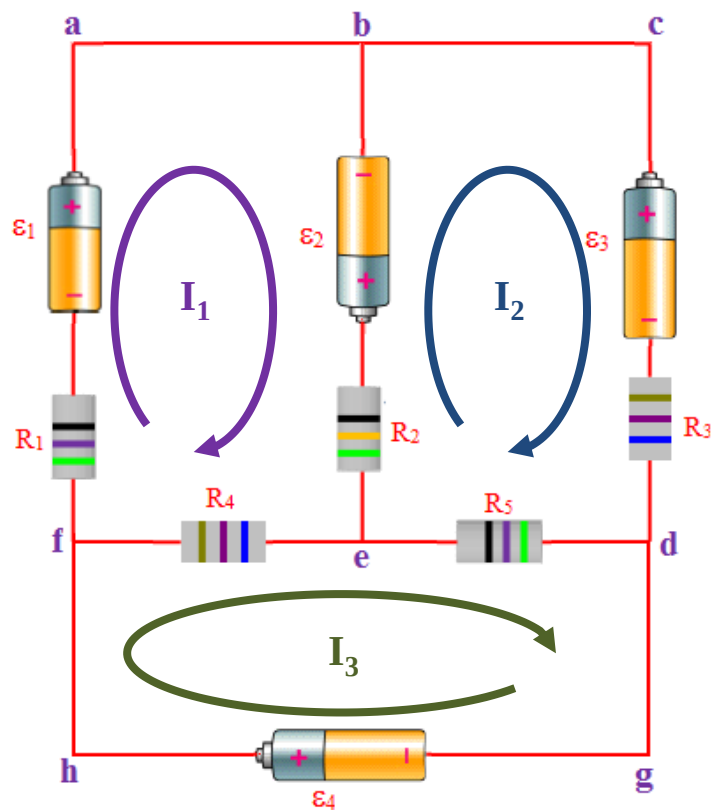


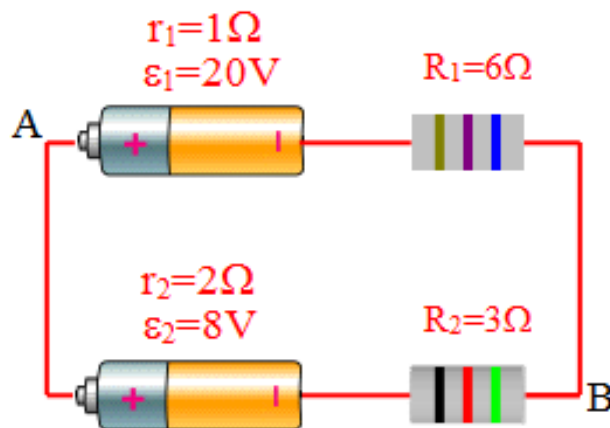
חוקי קירכהוף

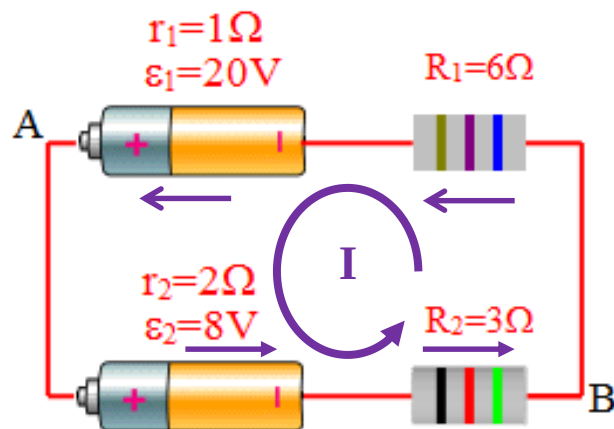


יש לחשב את המתח בין הנקודות A ו-B במעגל שמתואר בתרשים:

(1) במסלול שבמגמת הזרם.

(2) במסלול שנגד מגמת הזרם.





1) מגמת הזרם נקבעת על ידי הסוללה בעלת הכא"מ

הגדול ביותר – " כנגד מחוגי השעון".

נחשב את עוצמת הזרם באמצעות משוואת המעגל הטורי:

$$\sum \mathcal{E} = \sum I \cdot R$$

$$I = \frac{\sum \mathcal{E}}{\sum R} = \frac{20 - 8}{1 + 6 + 2 + 3} = 1A$$

$$V_{AB} = \sum I \cdot R - \sum \mathcal{E}$$

המתח בין שתי נקודות כלשהן במעגל ניתן על ידי:

נחשב את המתח במסלול שבמגמת הזרם, הזרם בסימן חיובי, אך הכא"מ של הסוללה $\mathcal{E}_2$ פועל נגד

המסלול ולכן יש להציבו בנוסחה בסימן שלילי:

$$V_{AB} = \sum I \cdot R - \sum \mathcal{E} = (1 \cdot 2 + 1 \cdot 3) - (-8) = 13V$$

2) במסלול שנגד מגמת הזרם, הזרם בסימן שלילי, גם הכא"מ של הסוללה $\mathcal{E}_1$ פועל נגד המסלול ולכן

יש להציב גם אותו בנוסחה בסימן שלילי:

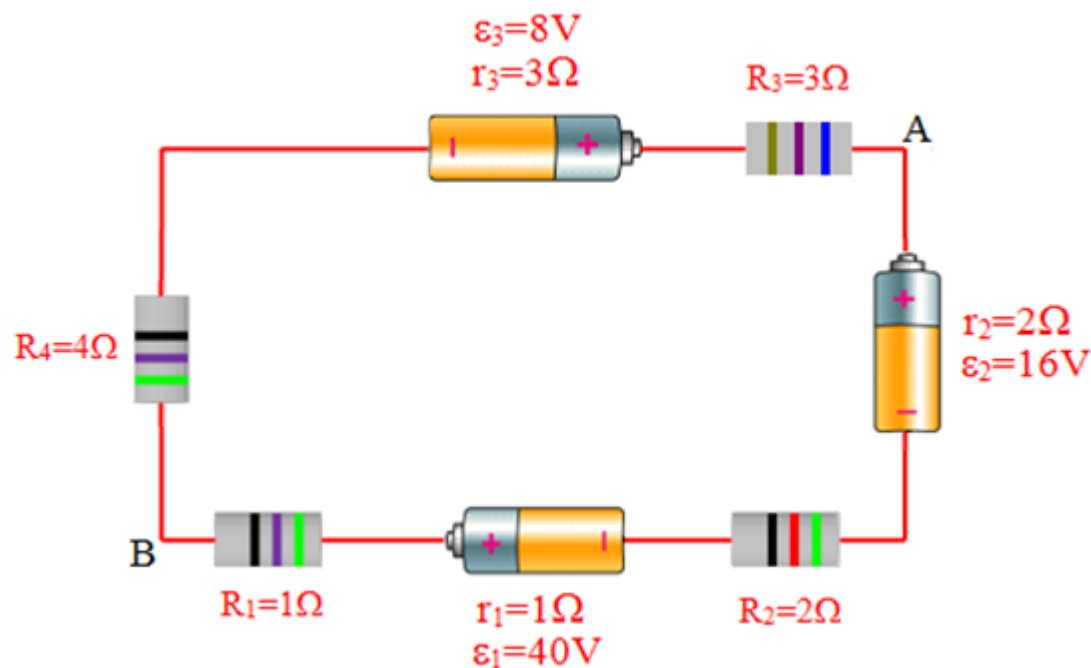
$$V_{AB} = \sum I \cdot R - \sum \mathcal{E} = (-1) \cdot 1 + (-1) \cdot 6 - (-20) = 13V$$

א. יש לחשב את המתח בין הנקודות A ו-B במעגל שמתואר בתרשים:

(1) במסלול שבמגמת הזרם.

(2) במסלול שנגד מגמת הזרם.

ב. יש למצוא את מתח ההדקים על פני כל אחד ממקורות המתח.



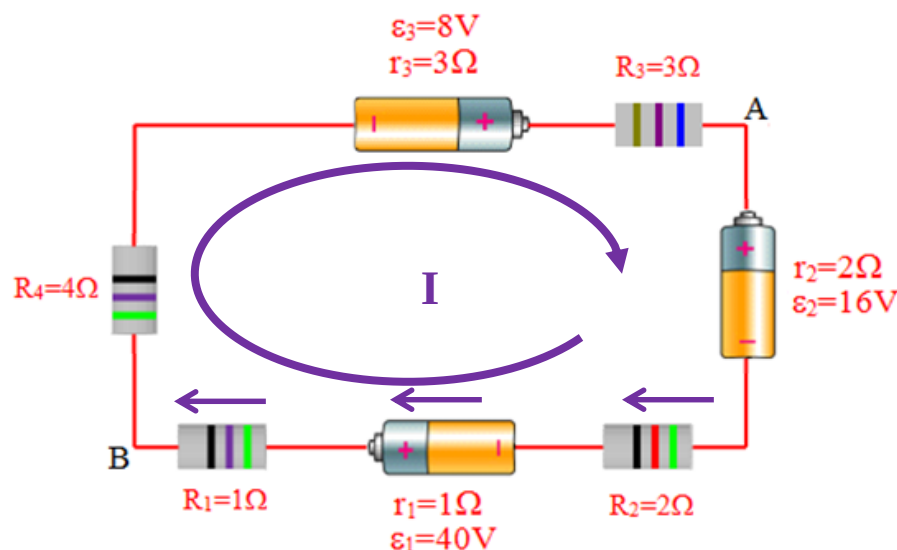
(1) מגמת הזרם נקבעת על ידי כיוון הסוללות – " בכיוון מחוגי השעון".

נחשב את עוצמת הזרם באמצעות משוואת המעגל הטורי:

$$\sum \varepsilon = \sum I \cdot R$$

$$I = \frac{\sum \varepsilon}{\sum R} = \frac{40 + 8 - 16}{1 + 2 + 3 + 1 + 2 + 3 + 4}$$

$$I = 2A$$



המתח בין שתי נקודות כלשהן במעגל ניתן על ידי: $V_{AB} = \sum I \cdot R - \sum \varepsilon$

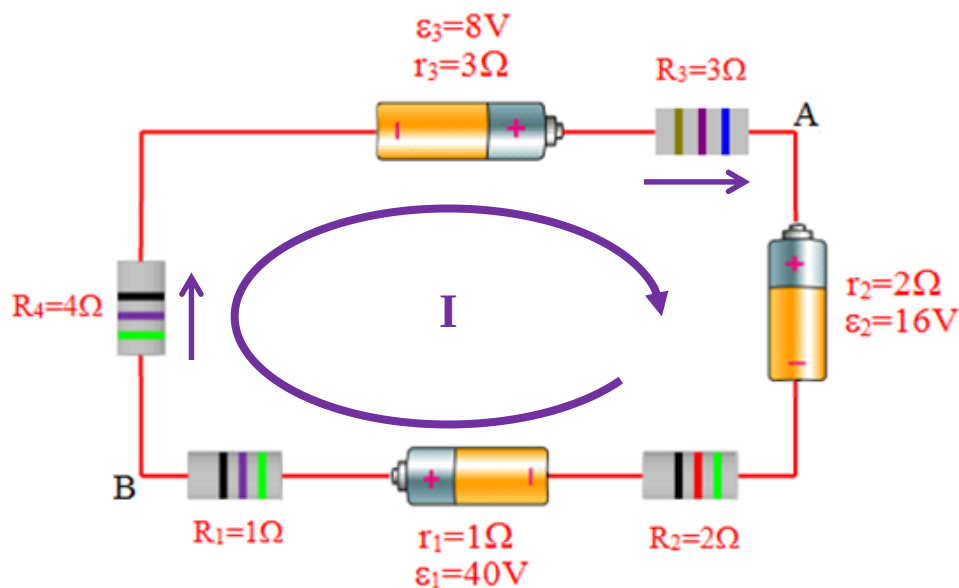
נחשב את המתח במסלול שבמגמת הזרם, הזרם בסימן חיובי, והכא"מ של הסוללה ε_3 פועל עם המסלול

ולכן יש להציבו בנוסחה בסימן חיובי:

$$V_{AB} = \sum I \cdot R - \sum \varepsilon = (2 \cdot 2 + 2 \cdot 2 + 2 \cdot 1 + 2 \cdot 1) - (-16 + 40) = -12V$$

(2) במסלול שנגד מגמת הזרם, הזרם בסימן שלילי, גם הכא"מ של הסוללה ε_1 פועל נגד המסלול ולכן יש להציב גם אותו בנוסחה בסימן שלילי, הכא"מ של סוללה ε_2 פועל עם המסלול ולכן יש להציבו בנוסחה בסימן חיובי:

$$V_{AB} = \sum I \cdot R - \sum \varepsilon = (-2) \cdot 3 + (-2) \cdot 3 + (-2) \cdot 4 - (-8) = -12V$$



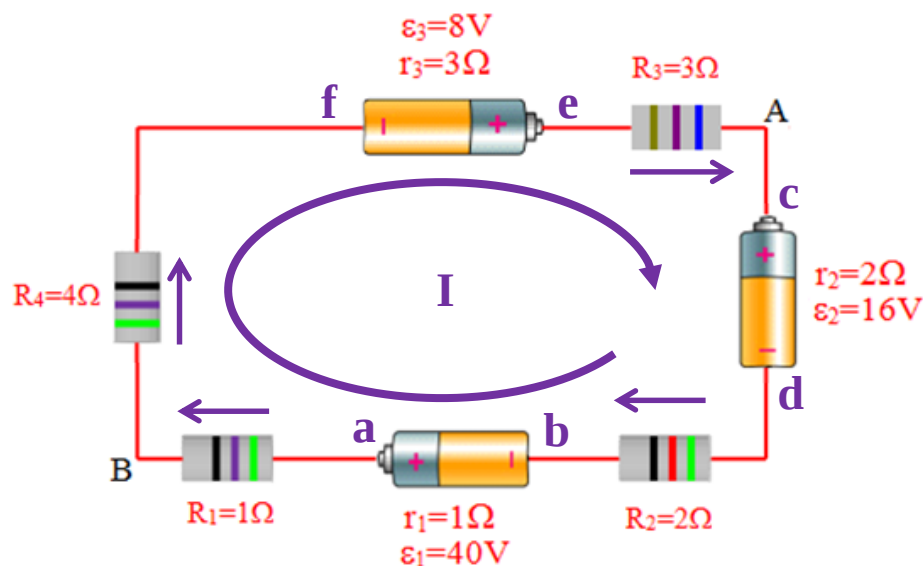
$$V_{AB} = \sum I \cdot R - \sum \mathcal{E}$$

ב. המתח בין שתי נקודות כלשהן במעגל ניתן על ידי:

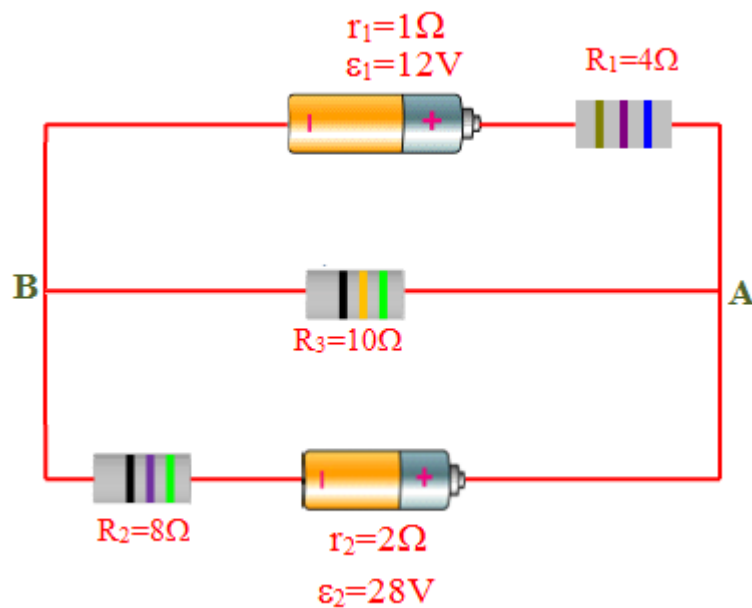
$$V_{ab} = \sum I \cdot R - \sum \mathcal{E} = (-2 \cdot 1) - (-40) = 38V$$

$$V_{cd} = \sum I \cdot R - \sum \mathcal{E} = (2 \cdot 2) - (-16) = 20V$$

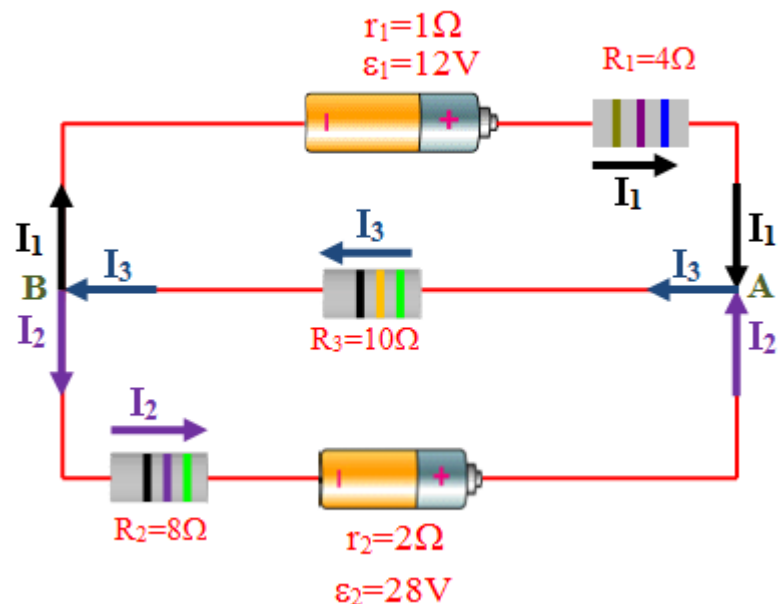
$$V_{ef} = \sum I \cdot R - \sum \mathcal{E} = (-2 \cdot 3) - (-8) = 2V$$



יש לחשב את הזרם בכל נגד במעגל שמתואר בשיטת זרמי הענפים.



שלב ראשון – סימון זרם בכל ענף במעגל. כיווני הזרמים נבחרים בצורה שרירותית.

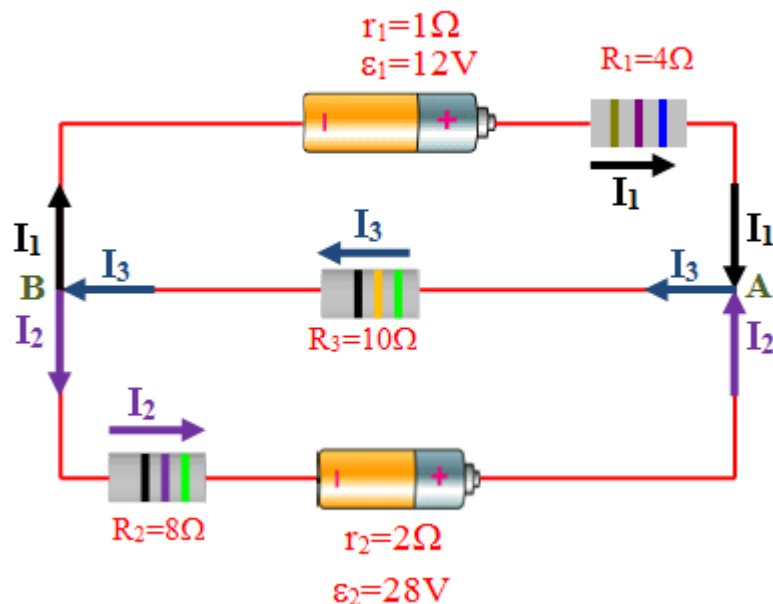


שלב שני – נשתמש בחוק הזרמים של קירכהוף לגבי הצמתים במעגל, כדי למצוא קשרים בין זרמי הענפים. לגבי הצומת A נקבל:

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0$$

כפי שניתן לראות אותם זרמים זורמים בצומת B ובצומת A, אולם בכיוונים הפוכים. לכן בצומת B תתקבל אותה המשוואה כמו בצומת A.

שלב שלישי – נשתמש בחוק המתחים של קירכהוף לגבי החוגים הסגורים במעגל. נבחר כיוון הקפה חיובי בכיוון השעון בחוג העליון ובחוג התחתון.



$$V_{AA} = \sum I \cdot R - \sum \varepsilon = (I_3 \cdot R_3 + I_1 \cdot r_1 + I_1 \cdot R_1) - (\varepsilon_1) = 0$$

בחוג העליון נקבל:

$$\varepsilon_1 - I_3 \cdot R_3 - I_1 \cdot r_1 - I_1 \cdot R_1 = 0$$

$$V_{AA} = \sum I \cdot R - \sum \varepsilon = (-I_2 \cdot r_2 - I_2 \cdot R_2 - I_3 \cdot R_3) - (-\varepsilon_2) = 0$$

בחוג התחתון נקבל:

$$\varepsilon_2 - I_2 \cdot r_2 - I_2 \cdot R_2 - I_3 \cdot R_3 = 0$$

קבלנו שלוש משוואות בשלושה נעלמים:

$$(1) I_1 + I_2 - I_3 = 0$$

$$(2) \varepsilon_1 - I_3 \cdot R_3 - I_1 \cdot r_1 - I_1 \cdot R_1 = 0$$

$$(3) \varepsilon_2 - I_2 \cdot r_2 - I_2 \cdot R_2 - I_3 \cdot R_3 = 0$$

$$(1) I_3 = I_1 + I_2$$

$$(2) I_1 \cdot (r_1 + R_1) + I_3 \cdot R_3 = \varepsilon_1$$

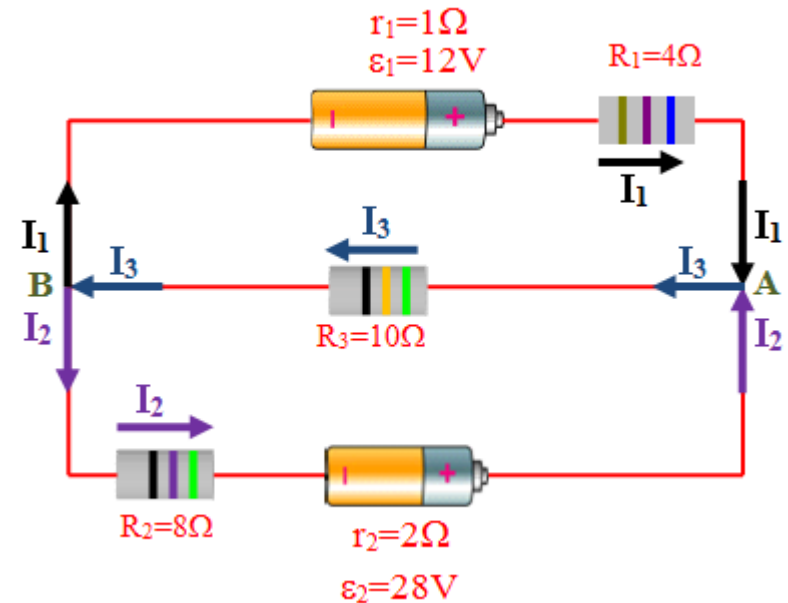
$$(3) I_2 \cdot (r_2 + R_2) + I_3 \cdot R_3 = \varepsilon_2$$

$$(1) I_3 = I_1 + I_2$$

$$(2) 5I_1 + 10I_3 = 12 \Rightarrow 5I_1 + 10(I_1 + I_2) = 12 \Rightarrow 15I_1 + 10I_2 = 12$$

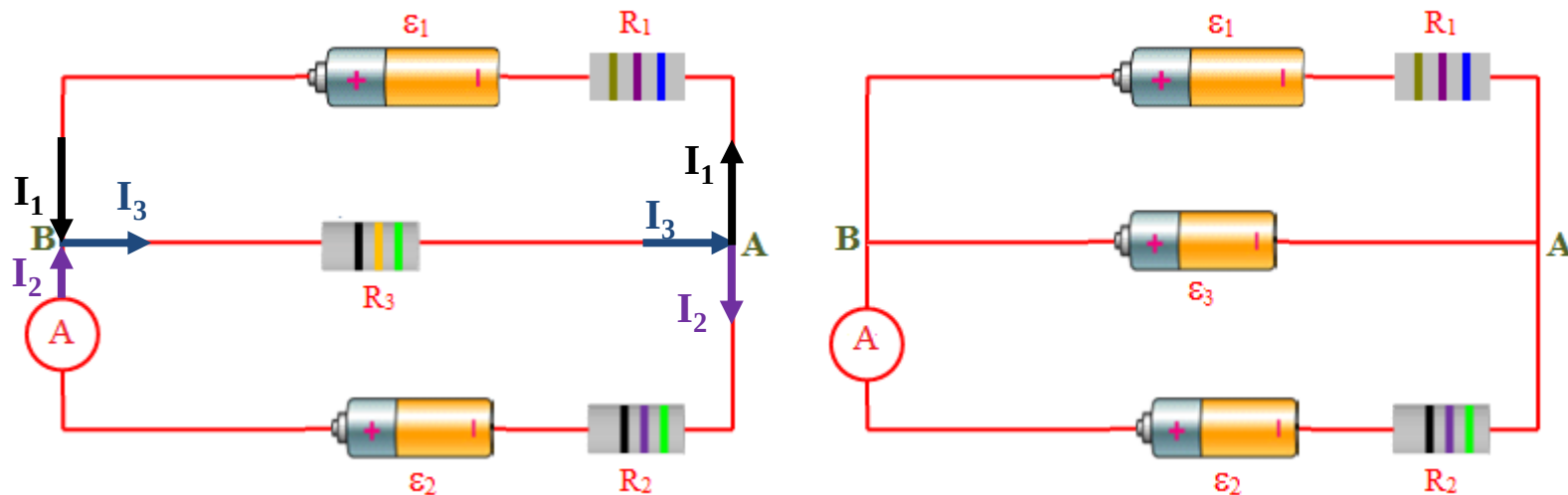
$$(3) 10I_2 + 10I_3 = 28 \Rightarrow 10I_2 + 10(I_1 + I_2) = 28 \Rightarrow 10I_1 + 20I_2 = 28$$

$$I_1 = -0.2A \quad I_2 = 1.5A \quad I_3 = 1.3A$$



מקבלים מערכת של שתי משוואות בשני נעלמים:

במעגל שמתואר בתרשים א' התנגדויות המקורות ניתנות להזנחה וכן התנגדות מד הזרם.



א. באמצעות נתוני מעגל א' ועל סמך חוקי קירכהוף רשמו משוואות מתוכן ניתן למצוא את הזרמים העוברים דרך שני המקורות.

ב. בטאו את היחס $\varepsilon_1/\varepsilon_2$ אם מד הזרם מורה אפס.

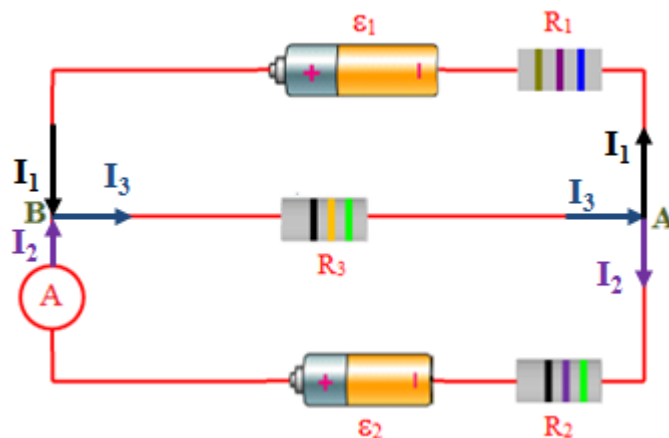
ג. מנתקים את הנגד R_3 מהחיבור למעגל. בטאו את היחס $\varepsilon_1/\varepsilon_2$ אם מד הזרם מורה אפס?

ד. מחברים במקום הנגד R_3 מקור מתח נוסף ε_3 שהתנגדותו הפנימית זניחה (תרשים ב).

1. איזה קשר מתמטי מתקיים בין ε_3 ל- ε_2 אם מד הזרם מורה אפס?

2. מהו הזרם העובר דרך מקור הכא"מ ε_1 ?

א. שלב ראשון – סימון זרם בכל ענף במעגל. כיווני הזרמים נבחרים בצורה שרירותית.



שלב שני – נשתמש בחוק הזרמים של קירכהוף לגבי הצמתים במעגל, כדי למצוא קשרים בין זרמי הענפים.

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0$$

לגבי הצומת B נקבל:

שלב שלישי – נשתמש בחוק המתחים של קירכהוף לגבי החוגים הסגורים במעגל. נבחר כיוון הקפה

חיובי בכיוון השעון בחוג העליון ובחוג התחתון.

$$V_{BB} = \sum I \cdot R - \sum \varepsilon = (-I_1 \cdot R_1 - I_3 \cdot R_3) - (-\varepsilon_1) = 0$$

$$\varepsilon_1 = I_1 \cdot R_1 + I_3 \cdot R_3 = 0$$

$$V_{BB} = \sum I \cdot R - \sum \varepsilon = (I_3 \cdot R_3 + I_2 \cdot R_2) - (\varepsilon_2) = 0$$

$$\varepsilon_2 = I_2 \cdot R_2 + I_3 \cdot R_3 = 0$$

המשך פתרון תרגיל 4

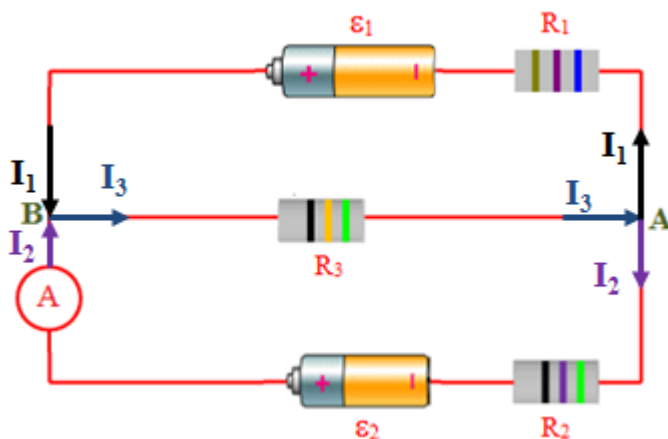
ב. בסעיף א התקבל:

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0$$

$$\varepsilon_1 = I_1 \cdot R_1 + I_3 \cdot R_3$$

$$\varepsilon_2 = I_2 \cdot R_2 + I_3 \cdot R_3$$

כאשר $I_2 = 0$ הזרם הזורם רק בחוג העליון ומתקיים:



$$I_1 + I_2 - I_3 = 0 \Rightarrow I_1 = I_3$$

$$\varepsilon_1 = I_1 \cdot R_1 + I_3 \cdot R_3 = I_3 \cdot R_1 + I_3 \cdot R_3$$

$$\varepsilon_1 = I_3 \cdot (R_1 + R_3)$$

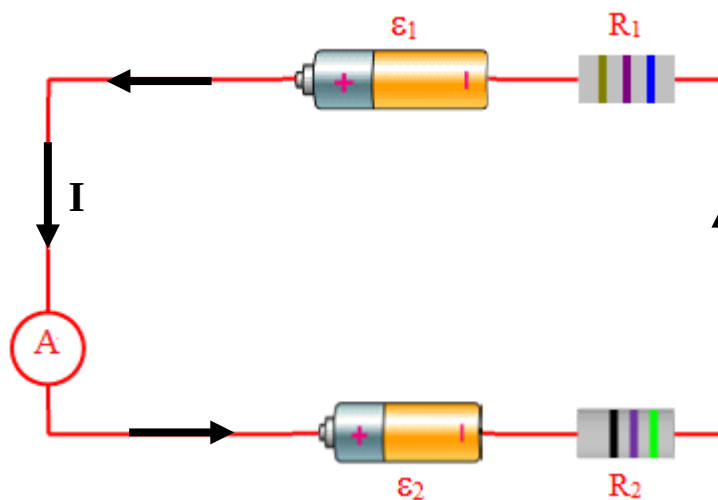
$$\varepsilon_2 = I_2 \cdot R_2 + I_3 \cdot R_3$$

$$\varepsilon_2 = I_3 \cdot R_3$$

$$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \frac{I_3(R_1 + R_3)}{I_3 \cdot R_3} = \frac{R_1 + R_3}{R_3}$$

המשך פתרון תרגיל 4

ג. כאשר הנגד R_3 מנותק מתקבל המעגל הטורי הבא:

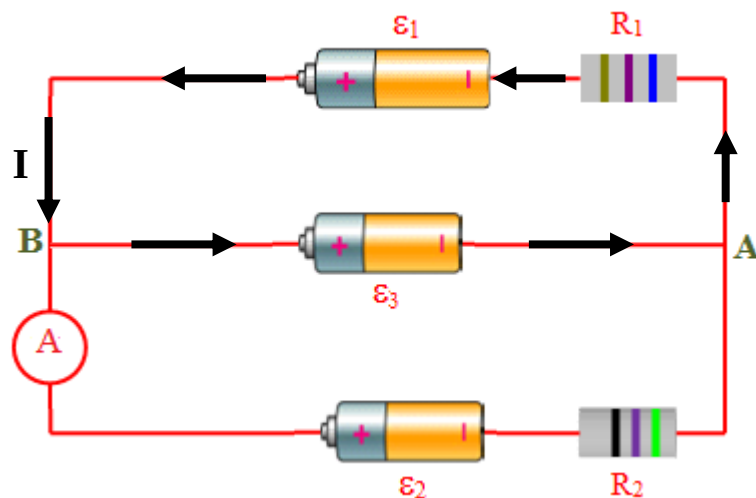


$$\varepsilon_1 - \varepsilon_2 = I \cdot R_1 + I \cdot R_2$$

כאשר $I=0$ מתקיים:

$$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = 1$$

ד. 1. כאשר ε_3 מחובר מתקבל המעגל הבא:



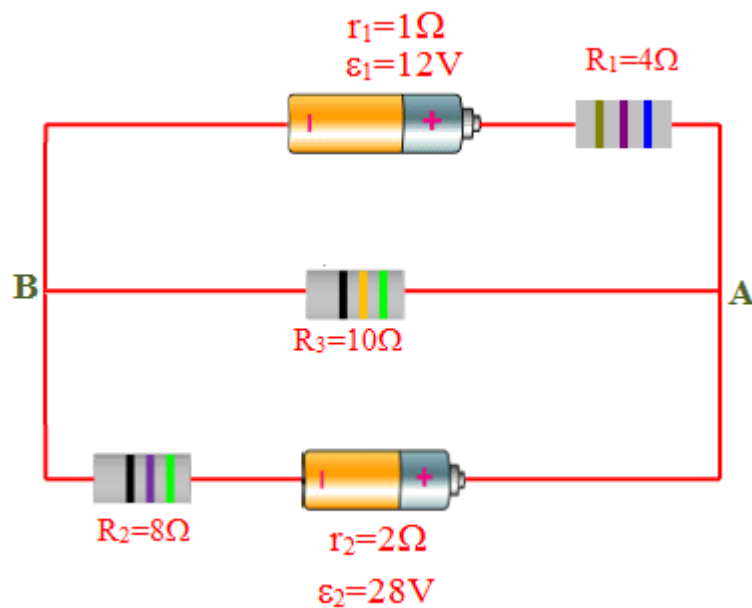
כאשר $I=0$ מתקיים: $\varepsilon_3 = \varepsilon_2$ (מפל המתח על הנגד R_2 שווה לאפס)

2. הזרם זורם רק בחוג העליון ומתקיים:

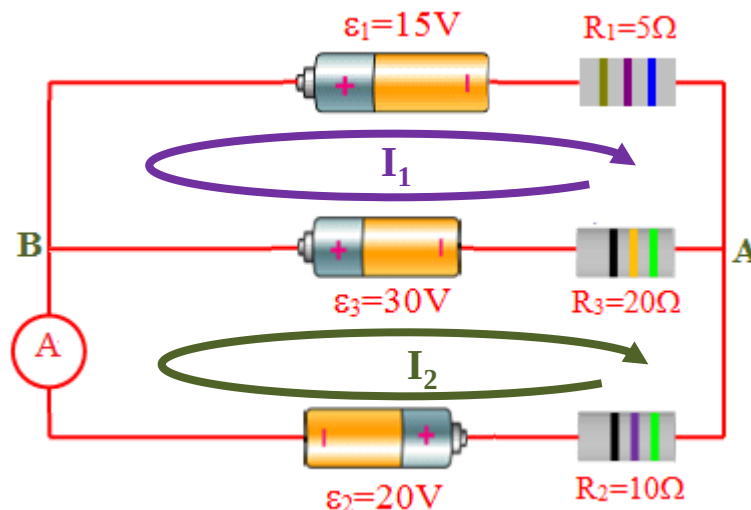
$$\varepsilon_1 - \varepsilon_3 = I \cdot R_1 + I \cdot R_2$$

$$I = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_3}{R_1 + R_2}$$

יש לחשב את הזרם בכל נגד במעגל שמתואר בשיטת זרמי החוגים.



נבחר שני חוגים, החוג העליון והחוג התחתון, ונסמן שני זרמי חוגים: I_1 ו- I_2 .



נשתמש בחוק המתחים של קירכהוף לגבי החוגים הסגורים במעגל. נבחר כיוון הקפה חיובי בכיוון השעון
בחוג העליון ובחוג התחתון.

בחוג העליון נקבל:

$$V_{AA} = \sum I \cdot R - \sum \mathcal{E} = (I_1 \cdot R_3 - I_2 \cdot R_3 + I_1 \cdot R_1) - (\mathcal{E}_3 - \mathcal{E}_1) = 0$$

$$\mathcal{E}_3 - \mathcal{E}_1 = I_1(R_1 + R_3) - I_2 \cdot R_3$$

בחוג התחתון נקבל:

$$V_{AA} = \sum I \cdot R - \sum \mathcal{E} = (I_2 \cdot R_2 + I_2 \cdot R_3 - I_1 \cdot R_1) - (-\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_3) = 0$$

$$-\mathcal{E}_3 - \mathcal{E}_2 = -I_1 \cdot R_3 + I_2(R_2 + R_3)$$

התקבלו שתי משוואות הבאות:

$$\varepsilon_3 - \varepsilon_1 = I_1(R_1 + R_3) - I_2 \cdot R_3$$

$$-\varepsilon_3 - \varepsilon_2 = -I_1 \cdot R_3 + I_2(R_2 + R_3)$$

$$30 - 15 = I_1(5 + 20) - I_2 \cdot 20$$

$$-30 - 20 = -I_1 \cdot 20 + I_2(10 + 20)$$

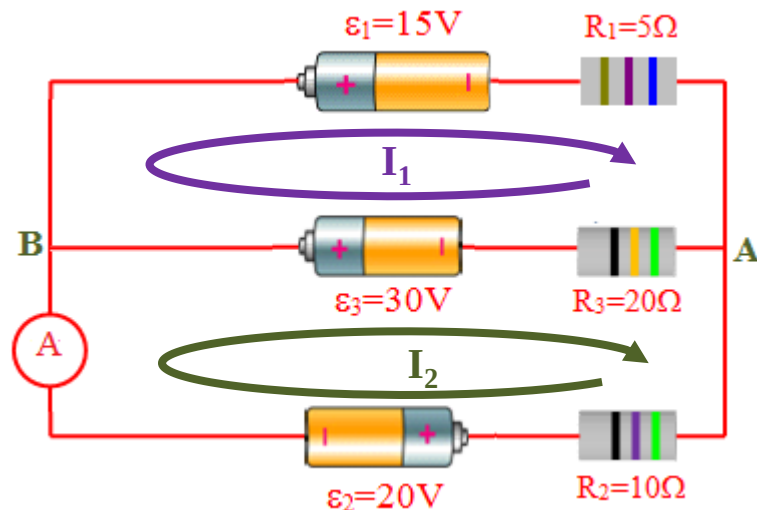
$$15 = 25I_1 - 20I_2$$

$$-50 = -20I_1 + 30I_2$$

$$I_{R_1} = I_1 = -0.636A$$

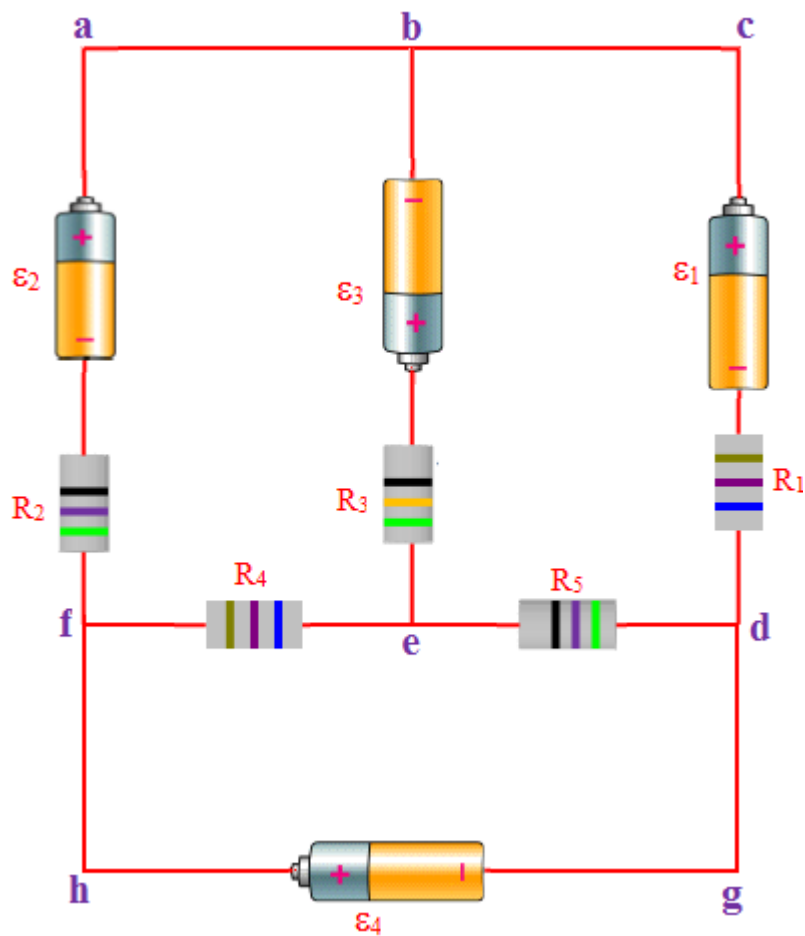
$$I_{R_2} = I_2 = -1.545A$$

$$I_{R_3} = I_1 - I_2 = -0.636 - (-1.545) = 0.909A$$

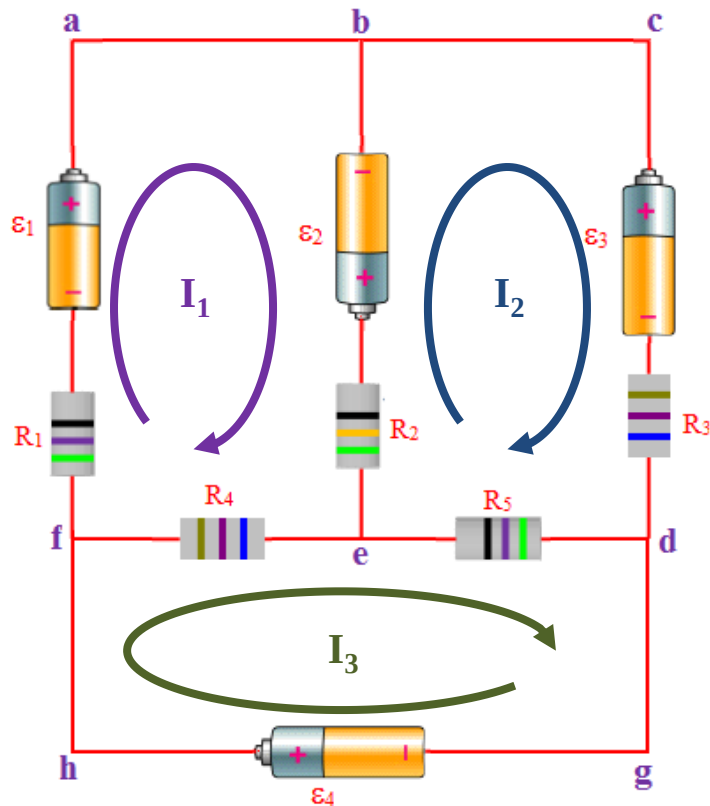


מקבלים מערכת של שתי משוואות בשני נעלמים:

במעגל שמתואר בתרשים התנגדויות המקורות ניתנות להזנחה. יש לבטא את הזרם בכל נגד במעגל שמתואר בשיטת זרמי החוגים.



נבחר שלושה חוגים, החוג הימני, החוג השמאלי והחוג התחתון, ונסמן את זרמי החוגים: I_1 , I_2 ו- I_3 .
נבחר כיוון הקפה חיובי בכיוון השעון בשלושת החוגים.
בחוג השמאלי נקבל:



$$V_{aa} = \sum I \cdot R - \sum \varepsilon = [I_1 \cdot (R_1 + R_2 + R_4) - I_2 \cdot R_2 - I_3 \cdot R_4] - (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) = 0$$

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = I_1 \cdot (R_1 + R_2 + R_4) - I_2 \cdot R_2 - I_3 \cdot R_4$$

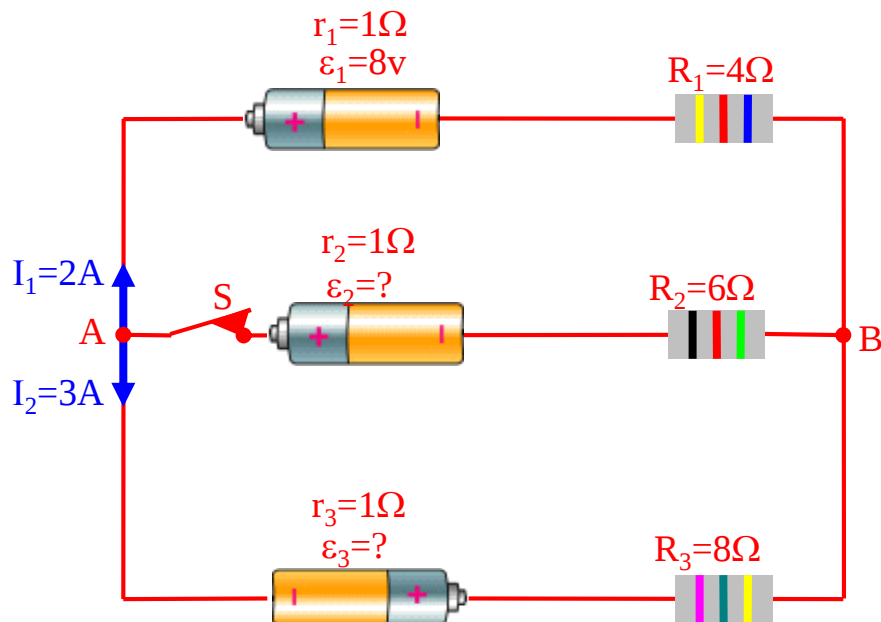
$$V_{bb} = \sum I \cdot R - \sum \varepsilon = [I_2 \cdot (R_2 + R_3 + R_5) - I_1 \cdot R_2 - I_3 \cdot R_5] - (-\varepsilon_2 - \varepsilon_3) = 0$$

$$-\varepsilon_2 - \varepsilon_3 = -I_1 \cdot R_2 + I_2 \cdot (R_2 + R_3 + R_5) - I_3 \cdot R_5$$

$$V_{ff} = \sum I \cdot R - \sum \varepsilon = [I_3 \cdot (R_4 + R_5) - I_1 \cdot R_4 - I_2 \cdot R_5] - (\varepsilon_4) = 0$$

$$\varepsilon_4 = -I_1 \cdot R_4 - I_2 \cdot R_5 + I_3 \cdot (R_4 + R_5)$$

נתון המעגל החשמלי המתואר בתרשים:



כאשר המפסק S סגור:

- מהו הזרם העובר דרך המפסק S? נמק.
- מהו הפרש הפוטנציאלים V_{AB} ?
- מצא את הכא"מ של שני מקורות המתח ε_2 ו- ε_3 .
- פותחים את מפסק S – מצא את:
 - הזרם (גודל וכיוון) במעגל.
 - הפרש הפוטנציאלים V_{AB} .
 - מתח ההדקים של כל אחד משלושת המקורות.

- א. על פי חוק הזרמים של קירכהוף סכום הזרמים הנכנסים לצומת שווה לסכום הזרמים היוצאים מהצומת, לפיכך הזרם העובר דרך המפסק S, השווה לזרם הנכנס לצומת A שווה ל- 5A.
- ב. נחשב את המתח בין שתי הנקודות A ו- B בעזרת הענף העליון:

$$V_{AB} = \sum I \cdot R - \sum \varepsilon = I_1 \cdot r_1 + I_1 \cdot R_1 - (-\varepsilon_1) = 2 \cdot 1 + 2 \cdot 4 - (-8) = 18V$$

ג. עבור הענף האמצעי:

$$V_{AB} = \sum I \cdot R - \sum \varepsilon = -I_3 \cdot r_3 - I_3 \cdot R_3 - (-\varepsilon_3) = 18V$$

$$-5 \cdot 1 - 5 \cdot 6 - (-\varepsilon_3) = 18$$

$$\varepsilon_3 = 53V$$

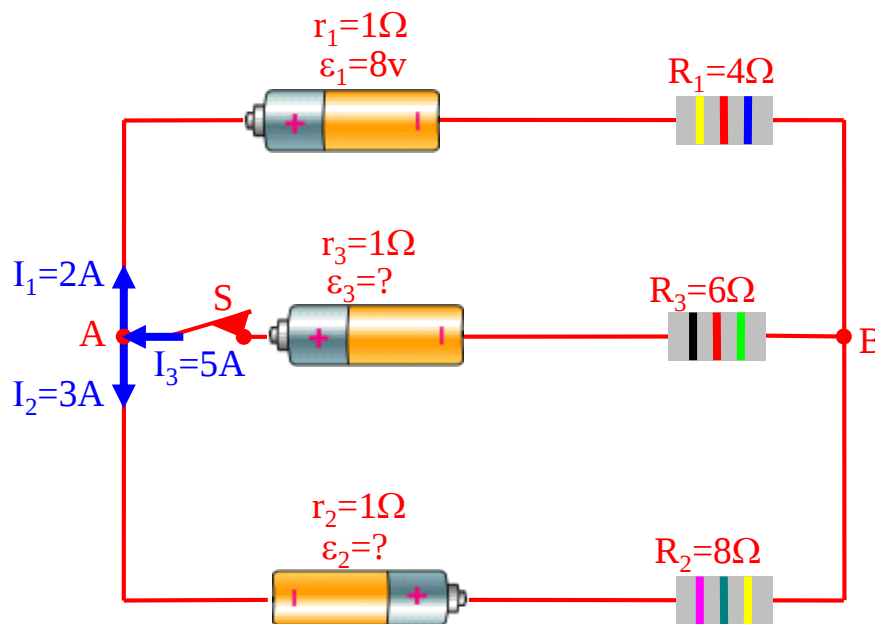
עבור הענף התחתון:

$$V_{AB} = \sum I \cdot R - \sum \varepsilon$$

$$I_2 \cdot r_2 + I_2 \cdot R_2 - (\varepsilon_2) = 18V$$

$$3 \cdot 1 + 3 \cdot 8 - (\varepsilon_2) = 18$$

$$\varepsilon_2 = 9V$$



ד. 1. מגמת הזרם נקבעת על ידי הסוללה בעלת הכא"מ הגדול ביותר – " כנגד מחוגי השעון".

נחשב את עוצמת הזרם באמצעות משוואת המעגל הטורי:

$$\sum \varepsilon = \sum I \cdot R$$

$$I = \frac{\sum \varepsilon}{\sum R} = \frac{9+8}{1+8+4+1} = 1.214A$$

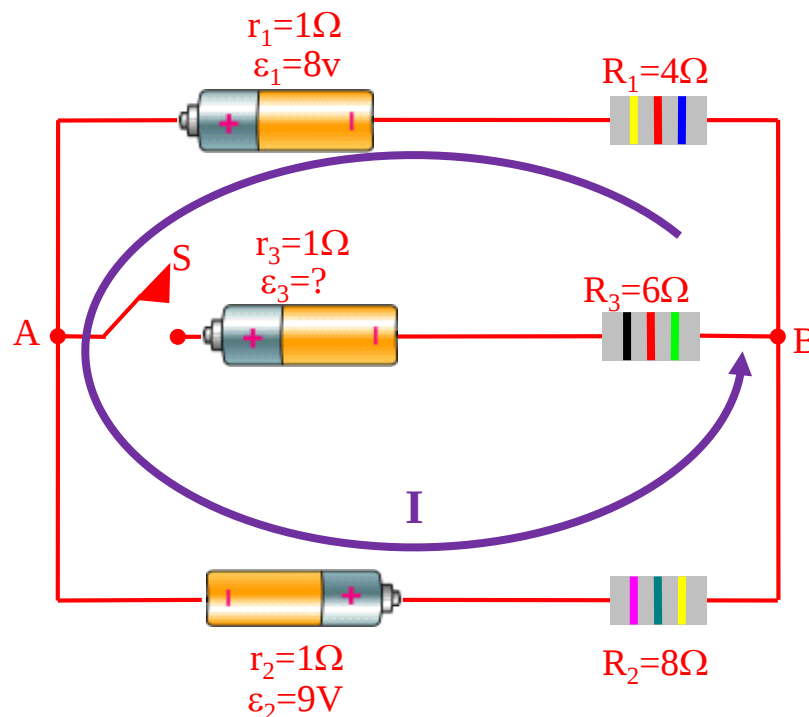
2. נחשב את המתח בין שתי הנקודות A ו-B בעזרת הענף התחתון:

$$V_{AB} = \sum I \cdot R - \sum \varepsilon$$

$$V_{AB} = I \cdot r_2 + I \cdot R_2 - (\varepsilon_2)$$

$$V_{AB} = 1.214 \cdot 1 + 1.214 \cdot 8 - (9)$$

$$V_{AB} = 1.926V$$



$$V_{AB} = \sum I \cdot R - \sum \varepsilon$$

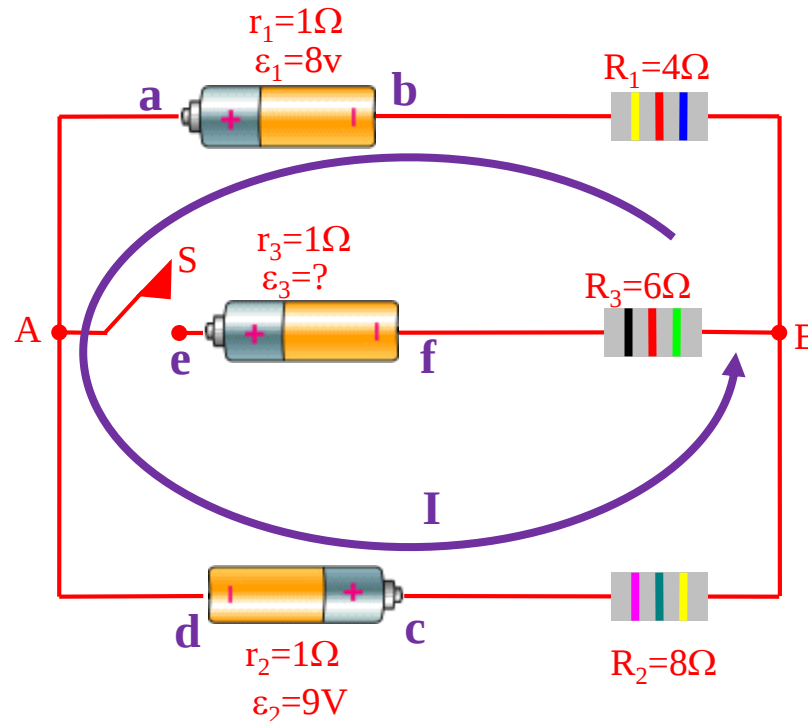
ד. 3. המתח בין שתי נקודות כלשהן במעגל ניתן על ידי:

$$V_{ab} = \sum I \cdot R - \sum \varepsilon = (-1.214 \cdot 1) - (-8) = 6.786V$$

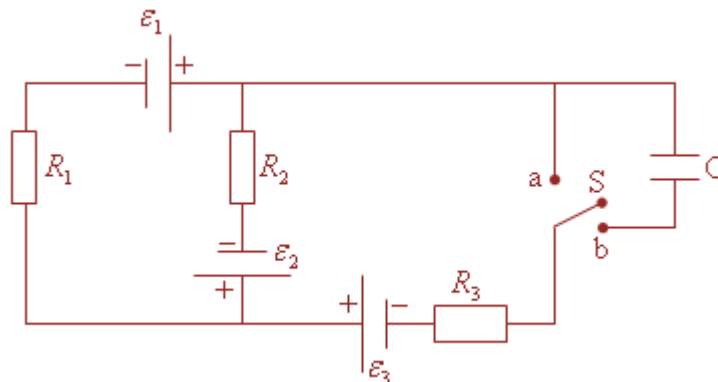
$$V_{cd} = \sum I \cdot R - \sum \varepsilon = (-1.214 \cdot 1) - (-9) = 7.786V$$

$$V_{ef} = \sum I \cdot R - \sum \varepsilon = 0 - (-53) = 53V$$

דרך הסוללה ε_3 לא עובר זרם מכאן שמתח ההדקים שלה שווה לכא"מ שלה.



התרשים שלפניך מתאר מעגל חשמלי, שכולל שלושה מקורות כא"מ שהתנגדויותיהם הפנימיות ניתנות להזנחה, ושלושה נגדים. קבל, שקיבולו C , מחובר למעגל באמצעות מתג S , שיש לו שני מצבי סגירה a ו-b.



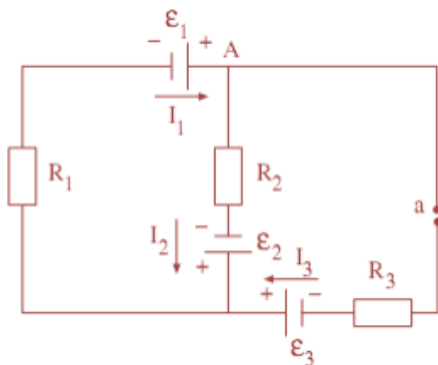
א. מעבירים את המתג S למצב a.

- (1) העתק את התרשים למחברתך, וסמן בו, על-פי, בחירתך, את כיווני הזרמים.
- (2) באמצעות נתוני המעגל ועל-סמך חוקי קירכהוף, רשום שלוש משוואות, שמתוכן ניתן למצוא את הזרמים העוברים דרך שלושת המקורות. אינך נדרש לפתור את המשוואות.
- (3) על אילו חוקי שימור מבוססים חוקי קירכהוף?

ב. מעבירים את המתג S למצב b.

- (1) בטא באמצעות נתוני המעגל את הזרם העובר דרך הנגד R_1 לאחר התייצבות הזרם.
- (2) סרטט גרף המתאר בקירוב את הזרם העובר דרך הנגד R_3 כפונקציה של הזמן, החל מרגע העברת המתג S למצב b.
- (3) הסבר כיצד ייתכן שדרך הנגד R_3 זורם זרם, בעוד שדרך הקבל אין זרימת מטענים.

א. (1)



(2) בלולאה השמאלית:

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = I_1 \cdot R_1 + I_2 \cdot R_2$$

בלולאה הימנית:

$$\varepsilon_3 - \varepsilon_2 = I_3 \cdot R_3 - I_2 \cdot R_2$$

לגבי צומת A:

$$I_1 = I_2 + I_3$$

(3) חוק הזרמים של קירכהוף מתבסס על חוק שימור המטען החשמלי.

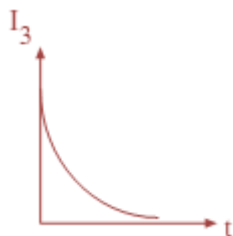
חוק העניבות של קירכהוף מבוסס על חוק שימור האנרגיה.

ב. (1) זורם זרם רק בלולאה השמאלית:

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = I(R_1 + R_2)$$

$$I = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{R_1 + R_2}$$

(2) בנגד R_3 יש זרם בזמן טעינת הקבל.



(3) בעת מעבר הזרם דרך המטענים עוברים דרך התיל לאחד מלוחות הקבל. המטענים יוצאים דרך התיל מלוח

אחד אל השני.