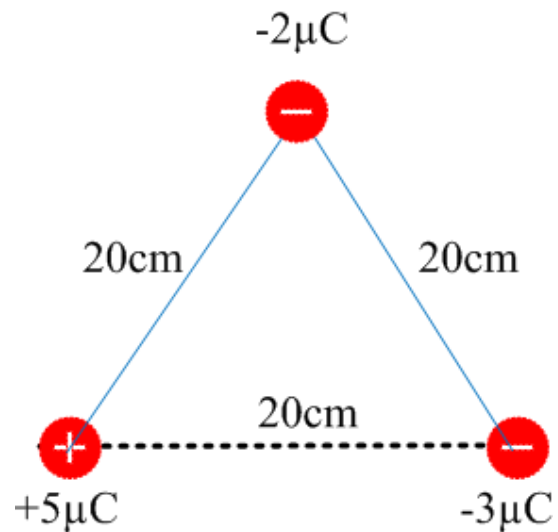


אלקטרוסטטיקה

אנרגיה פוטנציאלית חשמלית



◀ העבודה שמבצע הכוח החיצוני כנגד הכוח החשמלי על מטען חשמלי חיובי, בעת העתקתו אינה תלויה במסלול אלא רק בנקודות ההתחלה והסיום.

$$\Delta W_{A \rightarrow B} = kqQ \left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right)$$

◀ הכוח החשמלי הוא כוח משמר, ולכן ניתן להגדיר לו אנרגיה פוטנציאלית חשמלית.

◀ אנרגיה פוטנציאלית חשמלית- אנרגיה הנרכשת על ידי המערכת כתוצאה מעבודה חיובית הנעשית על מטען q כשהוא מועתק מאינסוף למרחק r ממטען אחר Q על ידי כוח חיצוני.

$$U_E = k \frac{Q \cdot q}{r}$$

◀ עבודת הכוח החיצוני שווה לשינוי באנרגיה הפוטנציאלית החשמלית בין שתי נקודות בשדה.

$$\Delta W_{A \rightarrow B} = kqQ \left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right) = U_{E_B} - U_{E_A}$$

◀ הפוטנציאל החשמלי, סביב מטען חיובי $+Q$ שווה לכמות העבודה הכרוכה בהבאת יחידת מטען q

מאינסוף לנקודה כלשהי, ושווה גם לאנרגיה הפוטנציאלית החשמלית של שני המטענים ברוחק r זה

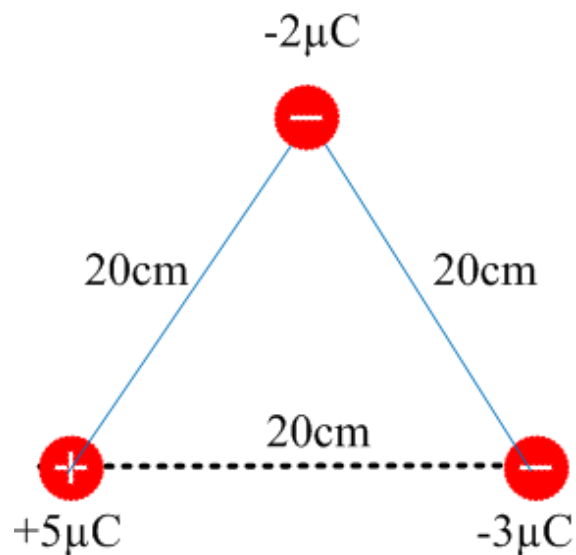
מזה:

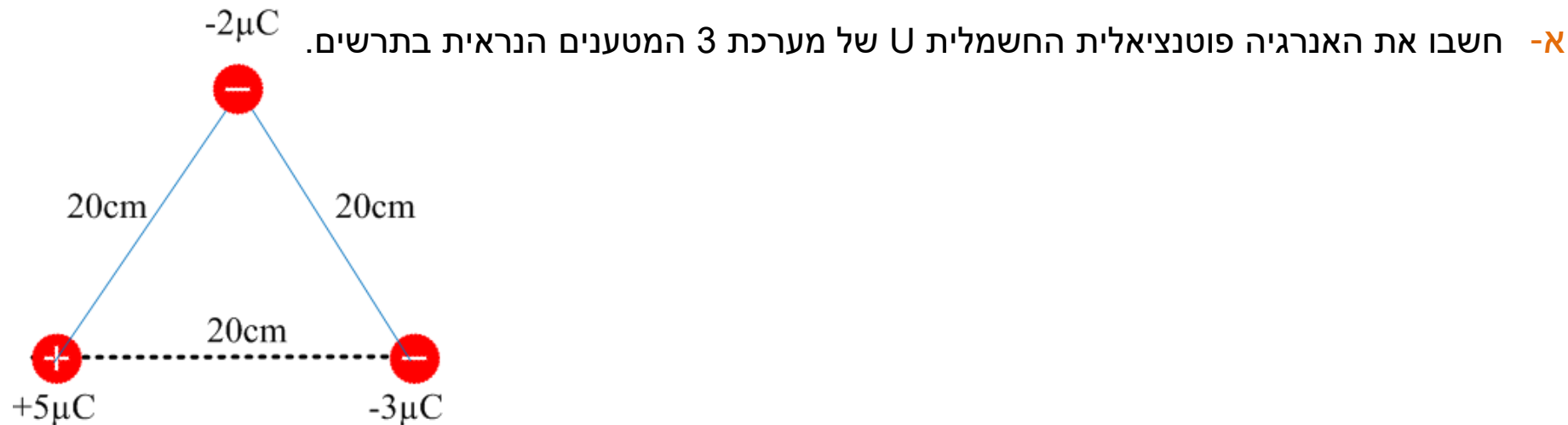
$$V = \frac{W}{q}$$

$$V = \frac{U_E}{q}$$

$$V = k \frac{Q}{r}$$

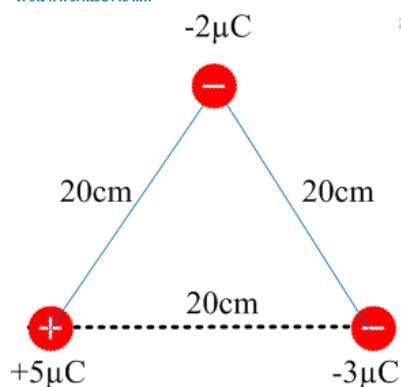
- א- חשבו את האנרגיה פוטנציאלית החשמלית U של מערכת 3 המטענים הנראית בתרשים.
 ב- מה המשמעות של תשובתכם?





- ▶ האנרגיה הפוטנציאלית של מערכת מטענים שווה לעבודה שיש להשקיע על מנת לצור את המערכת ממצב התחלתי, שבו המרחקים ההדדיים בין המטענים היו אינסופיים.
- ▶ על מנת לפתור את הבעיה, "נביא" כל אחד מהמטענים מאינסוף אל מקומו במערך הנתון ונחשב את האנרגיה הכרוכה בכך.
- ▶ על מנת להביא את המטען הראשון ($+5\mu\text{C}$) אין צורך להשקיע עבודה, משום שאין שום מטען אחר בסביבתו.
- ▶ על מנת להביא את המטען השני ($-2\mu\text{C}$) השדה מבצע עבודה, כדי להתגבר על המשיכה מהמטען הראשון:

$$U_1 = k \frac{Q \cdot q}{r} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{5 \cdot 10^{-6} \cdot (-2 \cdot 10^{-6})}{0.2} = -0.45 [J]$$



גם על מנת להביא את המטען השלישי ($-3\mu\text{C}$) השדה מבצע עבודה כנגד כוחות המשיכה והדחייה משני המטענים הקיימים:

$$U_2 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{5 \cdot 10^{-6} \cdot (-3 \cdot 10^{-6})}{0.2} + 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{(-2 \cdot 10^{-6}) \cdot (-3 \cdot 10^{-6})}{0.2} = -0.405 [J]$$

$$U = -0.45 - 0.405 = -0.855 [J]$$

סך כל העבודה הנדרשת היא:

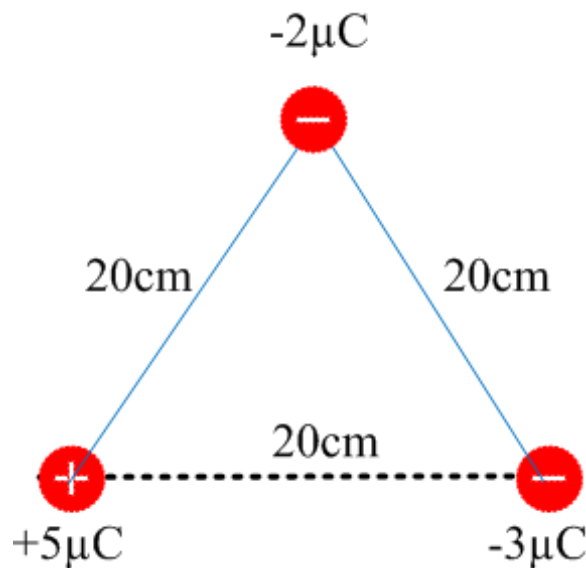
זוהי גם האנרגיה הפוטנציאלית של המערכת, משום שעל מנת להפריד בין המטענים יש צורך להשקיע עבודה בגודל של $0.855 [J]$.

נשים לב שבחרנו את סדר הבאת המטענים באופן אקראי.

שינוי הסדר הזה אינו משנה את התוצאה (נסו לחשב את העבודה הכרוכה בהבאת המטענים בסדר שונה והשתכנעו בכך!). הסבר לכך- גם בסעיף הבא.

ב- מה המשמעות של תשובתכם?

- ▶ המשמעות היא כפי שמתואר בסעיף הקודם: זוהי העבודה הדרושה על מנת להביא את שלושת המטענים מאינסוף למערכת המתואר בתרשים.
- ▶ המשמעות של סימן המינוס שקיבלנו היא שאין צורך להשקיע עבודה חיצונית על מנת ליצור את המערכת הזו, משום שהמטענים נמשכים זה לזה מעצמם.
- ▶ אין זה מפתיע משום שלאחר הבאת אחד המטענים השליליים, המטען נטו של הצמד שנוצר הוא חיובי, ולכן גם המטען השלישי יימשך מעצמו אל הצמד.
- ▶ על מנת להפריד את המטענים ולהביאם למרחקים אינסופיים זה מזה נצטרך להשקיע עבודה של כוח חיצוני בסך של 0.855[J] .

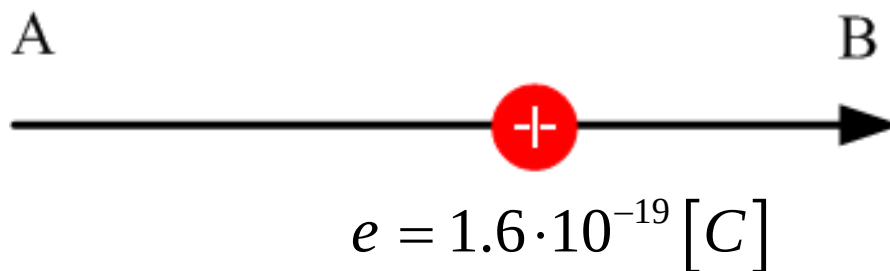


אלומת אלקטרונים, הנוצרת במתקן להאצת אלקטרונים, נעה (ממנוחה) מנקודה A בה הפוטנציאל החשמלי הוא 0 לנקודה B בה הפוטנציאל הוא 20kV. מסת האלקטרון היא $9.1 \cdot 10^{-31} [\text{kg}]$.

א- מהי האנרגיה הקינטית של האלקטרונים שבאלומה?

ב- מה מהירות האלקטרונים שבאלומה?

ג- מעוניינים להניע באותו מתקן אלומת פרוטונים. כיצד יש לשנות את נתוני הפוטנציאל בנקודות A ו-B על מנת להגיע לאותה המהירות? מסת הפרוטון גדולה פי כ-1836 ממסת האלקטרון.



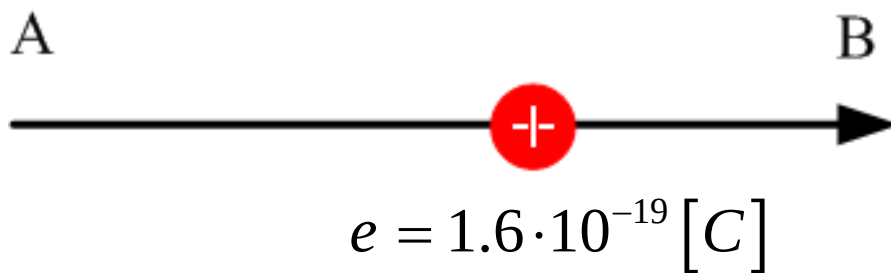
א- מהי האנרגיה הקינטית של האלקטרונים שבאלומה?

◀ האלקטרונים עוברים מנקודה A, בה הפוטנציאל הוא 0, לנקודה B בה הפוטנציאל הוא 20,000 וולט. נשתמש בחוק שימור האנרגיה בשדה האלקטרוסטטי:

$$E_{kin}^A + (-e) \cdot V_A = E_{kin}^B + (-e) \cdot V_B$$

$$E_{kin}^B - \underbrace{E_{kin}^A}_{=0} = e \cdot (V_B - V_A) = -1.6 \times 10^{-19} \cdot 20000 = 3.2 \cdot 10^{-15} [J]$$

$$E_{kin}^B = 3.2 \cdot 10^{-15} [J]$$



◀ לפי משפט עבודה-אנרגיה, השינוי באנרגיה הקינטית שווה לעבודה שנעשית ע"י הכוח השקול. מכיוון שהאנרגיה הקינטית של האלקטרונים גדלה, עבודת הכוח השקול הנה חיובית. מכיוון שהכוח היחיד שפועל הוא הכוח החשמלי, העבודה שנעשית ע"י השדה החשמלי (דרך הכוח החשמלי) הנה חיובית

ב- מה מהירות האלקטרונים שבאלומה?

◀ על מנת לחשב את המהירות נשתמש בנוסחת האנרגיה הקינטית (האנרגיה הקינטית של האלקטרון היא חיובית, כמובן):

$$E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \cdot 9.1 \cdot 10^{-31} \cdot v^2 = 3.2 \cdot 10^{-15}$$

$$v = 8.4 \cdot 10^7 \left[\frac{m}{s} \right]$$

ג- מעוניינים להניע באותו מתקן אלומת פרוטונים. כיצד יש לשנות את נתוני הפוטנציאל בנקודות A ו- B על מנת להגיע לאותה המהירות?

◀ על מנת שלפרוטונים תהיה אותה המהירות, צריכה להיות להם אנרגיה קינטית הגדולה פי 1836 מזו של האלקטרון, כפי שמצאנו בסעיף 1:

$$W = E_{kin}^B = 1,836 \cdot 3.2 \cdot 10^{-15} = 5.875 \cdot 10^{-12} [J]$$

◀ כדי להגיע לאנרגיה זו, צריך הפרוטון לנוע מפוטנציאל 0 בנקודה A (מנוחה) לפוטנציאל V בנקודה B. לכן, הפוטנציאל בנקודה B צריך להיות נמוך יותר מזה שב-A. נעשה שוב שימוש בחוק שימור אנרגיה בשדה האלקטרוסטטי:

$$E_{kin}^A + e \cdot V_A = E_{kin}^B + e \cdot V_B \Rightarrow E_{kin}^B - \underbrace{E_{kin}^A}_{=0} = e \cdot \left(\underbrace{V_A}_{=0} - V_B \right)$$

$$V_B = -\frac{1}{e} E_{kin}^B = 3.672 \cdot 10^7 [V]$$

נתונה קליפה כדורית מוליכה שרדיוסה $R_1 = 8 \text{ [cm]}$.
הקליפה טעונה במטען חשמלי חיובי $q = 2 \cdot 10^{-6} \text{ [C]}$.

נקודה A נמצאת במרחק $r_A = 6 \text{ [cm]}$ ממרכז הקליפה.
נקודה B נמצאת במרחק $r_B = 12 \text{ [cm]}$ ממרכז הקליפה.
ערך הפוטנציאל החשמלי באין-סוף נבחר כאפס.

מצאו את:

- א. גודל השדה החשמלי בנקודה A.
- ב. הפוטנציאל החשמלי בנקודה A.
- ג. גודל השדה החשמלי בנקודה B.
- ד. הפוטנציאל החשמלי בנקודה B.

נפתור על פי נוסחאות השדה החשמלי והפוטנציאל החשמלי בקרבת כדור.

א. בתוך הכדור: $E_A = 0$

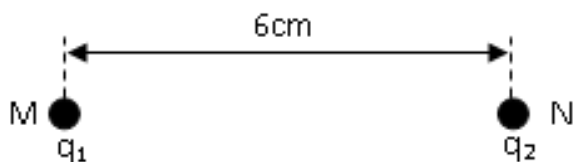
ב.
$$V_A = \frac{k \cdot q}{R_1} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{8 \cdot 10^{-2}} = 2.25 \cdot 10^5 [V]$$

ג.
$$E_B = \frac{k \cdot q}{r_2^2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{(12 \cdot 10^{-2})^2} = 1.25 \cdot 10^6 \left[\frac{N}{C} \right]$$

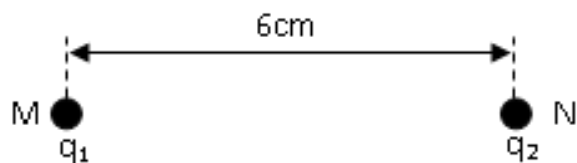
ד.
$$V_B = \frac{k \cdot q}{R_2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{12 \cdot 10^{-2}} = 1.5 \cdot 10^5 [V]$$

בתרשים משמאל מוצגים שני גופים נקודתיים טעונים, המוחזקים במנוחה. בנקודות M ו-N מטעני הגופים הם $q_2 = q_1 = +2 \cdot 10^{-6} \text{ C}$, המרחק בין הנקודות הוא 6 [cm] . הפוטנציאל באין-סוף נבחר כאפס.

- האם לאורך הקטע MN יש נקודה שבה השדה החשמלי מתאפס? נמקו.
- האם לאורך הקטע MN יש נקודה שבה הפוטנציאל החשמלי מתאפס? נמקו.



א. האם לאורך הקטע MN יש נקודה שבה השדה החשמלי מתאפס? נמקו.



- ◀ כן. מכיוון שהמטענים שווים והשדה החשמלי הוא גודל ווקטורי, בנקודה בה שני השדות שווים בגודלם ומנוגדים בכיוונם, הסכום הווקטורי השקול הוא אפס.
- ◀ נקודה כזו נמצאת באמצע הקטע MN.

ב. האם לאורך הקטע MN יש נקודה שבה הפוטנציאל החשמלי מתאפס? נמקו.

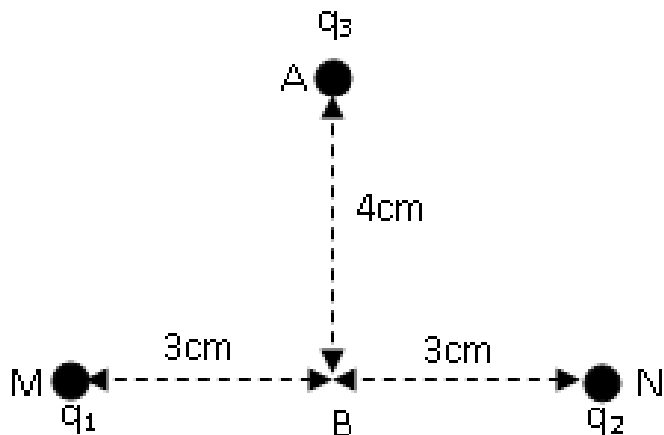
- ◀ לא. מכיוון שהפוטנציאל הוא גודל סקלרי, הפוטנציאל מכל אחד מהמטענים בכל נקודה על הקו MN הוא חיובי והסכום אינו יכול להתאפס.

נתון:

$$q_2 = q_1 = +2 \cdot 10^{-6} C$$

נקודה B היא אמצע הקטע MN. נקודה A נמצאת על האנך האמצעי לקטע MN, במרחק 4 cm מ-B. מציבים בנקודה A גוף נקודתי שמטענו $q_3 = -3 \cdot 10^{-6} C$ ומסתו $m = 2 \cdot 10^{-10} kg$ ומחזיקים אותו במנוחה.

ג. חשבו את האנרגיה הפוטנציאלית החשמלית של הגוף שמטענו q_3 בהיותו בנקודה A.



נקודה B היא אמצע הקטע MN. נקודה A נמצאת על האנך האמצעי לקטע MN, במרחק 4 cm מ-B. מציבים בנקודה A גוף נקודתי שמטענו $q_3 = -3 \cdot 10^{-6} C$ ומסתו $m = 2 \cdot 10^{-10} kg$ ומחזיקים אותו במנוחה. $q_2 = q_1 = +2 \cdot 10^{-6} C$

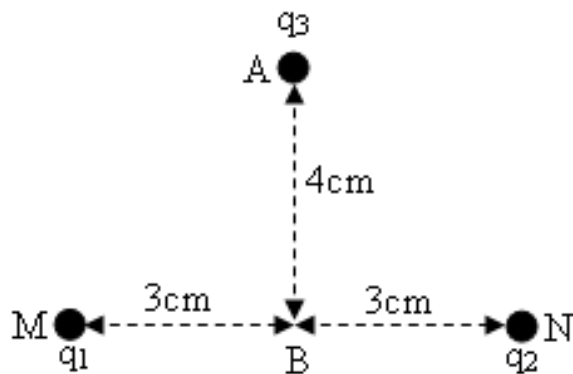
ג. חשבו את האנרגיה הפוטנציאלית החשמלית של הגוף שמטענו q_3 בהיותו בנקודה A.

$$r_1 = r_2 = \sqrt{0.03^2 + 0.04^2} = 0.05m \Rightarrow r_1 = r_2 = r = 0.05[m]$$

$$q_1 = q_2 = q = 2 \cdot 10^{-6} [C]$$

$$V_A = \frac{k \cdot q_1}{r_1} + \frac{k \cdot q_2}{r_2} = \frac{2 \cdot k \cdot q}{r} \Rightarrow V_A = \frac{2 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{0.05} = 7.2 \cdot 10^5 V$$

$$U = q_3 \cdot V_A = -3 \cdot 10^{-6} \cdot 7.2 \cdot 10^5 = -2.16 [J]$$



בדרך אחרת: ◀

$$U = \frac{k \cdot q_1 \cdot q_3}{r_1} + \frac{k \cdot q_2 \cdot q_3}{r_2} = \frac{2k \cdot q \cdot q_3}{r}$$

$$U = \frac{2 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-6} \cdot (-3) \cdot 10^{-6}}{0.05} = -2.16 [J]$$

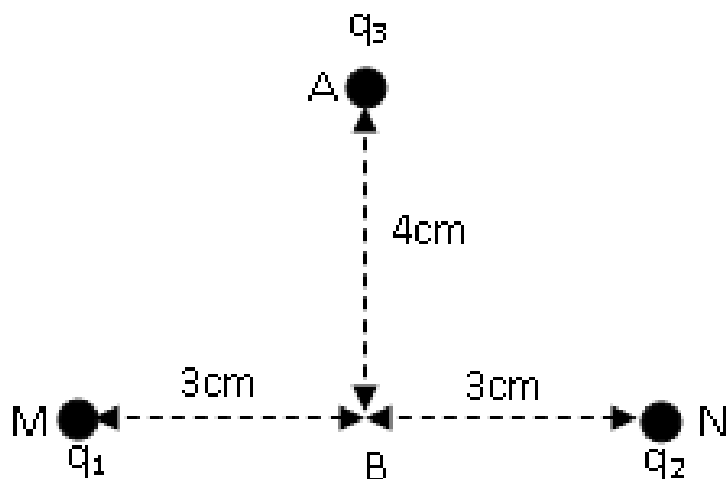
$$q_1 = q_2 = +2 \cdot 10^{-6} C$$

$$q_3 = -3 \cdot 10^{-6} C, m_3 = 2 \cdot 10^{-10} kg.$$

משחררים ממנוחה את הגוף שמטענו q_3 הנמצא בנקודה A. הזניחו את כוח הכובד הפועל עליו.

ד. (1) חשבו את הגודל של מהירות הגוף בהגיעו לנקודה B.

(2) תלמיד טוען שהמהירות הגדולה ביותר של הגוף לאורך מסלול תנועתו היא בהגיעו לנקודה B. האם טענתו נכונה? נמקו.



ד. (1) חשבו את הגודל של מהירות הגוף בהגיעו לנקודה B.

◀ על פי חוק שימור האנרגיה:

$$q_3 \cdot V_A = q_3 \cdot V_B + \frac{m \cdot v_B^2}{2} \Rightarrow q_3 \cdot V_A = q_3 \cdot 2 \cdot \frac{k \cdot q_1}{r_{BM}} + \frac{m \cdot v_B^2}{2}$$

$$-2.16 = \frac{2 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-6} \cdot (-3) \cdot 10^{-6}}{0.03} + \frac{2 \cdot 10^{-10} \cdot v_B^2}{2} \Rightarrow v_B = 1.2 \cdot 10^5 \left[\frac{m}{s} \right]$$

◀ בדרך אחרת:

$$U_A = -2.16 [J]$$

$$U_B = 2 \cdot \frac{k \cdot q_3 \cdot q}{r_{BM}} = 2 \cdot \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-6} \cdot (-3) \cdot 10^{-6}}{3 \cdot 10^{-2}} = -3.6 [J]$$

$$\Delta U_{AB} = -2.16 - (-3.6) = 1.44 [J]$$

$$\Delta U_{AB} = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

$$1.44 = \frac{2 \cdot 10^{-10} \cdot v^2}{2} \Rightarrow v = 1.2 \cdot 10^5 \left[\frac{m}{s} \right]$$

ד. (2) תלמיד טוען שהמהירות הגדולה ביותר של הגוף לאורך מסלול תנועתו היא בהגיעו לנקודה B. האם טענתו נכונה? נמקו.

- ◀ **טענתו נכונה.** האנרגיה הפוטנציאלית הולכת וקטנה מ-A ל-B, ומכיוון שהמטען שלילי - האנרגיה הקינטית ב-B היא הגבוהה ביותר.
- ◀ **הסבר אחר:** הכוח השקול לאורך הקו AB הוא בכיוון מ-A ל-B, ולכן המהירות גדלה לאורך הקו עד לנקודה B.