה שדה כח משמר הוא : $\oint \vec{E} \cdot d\vec{r} = 0$

המשמעות היא : העבודה ליחידת מטען, של הכח האלקטרוסטטי המשמר, לאורך כל מסלול סגור - היא אפס.

את הכח האלקטרוסטטי המשמר יוצרים מטעני השפה הסטטיים המפולגים על פני שטח פני התיילים המוליכים.

לפיכך נוכל לרשום, למשל :

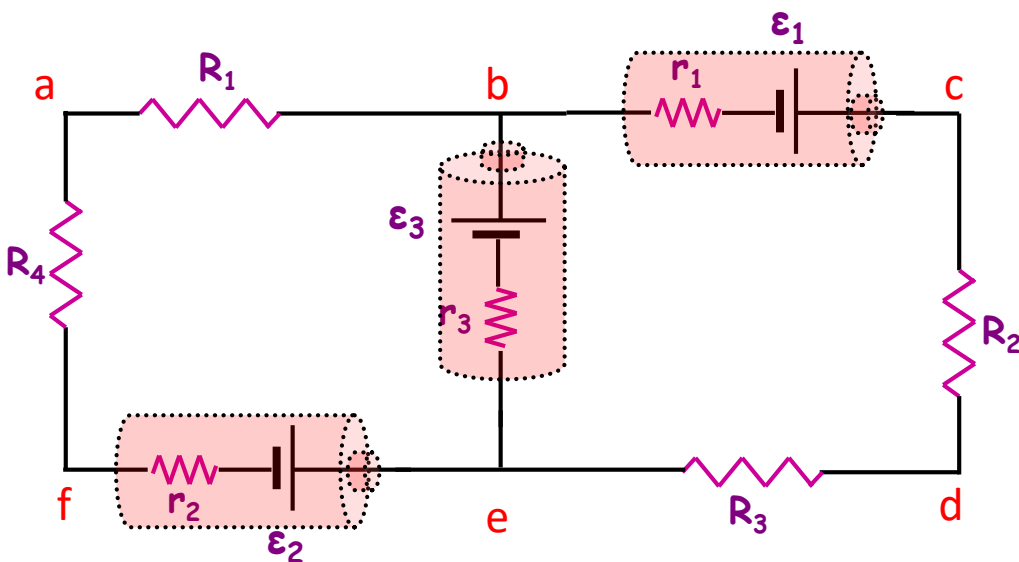
$$(1) V_{ab} + V_{bc} + V_{cd} + V_{de} + V_{ef} + V_{fa} = 0$$

או :

$$(2) V_{ab} + V_{be} + V_{ef} + V_{fa} = 0$$

או :

$$(3) V_{bc} + V_{cd} + V_{de} + V_{eb} = 0$$



מעגל חשמלי-חוקי קירכהוף (3)

פיתוח משוואת העניבה :

1. נסמן, שרירותית, זרמים בענפים השונים.

(ראו איור).

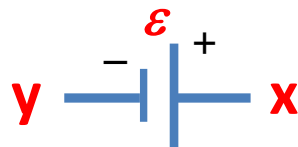
2. המתח V_{af} הוא חיובי ושווה ל: $+iR_2$, משום שנגד הוא אלמנט חשמלי פסיבי וקטביות הנגד נקבעת על פי כיוון הזרם הזורם בו. הזרם יזרום בו תמיד מהפוטנציאל הגבוה אל הפוטנציאל הנמוך.

3. לעומתו, המתח V_{ed} הוא שלילי ושווה ל: $-iR_3$.

4. סימן המתח על פני כא"מ, המהווה אלמנט אקטיבי (מבצע עבודה וקובע את קוטביותו העצמית ללא תלות בכיוון הזרם) הכללים הם פשוטים :

$$V_{xy} = +\mathcal{E}$$

$$V_{yx} = -\mathcal{E}$$



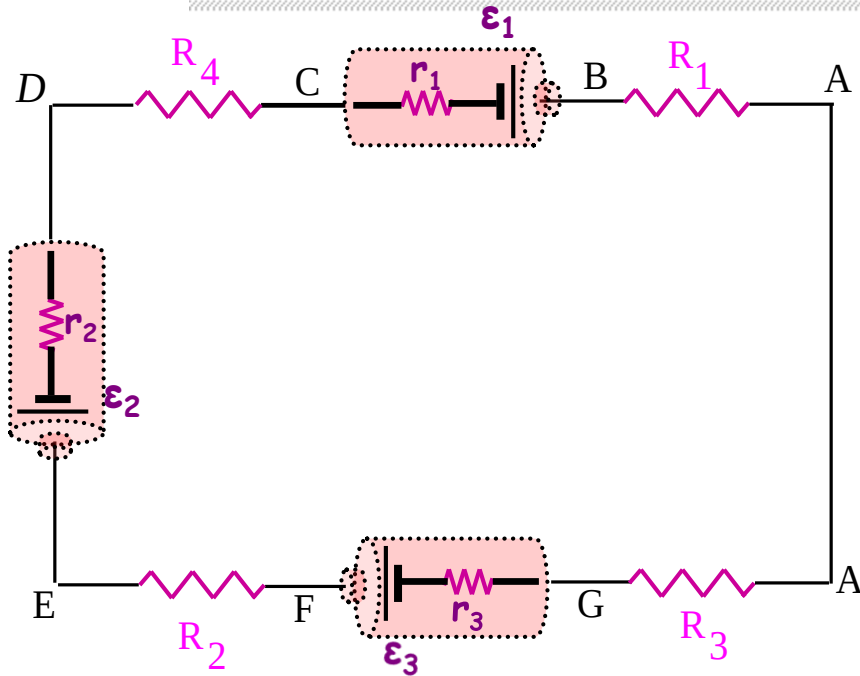
5. מכאן משוואת העניבה של קירכהוף עבור עניבה A: (החל מ נקודה a במגמה שקבענו עבור המסלול):

$$V_{af} + V_{fe} + V_{eb} + V_{ba} = 0 \Rightarrow +i_1 R_2 + i_1 r_1 - \varepsilon_1 + i_2 r_2 - \varepsilon_2 + i_1 R_1 = 0$$

נקבל משוואה קצרה ויעילה : $\sum iR - \sum \mathcal{E} = 0$ (1) או : $\sum \mathcal{E} = \sum iR$ (2)

זיכרו (לטובה) את משוואות (1) ו: (2). הן תשמשנה אותנו בהמשך כשנטפל במעגלים חשמליים.

דוגמא (1)-מקרה פרטי-מעגל פשוט



נתון המעגל הפשוט המתואר באיור :

נתונים :

$$R_1 = r_1 = 1\Omega \quad R_2 = r_2 = 2\Omega \quad R_3 = r_3 = 3\Omega \quad R_4 = 4\Omega$$

$$\varepsilon_1 = 40_V \quad \varepsilon_2 = 16_V \quad \varepsilon_3 = 8_V$$

א- חשבו את הזרם הזורם במעגל הפשוט המוצג באיור.

ב- חשבו את המתח בין הנקודות A ו- C.

(1) על פי המסלול : A-B-C.

(2) על פי המסלול : A-D-C.

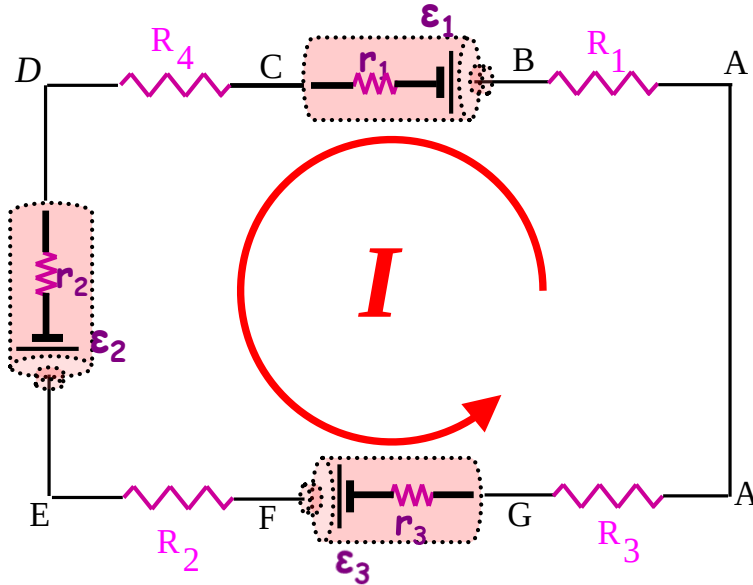
ג- חשבו את מתח ההדקים על פני כל אחד ממקורות המתח.

ד- חשבו את ההספק החשמלי המלא של כל סוללה.

ה- חשבו את ההספק היעיל (האפקטיבי) של כל סוללה.

ו- חשבו את ההספק החשמלי על פני הענפים : A-B-C.

פתרון דוגמא (1)-סעיף א'



נתון מעגל חשמלי פשוט (טורי).

נתונים : $R_1 = r_1 = 1\Omega$ $R_2 = r_2 = 2\Omega$ $R_3 = r_3 = 3\Omega$ $R_4 = 4\Omega$

$\varepsilon_1 = 40_V$ $\varepsilon_2 = 16_V$ $\varepsilon_3 = 8_V$

כדי לפתור מעגל חשמלי פשוט (טורי), עלינו לחשב את

הזרם I במעגל.

מאחר ובמעגל פשוט אין צמתים - נזדקק רק לחוק העניבה.

שלבי הפתרון הם כדלקמן:

1. נבחר, שרירותית, מגמת זרם I בעניבה (ראו איור).

2. נרשום את חוק העניבה : $\sum \mathcal{E} = \sum IR$

נקבל : $-\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \varepsilon_3 = I(R_1 + r_1 + R_4 + r_2 + R_2 + r_3 + R_3)$

3. נציב ערכים מספריים : $-32 = I \cdot 16$

נקבל : $I = -\frac{32}{16} = -2_A$

4. מאחר וקיבלנו תוצאה שלילית, נסיק כי הזרם זורם **במגמה ההפוכה** לזו שבחרנו ועוצמתו 2 אמפר.

פתרון דוגמא (1) סעיף ב'- חישוב מתח בין שתי נקודות במעגל חשמלי

◀ בוחרים מסלול כלשהו מ A ל: B. ואז:

$$V_{AB} = \sum IR - \sum \mathcal{E}$$

- נגדיר "כיוון" כא"מ כך: $\rightarrow$. ככיוון החץ האדום. "כיוון" הכא"מ אינו תלוי בכיוון הזרם.
- הגרשיים " " שנוספו למונח כיוון עבור הכא"מ נובעות מכך שכא"מ הוא סקלר ולא וקטור, אך הכוונה היא לכיוון אליו "רוצה" כא"מ זה להזרים זרם.

כללי סימנים :

עבור זרם

כיוון המסלול
מ A ל B

כיוון הזרם
מ A ל B ?

כן

I חיובי

לא

I שלילי

עבור כא"מ

כיוון המסלול
מ A ל B

"כיוון" הכא"מ
מ A ל B ?

כן

$\mathcal{E}$ חיובי

לא

$\mathcal{E}$ שלילי

פתרון דוגמא (1)-סעיף ב1

נסרטט את המעגל מחדש כאשר עצמת הזרם ומגמתו ידועים:

נחשב את המתח : V_{AE} .

נבחר מסלול המתחיל ב A ומסתיים ב B.

מסלול אפשרי הוא : A-B-C-D-E (מסומן בחיצים כחולים).

הנוסחא :

$$V_{AE} = \sum IR - \sum \mathcal{E} = I \sum R - \sum \mathcal{E}$$

זרם אחיד לכל נגדי המסלול

המינוס נובע מכך שכיוון הזרם הפוך לכיוון המסלול

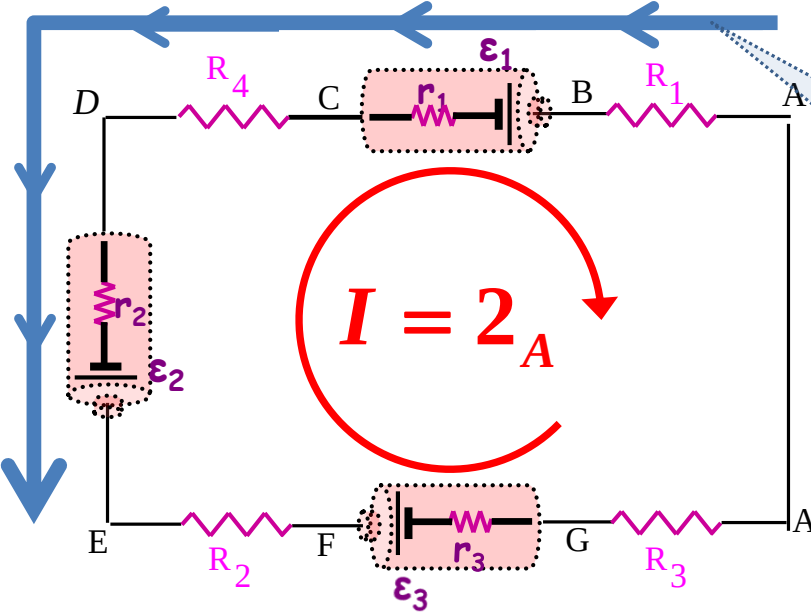
המינוס נובע מכך ש"כיוון" הכא"מ הפוך לכיוון המסלול

נציב פרמטרים :

$$V_{ABCDE} = \frac{1}{1} I \left(\underbrace{R_1 + r_1 + R_4 + r_2}_{\sum R} \right) - \left(\underbrace{-\mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_3}_{\sum \mathcal{E}} \right)$$

$$V_{ABCDE} = -2(1+1+4+2) - (-40+16) = 8_V$$

נציב מספרים :



פתרון דוגמא (1)-סעיף ב2

נבחר מסלול אחר המתחיל ב A ומסתיים ב B.

המסלול הוא : A-G-F-E (מסומן בחיצים כחולים)

הנוסחא :

$$V_{AE} = \sum IR - \sum \mathcal{E} = I \sum R - \sum \mathcal{E}$$

זרם אחיד לכל נגדי המסלול

נציב פרמטרים :

הפלוס נובע מכך שכיוון הזרם
הוא ככיוון המסלול

הפלוס נובע מכך ש"כיוון"
הכא"מ הוא ככיוון המסלול

$$V_{AGFE} = +I(R_4 + r_2 + R_3) - (+\mathcal{E}_3)$$

$I \sum R$ $\sum \mathcal{E}$

$$V_{AGFE} = 2 \cdot (3 + 3 + 2) - 8 = 8_V$$

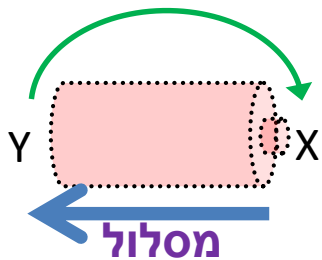
נציב מספרים :

אם כך- בשני המסלולים קיבלנו את אותה תוצאה.

המשמעות הפיסיקלית היא שבנוכחות שדה חשמלי משמר-הפרש הפוטנציאלים בין שתי נקודות אינו תלוי
בצורת המסלול, אלא רק במיקומן של שתי הנקודות.

מתח הדקים של סוללה מוגדר כהפרש פוטנציאלים בין X ל Y : כך:

$$V_{XY} = V_X - V_Y$$



שימו לב : תמיד המסלול הוא מההדק ה"חיובי" X אל ההדק ה"שלילי" Y.

סימון מתח בין שתי נקודות באמצעות קשת הוא סימון נפוץ.

הקשת מצביעה אל הנקודה המייצגת את פוטנציאל ההתחלה.

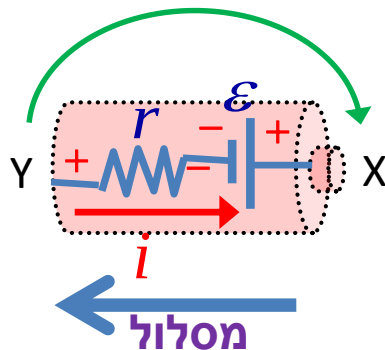
(כלומר הנקודה שמופיעה ראשונה ברישום הפרש הפוטנציאלים) :

$$V_{XY} \equiv V_X - V_Y$$



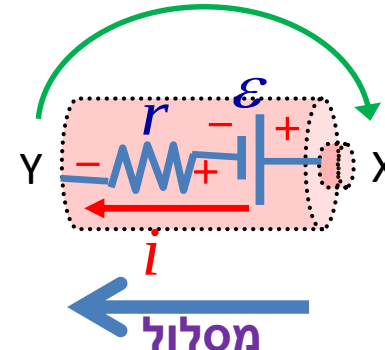
חישוב מתח ההדקים, כמוהו כחישוב כל הפרש פוטנציאלים בין שתי נקודות. לכן :

אם הזרם זורם מ Y ל X (ספק)

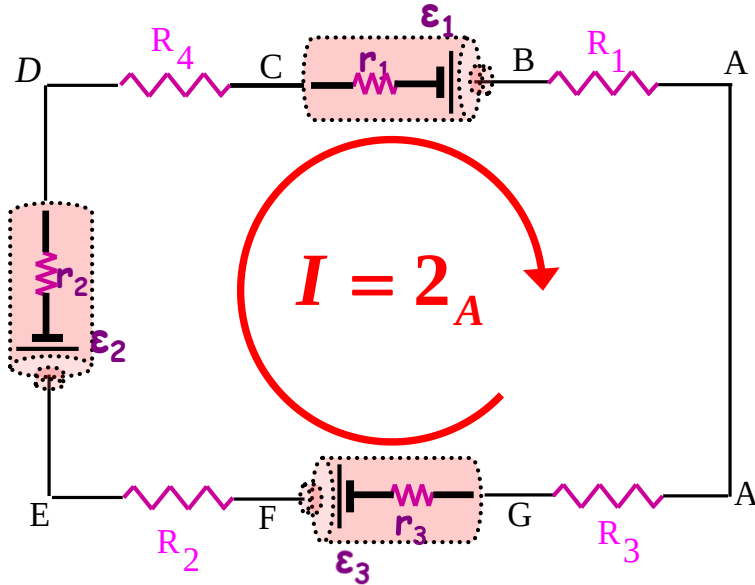


$$V_{XY} = -ir - (-\varepsilon) = \varepsilon - ir$$

אם הזרם זורם מ X ל Y (צרכן)



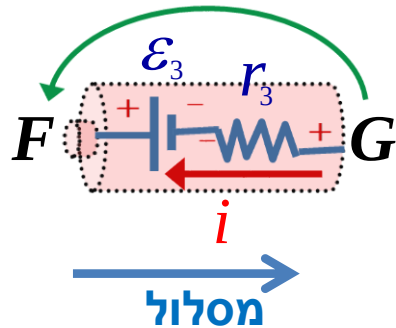
$$V_{XY} = ir - (-\varepsilon) = \varepsilon + ir$$



על בסיס הנאמר בשקופית הקודמת, נחשב את מתח ההדקים של כל סוללה במעגל:

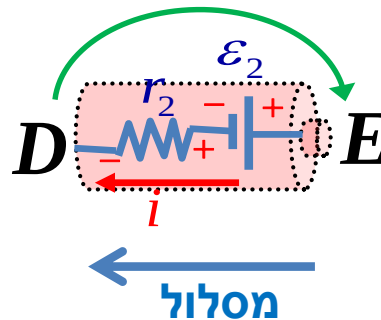
סוללה (3)

$$\begin{aligned} V_{FG} &= V_F - V_G = -ir_3 - (-\varepsilon_3) = \\ &= \varepsilon_3 - ir_3 = 8 - 2 \cdot 3 = 2_v \end{aligned}$$



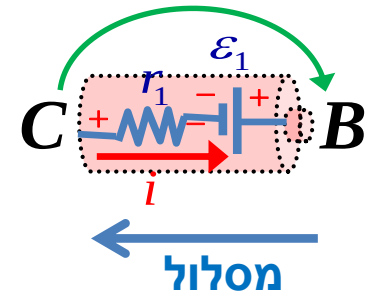
סוללה (2)

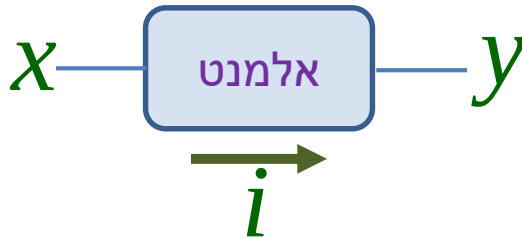
$$\begin{aligned} V_{ED} &= V_E - V_D = ir_2 - (-\varepsilon_2) = \\ &= \varepsilon_2 + ir_2 = 16 + 2 \cdot 2 = 20_v \end{aligned}$$



סוללה (1)

$$\begin{aligned} V_{BC} &= V_B - V_C = -ir_1 - (-\varepsilon_1) = \\ &= \varepsilon_1 - ir_1 = 40 - 2 \cdot 1 = 38_v \end{aligned}$$





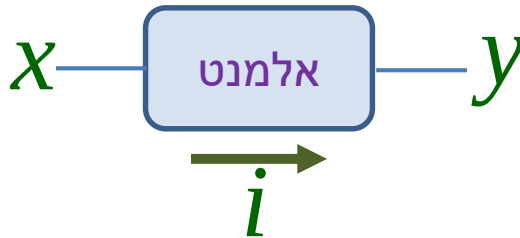
◀ ההספק החשמלי של אלמנט כלשהו במעגל חשמלי:

$$p = \Delta V \cdot i = \left(V_{\{y\}} - V_{\{x\}} \right) \cdot i$$

I_{OUT} I_{IN}

הספק מלא של סוללה הוא הספק הכא"מ שלה, מבלי שנתייחס להספק הנגרע על ההתנגדות הפנימית של הסוללה.
לכן במעגל שלנו:

הספק מלא של סוללה (3) (מהווה ספק)	הספק מלא של סוללה (2) (מהווה צרכן)	הספק מלא של סוללה (1) (מהווה ספק)
$p_{\varepsilon_3} = \varepsilon_3 I = 8 \cdot 2 = 16_W$	$p_{\varepsilon_2} = -\varepsilon_2 I = -16 \cdot 2 = -32_W$	$p_{\varepsilon_1} = \varepsilon_1 I = 40 \cdot 2 = 80_W$



◀ ההספק החשמלי של אלמנט כלשהו במעגל חשמלי:

$$p = \Delta V \cdot i = \left(V_{\{y\}} - V_{\{x\}} \right) \cdot i$$

I_{OUT} I_{IN}

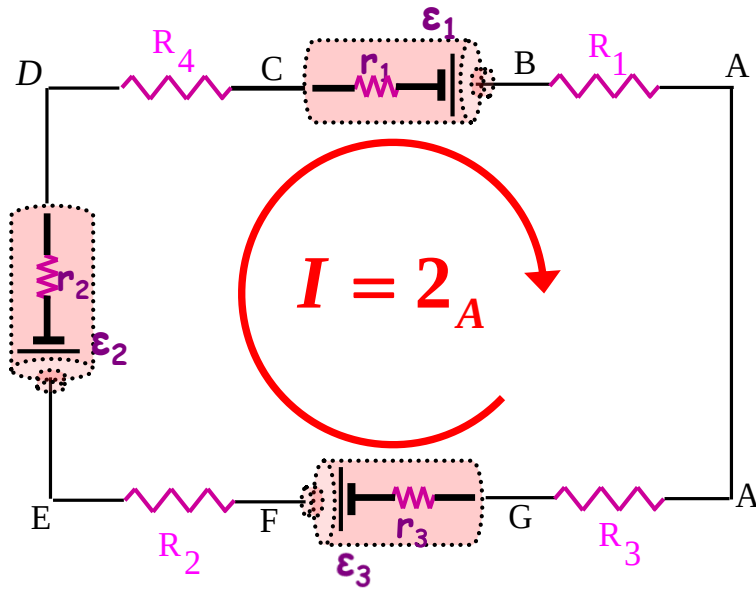
הספק יעיל (אפקטיבי) של סוללה הוא הספק הכא"מ שלה, בניכוי ההספק הנגרע על ההתנגדות הפנימית של הסוללה.
לכן במעגל שלנו:

הספק יעיל של סוללה (3) (מהווה ספק)	הספק יעיל של סוללה (2) (מהווה צרכן)	הספק יעיל של סוללה (1) (מהווה ספק)
$p_{eff_3} = V_{FG} I = 2 \cdot 2 = 4_W$ 	$p_{eff_2} = V_{DE} I = -20 \cdot 2 = -40_W$ 	$p_{eff_1} = V_{BC} I = 38 \cdot 2 = 76_W$

פתרון דוגמא (1)-סעיף ו'

ההספק החשמלי של אלמנט כלשהו במעגל חשמלי:

$$p = \Delta V \cdot i = \left(V_{\underbrace{y}_{I_{OUT}}} - V_{\underbrace{x}_{I_{IN}}} \right) \cdot i$$



בסעיף ב' קיבלנו: $V_{AC} = V_A - V_E = 8_V$

לפי נוסחת ההספק, ההספק בענפים ABCDE הוא:

$$p_{ABCDE} = \Delta V \cdot i = \left(V_A - V_E \right) \cdot i = \left(8_V - 0 \right) \cdot 2_A$$

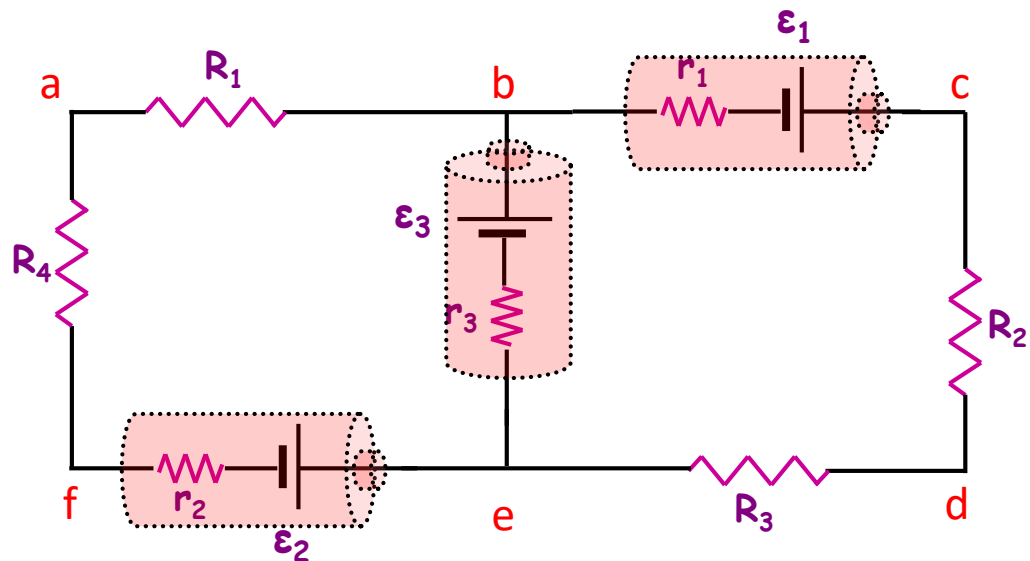
$$p_{ABCDE} = 16_W$$

הערה: ההספק במעגל כולו הוא כמובן אפס, כיוון שהפרש הפוטנציאלים על פני מסלול סגור הוא אפס.

(כלומר: $V_{AA} = V_A - V_A = 0$).

ישנן מספר שיטות לפתרון מעגל חשמלי מורכב.

מתוך מיגוון השיטות נציג שתי שיטות בסיסיות שעלינו להכיר:



1. **שיטת זרמי ענפים** - בה נשתמש גם בחוק הצומת וגם בחוק העניבה.

2. **שיטת זרמי עניבה** - בה נשתמש רק בחוק העניבה. חוק הצומת "משתלב בעקיפין", כפי שנסביר בהמשך.

שלב א'- נסמן זרם על פני כל ענף כפי שמתואר באיור:
(כיווני הזרמים הם שרירותיים)

שלב ב'- נרשום משוואת צומת (עבור צומת e):

$$(1) \quad i_1 - i_2 - i_3 = 0$$

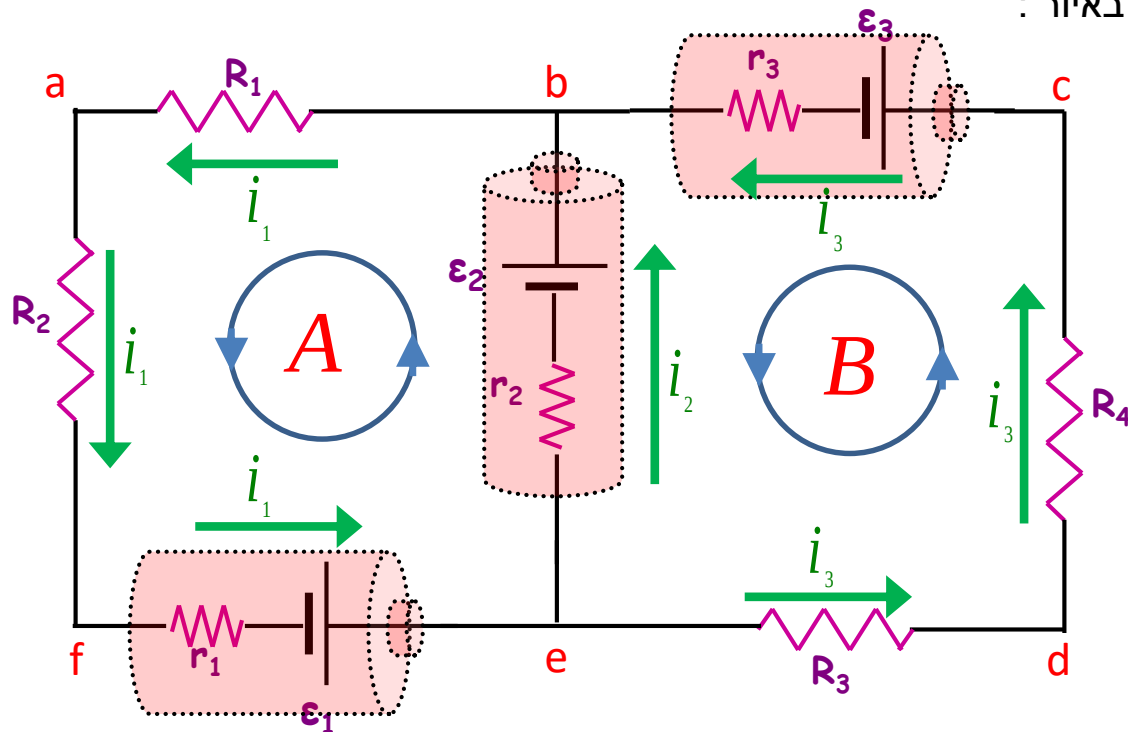
שלב ג'-נרשום משוואות עניבה:

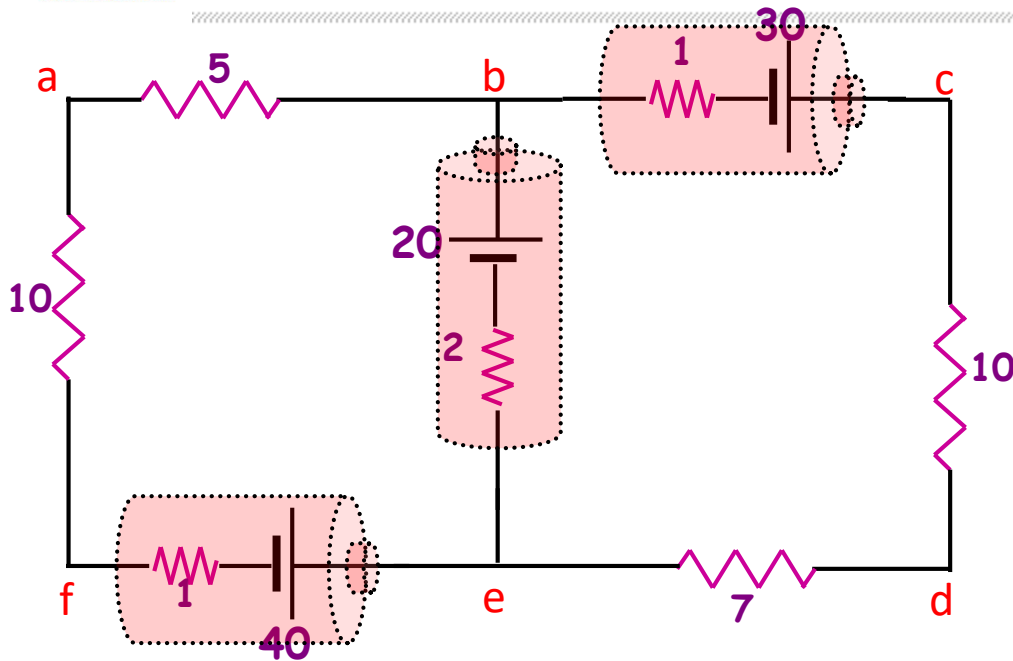
$$(2) \quad \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 = i_1 (R_1 + R_2 + r_1) + i_2 r_2 \quad \text{עניבה A:}$$

$$(3) \quad -\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_3 = i_3 (R_3 + R_4 + r_3) - i_2 r_2 \quad \text{עניבה B:}$$

כעת ניתן לפתור את שלושת הנעלמים שהם שלושת הזרמים: i_1 ; i_2 ; i_3 שכן ברשותנו 3 משוואות.

לא נפתור משוואות אלו פתרון מלא. נעשה זאת בהמשך באמצעות דוגמא מספרית.





באיור מתואר מעגל חשמלי מורכב.

הכא"מים נתונים בוולטים.
ההתנגדויות נתונות באוהמים.

א- חשבו את הזרם הזורם בכל ענף במעגל.

ב- חשבו את מתחי ההדקים של כל סוללה.

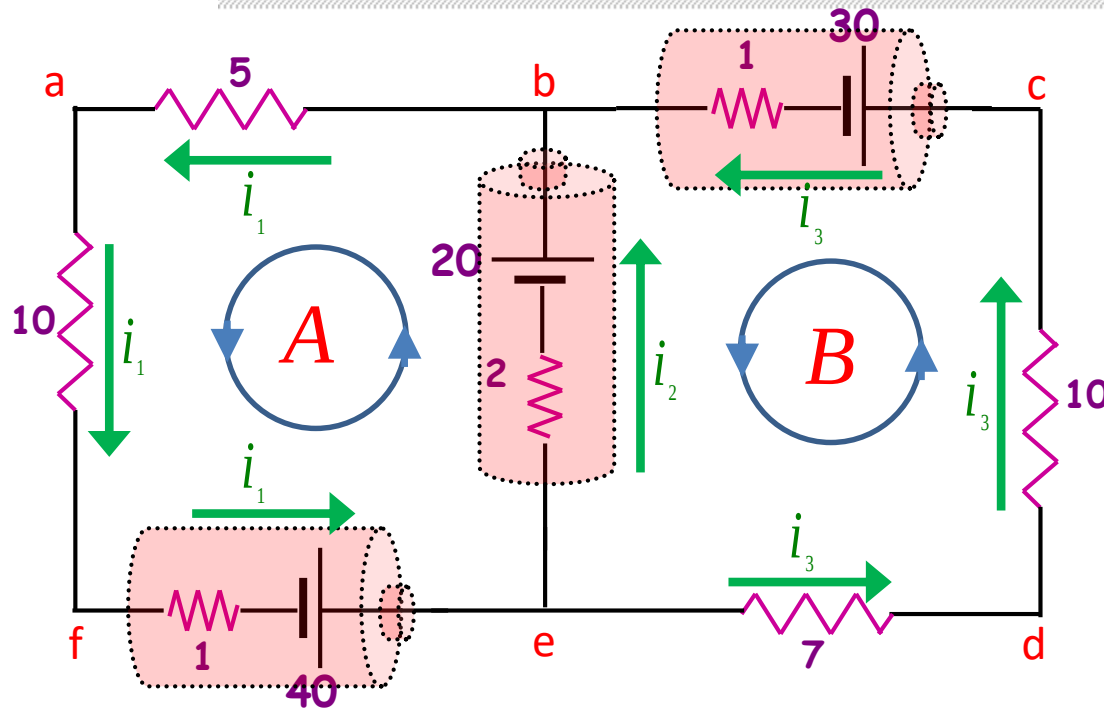
ג- חשבו את המתח : V_{ad} .

ד- חשבו את ההספק המלא של הסוללה הנמצאת בין ב ל: c.

ה- חשבו את ההספק היעיל (האפקטיבי) של הסוללה הנמצאת בין ב ל: c.

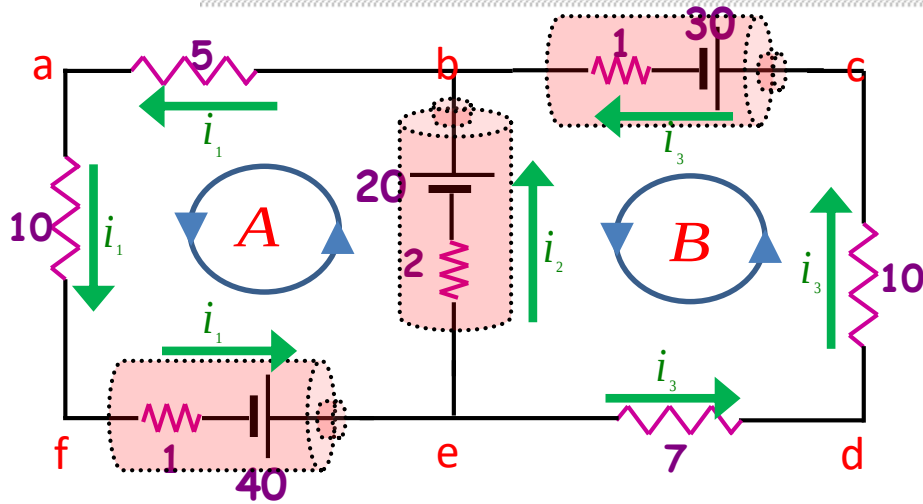
פתרון דוגמא (2)-סעיף א'

נציג את המעגל החשמלי לאחר סימון זרם (בכיוון שרירותי) בכל ענף:



נרשום 3 משוואות:

חוק העניבה		חוק הצומת עבור צומת e
עניבה A	(2) $40 + 20 = i_1 (5 + 10 + 1) + i_2 \cdot 2$	(1) $i_1 - i_2 - i_3 = 0$
עניבה B	(3) $-20 - 30 = i_3 (7 + 10 + 1) - i_2 \cdot 2$	



נפשט את המשוואות :

	חוק העניבה	חוק הצומת עבור צומת e
עניבה A	(2) $60 = 16i_1 + 2i_2$	(1) $i_1 - i_2 - i_3 = 0$
עניבה B	(3) $-50 = 18i_3 - 2i_2$	

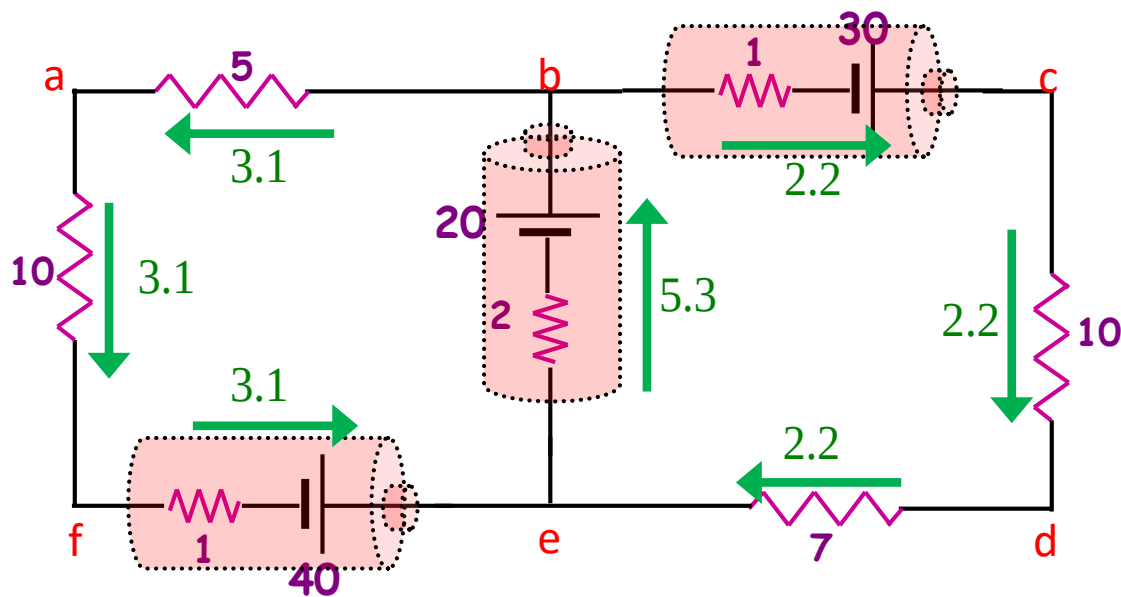
לאחר החישוב האלגברי נקבל :

$$i_1 \approx 3.1_{[A]}$$

$$i_2 \approx 5.3_{[A]}$$

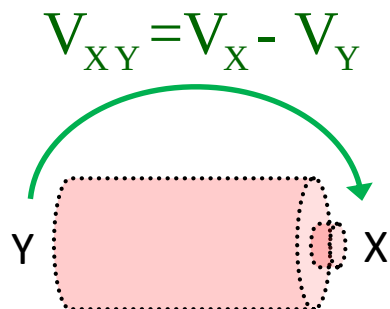
$$i_3 \approx -2.2_{[A]} \quad (\text{הסימן השלילי משמעותו-זרם הפוך למגמה שבחרנו})$$

נקבל את מעגל הזרימה הפתור :



שימו לב להיפוך כיוונו של i_3 הנובע מהסימן השלילי עבורו (ראו שקופית קודמת).

מתח הדקים של סוללה מוגדר כהפרש פוטנציאלים בין X ל: Y. כך:



סימון מתח בין שתי נקודות באמצעות קשת הוא סימון נפוץ.

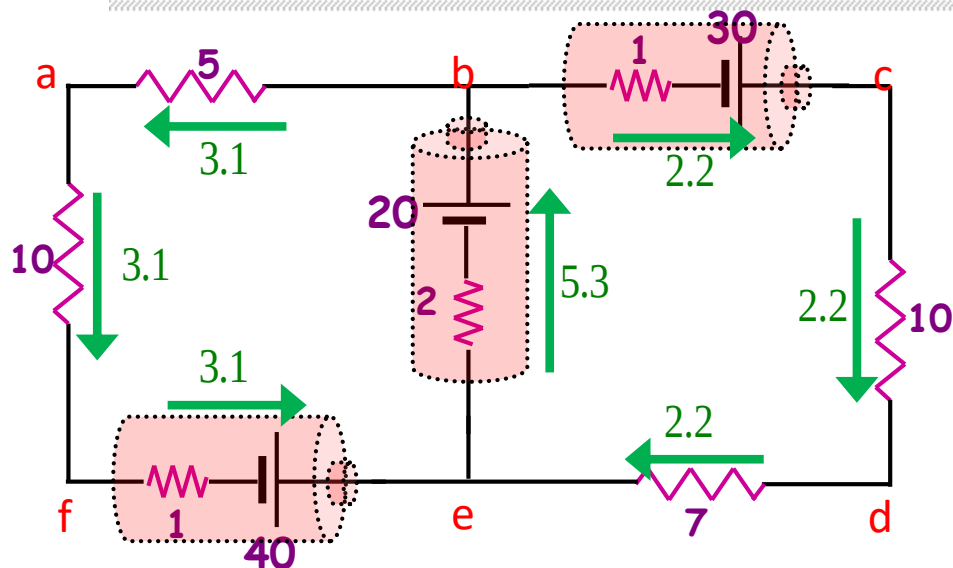
הקשת מצביעה אל הנקודה המייצגת את פוטנציאל ההתחלה.

(כלומר זה שמופיע ראשון ברישום הפרש הפוטנציאלים):

$$V_{XY} = V_X - V_Y$$

ראשון

שני

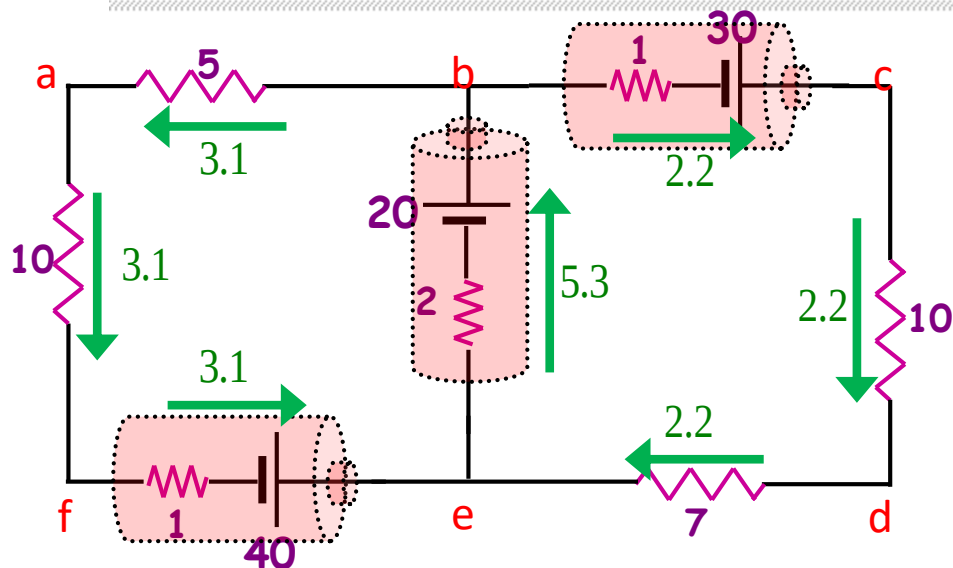


על פי ההסבר בשקופית הקודמת: ◀

1. מתח ההדקים על הסוללה הממוקמת בין c ל b: $V_{cb} = 30 - 2.2 \cdot 1 = 27.8_V$

2. מתח ההדקים על הסוללה הממוקמת בין b ל e: $V_{be} = 20 - 5.3 \cdot 2 = 9.4_V$

3. מתח ההדקים על הסוללה הממוקמת בין e ל f: $V_{fe} = 40 - 3.1 \cdot 1 = 36.9_V$



◀ כדי לחשב את המתח בין a ל d, עלינו לבחור מסלול כלשהו המנותב מ a ל d. ישנן 3 מסלולים אפשריים:

1. מסלול: a-b-c-d : $V_{abcd} \approx -3.1_A \cdot 5_\Omega + 2.2_A \cdot 1_\Omega - 30_V + 2.2_A \cdot 10_\Omega \approx -21.3_V$

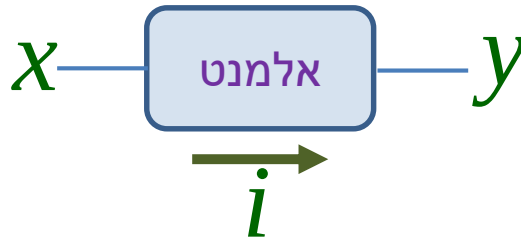
2. מסלול: a-b-e-d : $V_{abed} \approx -3.1_A \cdot 5_\Omega + 20 - 5.3_A \cdot 2_\Omega - 2.2_A \cdot 7_\Omega \approx -21.5_V$

3. מסלול: a-f-e-d : $V_{afed} \approx 3.1_A \cdot 10_\Omega + 3.1_A \cdot 1_\Omega - 40_V - 2.2_A \cdot 7_\Omega \approx -21.3_V$

כל המסלולים אמורים להפיק תוצאות שוות. הפערים הקטנים נובעים מעיגול מספרים בעת חישוב הזרמים.

סעיף ד'

כדי לחשב את ההספק דרך אלמנט כלשהו במעגל חשמלי עלינו להתייחס לכיוון הזרם דרך אלמנט זה:



$$p = \Delta V \cdot i = \left(V_{\{y\}} - V_{\{x\}} \right) \cdot i$$

i_{out} i_{in}

הספק מלא של סוללה הוא הספק הכא"מ שלה. לכן עבור הסוללה הנמצאת בין ב ל c:

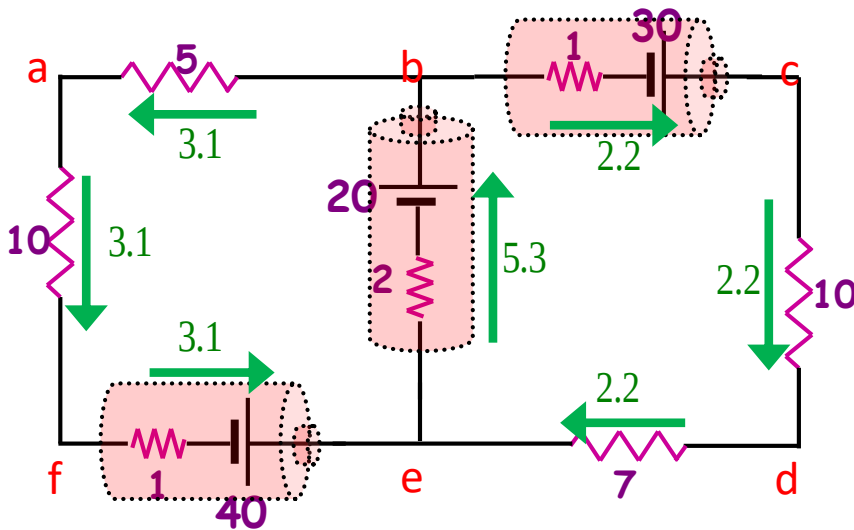
$$p_{\varepsilon} = \varepsilon \cdot i = 30_V \cdot 2.2_A = 66_W$$

מאחר וההספק המלא חיובי- הסוללה מהווה ספק במעגל.

סעיף ה'

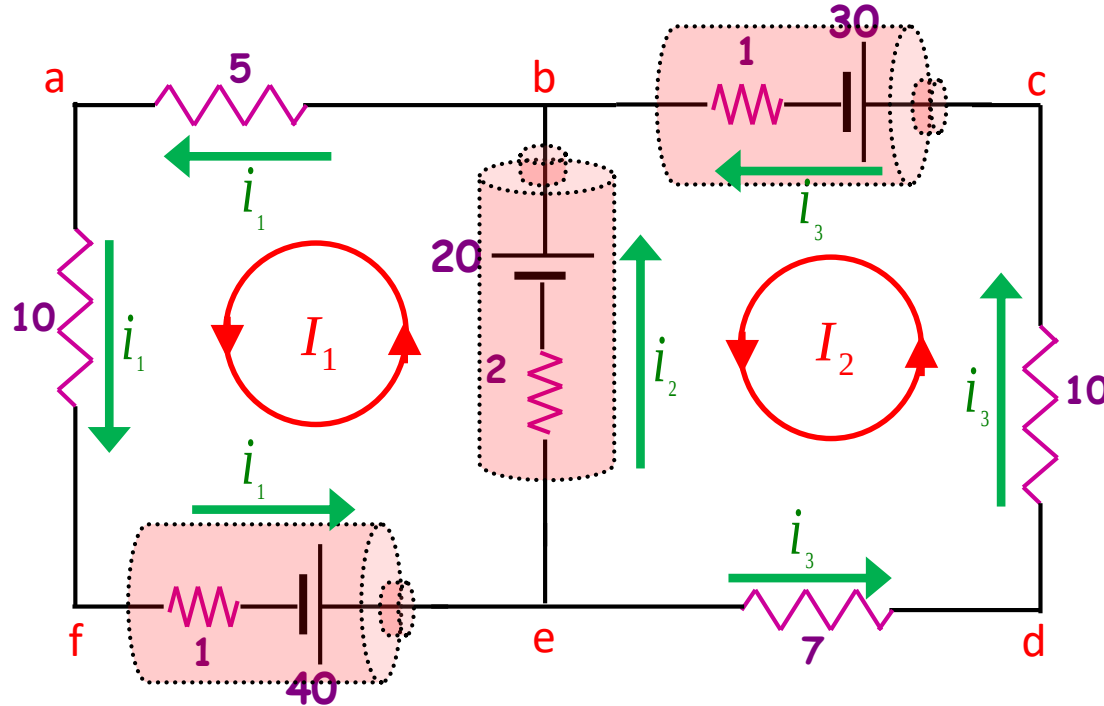
ההספק היעיל (האפקטיבי) של סוללה זו:

$$p_{effective} = \Delta V \cdot i = (V_c - V_b) \cdot i = 27.8_V \cdot 2.2_A = 61.16_W$$



שיטת זרמי עניבה (1)

- כדי להסביר את הרציונאל בשיטה זו נתייחס לדוגמא (1) שפתרנו זה עתה.
- המעגל המורכב, כולל סימון זרמי הענפים מוצג לפנינו :



הערה : מטרת 3 השקופיות הבאות
 היא להסביר את הרציונל של
 שיטת זרמי עניבה. זוהי שיטה
 יעילה ומהירה. היישום הפרקטי
 שלה מופיע בשקופית 30.

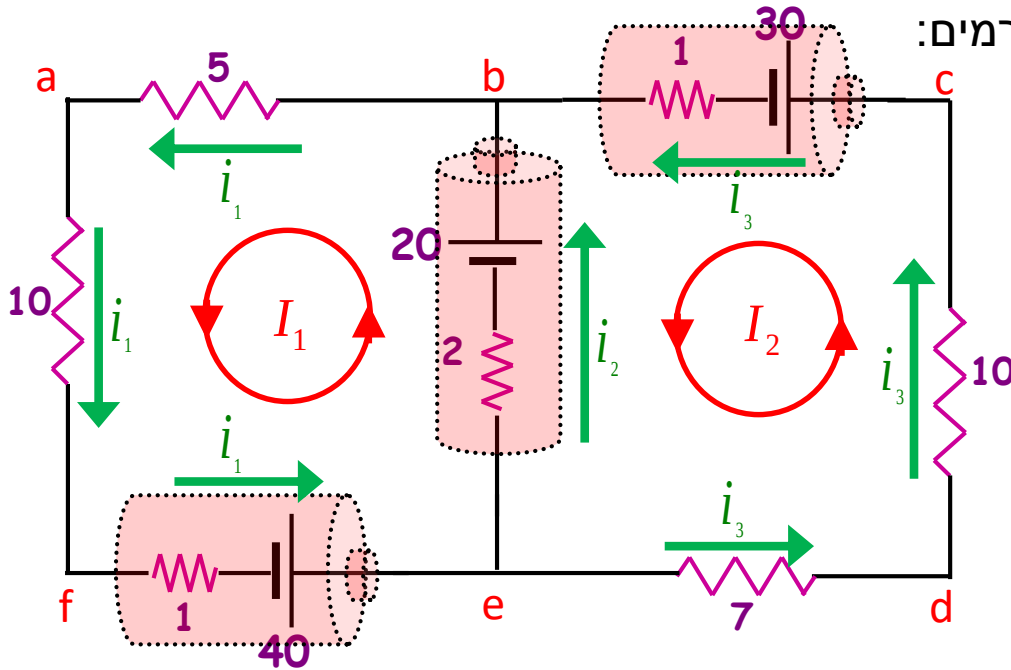
- נגדיר שני זרמים פיקטיביים: I_1 ו: I_2 , הנקראים זרמי עניבה, כמתואר באיור.

- מתייחסים לענף be כמזרים, כביכול, שני זרמים:
 I_1 מ e ל b . ו: I_2 מ b ל e.

המשך בשקופית הבאה...

$$\text{כך שמתקיים:} \quad I_1 = i_1 \quad I_2 = i_3 \quad I_1 - I_2 = i_2$$

שיטת זרמי עניבה (2)



מתייחסים לענף be כמזרים, כביכול, שני זרמים:

I_1 מ e ל b . I_2 מ b ל e .

כך שמתקיים :

$$I_1 = i_1$$

$$I_2 = i_3$$

$$I_1 - I_2 = i_2$$

כעת נרשום את שתי משוואות העניבה שרשמנו כשפתרנו שאלה זו בשיטת זרמי ענפים :

חוק העניבה

עניבה A

$$(2) \quad 60 = 16 \underbrace{i_1}_{I_1} + 2 \underbrace{i_2}_{I_1 - I_2}$$

עניבה B

$$(3) \quad -50 = 18 \underbrace{i_3}_{I_2} - 2 \underbrace{i_2}_{I_1 - I_2}$$

חוק הצומת עבור צומת e

$$(1) \quad \underbrace{i_1}_{I_1} - \underbrace{i_2}_{I_1 - I_2} - \underbrace{i_3}_{I_2} = 0$$

$$\boxed{I_1 - (I_1 - I_2) - I_2 = 0}$$

חוק הצומת הופך למיותר שכן אם נציב את זרמי העניבה במקום זרמי הענפים נקבל 0 באופן זהותי. (ראו משוואה (1))

שיטת זרמי עניבה (3)

◀ נרשום את משוואות (2) ו (3) מחדש:

$$(2) \quad 60 = 16I_1 + 2(I_1 - I_2)$$

$$(3) \quad -50 = 18I_2 - 2(I_1 - I_2)$$

◀ אם נפתח סוגרים, נקבל:

$$(3) \quad 60 = 16I_1 + 2I_1 - 2I_2 \Rightarrow (4) \quad 9I_1 - I_2 = 30$$

$$(5) \quad -50 = 18I_2 - 2I_1 + 2I_2 \Rightarrow (6) \quad I_1 - 10I_2 = 25$$

$$i_1 = I_1 \approx 3.1_A$$

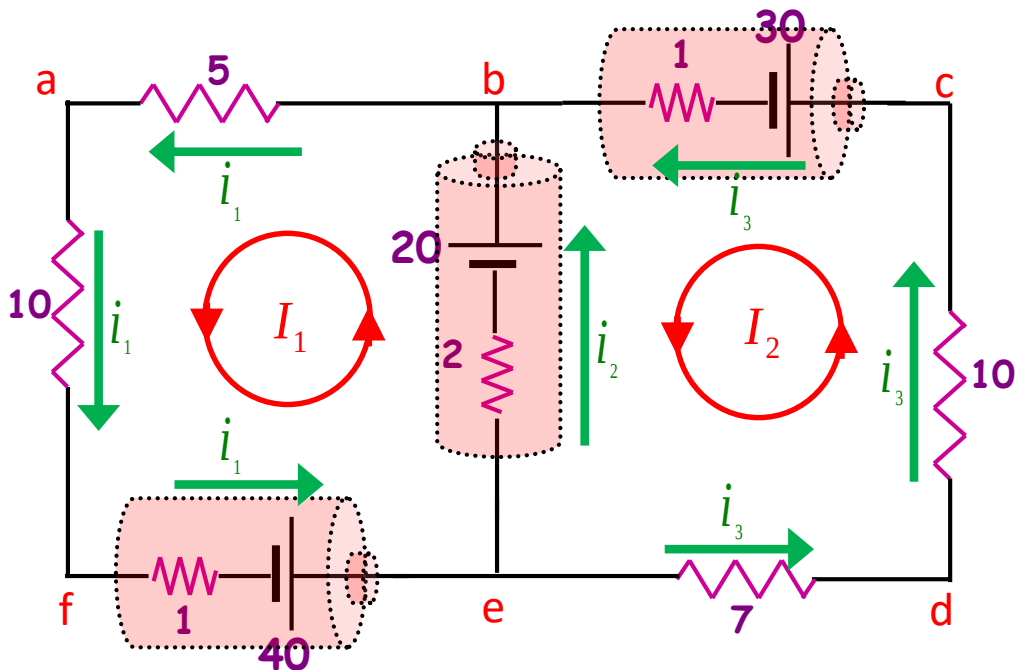
$$i_2 = I_1 - I_2 \approx 3.1 - (-2.2) = 5.3_A \quad \text{ומכאן:}$$

$$i_3 = I_3 \approx -2.2_A$$

◀ ולבסוף: $I_1 \approx 3.1_A$

$$I_2 \approx -2.2_A$$

◀ אותן תוצאות כפי שקיבלנו כשפתרנו זאת באמצעות שיטת זרמי ענפים.

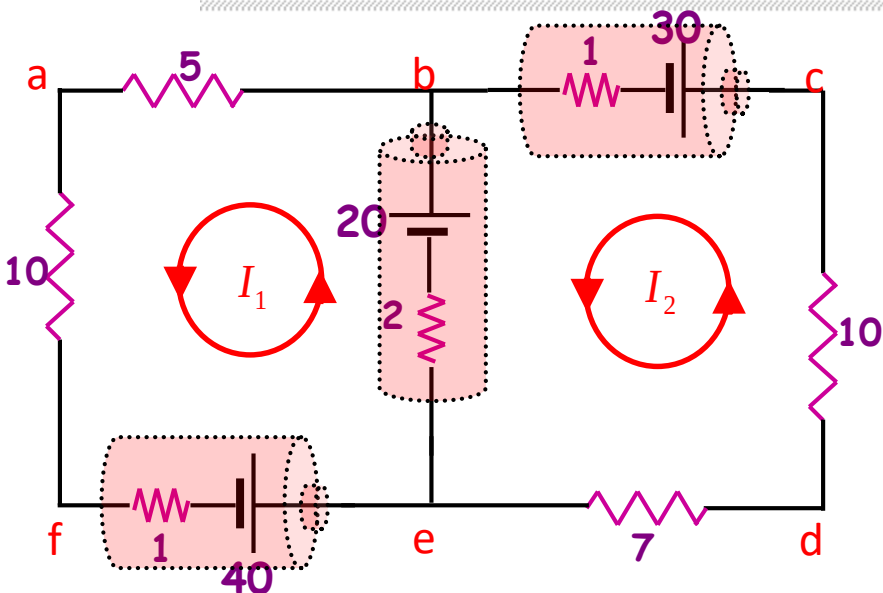


שיטת זרמי עניבה-פתרון פרקטי (1)

לאחר שפרשנו את הרציונאל של שיטת זרמי עניבה מתוך השוואתה לשיטת זרמי ענפים נפתור שוב את אותה בעיה, אלא שהפעם נפעיל את שיטת זרמי עניבה כשיטה עצמאית וכפי שנראה גם יעילה מאוד.

נרשום שתי משוואות עניבה

(שימו לב לפשטות ברישום המשוואות)



חוק העניבה

עניבה A

$$(1) \quad 18I_1 - 2I_2 = 60$$

עניבה B

$$(2) \quad -2I_1 + 20I_2 = -50$$

המשך בשקופית הבאה עלינו לטובה...

שיטת זרמי עניבה-פתרון פרקטי (2)

הפתרון :

$$I_1 \approx 3.1_A$$

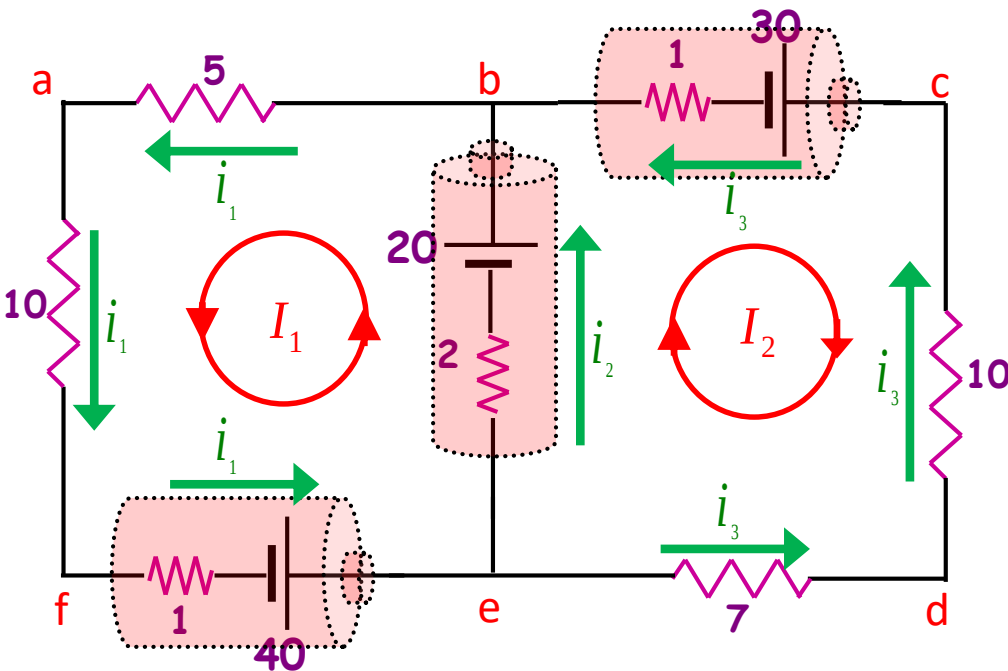
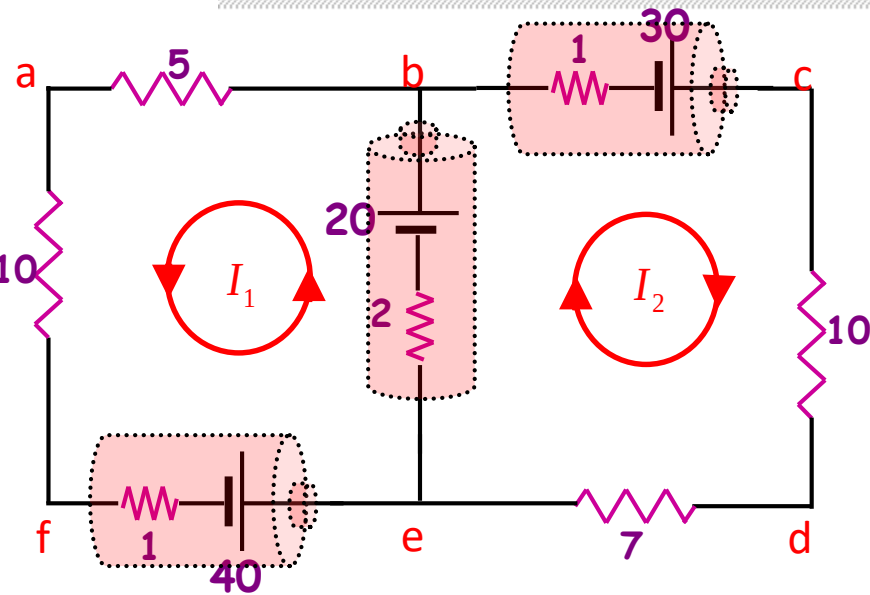
$$I_2 \approx -2.2_A$$

נשרטט את זרמי העניבה בהתאם לתוצאות.

I_1 שומר על מגמתו.

I_2 שלילי ולכן מגמתו הפוכה לכיוון השרירותי שקבענו.

מכאן נקבל :

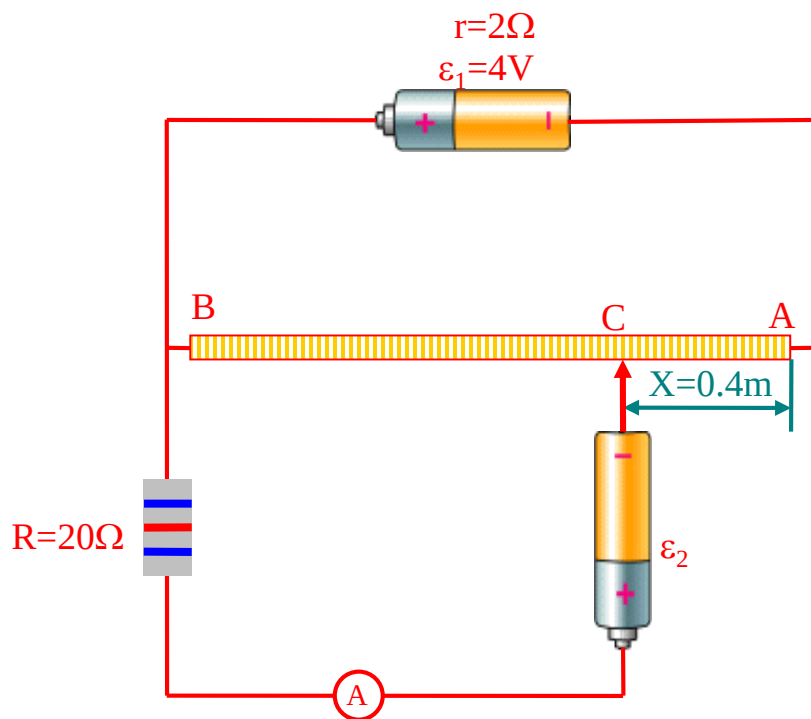


$$i_1 = I_1 \approx 3.1_A$$

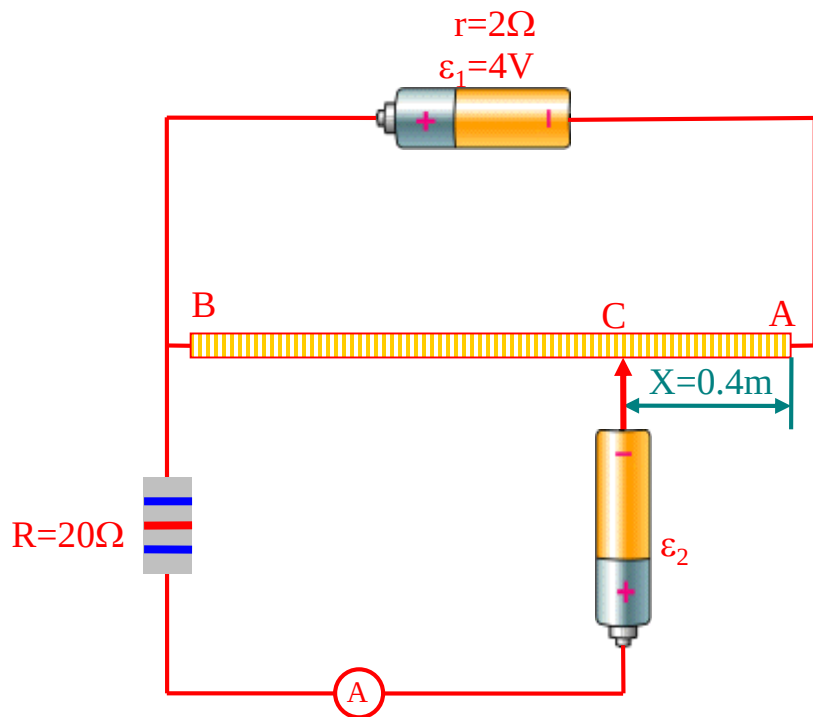
$$i_2 = I_1 + I_2 \approx 3.1 + 2.2 = 5.3_A$$

$$i_3 = I_3 \approx -2.2_A$$

במעגל המתואר בתרשים AB הוא תיל אחיד, שהתנגדותו 40Ω ואורכו 1.2m .
כאשר מציבים את המגע הנייד C במרחק $X=40\text{cm}$ מהנקודה A, מתאפס הזרם במד-זרם.
הזניחו את התנגדות מד הזרם ואת התנגדות המקור ε_2 .



- מהו הכא"מ ε_2 ומהו המתח על הנגד R?
- מהו מתח ההדקים של המקור ε_1 מזיזים את המגע הנייד למרחק 60cm מהנקודה A.
- מהו הזרם שיורה מד הזרם?
- מהו מתח ההדקים של כל אחד מהמקורות ε_1 ו- ε_2 ?



$$I = \frac{\varepsilon_1}{R_{AB} + r} = \frac{4}{40 + 2} = 0.095A$$

$$R_{AC} = \frac{0.4}{1.2} \cdot 40 = 13.33\Omega$$

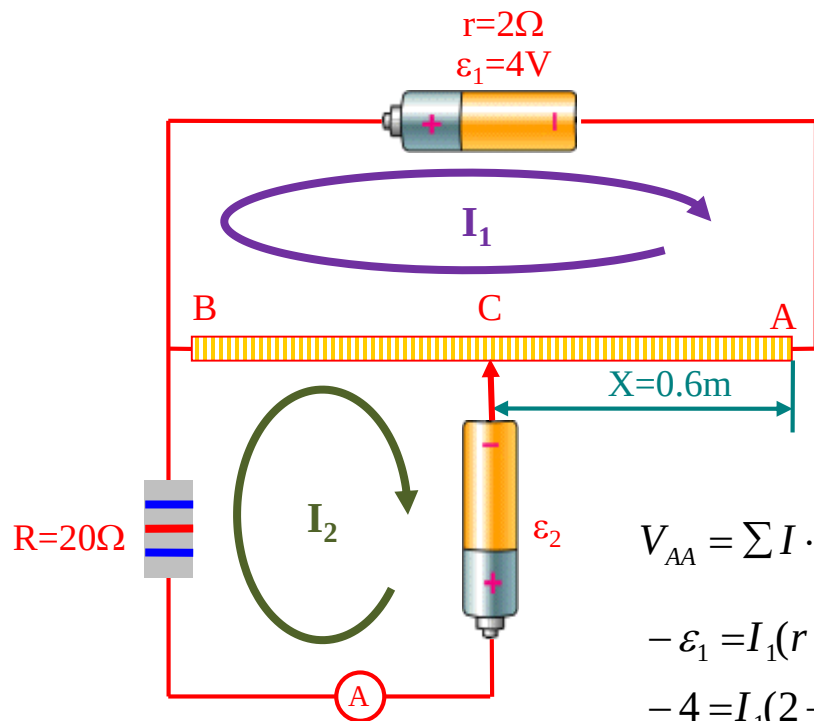
$$R_{CB} = \frac{0.8}{1.2} \cdot 40 = 26.67\Omega$$

$$V_{CB} = I \cdot R_{CB} = 0.095 \cdot 26.67 = 2.53V$$

במצב בו לא זורם זרם דרך מד הזרם מפל המתח על הנגד R שווה אפס, הכא"מ ε_2 שווה למתח V_{CB} .

ב. מתח ההדקים של המקור ε_1 :

$$V_{ab} = \varepsilon_1 - I \cdot r = 4 - 0.095 \cdot 2 = 3.81V$$



$$R_{AC} = \frac{0.6}{1.2} \cdot 40 = 20\Omega$$

$$R_{CB} = \frac{0.6}{1.2} \cdot 40 = 20\Omega$$

ג.

בחוג העליון נקבל:

$$V_{AA} = \sum I \cdot R - \sum \varepsilon = (I_1 \cdot r + I_1 \cdot R_{AC} + I_1 \cdot R_{CB} - I_2 \cdot R_{CB}) - (-\varepsilon_1) = 0$$

$$-\varepsilon_1 = I_1(r + R_{AC} + R_{CB}) - I_2 \cdot R_{CB}$$

$$-4 = I_1(2 + 20 + 20) - I_2 \cdot 20$$

$$-4 = 42I_1 - 20I_2$$

בחוג התחתון נקבל:

$$V_{BB} = \sum I \cdot R - \sum \varepsilon = (I_2 \cdot R + I_2 \cdot R_{CB} - I_1 \cdot R_{CB}) - (\varepsilon_2) = 0$$

$$\varepsilon_2 = -I_1 \cdot R_{CB} + I_2(R + R_{CB})$$

$$2.53 = -I_1 \cdot 20 + I_2(20 + 20)$$

$$2.53 = -20I_1 + 40I_2$$

מפתרון מערכת המשוואות:

$$-4 = 42I_1 - 20I_2$$

$$2.53 = -20I_1 + 40I_2$$

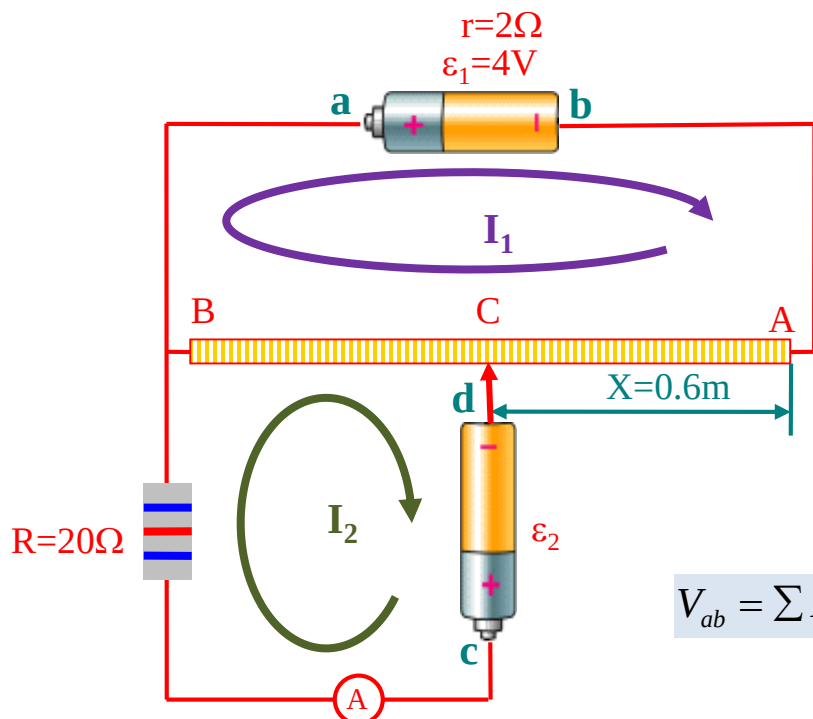
מתקבל:

$$I_1 = -0.085A$$

$$I_2 = 0.379A$$

הזרם שיורה מד הזרם:

$$V_{ab} = \sum I \cdot R - \sum \varepsilon = I_1 \cdot r - (-\varepsilon_1) = -0.085 \cdot 2 - (-4) = 3.83V$$



ד. מתח ההדקים של המקור ε_2 שווה לכא"מ שלו כי נתון שהתנגדותו הפנימית זניחה.

$$V_{cd} = \varepsilon_2 - I_2 \cdot r = 2.53 - 0.379 \cdot 0 = 2.53V$$

1. **עניבה (loop)** - מסלול סגור לאורכו של תייל חשמלי. המסלול עשוי להכיל רכיבים חשמליים שונים

כגון : נגדים, סוללות, קבלים, סלילים, טרנזיסטורים, דיודות, טריודות וכיוצא בזה

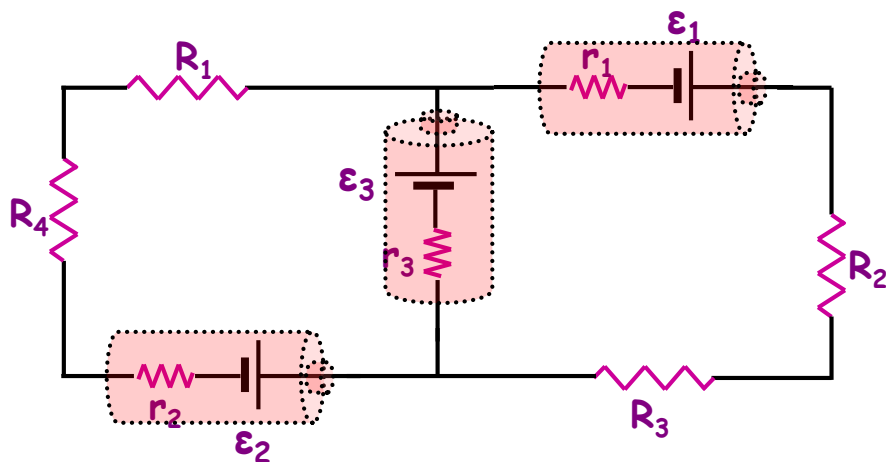
רכיבים...

2. **מעגל חשמלי** - מכיל עניבה אחת או מספר עניבות.

◀ נהוג לחלק את המעגלים החשמליים לשני סוגים:

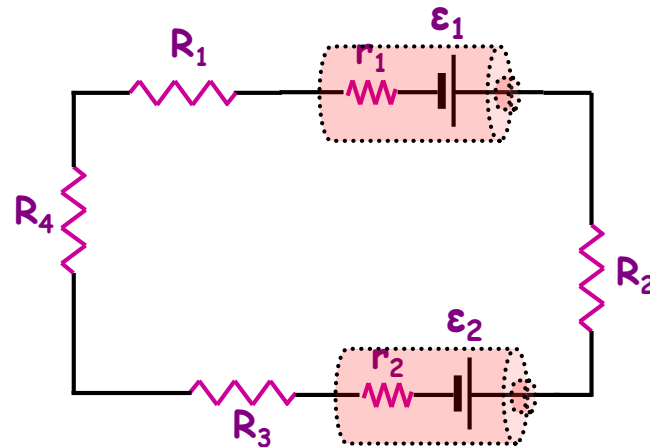
מעגל מורכב (מקבילי)

מאופיין בכך שהוא מכיל יותר מעניבה אחת



מעגל פשוט (טורי)

מאופיין בכך שהוא מכיל עניבה (loop) אחת בלבד

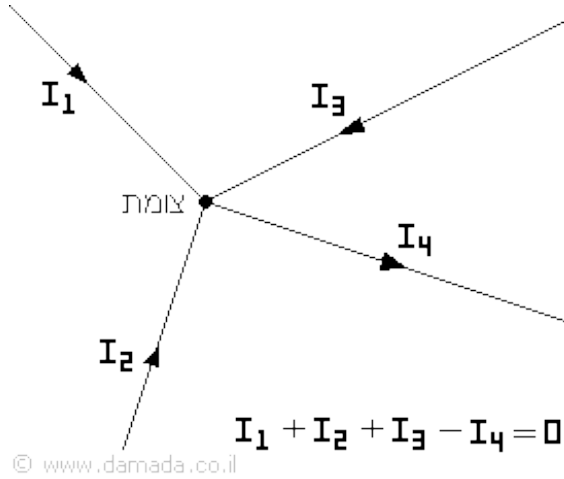


1. עיקרון רציפות הזרימה ושימור המטען

משמעות: אין הצטברות (בליעת) מטען ואין יצירת מטען לאורך התייל. כלומר בכל יחידת זמן-כמות המטען הנכנסת אל אלמנט או צומת כלשהו של התייל שווה לכמות המטען היוצאת ממנו.

2. עיקרון שימור האנרגיה (שדה אלקטרוסטטי משמר)

משמעות: השדה החשמלי המזרים את האלקטרונים החפשיים בתוך התיילים הוא שדה אלקטרוסטטי ולכן הוא משמר - כלומר **עבודת השדה החשמלי על חלקיק הנע לאורך מסלול סגור כלשהו במעגל החשמלי תהיה תמיד אפס**. המשמעות המעשית היא שניתן להשתמש במושגים-"פוטנציאל" ו"מתח" חשמלי במעגלי זרימה כאלה וסכום המתחים בכל מסלול סגור הוא תמיד אפס).



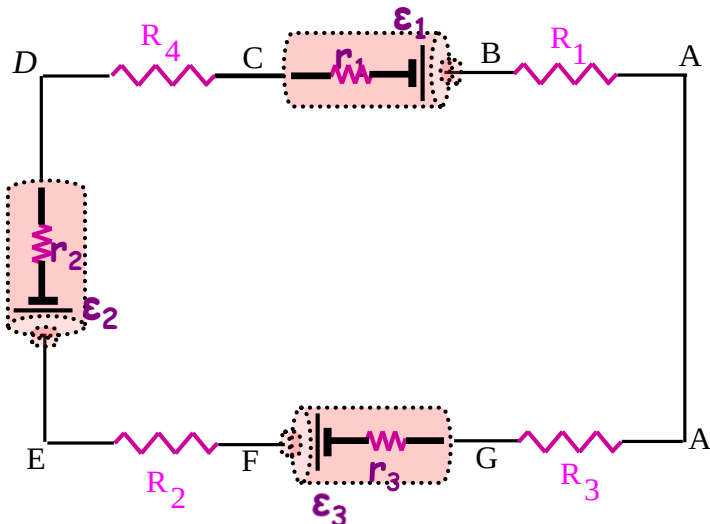
1. חוק הצומת :

מתוך עיקרון רציפות הזרימה-סך הזרמים הנכנסים
אל הצומת שווה לסך הזרמים היוצאים ממנו (ראו איור) :

בניסוח מתימטי : $\sum i_{in} = \sum i_{out}$ או : $\sum i = 0$
(כאשר נסמן זרם נכנס כחיובי וזרם יוצא כשלילי)

2. חוק העניבה :

מתוך עיקרון שימור האנרגיה (השדה האלקטרוסטטי הוא שדה משמר) -
סכום המתחים החלקיים לאורך כל עניבה (מסלול סגור) שווה לאפס.



$$\sum \mathcal{E} = \sum iR \quad (2) \quad \text{או} \quad \sum iR - \sum \mathcal{E} = 0 \quad (1)$$

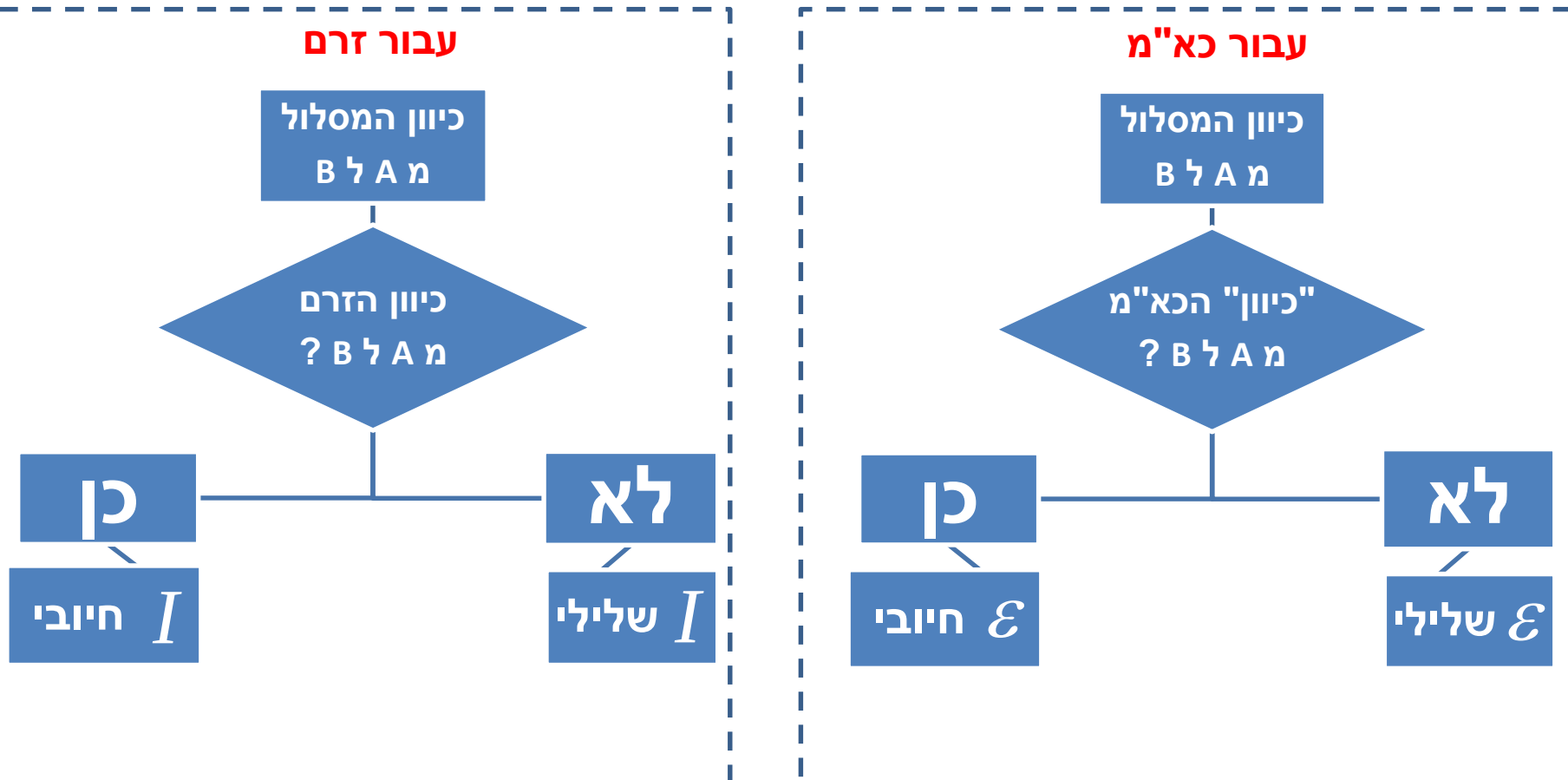
סיכום השעור (חישוב מתח בין שתי נקודות במעגל חשמלי)

◀ בוחרים מסלול כלשהו מ A ל: B. ואז:

$$V_{AB} = \sum IR - \sum \mathcal{E}$$

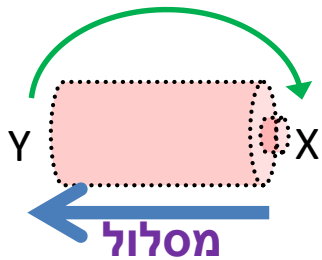
- נגדיר "כיוון" כא"מ כך: $\rightarrow$. ככיוון החץ האדום. "כיוון" הכא"מ אינו תלוי בכיוון הזרם.
- הגרשיים " " שנוספו למונח כיוון עבור הכא"מ נובעות מכך שכא"מ הוא סקלר ולא וקטור, אך הכוונה היא לכיוון אליו "רוצה" כא"מ זה להזרים זרם.

כללי סימנים :



מתח הדקים של סוללה מוגדר כהפרש פוטנציאלים בין X ל Y : כך:

$$V_{XY} = V_X - V_Y$$



שימו לב : תמיד המסלול הוא מההדק ה"חיובי" X אל ההדק ה"שלילי" Y.

סימון מתח בין שתי נקודות באמצעות קשת הוא סימון נפוץ.

הקשת מצביעה אל הנקודה המייצגת את פוטנציאל ההתחלה.

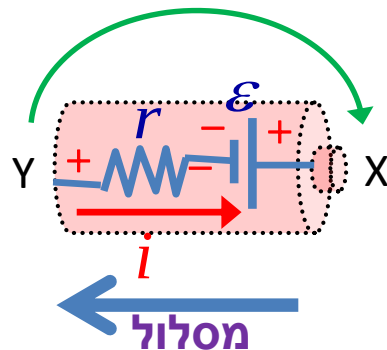
(כלומר הנקודה שמופיעה ראשונה ברישום הפרש הפוטנציאלים) :

$$V_{XY} \equiv V_X - V_Y$$



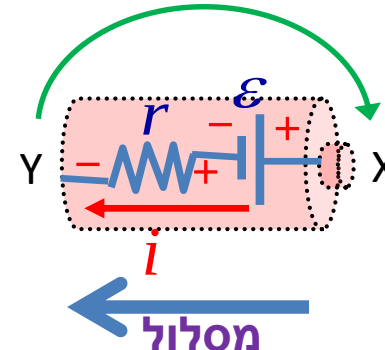
חישוב מתח ההדקים, כמוהו כחישוב כל הפרש פוטנציאלים בין שתי נקודות. לכן :

אם הזרם זורם מ Y ל X (ספק)



$$V_{XY} = -ir - (-\varepsilon) = \varepsilon - ir$$

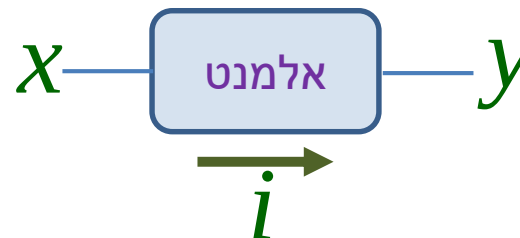
אם הזרם זורם מ X ל Y (צרכן)



$$V_{XY} = ir - (-\varepsilon) = \varepsilon + ir$$

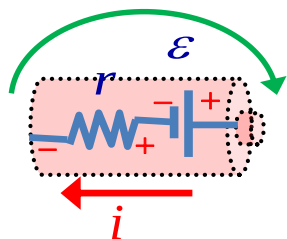
◀ ההספק החשמלי של אלמנט כלשהו במעגל חשמלי (נוסחא כללית) :

$$p = \Delta V \cdot i = \left(\underset{I_{OUT}}{\overset{V_y}{\{}} - \underset{I_{IN}}{\overset{V_x}{\}}} \right) \cdot i$$



◀ מקרים פרטיים :

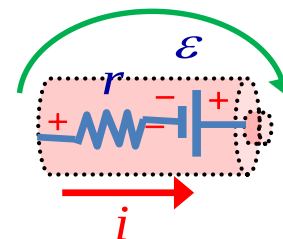
2. סוללה בה זורם זרם ב"כיוון" הפוך לכא"מ
(מהווה צרכן)



הספק מלא : $p_\varepsilon = -\varepsilon I$

הספק יעיל : $p_\varepsilon = -\varepsilon I - I^2 r$

1. סוללה בה זורם זרם ב"כיוון" הכא"מ
(מהווה ספק)



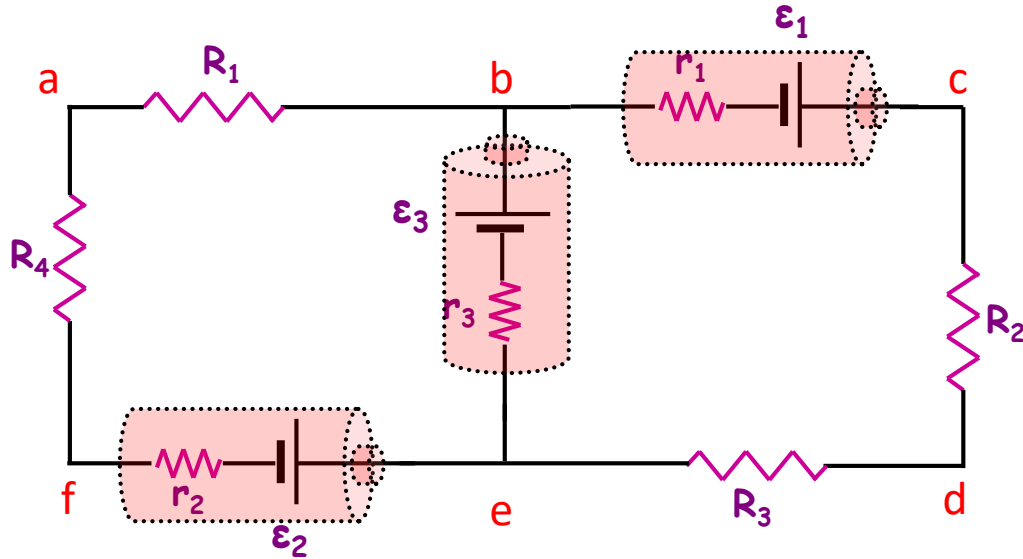
הספק מלא : $p_\varepsilon = \varepsilon I$

הספק יעיל : $p_\varepsilon = \varepsilon I - I^2 r$

3. הספק של נגד (תמיד שלילי) : $p_\varepsilon = -VI = -I^2 R = -\frac{V^2}{R}$

ישנן מספר שיטות לפתרון מעגל חשמלי מורכב.

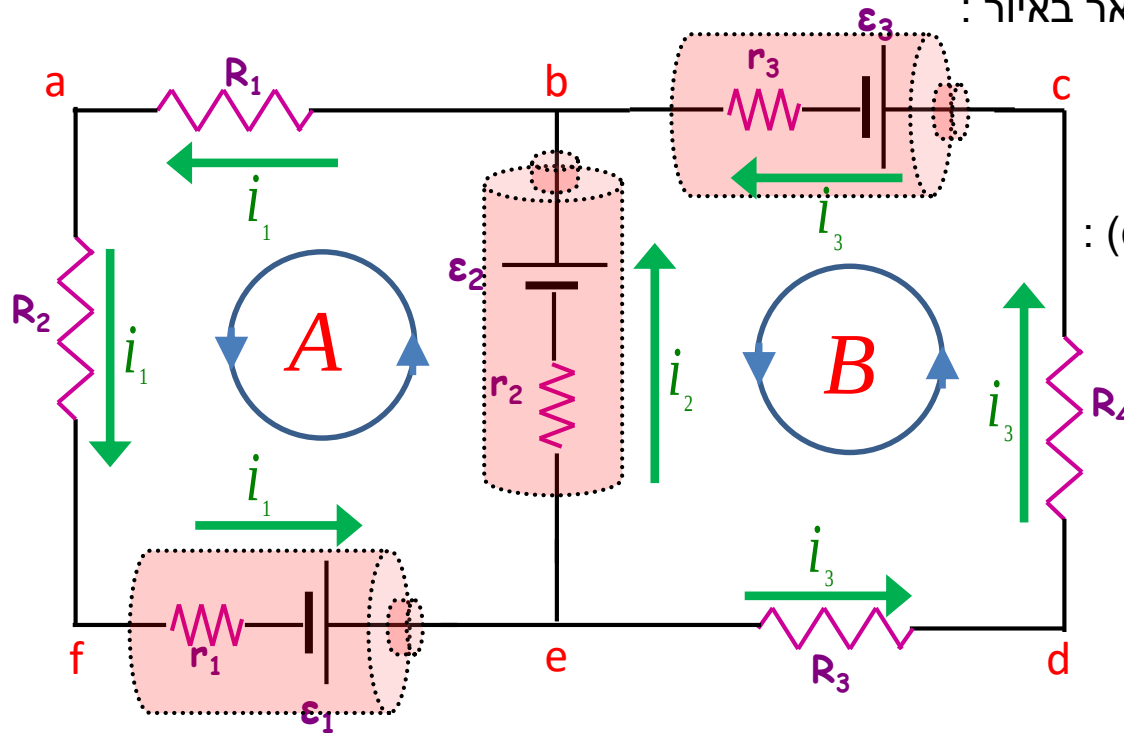
מתוך מיגוון השיטות נציג שתי שיטות בסיסיות שעלינו להכיר:



1. **שיטת זרמי ענפים** - בה נשתמש גם בחוק הצומת וגם בחוק העניבה.

2. **שיטת זרמי עניבה** - בה נשתמש רק בחוק העניבה. חוק הצומת "משתלב בעקיפין", כפי שנסביר בהמשך.

שלב א'- נסמן זרם על פני כל ענף כפי שמתואר באיור :
(כיווני הזרמים הם שרירותיים)



שלב ב'- נרשום משוואת צומת (עבור צומת e) :

$$\sum i = 0$$

$$(1) \quad i_1 - i_2 - i_3 = 0$$

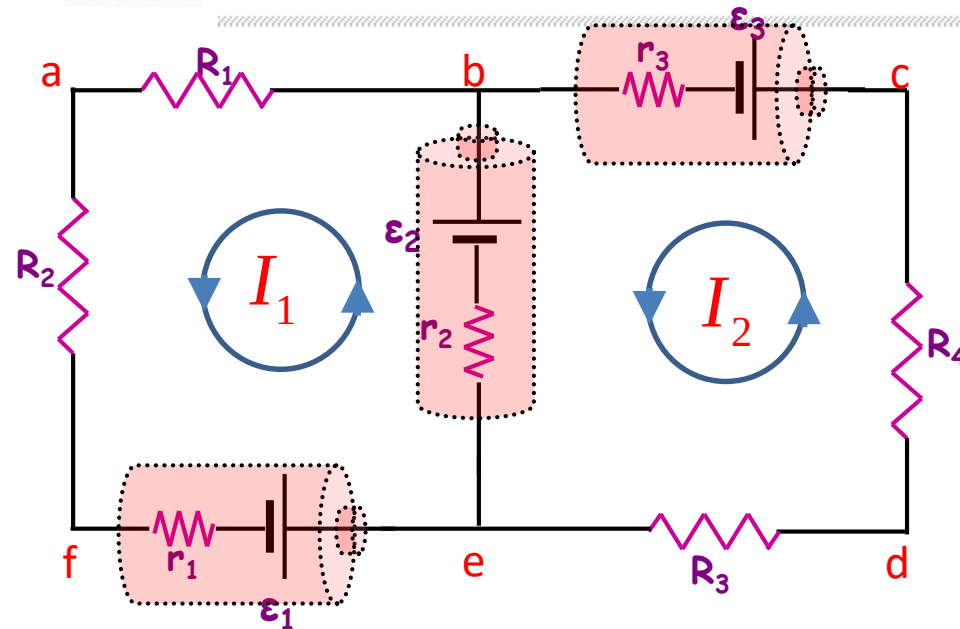
שלב ג'- נרשום משוואות עניבה :

$$\sum \mathcal{E} = \sum iR$$

$$(2) \quad \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 = i_1(R_1 + R_2 + r_1) + i_2 r_2 \quad \text{עניבה A:}$$

$$(3) \quad -\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_3 = i_3(R_3 + R_4 + r_3) - i_2 r_2 \quad \text{עניבה B:}$$

כעת ניתן לפתור את שלושת הנעלמים שהם שלושת הזרמים : i_1 ; i_2 ; i_3 שכן ברשותנו 3 משוואות.



שלב א' - נסמן זרם עניבה על כל עניבה קטנה:
(רצוי לשמור על אותה מגמה)

שלב ב' - רישום משוואות עניבה בלבד על פי הנוסחא:

$$\sum \mathcal{E}_{loop} = I_{loop} \cdot \sum R_{loop} - \sum I_{neighbor} \cdot R_{Common resistors}$$

$$(1) \quad \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 = I_1 (R_1 + R_2 + r_1 + r_2) - I_2 r_2$$

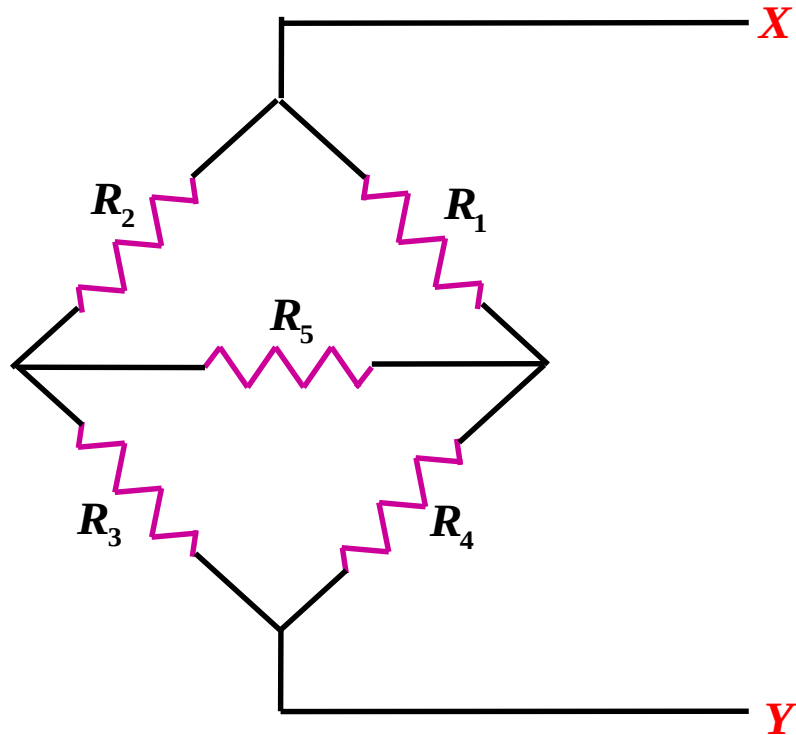
עניבה שמאלית:

$$(2) \quad -\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_3 = I_2 (R_3 + R_4 + r_3 + r_2) - I_1 r_2$$

עניבה ימנית:

כעת ניתן לפתור את שני הנעלמים : I_1 ; I_2 . ולסמן את זרמי האמת הזורמים בכל אלמנט.

נספח-חישוב התנגדות שקולה של מערך נגדים שאינו טורי ואינו מקבילי (1)



נתבונן במערך המופיע בתרשים:

מערך נגדים זה מורכב מחמישה נגדים.

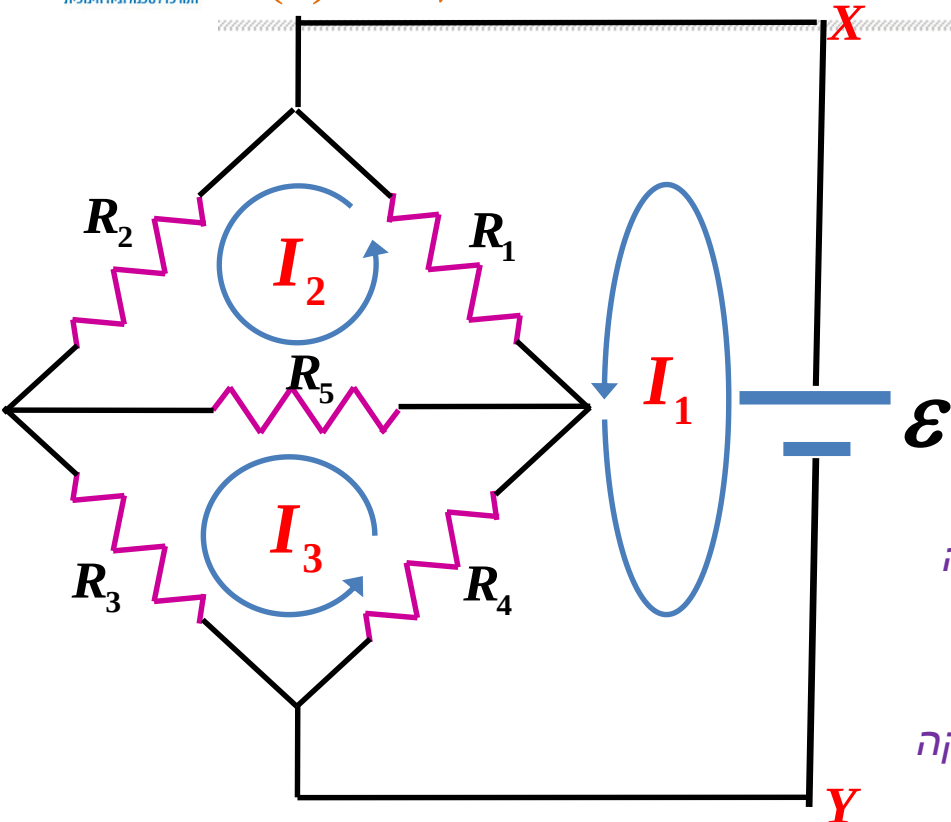
שום נגד במערך זה אינו מחובר בטור ואף לא במקביל לשום נגד אחר.

מערך נגדים כזה ידוע בשם: "גשר ויטסטון של נגדים".

המגעים X ו- Y מהווים חיבורים לסוללה.

ברצוננו לחשב את ערכו של הנגד השקול למערך זה של נגדים.

נספח-חישוב התנגדות שקולה של מערך נגדים שאינו טורי ואינו מקבילי (2)



◀ נחבר כא"מ טהור (סוללה ללא התנגדות פנימית) אל המגעים X ו-Y.

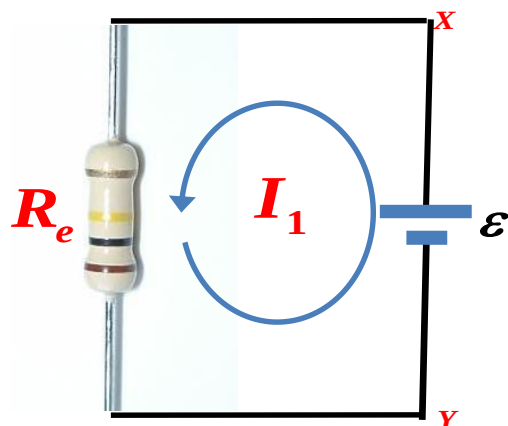
◀ נשרטט זרמי עניבה שווי מגמה : I_1 , I_2 , I_3 .

◀ נשרטט מעגל תמורה פשוט המכיל רק את הכא"מ הטהור + הנגד השקול : $R_e = R_{equivalent}$

◀ המאפיין של נגד שקול מתבטא בכך שיגרום לסוללה להזרים דרכה את אותו זרם, שזרם דרכה, כאשר היתה מחוברת למעגל המקורי. כלומר-הסוללה לא תרגיש בהבדל וכמובן גם הספקה יהיה זהה להספקה המקורי.

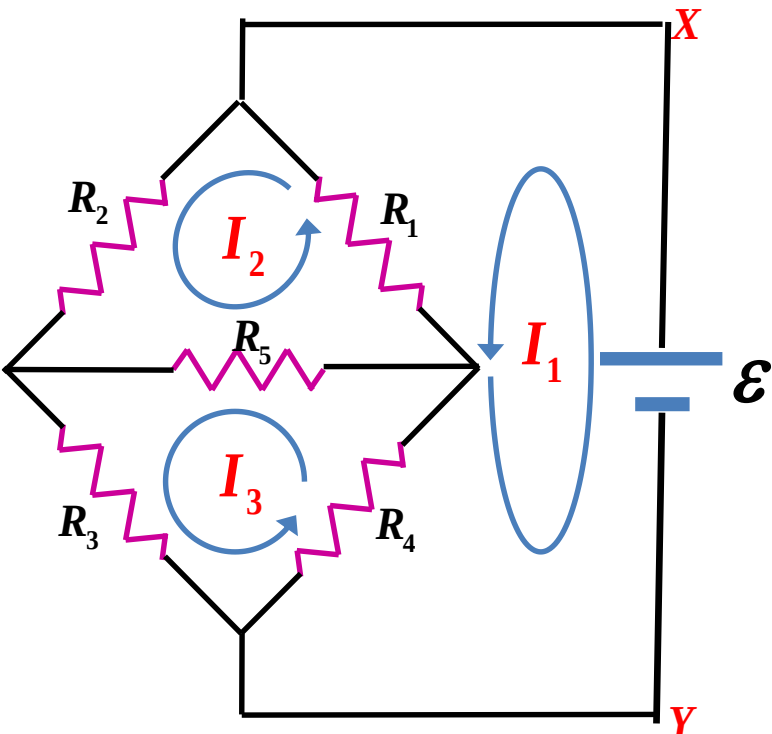
◀ כלומר הזרם במעגל התמורה חייב להיות I_1 .

◀ לפיכך מעגל התמורה יראה כך :



נספח-חישוב התנגדות שקולה של מערך נגדים שאינו טורי ואינו מקבילי (3)

◀ כעת נרשום משוואות עניבה על פי שיטת זרמי עניבה :



עניבה (1): $(R_1 + R_4)I_1 - R_1I_2 - R_4I_3 = \mathcal{E}$

עניבה (2): $-R_1I_1 + (R_1 + R_2 + R_5)I_2 - R_5I_3 = 0$

עניבה (3): $-R_4I_1 - R_5I_2 + (R_3 + R_4 + R_5)I_3 = 0$

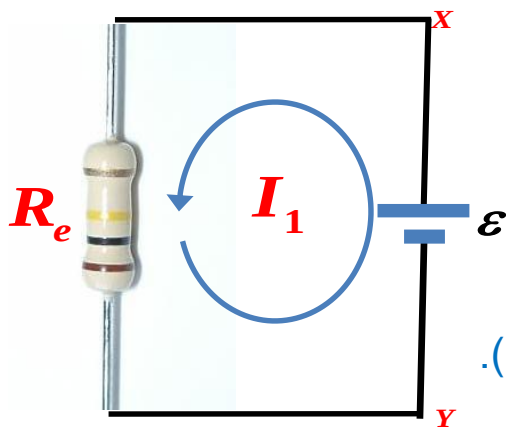
◀ עבור מעגל התמורה נרשום :

(4) $R_e I_1 = \mathcal{E}$

◀ וכך יש בידינו 4 משוואות המכילות 4 נעלמים : R_e I_1 I_2 I_3

◀ נפתור משוואות אלו עבור R_e .

(הפרמטר $\mathcal{E}$ יצטמצם במהלך הפתרון שכן ההתנגדות השקולה אינה תלויה בו).



נספח-חישוב התנגדות שקולה של מערך נגדים שאינו טורי ואינו מקבילי (4)

◀ נפתור דוגמא מספרית:

עניבה (1): $5I_1 - 1I_2 - 4I_3 = \mathcal{E}$

עניבה (2): $-1I_1 + 8I_2 - 5I_3 = 0$

עניבה (3): $-4I_1 - 5I_2 + 12I_3 = 0$

נפתור מערך זה של 3 משוואות עבור I_1 .

מאחר ו: $\mathcal{E}$ מצטמצם, נוכל להציב עבורו ערך מספרי

שרירותי. נציב: $\mathcal{E} = 10_V$

באמצעות מחשבון ה"יודע" לפתור 3 משוואות לינאריות, נקבל:

$$I_1 \approx 4.06_A$$

◀ נציב זאת במשוואה (4) (ונציב בה גם $\mathcal{E} = 10_V$) ונקבל:

$$(4) \quad R_e \cdot 4.06 = 10$$

$$R_e = \frac{10}{4.06} \approx 2.46_\Omega$$

◀ ומכאן:

