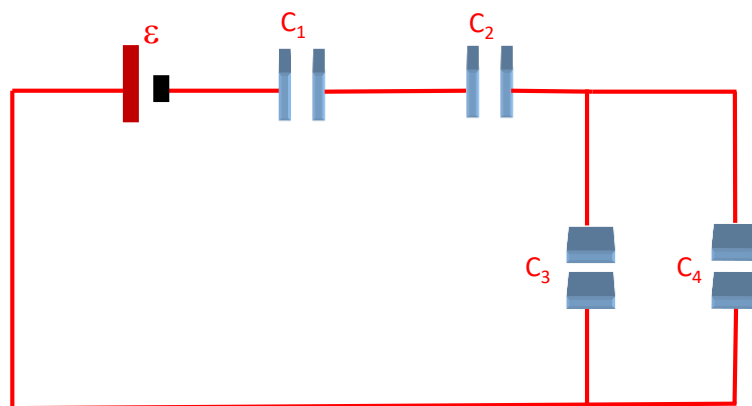


חשמל

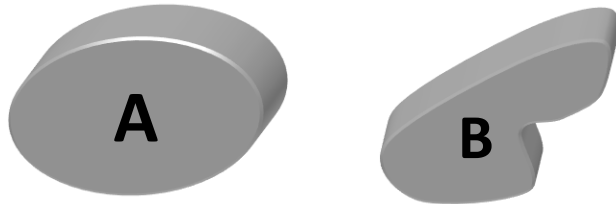
קיבול חשמלי

חלק א'



- ◀ מהו קבל?
- ◀ קבל חשמלי טעון.
- ◀ שימושים לקבל בטכנולוגיה.
- ◀ טעינת קבל.
- ◀ סוללה.
- ◀ חיבור סוללה לקבל.
- ◀ הגדרת הקיבול (קיבול הוא גודל גיאומטרי).
- ◀ אנרגיה של קבל.
- ◀ גרף טעינה של קבל.
- ◀ עבודת סוללה.
- ◀ גרף עבודת סוללה.
- ◀ גרף עבודת סוללה אל מול שינוי האנרגיה של קבל.

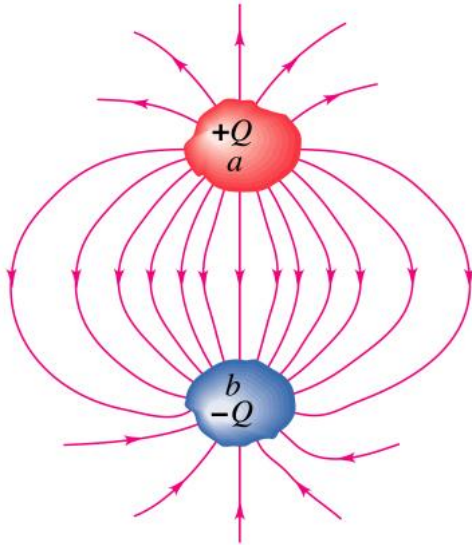
◀ **קבל חשמלי** הוא מערכת חשמלית המורכבת משני מוליכים כלשהם : a ו b הנמצאים זה לצד זה ומבודדים זה מזה :



◀ ניתן גם להתייחס **למוליך בודד** כאל קבל (נניח A) ואז המוליך השני (B) נמצא כביכול במרחק אינסופי מהמוליך הראשון (A).
ברור שמעשית מוליך (B) אינו קיים כלל:



◀ **קבל חשמלי טעון** הוא קבל אשר שני המוליכים שלו טעונים במטענים שווי גודל ומנוגדי סימן.



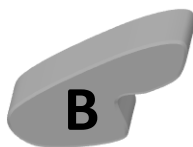
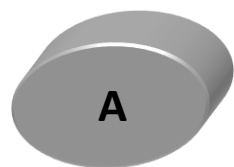
תכונות הקבל

- ◀ בכל קבל, השדה החשמלי בוקע מהמוליך החיובי ומתכנס אל המוליך השלילי.
- ◀ הפוטנציאל של המוליך החיובי גבוה תמיד מהפוטנציאל של המוליך השלילי (קווי השדה מורים על ירידה בפוטנציאל).
- ◀ **מטען הקבל** מוגדר כגודל המטען (בערכו המוחלט) הנמצא על **אחד** המוליכים מהם מורכב הקבל. ניתן גם להגדיר את מטען הקבל כמטען המועבר ממוליך למוליך בתהליך טעינת הקבל. (כלומר, בהתחלה המוליכים ניטרליים ואחר כך עובר מטען ממוליך אחד למשנהו).
- ◀ **מתח הקבל** מוגדר כהפרש הפוטנציאלים שבין המוליך שמטענו חיובי לבין המוליך שמטענו שלילי:

$$V \equiv V_{(+)} - V_{(-)}$$

- ▶ באופן בסיסי קבל "יודע" לאגור אנרגיה ואף לשחרר אותה בשעת הצורך.
- ▶ הקבל אינו אלמנט אקטיבי, כלומר אינו "מייצר מתוך עצמו" את האנרגיה האצורה בו, אלא מתמלא באנרגיה ע"י גורם חיצוני (בדרך כלל-סוללה).
- ▶ באופן זה יכול קבל לשמש כעין "בלם זעזועים" (Shock Absorber) ולכן ממתן תנודות מתח קיצוניות ושומר על יציבות המערכת החשמלית.
- ▶ במעגלי זרמי חילופין בהם קוטביות המתח מתהפכת לסרוגין בתדירות מסויימת, יכול קבל לשמש כ"בּוֹרֵר תְּדָרִים" (crossover).
- ▶ משתמשים בקבלים כמעט בכל תחום טכנולוגי :
 - במערכות וידאו (צִפִּיָּה וְשִׁמְעָה) ואודיו (שמע בלבד).
 - ברכב.
 - בפנסים ידניים (ללא סוללות)
 - כרכיב זיכרון-שכן קבל יכול לשמור על מתח.
 - כהגנה מפני הפסקות חשמל (למשל u.p.s - Uninterruptible Power Supply).
 - במיקרופונים, על מנת להפוך גל קול לאות חשמלי.
 - בכל מקרה בו יש לְמַתֵּן זעזועי מתח.
 - ועוד....

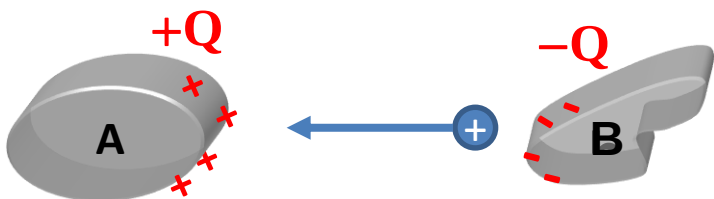
◀ כדי לטעון קבל עלינו להעביר מטען ממוליך אחד למשנהו בתהליך הבא:



– במצב התחלתי שני מוליכים נייטרליים נמצאים זה ליד זה.

– מחליטים איזה מן המוליכים יימצא בפוטנציאל גבוה יותר (נניח : $V_A > V_B$).

– מעבירים חלקיקים טעונים חיובית בזה אחר זה ממוליך B אל מוליך A, או חלקיקים טעונים שלילית ממוליך A אל מוליך B. עד אשר משיגים את המתח הרצוי בין שני המוליכים.



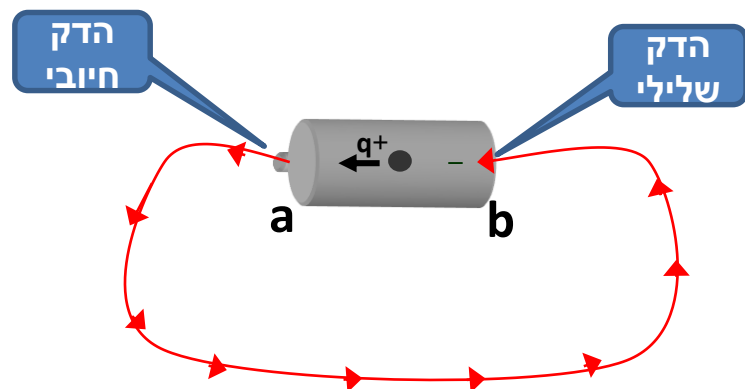
– באופן זה שני המוליכים חייבים להיות בעלי אותו גודל מטען בעוד סימני המטען יהיו הפוכים. מוליך A יהיה טעון במטען חיובי $+Q$ ומוליך B במטען שלילי $-Q$.



– תהליך הטעינה מבוצע באמצעות אלמנט חשמלי אקטיבי הנקרא-סוללה:

– על סוללה ותפקודה-בשקופית הבאה.

- ◀ **סוללה חשמלית** היא אלמנט אקטיבי (פעיל), כלומר אלמנט מבצע עבודה אשר יוצר פעילות במערכת.
- ◀ הסוללה מכילה תרכובות כימיות היוצרות קיטוב (מתח) בין הדקיה. **שני הדקי הסוללה-עשויים מחומר מוליך.**
- ◀ **הדק a נמצא בפוטנציאל גבוה מהדק b.**
- ◀ אם נחבר תיל מוליך בין הדקי הסוללה ינועו בתיל חלקיקים טעונים במטרה ליצור **שוויון פוטנציאליים בין הדקי הסוללה.**
- ◀ תנועת מטען זו נקראת **זרם**. אנו נתייחס במושג זרם כאל **זרם מוסכם**.
- ◀ **זרם מוסכם** – כיוון הזרימה של המטענים החיוביים (ראו הסבר בתחתית השקופית).
- ◀ **הזרם יפסק** אם ישתוו הפוטנציאליים של הדקי הסוללה. במקרה קיצוני בו פשוט חיברנו תיל מוליך אל בין הדקי הסוללה, זה יקרה כאשר בסוללה לא יתרחש תרכיז כימי פעיל (היא "תיגמר").



◀ **ייצוג סוללה בסכימה חשמלית :**

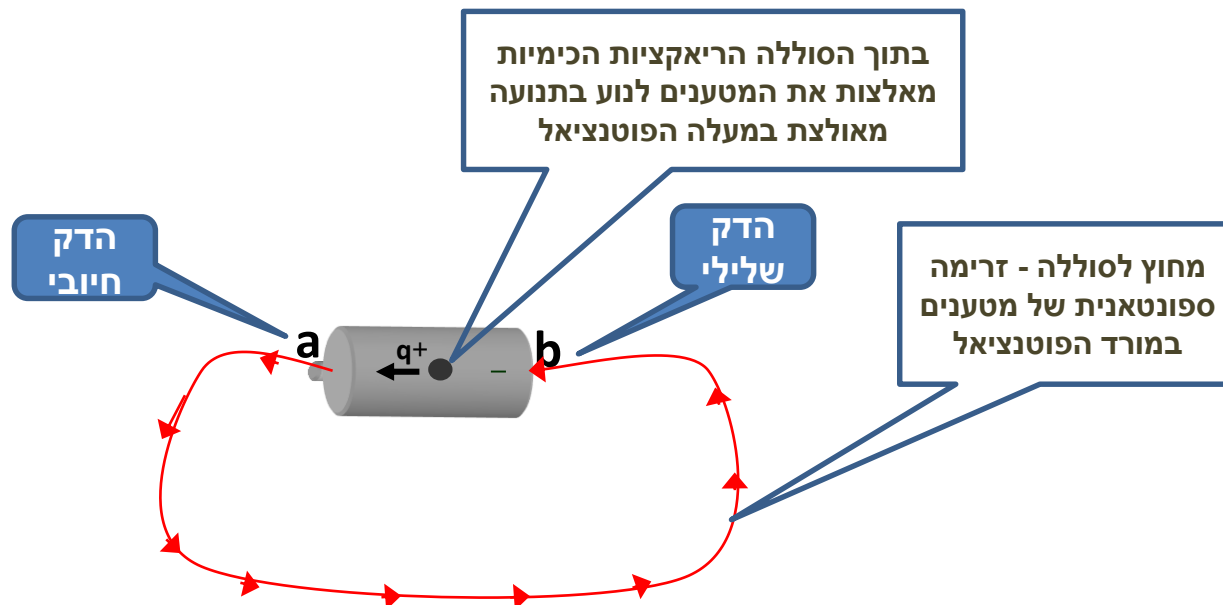
בסקימה חשמלית מסמנים מקור מתח (סוללה) בסימן: . הקו הארוך מייצג את ההדק החיובי שלה והקו הקצר את ההדק השלילי.



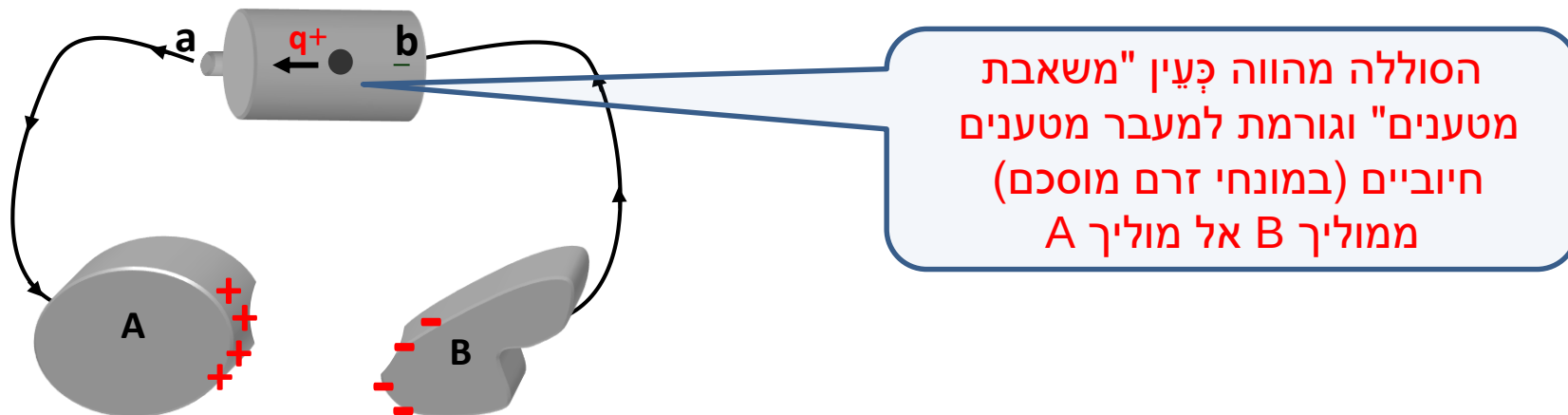
מעבר המטען החיובי דרך הפיל מההדק החיובי a לשלילי b הוא **תהליך ספונטני**, שהרי המטען החיובי נע במורד הפוטנציאל (ראו איור).

כדי לבצע מעבר זה, הסוללה (החומרים הפעילים בתוכה), מבצעת עבודה ו"מכריחה" את המטענים (החיוביים) לנוע **בתוכה** מההדק השלילי b אל ההדק החיובי a וזו כבר **תנועה מאולצת** כיוון שהמטענים נעים במעלה הפוטנציאל בניגוד ל"רצונם" הספונטאני לנוע במורד הפוטנציאל.

תנועה מאולצת זו כרוכה **בעבודה שמבצעת הסוללה** (המרכיבים הכימיים שבסוללה **מבצעים עבודה**), כך שהסוללה מעניקה אנרגיה חשמלית למערכת על חשבון האנרגיה הכימית (הפנימית) שהיתה לה.



◀ חיבור סוללה לקבל הנו חיבור הדקי הסוללה לשני מוליכים המופרדים פיסית זה מזה. (ראו איור) :



◀ הסוללה מזרימה מטען דרכה עד אשר משתווה הפוטנציאל של כל מוליך לפוטנציאל של הדק הסוללה אליו הוא מחובר. זרם זה נקרא **זָרָם מְעָבֵר**. זרם המעבר נפסק כאשר:

1. פוטנציאל מוליך A משתווה לפוטנציאל הדק a של הסוללה.

ובו זמנית:

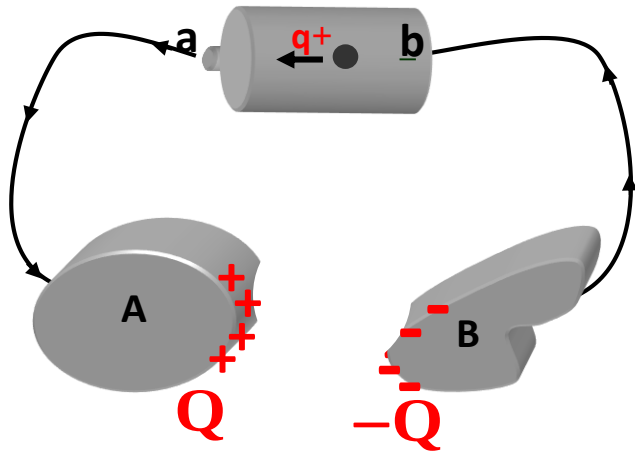
2. פוטנציאל מוליך B משתווה לפוטנציאל הדק b של הסוללה.

◀ **מחוץ** לסוללה זורם הזרם המוסכם זרימה ספונטאנית מההדק החיובי a שלה אל מוליך A וממוליך B אל ההדק השלילי שלה (b).

◀ **בתוך** הסוללה זורם הזרם המוסכם מההדק השלילי b אל החיובי a (במנוגד ל"רצונו" הטבעי) וזאת משום שהחמרים הפעילים מבצעים בתוכה עבודה ו"מכריחים" את המטענים לזרום כך.

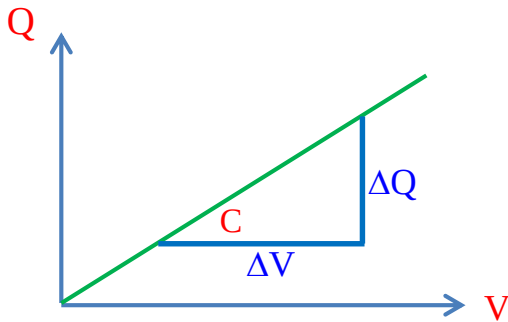
הגדרת הקיבול החשמלי (1)

אם נחבר את שני הדקי הסוללה אל שני מוליכי הקבל-הסוללה תגרום להעברת מטען, דרכה, ממוליך אחד למשנהו.



נזכיר שוב : מטען הקבל Q הוא המטען שהועבר ממוליך B אל מוליך A, דרך הסוללה, המשמשת כמעין "משאבת מטענים" אשר במונחי זרם מוסכם - מאלצת מטענים חיוביים לנוע מ B ל A :

אם נשרטט גרף של מטען הקבל כתלות במתח עליו- נקבל גרף ליניארי :
גרף זה נקרא - **גרף הטעינה של הקבל.**



לפיכך, קיים יחס קבוע בין מטען הקבל לבין המתח עליו, יחס זה מגדיר את קיבולו (C) של הקבל.

(קיבול הקבל)

$$C \equiv \frac{Q}{V_{AB}} = \frac{\Delta Q}{\Delta V_{AB}}$$

הערות

יחידת הקיבול (בשיטת היחידות S.I) היא :

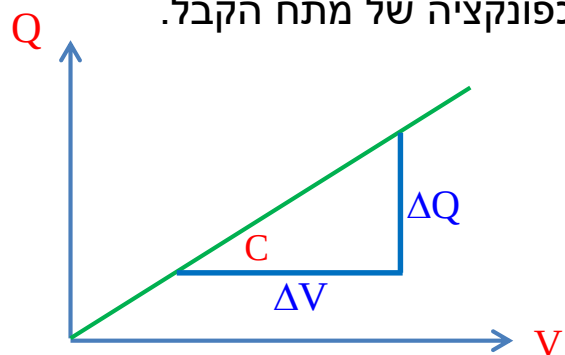
$$[C] = \frac{[Q]}{[V]} = \frac{\text{Coulomb}}{\text{Volt}} = \text{Farad} = [F]$$

משמעות היחידה – אם לקבל יש קיבול של 1_F אזי דרושה תוספת מטען של 1_C על מנת להעלות את המתח שבין מוליכיו בשיעור של 1_V .

כלומר: **הקיבול מציין את תוספת המטען הדרושה על מנת להגדיל את המתח בשיעור של 1_{Volt} .**

קיבול גבוה דורש תוספת מטען גדולה על מנת לשנות את המתח עליו בשיעור מסויים וקיבול נמוך דורש תוספת מטען קטנה על מנת לשנות את המתח עליו באותו שיעור.

משמעות גרפית - הקיבול ע"י שיפוע הגרף המתאר את מטען הקבל כפונקציה של מתח הקבל.



$$C = \frac{Q}{V} = \frac{\Delta Q}{\Delta V}$$

הקיבול של קבל נתון תלוי בצורתו הגיאומטרית ובסוג התווך המבודד בין המוליכים. תנאי זה יוסבר בהמשך.

◀ גוף A הינו גוף מוליך בעל צורה כלשהי הטעון במטען Q_1 והפוטנציאל שלו הוא V_1 .

א- מהו קיבולו C_A של גוף A?

מחברים אליו בעזרת תייל מוליך גוף מוליך לא טעון נוסף B ומסתבר שפוטנציאל גוף A קטן ב- ΔV .

ב- מהו קיבולו C_B של גוף B?

נתונים:

$$Q_1 = 3 \cdot 10^{-9} \text{ C}$$

$$V_1 = 900 \text{ V}$$

$$|\Delta V| = 300 \text{ V}$$

פתרון סעיף א' ◀

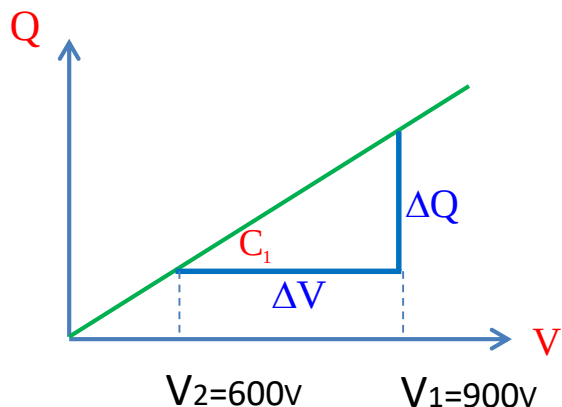
$$C \equiv \frac{Q}{V}$$

על פי הגדרת הקיבול (של מוליך יחיד, שכזכור-ה"צמוד" שלו נמצא במרחק אינסופי ממנו) :

$$C_1 \equiv \frac{Q_1}{V_1} = \frac{3 \cdot 10^{-9} [c]}{900 [v]} = 3.33 \cdot 10^{-12} [F] = 3.33 [pF] \quad \text{לכן:}$$

פתרון סעיף ב' ◀

על פי גרף הטעינה של קבל (1):



$$C_1 \equiv \frac{\Delta Q_1}{\Delta V_1} = \frac{\Delta Q_1}{-300 [v]} \Rightarrow 3.33 \cdot 10^{-12} [F] = \frac{\Delta Q_1}{-300 [v]}$$

$$\Rightarrow \Delta Q_1 = 3.33 \cdot 10^{-12} [F] \cdot -300 [v] = -10^{-9} [c]$$

מטען זה שנגרע מהקבל C_1 עבר אל קבל C_2 . שני הקבלים נמצאים כעת בפוטנציאל של 600 וולט.

לכן קיבולו של קבל C_2 הוא:

$$C_2 = \frac{10^{-9} [c]}{600 [v]} = \frac{10^{-9} [c]}{600 [v]} = 1.66 \cdot 10^{-12} [F] = 1.66 [pF]$$

◀ תזכורת

– אנרגיה פוטנציאלית של מערך מטענים.
(מומלץ בחום לחזור על נושא זה)

אנרגיה זו מוגדרת כ**עבודת הבנייה** של המערכת בתהליך קוֹוִזְיֶסְטִי (תהליך איטי מאד מבלי להקנות אנרגיה קינטית לחלקיקים).

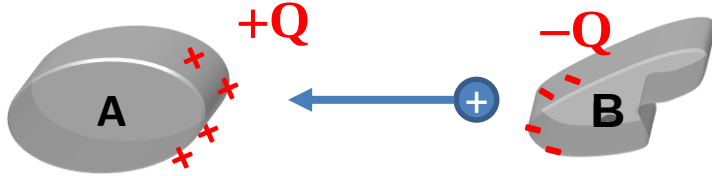
הנוסחא שהתקבלה:
$$U^* = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n V_i Q_i$$
 (על כל n החלקיקים המרכיבים מערכת זו).

נוסחא זו יעילה במיוחד כאשר המערכת מורכבת ממספר מוליכים טעונים כאשר ידוע הפוטנציאל והמטען של כל מוליך.

* למי שאינו זוכר נוסחא זו-פיתוחה מופיע בנספח.

האנרגיה הפוטנציאלית החשמלית האצורה בקבל טעון (2)

◀ קבל טעון מורכב משני מוליכים הטעונים במטענים שווים גודל ומנוגדי סימן: $+Q$ ו $-Q$.



◀ נסמן את פוטנציאל מוליך A ב- V_A ואת פוטנציאל מוליך B ב- V_B .

◀ על פי הנוסחה $U = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n V_i Q_i$, נקבל את אנרגיית הקבל:

$$U = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n V_i Q_i = \frac{1}{2} [V_A Q + V_B (-Q)] = \frac{1}{2} V_{AB} Q$$

◀ כלומר: $U(\text{קבל טעון}) = \frac{1}{2} V_{AB} Q$

◀ על מנת שלא לסרב את הרישום, נסמן: $V_{AB} = V$ ונקבל: $U(\text{קבל טעון}) = \frac{1}{2} VQ$.

◀ ועל פי הגדרת הקיבול: $C \equiv \frac{Q}{V}$, נקבל גם:

$$U(\text{קבל טעון}) = \frac{1}{2} VQ = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{Q^2}{2C}$$

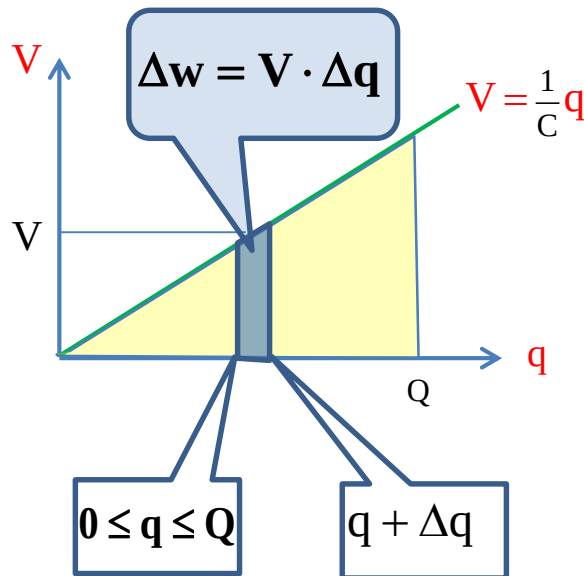
◀ הצד השמאלי של האזור הבא מתאר קבל נייטרלי והצד הימני מתאר תהליך של טעינת הקבל :



◀ תהליך הטעינה מתבצע באמצעות העברה, בזה אחר זה, של מטענים מזעריים (דיפרנציאליים) ממוליך B אל מוליך A בתהליך איטי מאד (תהליך קוויזיסטטי).

◀ תוך כדי תהליך העברת המטענים-המתח על הקבל גדל בהדרגה.

◀ מאחר וקיבול הקבל הוא קבוע - ניתן לסרטט גרף לינארי של מתח הקבל כתלות במטענו (זיכרו שמטען הקבל הוא המטען שהועבר ממוליך אחד למשנהו).



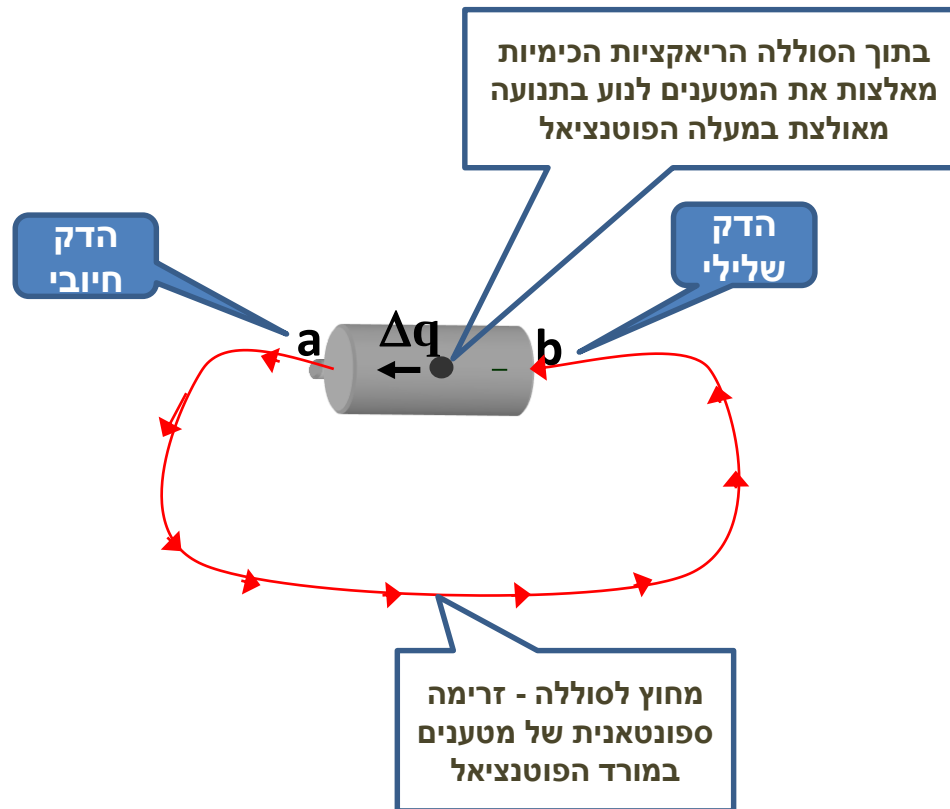
◀ כל העברה של מטען דיפרנציאלי Δq ממוליך B אל מוליך A כרוכה בעבודה חלקית Δw השווה לתוספת: $V \cdot \Delta q$ באנרגיה הפוטנציאלית של הקבל. כלומר: $\Delta w = V \cdot \Delta q$.

עבודה חלקית זו מיוצגת ע"י "שטח" הטרפז הכחול בסרטוט.

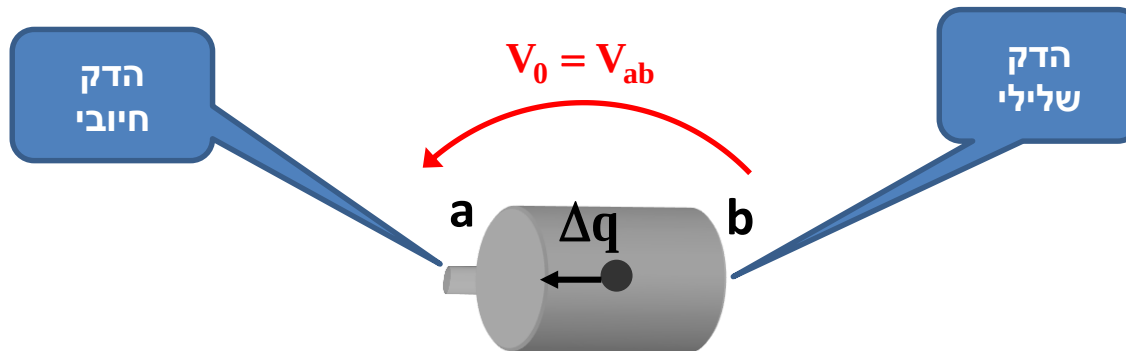
◀ מכאן-העבודה שיש להשקיע בטעינת הקבל עד מטענו הסופי Q, מיוצגת ע"י ה"שטח" הצהוב מתחת לגרף. ועבודה זו מגדירה את האנרגיה הפוטנציאלית של הקבל.

כלומר : $U = \frac{1}{2} QV$, כפי שקיבלנו בשקופית הקודמת.

◀ כזכור-הסוללה (הכימית) מהווה אלמנט חשמלי אקטיבי. תרכובות כימיות המצויות בתוכה יוצרות קיטוב בין הדקיה עד אשר נוצר המתח הרצוי V_0 ביניהם. אם יופר האיזון ומטען חיובי q "יצא" מההדק החיובי ויגיע אל ההדק השלילי שלה (וזוהו תהליך ספונטאני המתרחש מחוץ לסוללה ש"מטרתו" היא לנסות להשוות פוטנציאלים בין הדקי הסוללה)-תיווצר, בתוך הסוללה, ריאקציה כימית אשר "תדחוף" מטען חיובי שגדלו אף הוא q , מההדק השלילי שלה אל ההדק החיובי שלה (בתוך הסוללה) על מנת להשיב את מתח הסוללה לערכו המקורי: V_0 .



▶ בתוך הסוללה, כאמור, נדחף המטען Δq מההדק השלילי אל ההדק החיובי של הסוללה. העבודה הפנימית (כימיה, כימיה) שהסוללה מבצעת על המטען גורמת להגדלת האנרגיה הפוטנציאלית החשמלית שלו בשעור: $\Delta W = V_0 \cdot \Delta q$.



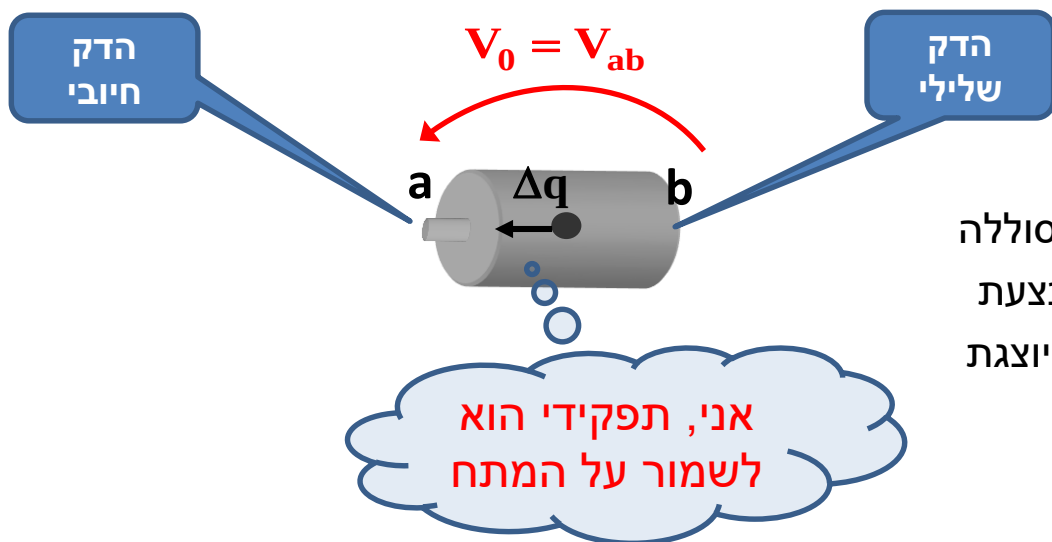
▶ אם המטען הכולל שעבר מההדק השלילי של הסוללה אל ההדק החיובי הוא Q , אזי העבודה הכוללת שמבצעת הסוללה תהיה סכימת כל העבודות החלקיות, כלומר:

$$W_{(סוללה)} = \sum_i V_0 \cdot \Delta q_i = V_0 \sum_i \Delta q_i = V_0 \cdot Q$$

$$W_{(סוללה)} = V_0 \cdot Q$$

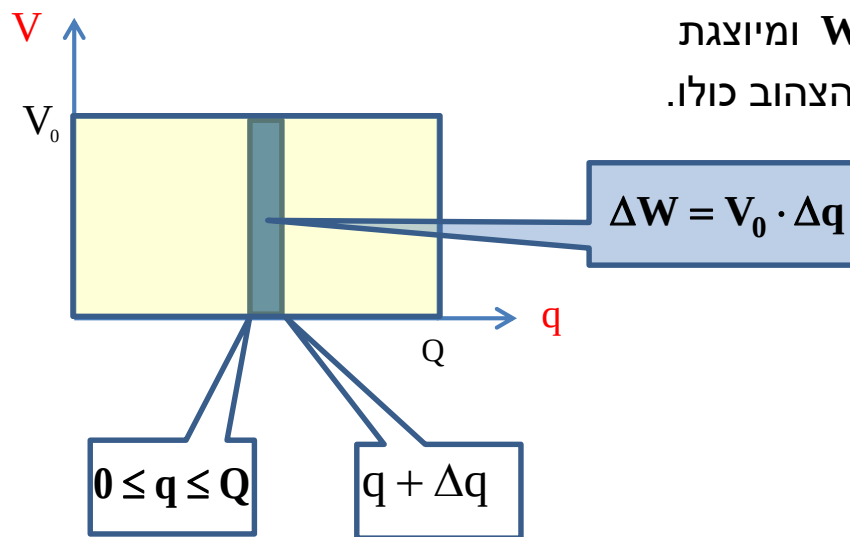
הגרף המייצג את עבודת הסוללה

▶ תפקיד הסוללה הוא לשמור על מתח קבוע בין הדקיה.



▶ לכן, על כל מטען חלקי q ה"נדחף" דרך הסוללה מההדק השלילי אל ההדק החיובי שלה, מבצעת הסוללה עבודה חלקית $\Delta W = V_0 \cdot \Delta q$ המיוצגת בגרף למטה ע"י "שטח" המלבן הכחול.

▶ העבודה הכוללת של הסוללה כאשר מטען Q עובר דרכה, היא: $W = V_0 \cdot Q$ ומיוצגת בגרף למטה ע"י "שטח" המלבן הצהוב כולו.



- ◀ נוח לחקור את היחס בין עבודת הסוללה בעת שהיא טוענת את הקבל, לבין האנרגיה הפוטנציאלית החשמלית שהצטברה בקבל, באמצעות גרף הטעינה של הקבל :

$$V = \frac{1}{C} q \quad (\text{מתח הקבל})$$

V_0 (מתח הסוללה)

אנרגיה נפלטת

V

אנרגיה מנוצלת

Q

$$0 \leq q \leq Q$$

$$q + \Delta q$$

- ◀ נתבונן בעמודה המייצגת העברה מזערית של מטען ממוליך למוליך דרך הסוללה, כאשר הקבל כבר טעון, חלקית, במטען q ($0 \leq q \leq Q$)

- ◀ "שטח" המלבן: $V_0 q$ (אדום + וורוד) בעמודה מייצג את עבודת הסוללה ואילו "שטח" הטרפז (האדום המלא) בעמודה מייצג את תוספת האנרגיה של הקבל.

- ◀ הסוללה מבצעת עבודה רבה יותר מתוספת האנרגיה של הקבל, כלומר הסוללה היא בזבזנית ועובדת "קשה מדי". ההפרש בין עבודת הסוללה לבין תוספת האנרגיה של הקבל מתקבל כאנרגיה הנפלטת לסביבה כחום/קרינה.

- ◀ עבור טעינה מלאה של הקבל-עבודת הסוללה ("שטח" המלבן המקווקו באדום) כפולה (פי 2) מאנרגיית הקבל הטעון ("שטח" המשולש הכתום).

$$W(\text{סוללה}) = 2U(\text{קבל})$$

כלומר :

◀ **מחברים קבל בעל קיבול C לסוללה אשר המתח בין הדקיה הוא V_0 . מחכים עד אשר הקבל יטען טעינה מלאה.**

א- מהו מטענו Q של הקבל?

ב- מהי האנרגיה הפוטנציאלית של הקבל?

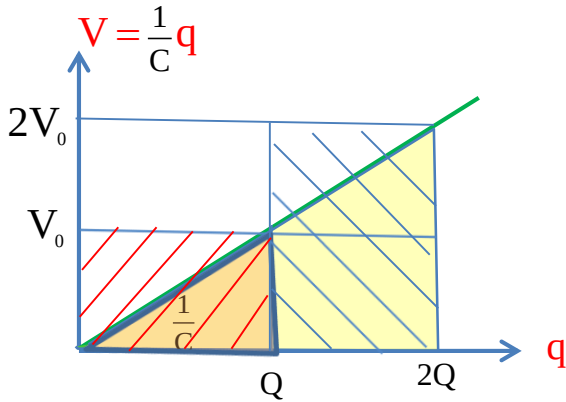
ג- כמה עבודה השקיעה הסוללה בטעינת הקבל?

ד- מהו היחס בין עבודת הסוללה לבין אנרגית הקבל?

◀ **כעת מנתקים את הקבל מהסוללה (לאחר הניתוק הקבל נשאר טעון) ומחברים אליו סוללה בעלת מתח $2V_0$. סוללה זו ממשיכה לטעון את הקבל עד לטעינה מלאה.**

ה- חשבו את היחס בין עבודת הסוללה החדשה לבין תוספת האנרגיה הפוטנציאלית של הקבל.

◀ נסרטט את גרף הטעינה של הקבל:



א- מטען הקבל לאחר שנטען ע"י הסוללה הראשונה
הוא: $Q = C \cdot V_0$

ב- אנרגיית הקבל היא: $U = \frac{1}{2} Q \cdot V_0$ ("שטח" המשולש הכתום).

ג- עבודת הסוללה היא: $W = Q \cdot V_0$ ("שטח" המלבן המקווקו באדום).

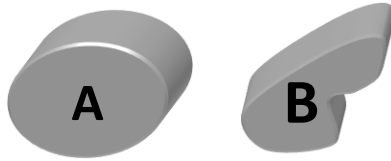
ד- $W:U = 2:1$

ה- היחס בין עבודת הסוללה החדשה לבין תוספת האנרגיה הפוטנציאלית של הקבל הוא היחס בין "שטח" המלבן המקווקו בכחול (בין Q ל 2Q) לבין "שטח" הטרפז הצהוב.
אין צורך לחשב ממש את ה"שטחים" שכן מדובר **ביחס** ביניהם ולא ב"שטחים" עצמם.
"שטח" המלבן המקווקו מהווה 4 יחידות יחס ו"שטח" הטרפז הצהוב מהווה 3 יחידות יחס.

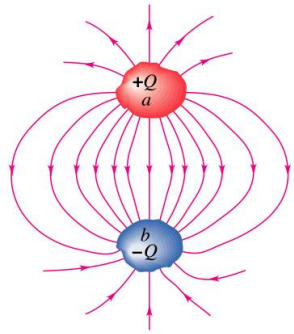
לכן :

$$\frac{W(\text{עבודת הסוללה החדשה})}{\Delta U(\text{תוספת האנרגיה של הקבל})} = \frac{4}{3}$$

◀ **קבל חשמלי** הוא מערכת חשמלית המורכבת משני מוליכים כלשהם : A ו B הנמצאים זה לצד זה ומבודדים זה מזה :



◀ **קבל חשמלי טעון** הוא קבל אשר שני המוליכים שלו טעונים במטענים שווי גודל ומנוגדי סימן.



◀ **מטען הקבל** מוגדר כגודל המטען (בערכו המוחלט) הנמצא על **אחד** המוליכים מהם מורכב הקבל.

ניתן גם להגדיר את מטען הקבל כמטען המועבר ממוליך למוליך בתהליך טעינת הקבל. כלומר, בהתחלה המוליכים ניטרליים ואחר כך עובר מטען ממוליך אחד למשנהו.

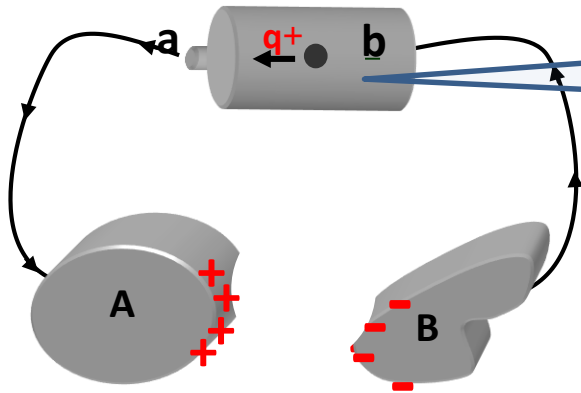
◀ **מתח הקבל** מוגדר כהפרש הפוטנציאלים שבין המוליך שמטענו חיובי לבין המוליך שמטענו שלילי:

$$V \equiv V_{(+)} - V_{(-)}$$

◀ **סוללה חשמלית** היא אלמנט אקטיבי (פעיל), כלומר אלמנט מבצע עבודה אשר יוצר פעילות במערכת.

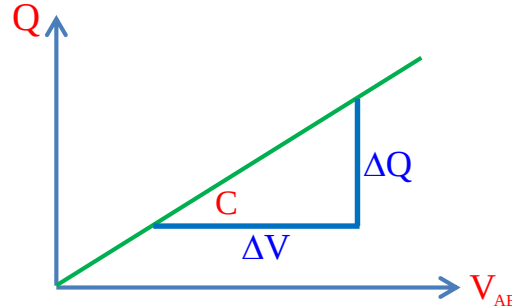


◀ **חיבור סוללה לקבל** הנן חיבור הדקי הסוללה לשני מוליכים המופרדים פיסית זה מזה. (ראו איור) :



הסוללה מהווה פְּעִין "משאבת מטענים" וגורמת למעבר מטענים חיוביים (במונחי זרם מוסכם) ממוליך B אל מוליך A

◀ **גרף הטעינה של הקבל והגדרת הקיבול C:**



$$C \equiv \frac{Q}{V_{AB}} = \frac{\Delta Q}{\Delta V_{AB}}$$

$$[C] = \frac{[Q]}{[V]} = \frac{\text{Coulomb}}{\text{Volt}} = \text{Farad} = [F]$$

◀ **יחידת הקיבול** (בשיטת היחידות S.I) היא פָּרַד:

◀ **אנרגיה פוטנציאלית של מערך מטענים:**

מוגדרת כעבודת הבנייה של המערכת בתהליך קוואזיסטטי (תהליך איטי מאד מבלי להקנות אנרגיה קינטית לחלקיקים):

$$U = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n V_i Q_i$$

◀ **האנרגיה הפוטנציאלית החשמלית האצורה בקבל טעון:** $U(\text{קבל טעון}) = \frac{1}{2} VQ = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{Q^2}{2C}$

◀ **עבודת הסוללה בעלת מתח V_0 כשהיא טוענת קבל במטען Q :** $W(\text{סוללה}) = V_0 \cdot Q$

עבור טעינה מלאה של הקבל-עבודת הסוללה כפולה (פי 2) מאנרגיית הקבל הטעון.

$$W(\text{סוללה}) = 2U(\text{קבל})$$

נספח - אנרגיה פוטנציאלית חשמלית של מערך n חלקיקים (1)

בתחילה נמצאים כל החלקיקים הטעונים במרחק אינסופי זה מזה.

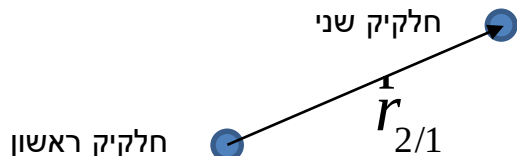
שלב א'- נסיע באיטיות רבה את חלקיק מספר 1 מאינסוף אל מקומו. נסמן עבודה זו ב W_1 . עבודה זו שווה לאפס שכן המרחב ריק ואין "נגד מי" לעבוד.

$$W_1 = 0$$

● חלקיק ראשון

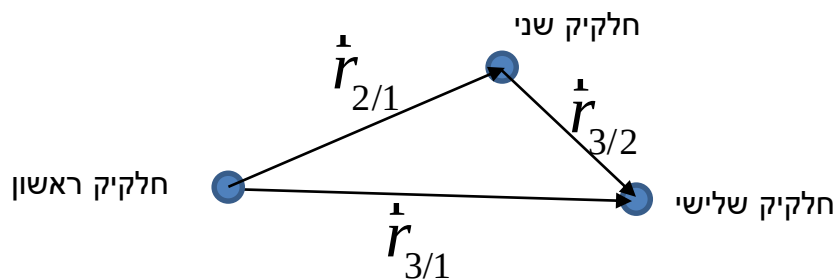
שלב ב'- נסיע באיטיות רבה את חלקיק מספר 2 מאינסוף אל מקומו. נסמן עבודה זו ב W_2 .

$$W_2 = \frac{kQ_1Q_2}{r_{2/1}}$$



שלב ג'- נסיע באיטיות רבה את חלקיק מספר 3 מאינסוף אל מקומו. נסמן עבודה זו ב W_3 .

$$W_3 = \frac{KQ_3Q_1}{r_{3/1}} + \frac{KQ_3Q_2}{r_{3/2}}$$



וכך הלאה...

כעת נסכום את העבודות:

$$W_{TOTAL} = W_1 + W_2 + W_3 + \dots = \frac{kQ_2Q_1}{r_{2/1}} + \frac{KQ_3Q_1}{r_{3/1}} + \frac{KQ_3Q_2}{r_{3/2}} + \dots$$

◀ וברישום מקוצר :

$$(1) \quad W_{TOTAL} = \sum_{i=1}^n W_i = \sum_{i=1}^n \frac{KQ_i Q_j}{r_{ij}} \quad (\text{לכל } i, j \text{ השונים זה מזה})$$

◀ בסיוע נוסחא זו ניתן להפיק נוסחא נוספת, שימושית מאד עבור מקרים בהם מערך החלקיקים מכיל מספר גדול מאד של חלקיקים, ובעיקר כאשר אוסף החלקיקים נמצא על פני מוליך (שהוא, כזכור, שווה פוטנציאל). לשם פשטות, נמחיש זאת על מערך בן 3 חלקיקים בלבד, אך כמובן שהתוצאה ניתנת להכללה.

1. על פי נוסחא (1), האנרגיה הפוטנציאלית החשמלית של מערך המורכב משלושה חלקיקים טעונים :

$$U = W_1 + W_2 + W_3 = \frac{kQ_2 Q_1}{r_{2/1}} + \frac{KQ_3 Q_1}{r_{3/1}} + \frac{KQ_3 Q_2}{r_{3/2}}$$

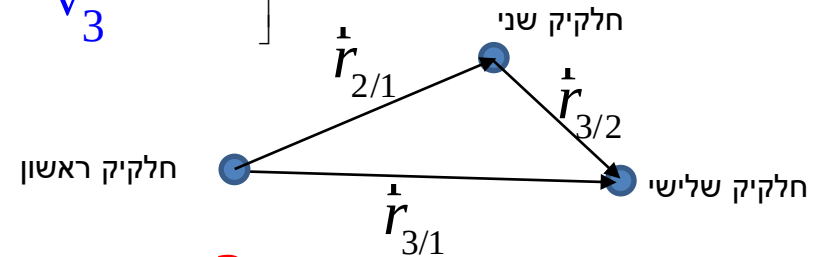
2. נרשום כל איבר פעמיים ונחלק את התוצאה ב: 2.

$$W_{TOTAL} = W_1 + W_2 + W_3 = \frac{1}{2} \left[\frac{2kQ_2 Q_1}{r_{2/1}} + \frac{2KQ_3 Q_1}{r_{3/1}} + \frac{2KQ_3 Q_2}{r_{3/2}} \right]$$

נספח - אנרגיה פוטנציאלית חשמלית של מערך n חלקיקים (3)

3. נפתח ונכנס איברים :

$$W_{\text{TOTAL}} = \frac{1}{2} \left[\underbrace{\left(\frac{kQ_2 + kQ_3}{\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_{2/1}} + \frac{1}{r_{3/1}} \right)} \right)}_{V_1} \cdot Q_1 + \underbrace{\left(\frac{kQ_1 + kQ_3}{\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_{1/2}} + \frac{1}{r_{3/2}} \right)} \right)}_{V_2} \cdot Q_2 + \underbrace{\left(\frac{kQ_1 + kQ_2}{\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_{1/3}} + \frac{1}{r_{2/3}} \right)} \right)}_{V_3} \cdot Q_3 \right]$$



4. לפיכך נקבל :

$$W_{\text{TOTAL}} = \frac{1}{2} [V_1 \cdot Q_1 + V_2 \cdot Q_2 + V_3 \cdot Q_3] = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 V_i \cdot Q_i$$

ובהכללה :

$$U = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n V_i Q_i$$

הערה : דרך נוספת לחישוב אנרגיה פוטנציאלית חשמלית של מערכת חלקיקים טעונים מתייחסת לאנרגיה האצורה בשדה החשמלי הנוצר בגין מערך החלקיקים והשווה בכל המרחב. לפי:

$$U = \frac{\epsilon_0}{2} \int_V E^2 dV \quad \neq \quad \frac{\epsilon_0}{2} \iiint_{\text{Cartesian}} E^2 dx dy dz \quad (\text{כאן } V \text{ מהווה נפח})$$