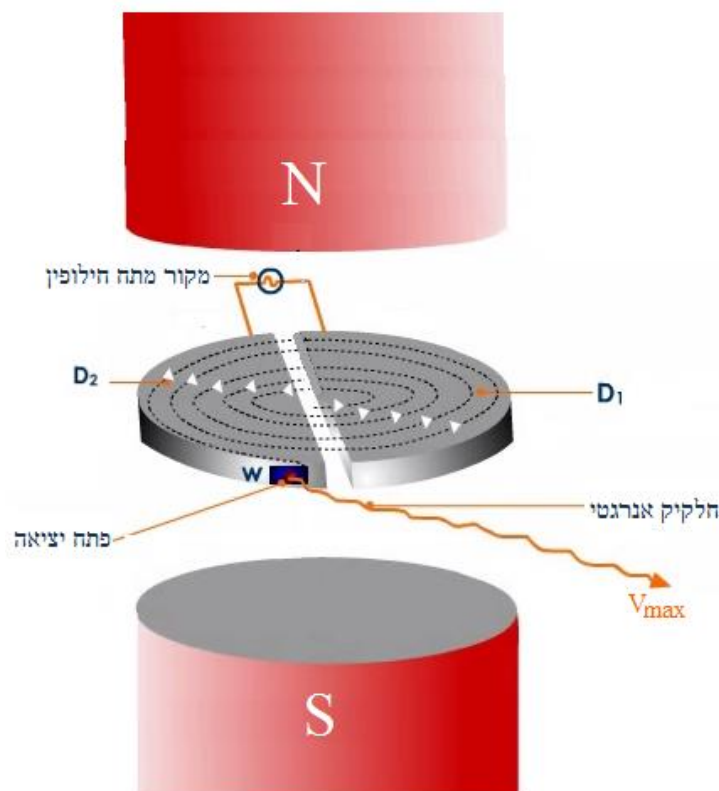


מגנטיות

שימושים בכוח לורנץ



◀ על העובדה, ששדה מגנטי ושדה חשמלי יכולים להטות את מסלול התנועה של חלקיק טעון הנע

בתוכם, מבוססים מספר התקנים מדעיים חשובים.

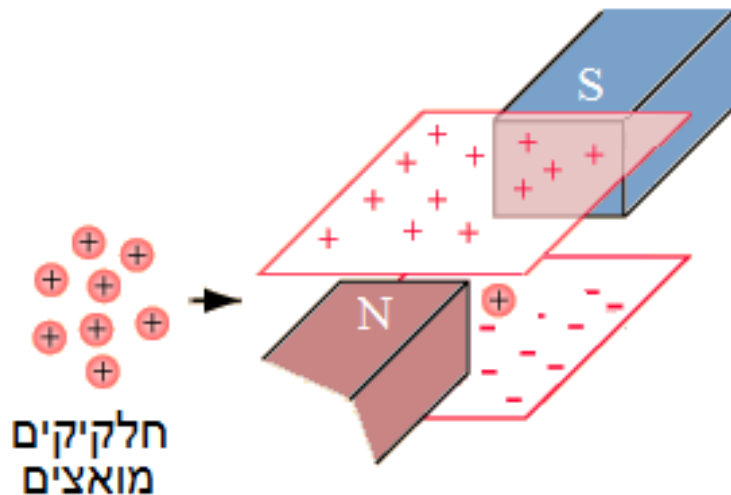
◀ נתאר את עקרון הפעולה של כמה מהם:

1. בורר מהירויות

2. ספקטרוגרף מסות

3. ציקלוטרון

חלקיק חיובי טעון נכנס במהירות V למרחב שבו שוררים שדה מגנטי אחיד B_1 , ושדה חשמלי אחיד E , שכיווניהם ניצבים זה לזה, השדה המגנטי הוא בכיוון פנימה לתוך המסך והשדה החשמלי בכיוון מטה.



על החלקיק הנע בתוך השדות פועלים שני כוחות:

וכיוונו מטה

$$F_E = qE$$

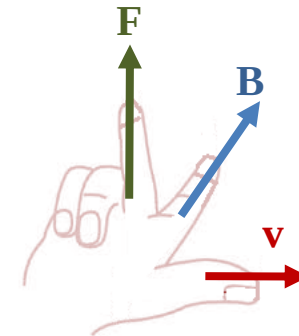
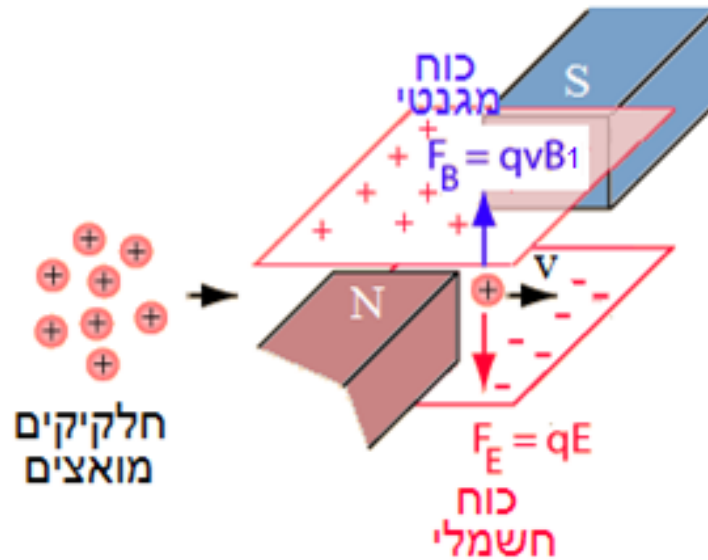
הכוח החשמלי שגודלו:

וכיוונו מעלה

$$F_B = qvB_1$$

הכוח המגנטי שגודלו:

חלקיק הטעון במטען חיובי נע באזור שבו שוררים שני שדות בכיוונים מנוגדים, כפי שתואר:



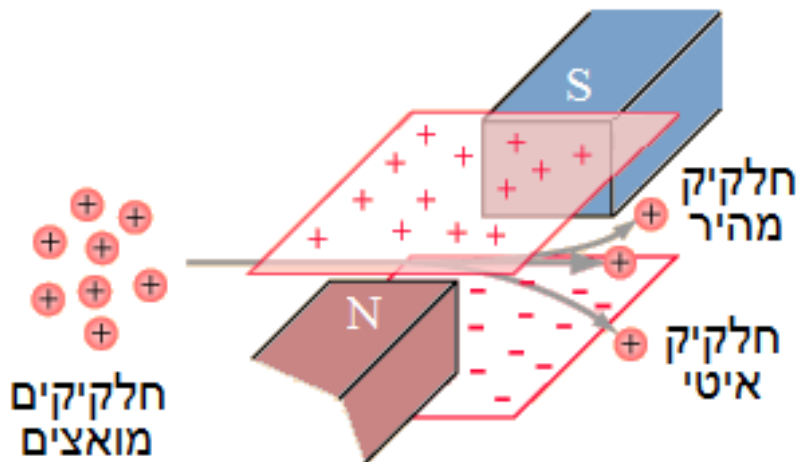
אם נדאג לכך ששני השדות יפעילו כוחות שיפעלו על החלקיק בעוצמה שווה, הרי שהחלקיק ינוע בקו ישר ובמהירות שאת ערכה נמצא על ידי השוואת הכוחות:

$$F_E = F_B$$

$$qE = qvB_1$$

$$v = \frac{E}{B_1}$$

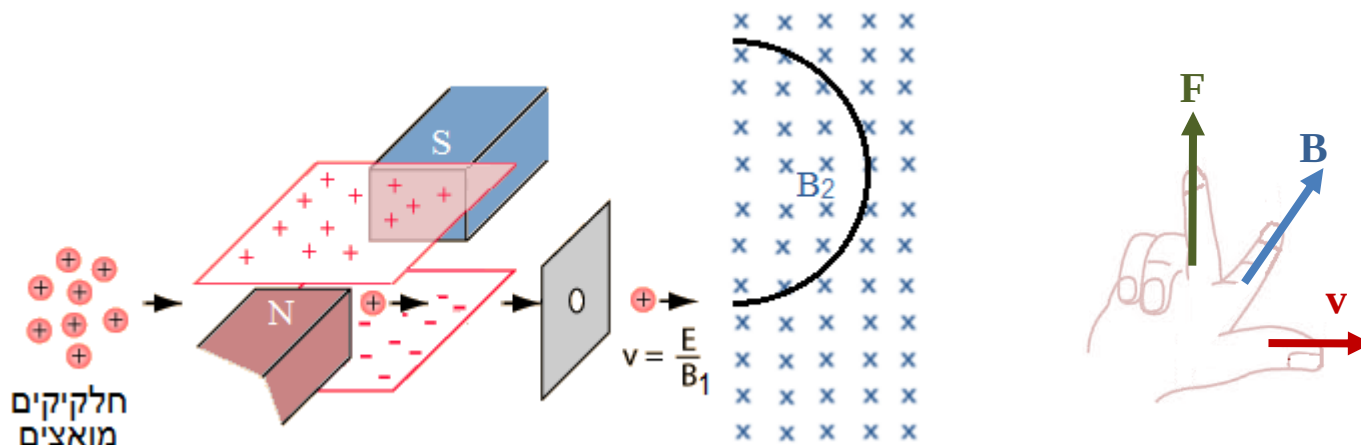
חלקיקים טעונים שמהירותם שווה בדיוק ל- $v=E/B$ יעברו דרך הבורר בקו ישר, ללא שינוי כיוון.



לעומת זאת:

חלקיק שמהירותו גדולה ממהירות זו יסטה כלפי מעלה, מכיוון שהכוח המגנטי יהיה גדול מהכוח החשמלי.
חלקיק שמהירותו קטנה ממהירות זו יסטה כלפי מטה, מכיוון שהכוח החשמלי גדול מהכוח המגנטי.

כפי שמודגם באיור, רק חלקיקים שמהירותם $v=E/B_1$ עוברים דרך הנקב שבמחסום.



כאשר מעבר למחסום שורר שדה מגנטי B_2 , החלקיק הטעון ינוע שם במסלול מעגלי, שכיוונו נקבע על פי כלל היד הימנית, ורדיוסו נתון על-ידי הנוסחה:

$$r = \frac{mv}{qB_2}$$

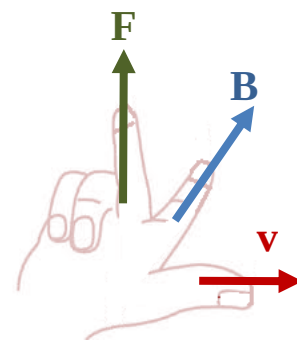
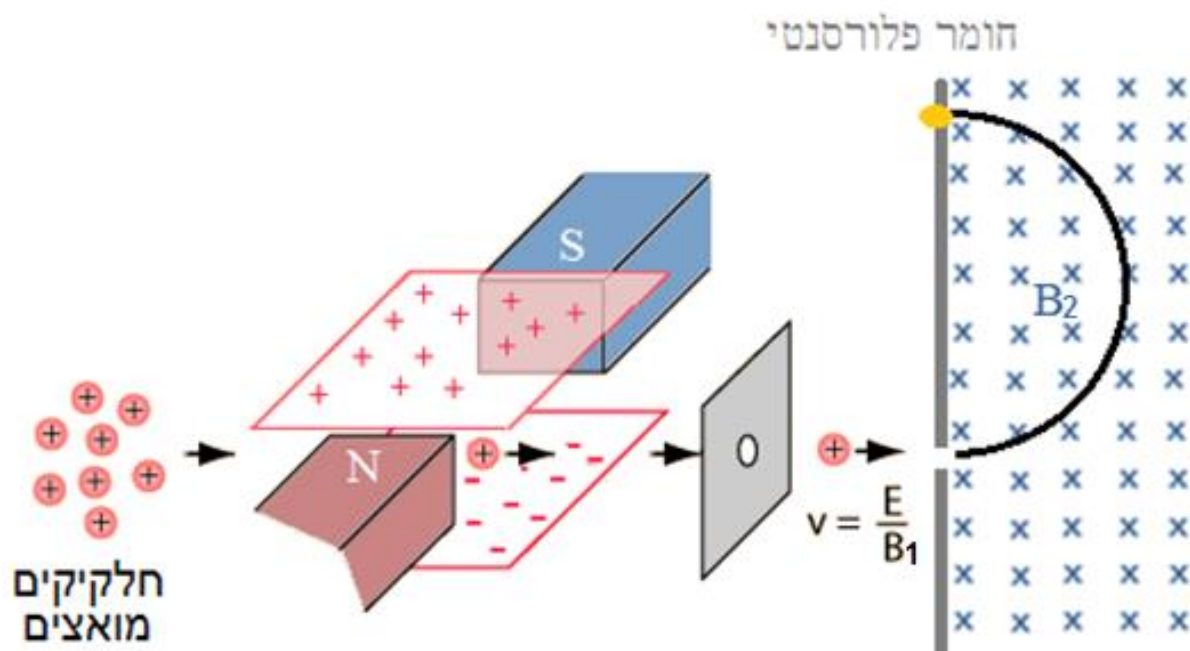
$$r = \frac{mv}{qB_2} = \frac{m \cdot \frac{E}{B_1}}{qB_2} = \frac{m \cdot E}{q \cdot B_1 \cdot B_2}$$

מהצבת הביטוי ל- v מהנוסחה $v=E/B_1$, נקבל:

$$\frac{q}{m} = \frac{E}{r \cdot B_1 \cdot B_2}$$

את הביטוי האחרון שהתקבל $r = \frac{m \cdot E}{q \cdot B_1 \cdot B_2}$ ניתן לרשום גם כך:

כאשר החלקיקים פוגעים בחומר פלורסנטי או בסרט צילום (ראו איור) זוהרת הנקודה שבה פוגעים החלקיקים. המרחק של נקודת הפגיעה במחסום מהפתח הצר, הוא הקוטר של המסלול המעגלי בו נעה האלומה, כך שרדיוס המסלול המעגלי ניתן למדידה.



היחס q/m נקרא בשם **מטען סגולי**, ובאמצעות הניסוי שתואר ניתן לחשב אותו, כשידועים עוצמות השדות ומודדים את רדיוס המסלול.

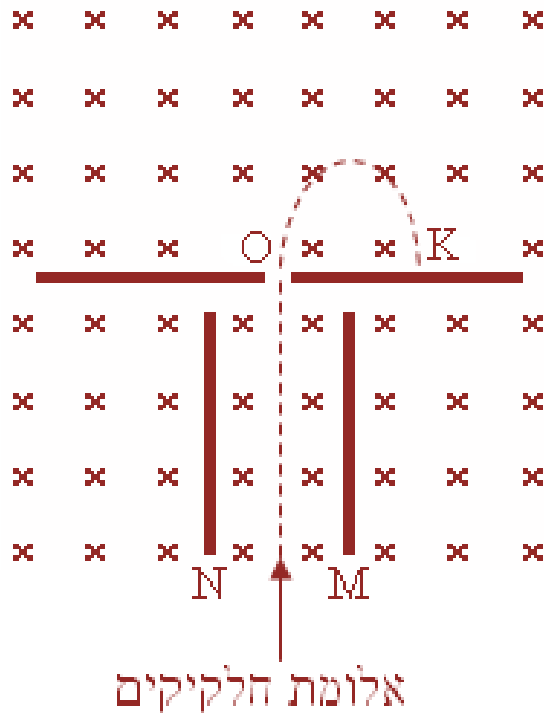
בדרך זו מצא הפיסיקאי האנגלי תומסון בסוף המאה ה-19 את המטען הסגולי של האלקטרון:

$$\frac{e}{m} = 1.76 \cdot 10^{11} \left[\frac{C}{kg} \right]$$

12 שנים מאוחר יותר מצא מיליקן את מטען האלקטרון מה שאפשר לחשב גם את מסתו:

$$m_e = 9.1 \cdot 10^{-31} [kg]$$

בשדה מגנטי אחיד, שעוצמתו B וכיוונו "לתוך הדף", נמצאים לוחות טעונים. בין הלוחות, M ו- N הניצבים למישור הדף, שורר שדה חשמלי שעוצמתו E . אלומת חלקיקים נכנסת אל בין הלוחות בניצב לשדות E ו- B . החלקיקים נעים בין הלוחות במסלול ישר. חלקם עוברים דרך חריר O שבחיץ L , ולאחר מכן פוגעים בנקודה K . מטענו של כל חלקיק הוא q ומסתו m . כוחות הגרביטציה הפועלים על החלקיקים ניתנים להזנחה.



- האם מטען החלקיקים הוא חיובי או שלילי? נמק.
- מה כיוון השדה החשמלי? נמק.
- בטא את המרחק OK באמצעות q, m, B ו- E .
- רוצים שהחלקיקים יפגעו בחיץ בנקודה קרובה יותר לחריר O (כלומר רוצים להקטין את OK). ניתן לשנות אך ורק את עוצמות השדות E ו- B (ולא, למשל, את מהירות החלקיקים). מה יש לעשות לשם כך? הסבר.

א. מטען החלקיקים הוא שלילי, כי בצאתם מהלוחות פועל עליהם כוח מגנטי ימינה (לפי כלל יד ימין).

ב. כיוון השדה החשמלי הוא ימינה (מ- N ל- M).

מאחר וכיוון הכוח המגנטי הוא ימינה, הכוח החשמלי חייב להיות בכיוון שמאלה. כיוונו של הכוח

החשמלי על מטען שלילי הוא הפוך לכיוון השדה החשמלי, ולכן כיוון השדה החשמלי הוא ימינה.

ג. בין הלוחות הכוח המגנטי שווה בגודלו ומנוגד בכיוונו לכוח החשמלי.

$$\Sigma F = 0$$

לפי החוק הראשון של ניוטון מתקיים:

$$q \cdot E = q \cdot v \cdot B$$

$$v = \frac{E}{B}$$

לאחר צאת החלקיקים מהלוחות הם נעים בתנועה מעגלית

ועל פי החוק השני של ניוטון:

$$q \cdot v \cdot B = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow R = \frac{m \cdot v}{q \cdot B} = \frac{m \cdot \frac{E}{B}}{q \cdot B} = \frac{m \cdot E}{q \cdot B^2}$$

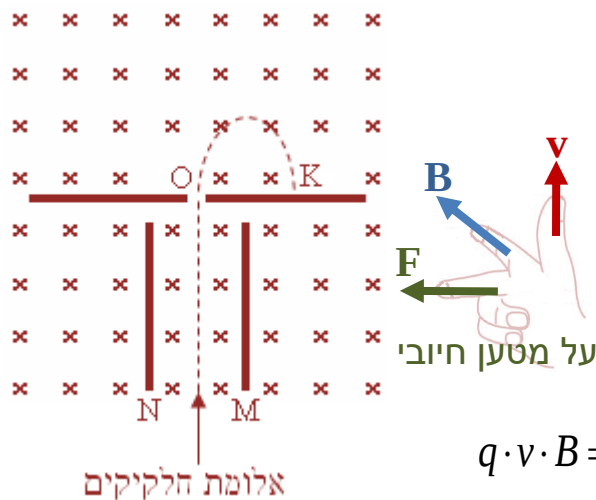
ד. רדיוס המסלול נקבע על פי השדה המגנטי:

$$R = \frac{m \cdot v}{B \cdot q}$$

מאחר ונדרש להקטין את הרדיוס, יש להגדיל את B. אולם נדרש גם שהמטענים ימשיכו לנוע בקו

ישר בין הלוחות M ו- N; לכן יש להגדיל את השדה החשמלי E באותו יחס.

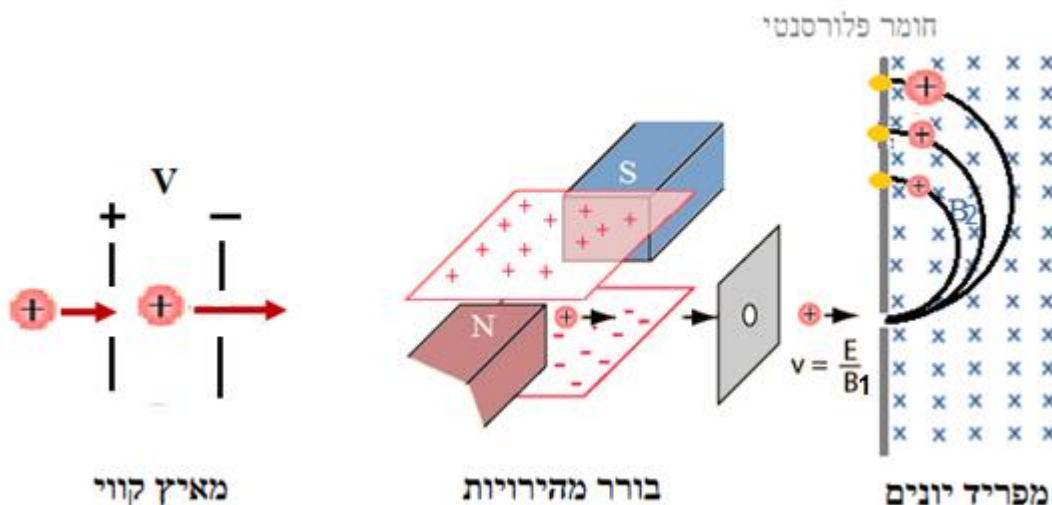
לסיכום: יש להגדיל את B ואת E באותו היחס.

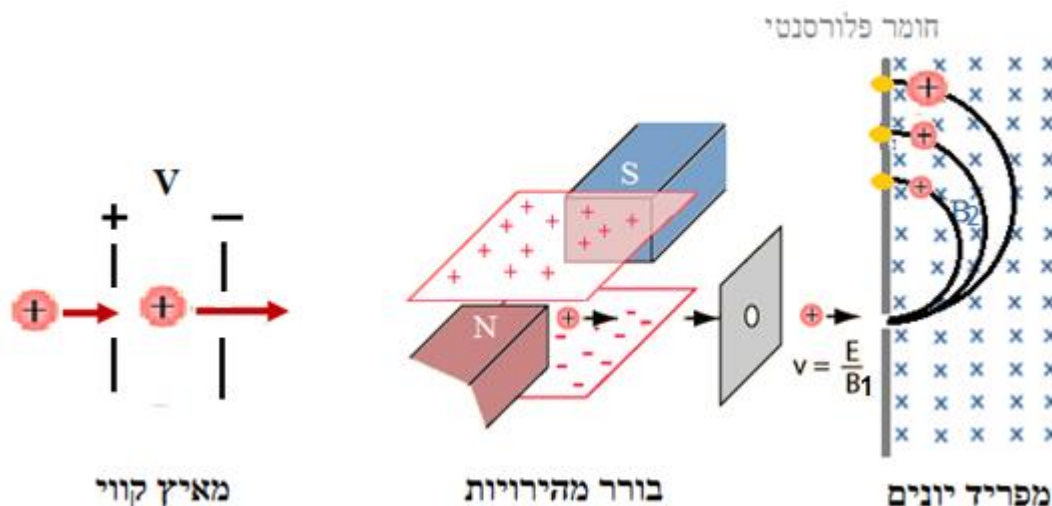


כידוע לרוב היסודות יש איזוטופים, שהם אטומים בעלי אותו מספר פרוטונים אך בעלי מספר נייטרונים שונה, כלומר זהים במטענם החשמלי אך מסתם שונה. כדי לדעת כמה נייטרונים יש בגרעיני איזוטופים של אותו יסוד, יש למדוד את המסה של כל איזוטופ. לשם כך משתמשים בספקטרוגרף המסות, שמפריד האיזוטופים של אותו יסוד, ומאפשר את מדידת מסתם.

עיקרון פעולתו של הספקטרוגרף דומה לזה שבניסוי תומסון למדידת המטען והוא מורכב משלושה חלקים:

1. מאיץ קווי
2. בורר מהירויות
3. מפריד יונים.





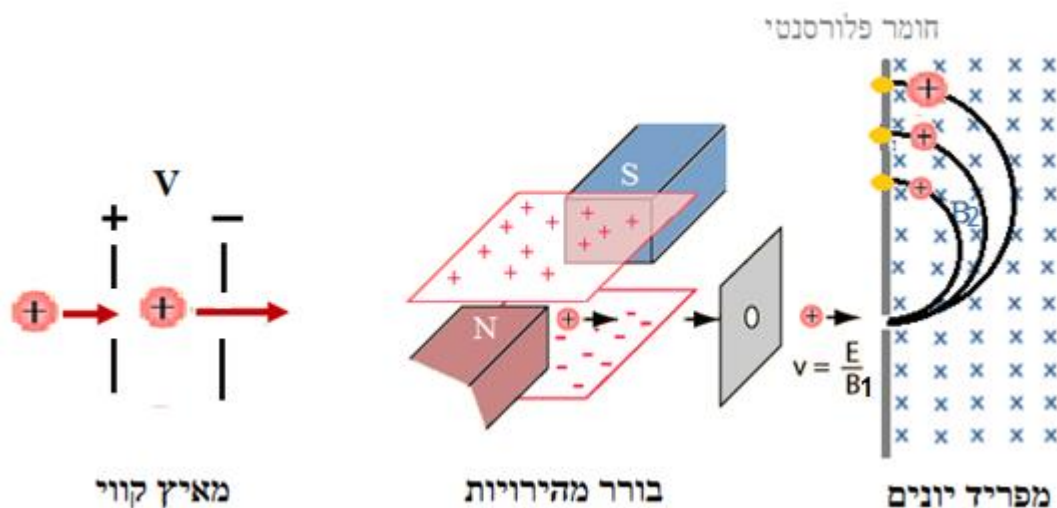
המאיץ הקווי

בתוך שפופרת ריק מצויים שני לוחות מתכת שבכל אחד מהם חריץ צר. בין הלוחות קיים מתח קבוע של אלפי וולט. יונים חיוביים של איזוטופים של אותו יסוד, שלכולם כמובן אותו מטען q , נוצרים לפני הלוח בעל הפוטנציאל החיובי, עוברים דרך החריץ שבו, ומואצים על ידי השדה החשמלי ללוח שבפוטנציאל הנמוך.

$$q \cdot V = \frac{mv^2}{2}$$

בחלק זה הופכת אנרגיה פוטנציאלית חשמלית לאנרגיה קינטית.

בסוף החלק הזה יש למסות השונות מהירויות שונות, גם בגלל שהאנרגיה הקינטית תלויה במסה, וגם בגלל שהמהירות ההתחלתית של החלקיקים (יוני האיזוטופים) שונה.



בורר המהירויות

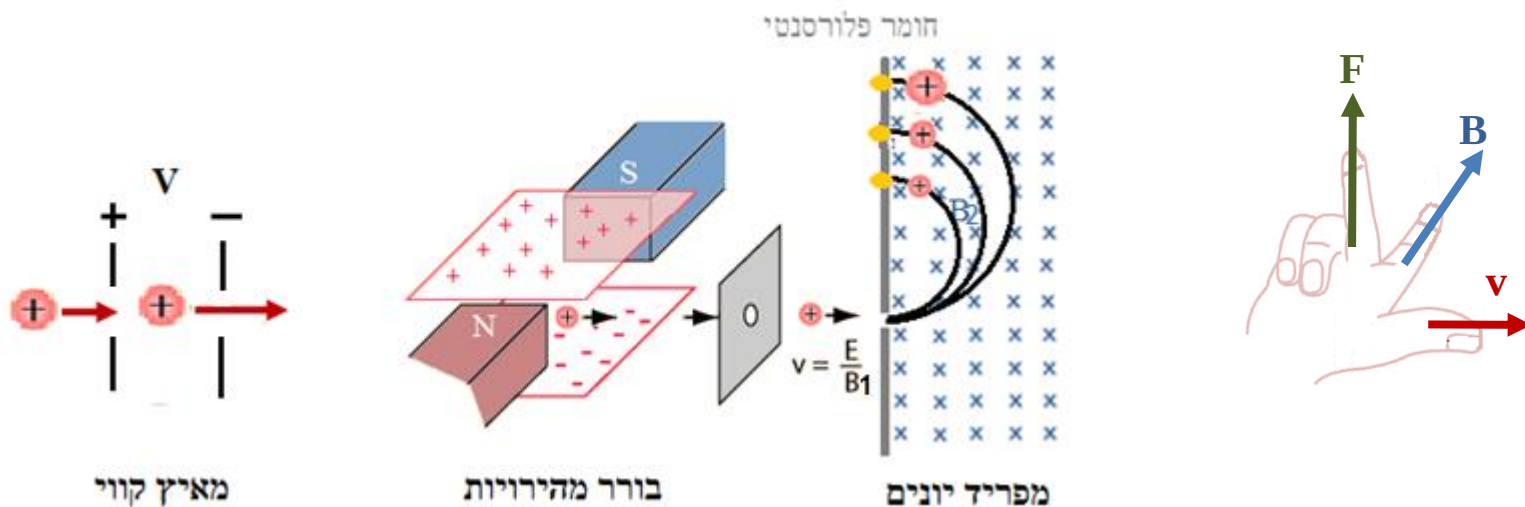
כפי שראינו, בורר המהירויות מאפשר להפריד את החלקיקים, על ידי "סינון" החלקיקים הנעים בקו ישר

ובמהירות $V = E/B_1$, מיתר החלקיקים.

$$\Sigma F = 0$$

$$q \cdot E = q \cdot v \cdot B_1$$

$$v = \frac{E}{B_1}$$



מפריד יונים

מאפשר להטות את אלומת היונים במסלול מעגלי שרדיוסו, כאמור:

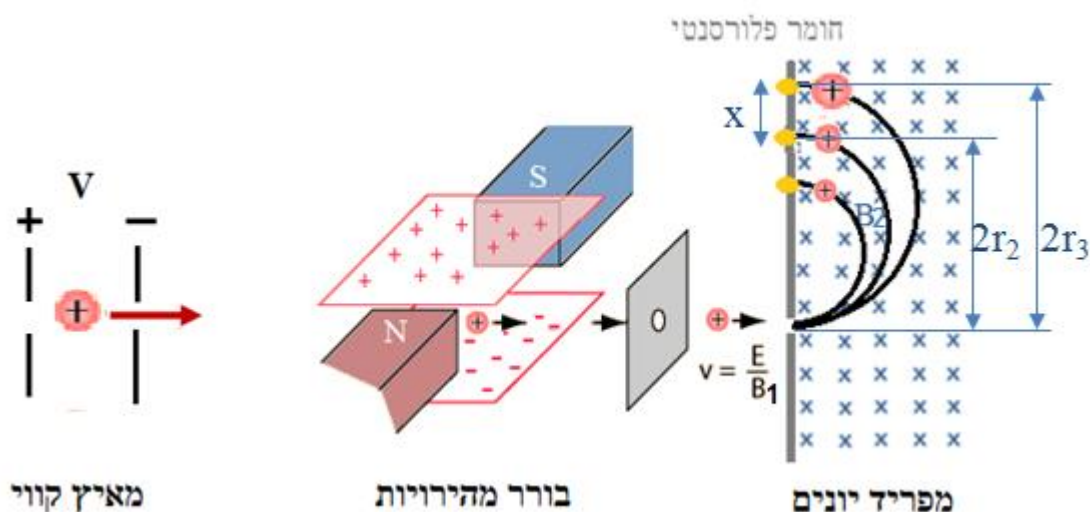
$$r = \frac{mv}{q \cdot B_2}$$

$$r = \frac{m \cdot v}{q \cdot B_2} = \frac{m \cdot \frac{E}{B_1}}{q \cdot B_2} = \frac{m \cdot E}{q \cdot B_1 \cdot B_2}$$

מהצבת הביטוי ל- v מהנוסחה: $v = E/B_1$, נקבל:

ספקטרוגרף המסות – חישוב מסת יוני האיזוטופים

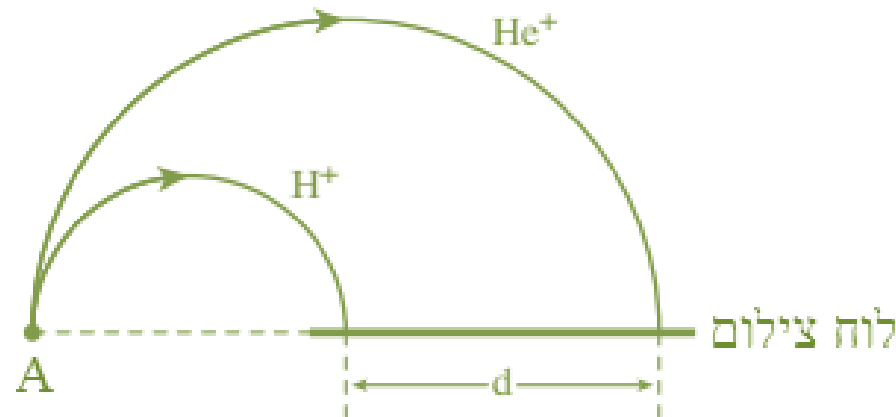
מהנוסחה האחרונה עולה כי רדיוס המסלול של אלומת היונים נמצא ביחס ישר למסתם. מכאן שיונים בעלי אותו מטען, אך בעלי מסות שונות, נעים במסלולים בעלי רדיוסים שונים. כתוצאה מכך הם פוגעים בלוח הצילום במקומות שונים, שמרחקם מהסדק שווה לפעמיים רדיוס המסלול. מידעת רדיוס המסלול והמטען החשמלי ניתן לחשב את המסה של האיזוטופ. אפשרות אחרת היא לחשב הפרש מסות של איזוטופים שונים ממדידת הפרש המרחקים בין נקודות הפגיעה של היונים, השווה **להפרש הקטרים** של רדיוסי הסיבוב שלהם.



$$x = 2r_3 - 2r_2 = 2 \cdot \frac{m_3 \cdot E}{q \cdot B_1 \cdot B_2} - 2 \cdot \frac{m_2 \cdot E}{q \cdot B_1 \cdot B_2} = 2 \cdot \frac{E}{q \cdot B_1 \cdot B_2} \cdot \Delta m$$

הפרדת היונים על סרט הצילום דומה להפרדת צבעי האור העובר דרך ספקטרומטר, מסיבה זו נקרא המכשיר בשם: "ספקטרוגרף מסות", ובעזרתו גילו כי ליסודות רבים יש מספר "איזוטופים".

יון מימן, H^+ (חלקיק טעון שמסתו m_H ומטענו q_H), ויון הליום, He^+ (חלקיק טעון שמסתו $m_{He} = 4m_H$ ומטענו $q_{He} = q_H$), מואצים במנוחה בשדה חשמלי על-ידי מתח V . לאחר ההאצה היונים נכנסים בנקודה A לשדה מגנטי אחיד, B . היונים נכנסים לשדה המגנטי במאונך לקווי השדה, ונעים במסלולים מעגליים עד שהם פוגעים בלוח צילום. השדה המגנטי ניצב למישור הדף.



- א. מהו כיוון השדה המגנטי - יוצא מן הדף או נכנס אל הדף? נמק.
- ב. האם הגודל של מהירות היונים משתנה בתנועתם בשדה המגנטי? נמק.
- בטא את תשובתך לסעיפים ג ו-ד באמצעות הפרמטרים: m_H , q_H , V , B או חלק מהם.
- ג. (1) בטא את זמן התנועה של יון המימן H^+ בשדה המגנטי.
- (2) פי כמה גדול זמן התנועה של יון הליום He^+ מזמן התנועה של יון המימן בשדה המגנטי? נמק.
- ד. בטא את המרחק d בין נקודות הפגיעה של היונים בלוח הצילום.

א. על פי הנתונים, מהירות היונים החיוביים מכוונת לכיוון מעלה הדף, והכוח המגנטי פועל עליהם ימינה, לכן לפי כלל יד ימין, השדה המגנטי יוצא מן הדף.

ב. שדה מגנטי הפועל על חלקיק טעון אינו משנה את גודל מהירות החלקיק.
הכוח המגנטי הפועל על היונים ניצב בכל נקודה לכיוון התנועה שלהם, כך שאינו מבצע עליהם עבודה, לכן גודל מהירות היונים אינו משתנה (אלא רק כיוון המהירות).

ג. (1) יישום החוק השני של ניוטון עבור יון הנע בשדה מגנטי:

$$\sum F_R = ma_R$$

$$qvB = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow r = \frac{mv}{qB}$$

$$T = \frac{2\pi \cdot r}{v} = \frac{2\pi \frac{mv}{qB}}{v} = 2\pi \frac{m}{qB} \quad \text{זמן מחזור התנועה של היום:}$$

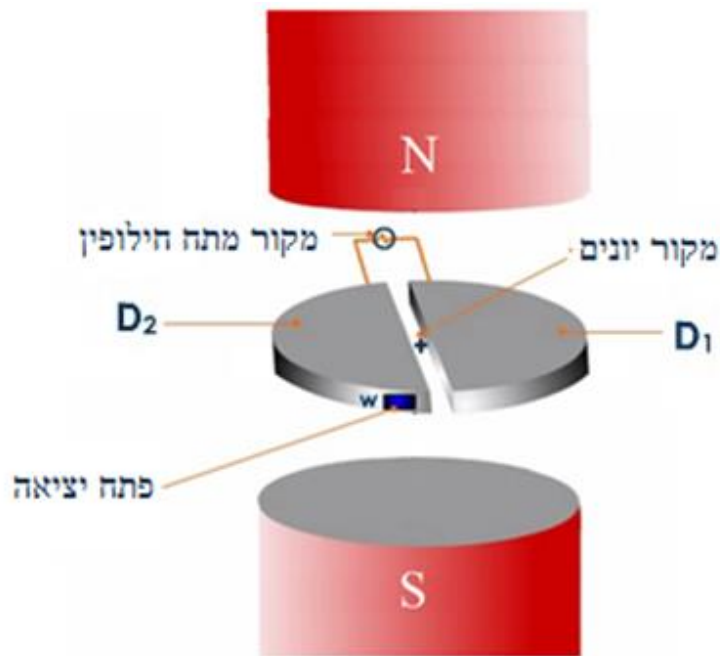
$$t_H = \frac{\pi \cdot m_H}{q_H \cdot B} \quad \text{משך התנועה, } t, \text{ של יון הוא מחצית זמן מחזור שלו, לכן עבור יון מימן } H^+:$$

$$\frac{t_{He}}{t_H} = \frac{\frac{\pi \cdot m_{He}}{q_{He} \cdot B}}{\frac{\pi \cdot m_H}{q_H \cdot B}} = \frac{m_{He}}{m_H} = 4 \quad (2)$$

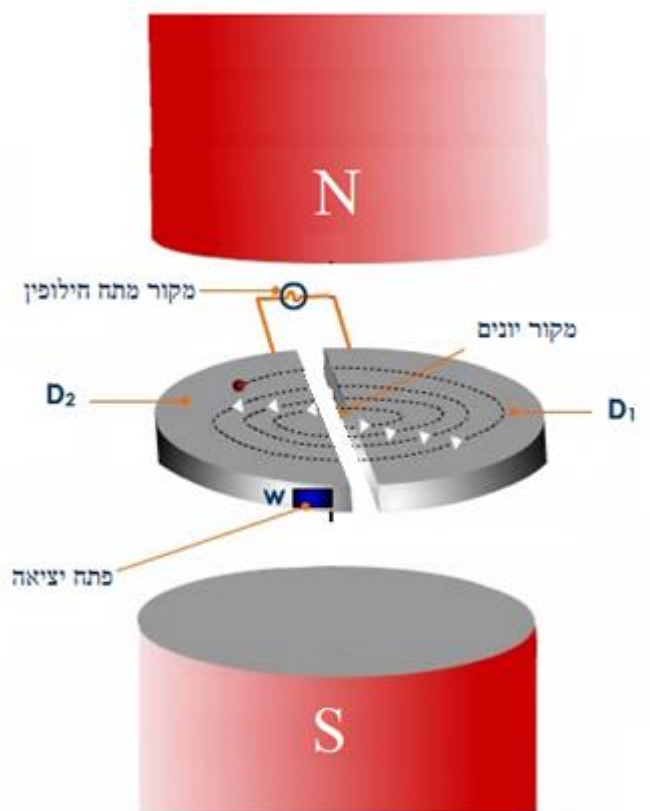
$$d = 2(r_{He} - r_H) \Rightarrow \frac{m \cdot v^2}{2} = qV \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2qV}{m}} \quad d = \sqrt{\frac{8m_H V}{q_H B^2}} = \frac{2\sqrt{2}}{B} \sqrt{\frac{m_H V}{q_H}} \quad \text{ד.}$$

במחקר המדעי, אך גם ביישומי, משתמשים הרבה בחלקיקים מואצים למהירויות גבוהות. אחת הדוגמאות המפורסמות לכך הוא ניסוי רתרפורד, בו הפציצו רדיד זהב על ידי חלקיקים אלפא מהירים. מניסוי זה למדנו הרבה על מבנה האטום והגרעין ושינינו את תפישתנו עליהם.

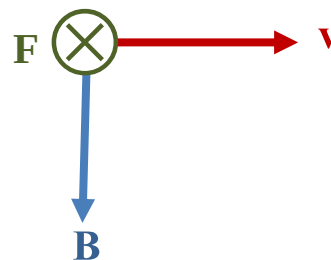
הציקלוטרון הינו אחד המכשירים המשמש להאצה של חלקיקים טעונים למהירויות גבוהות. מכשיר זה, שהומצא בשנת 1931 על-ידי פיסיקאי אמריקאי ששמו **ארנסט לורנץ**, היה מאיץ החלקיקים הראשון שבאמצעותו הוצאו חלקיקים טעונים למהירויות גבוהות מאד. על המצאתו זו קיבל את פרס נובל בפיסיקה.



המכשיר בנוי משני חצאים של גלילי מתכת חלולים העשויים בצורת האות D, והנקראים משום כך "DEES". שני חלקים אלה מותקנים האחד בסמוך לשני, כך שביניהם יש מרווח צר. כמו – כן הם מחוברים למקור מתח חילופין המחליף את הקוטביות של שני ה"DEES". סמוך למרכזו של המרווח שבין שני החלקים מכניסים מקור S של חלקיקים טעונים, כגון גרעינים של אחד האיזוטופים של המימן.

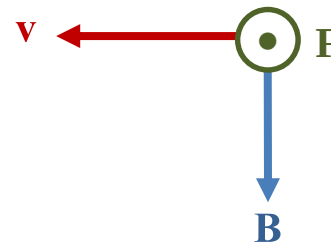
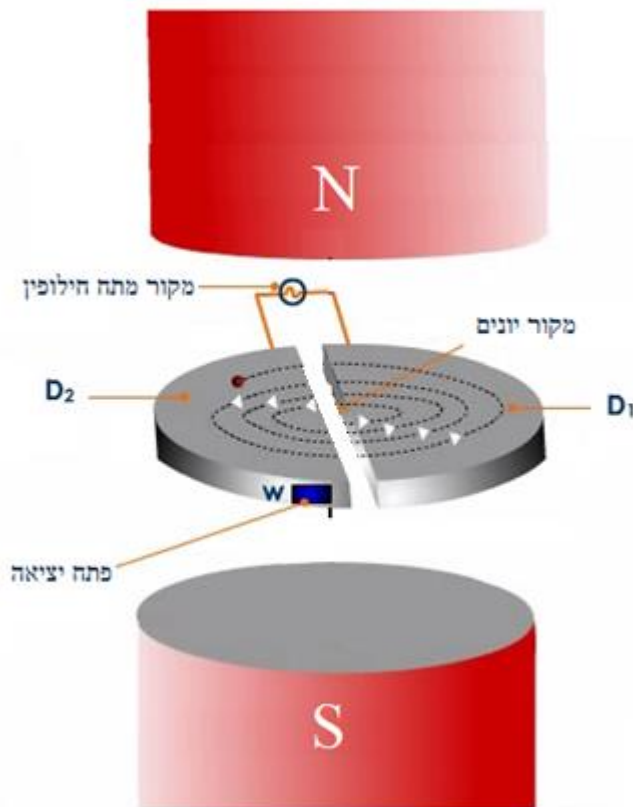


מאחר ושני ה"DEES" מחוברים למקור מתח, נוצר במרווח שביניהם שדה חשמלי המאיץ את היונים אל D_1 .
מאחר שבתוך מוליך חלול השדה החשמלי שווה לאפס, בחללים שבתוך ה- "DEES" לא שורר שדה חשמלי, אלא רק שדה מגנטי אחיד שכיוונו כלפי מטה.
כיוון המהירות בכניסה ל- D_1 הוא ימינה וכיוון השדה הוא מטה, על כן, על פי כלל היד הימנית על מטען חיובי פועל כוח מגנטי שכיוונו פנימה לתוך המסך.



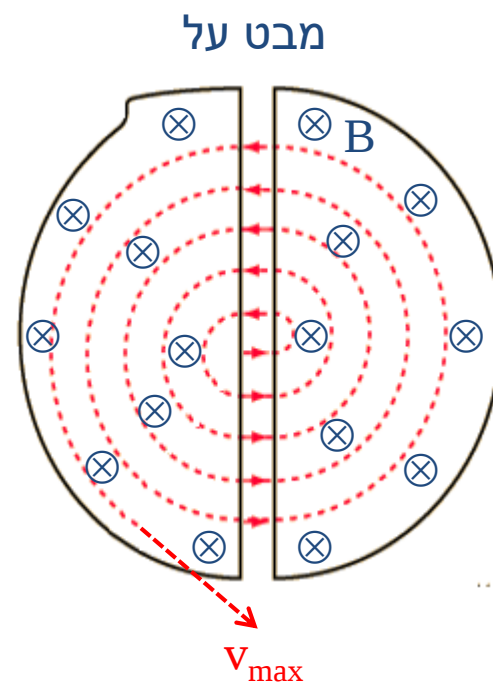
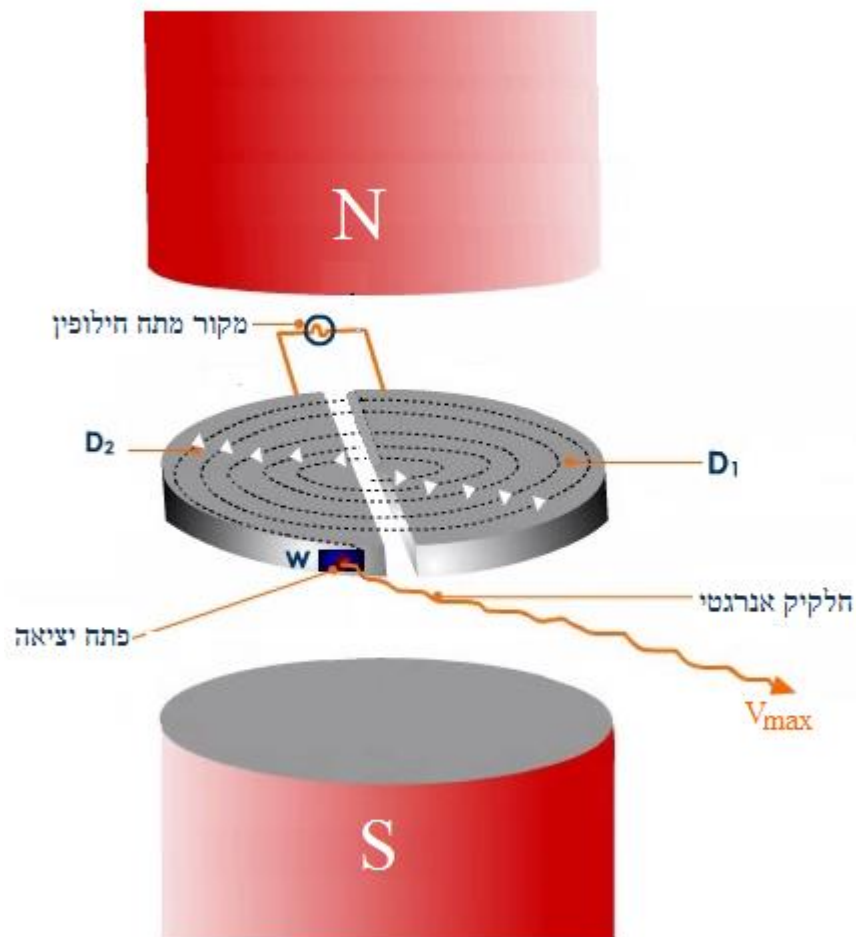
כוח זה מטה אותם במסלול מעגלי, עד צאתם שוב למרווח שבין שני ה"DEES".

בהגיעם למרווח מתחלף כיוון המתח השורר בין ה"DEES".
כך הם מואצים אל D_2 ומהירותם גדלה.
כיוון המהירות בכניסה ל- D_2 הוא עתה שמאלה וכיוון השדה
המגנטי הוא מטה, על כן, על פי כלל היד הימנית על היונים
פועל כוח מגנטי שכיוונו החוצה מתוך המסך.

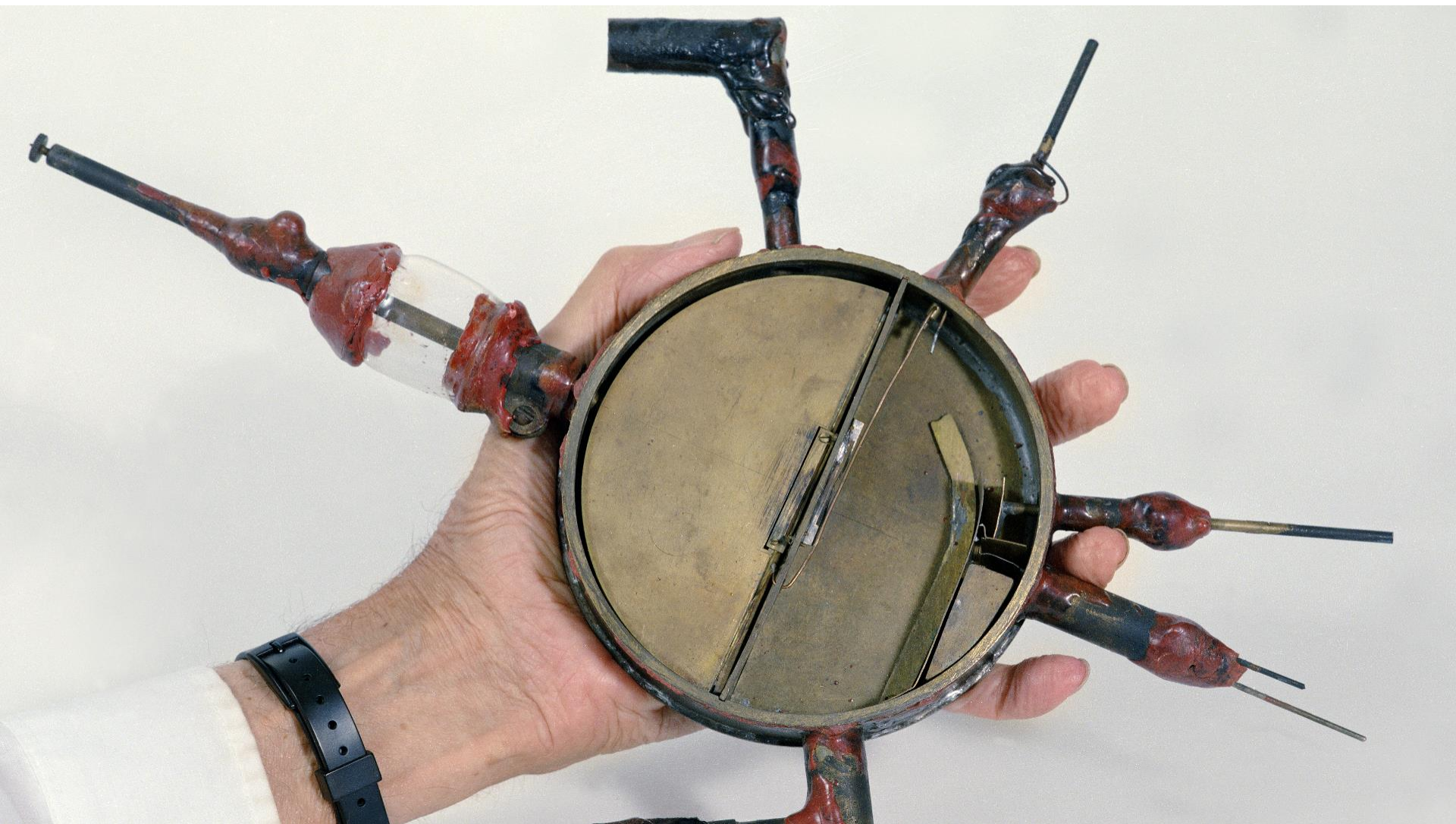


כוח זה מטה אותם שוב במסלול מעגלי שרדיוסו גדול יותר עד שהם חוזרים שוב למרווח שבין ה"DEES".
ברגע זה שוב מחליפים את כיוון המתח, והחלקיקים מקבלים האצה נוספת. התהליך הזה חוזר על עצמו,
תוך כדי כך שמהירות תנועתם, ורדיוסי המסלול שלהם הולכים וגדלים.

בתום התנועה שמסלולה חצאי מעגלים שרדיוסם הולך וגדל, והמקושרים ביניהם על – ידי קטעים ישרים, מגיעים המטענים לפתח דרכו הם יוצאים מהשפעת השדה ונעים בקו ישר ובמהירות ובאנרגיה קינטית גבוהות מאוד.



ננתח את התהליך כמותית.



ציקלוטרון – ניתוח כמותי: רדיוס ותדירות ההחלפה

נניח כי חלקיקי טעון צבר באחת ההאצות שלו במרווח שבין ה"DEES" מהירות v .

את רדיוס מסלולו r ב-D אליו הוא נכנס נמצא לפי החוק השני של ניוטון: $\sum F_R = ma_R$

$$qvB \sin 90 = m \frac{v^2}{r}$$

הכוח הגורם לתאוצה הוא כוח לורנץ:

ומכאן נקבל את רדיוס r של המעגל:

$$r = \frac{mv}{qB}$$

זמן המחזור הוא:

$$T = \frac{2\pi \cdot r}{v} = \frac{2\pi \frac{mv}{qB}}{v} = 2\pi \frac{m}{qB} \Rightarrow T = 2\pi \frac{m}{qB}$$

כלומר, זמן המחזור אינו תלוי במהירות של החלקיקים וגם לא ברדיוס המסלול שלהם. במילים אחרות, זמן השהייה של כל החלקיק בכל D הוא קבוע, כך שהחלפת הכיוון של המתח בן שני ה"DEES" צריכה להיעשות בקצב קבוע.

תדירות ההחלפה של השדה החשמלי שווה לתדירות הסיבוב של החלקיק,

מכיוון שצריך להחליף כיוון כל חצי סיבוב.

$$f = \frac{1}{T} \Rightarrow$$

$$f_{\text{החלפה}} = \frac{1}{2\pi \frac{m}{qB}} = \frac{qB}{2\pi m}$$

בסופו של המסלול הלולייני יוצאת אלומת החלקיקים מהציקלוטרון במהירות הנתונה על ידי הנוסחה:

$$v_{\max} = B \cdot \left(\frac{q}{m}\right) \cdot r_{\max}$$

כאשר:

$r_{\max}$ - רדיוס הציקלוטרון.

B - עוצמת השדה המגנטי בתוך הציקלוטרון.

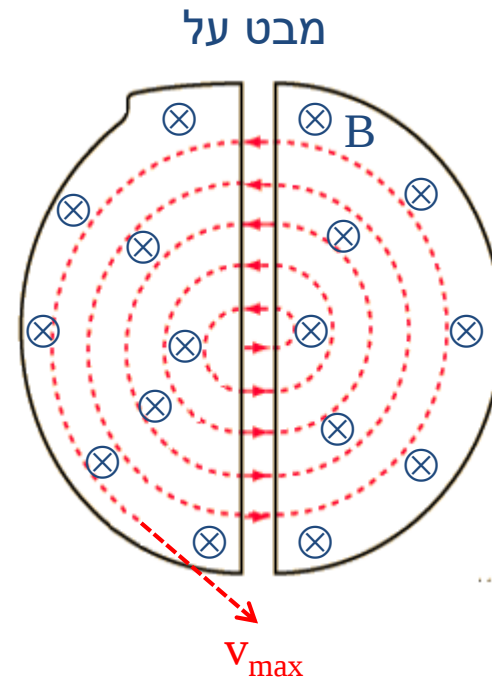
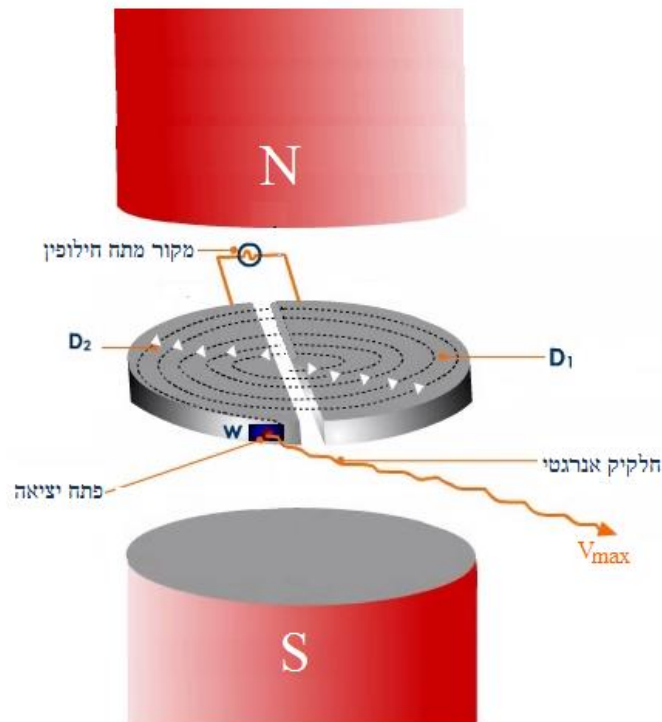
q/m - המטען הסגולי של החלקיקים

ניתן להאיץ חלקיקים טעונים גם על ידי שדה חשמלי. המהירות שרוכשים החלקיקים המואצים בין שתי נקודות שהמתח ביניהן הוא V , נתונה על-ידי הנוסחה:

$$\frac{mv_{\max}^2}{2} = q \cdot V \Rightarrow v_{\max} = \sqrt{2 \cdot \frac{q}{m} \cdot V}$$

כדי להגיע למהירויות גדולות יש להשתמש במתח של מיליוני וולט, בעוד שבציקלוטרון, בכדי להגיע לאותן המהירויות, יש להשתמש במקור מתח חילופין שתדירותו אמנם גבוהה מאוד, אך קל יחסית לקבלה, ושדה מגנטי חזק (אלקטרומגנט).

רדיוסו של ציקלוטרון הוא 1.2m והשדה המגנטי שבו הוא 0.6T . בין שני השדות המגנטיים מופעל מתח מתחלף של 1200V .



- מהי המהירות המרבית שבה ייצא פרוטון מציקלוטרון זה?
- באיזו תדירות צריך להחליף את כיווני השדה החשמלי כדי שישתובב בו הפרוטון?
- מהו מספר הסיבובים שעשה הפרוטון עד שיצא?

א.

$$\sum F_R = ma_R$$

$$qvB = m \frac{v_{\max}^2}{r}$$

$$v_{\max} = \frac{qBr}{m} = \frac{1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 0.6 \cdot 1.2}{1.67 \cdot 10^{-27}} = 6.89 \cdot 10^7 \frac{m}{s}$$

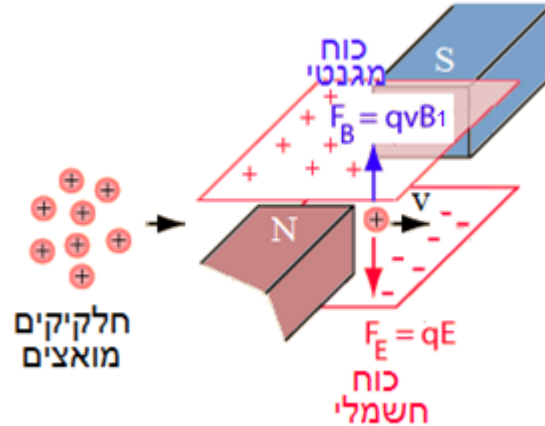
ב. תדירות ההחלפה של השדה החשמלי שווה לתדירות הסיבוב של החלקיק, מכיוון שצריך להחליף כיוון כל חצי סיבוב.

$$T = \frac{2\pi \cdot r}{v} = \frac{2\pi \frac{mv}{qB}}{v} = 2\pi \frac{m}{qB}$$

$$f = \frac{1}{T} \Rightarrow H \quad f = \frac{1}{2\pi \frac{m}{qB}} = \frac{qB}{2\pi m} = \frac{1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 0.6}{2\pi \cdot 1.67 \cdot 10^{-27}} = 9.15 \cdot 10^6 \text{ ג'פה}$$

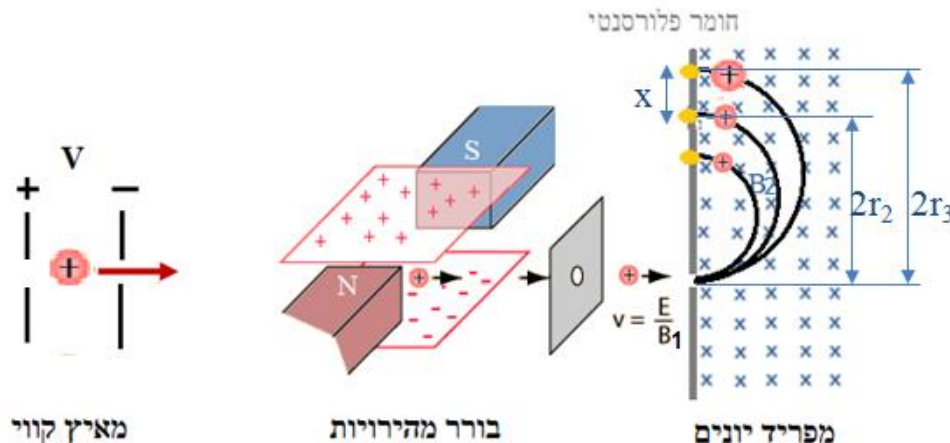
ג. בסיבוב אחד עובר המטען פעמיים בשדה ולכן:

$$U_E = 2nqV = \frac{mv_{\max}^2}{2} \Rightarrow n = \frac{mv_{\max}^2}{4qV} = \frac{1.67 \cdot 10^{-27} \cdot (6.89 \cdot 10^7)^2}{4 \cdot 1200 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19}} \approx 10322$$



- ❖ בבורר מהירויות שוררים שדות מגנטי וחשמלי אחידים, שכיווניהם ניצבים זה לזה. השדות נבחרו כך שעל חלקיק טעון הנכנס במהירות למרחב שבו שני השדות, פועלים כוחות השווים בגודלם והפוכים בכיוונם, כך שהחלקיק ינוע בקו ישר, ובמהירות השווה בגודלה ל- $v = E/B$.

- ❖ ספקטרוגרף מסות, מאפשר את מדידת מסתם של איזוטופים של אותו יסוד, על ידי הפרדתם. הוא מורכב משלושה חלקים: 1. מאיץ קווי 2. בורר מהירויות 3. מפריד יונים.



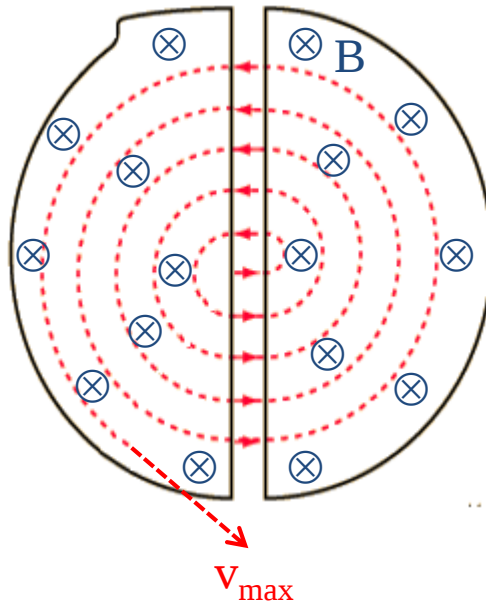
- את הפרש המסות של איזוטופים שונים ניתן לחשב ממדידת הפרש המרחקים בין נקודות הפגיעה של היונים, השווה להפרש הקטרים של רדיוסי הסיבוב שלהם.

❖ הציקלוטרון משמש להאצה של חלקיקים טעונים למהירויות גבוהות לצרכי המחקר המדעי והיישומי.

המכשיר בנוי משני חצאים של גלילי מתכת חלולים סמוכים העשויים בצורת האות D, המחוברים למקור מתח חילופין המחליף את קוטביותם. בין שני החלקים ישנו מרווח שסמוך למרכזו מכניסים

מקור חלקיקים טעונים.

מבט על



החלקיקים נעים בתנועה שמסלולה חצאי מעגלים שרדיוסם הולך וגדל, עד שהם מגיעים לפתח דרכו הם יוצאים מהשפעת השדה ונעים בקו ישר ובמהירות ובאנרגיה קינטית גבוהות מאוד.