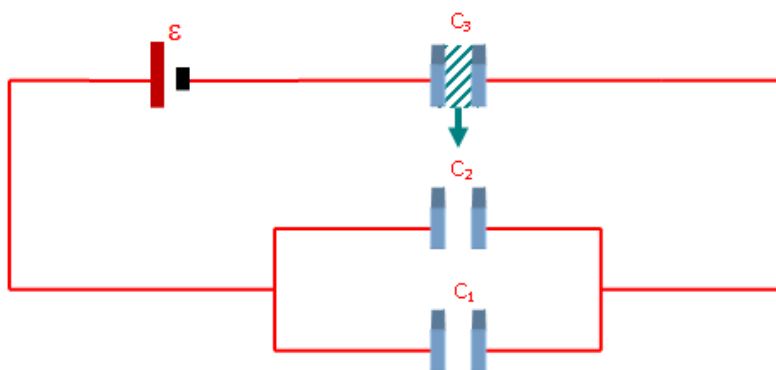


חשמל ומגנטיות

## תרגול שבוע 2 – דיאלקטריות



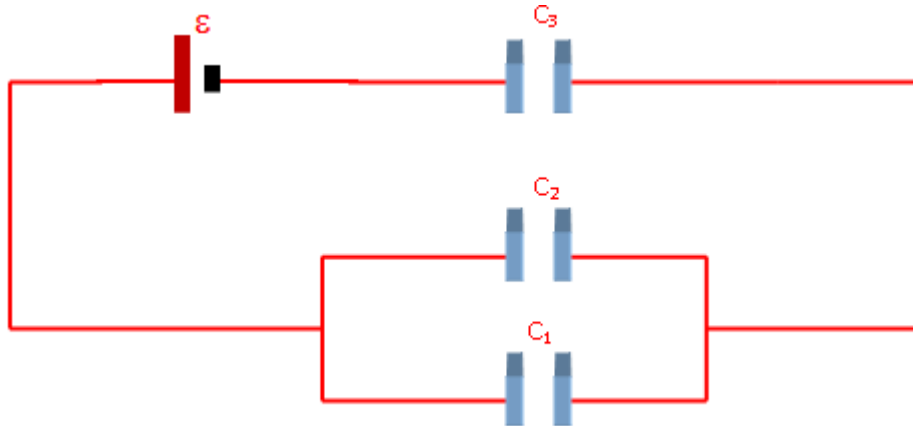
במעגל שמתואר בתרשים הקיבול של כל אחד מהקבלים הוא:  $C_1 = C_2 = C_3 = C$ , והכא"מ של מקור המתח

הוא  $\varepsilon$ . נתונים:  $C$  ו- $\varepsilon$ .

א. חשבו את:

1. המתח על כל אחד משלושת הקבלים.

2. המטען על כל אחד משלושת הקבלים.

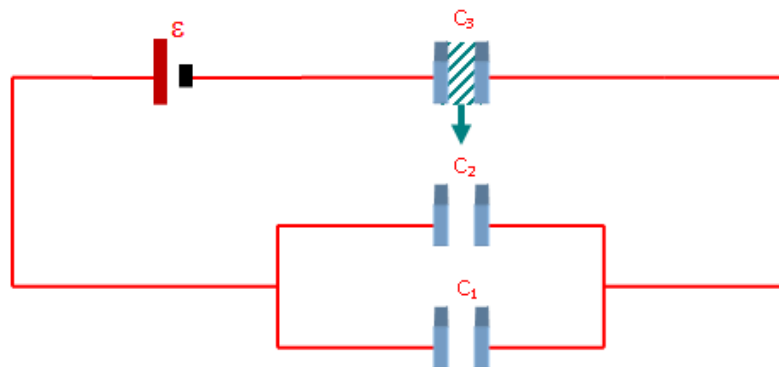


ב. מכניסים חומר מבודד בעל קבוע דיאלקטרי  $\varepsilon_r$  בין הלוחות של  $C_3$ . חשבו את:

1. המטען על כל אחד משלושת הקבלים.

2. העבודה הדרושה על מנת להכניס את

החומר המבודד לתוך הקבל.



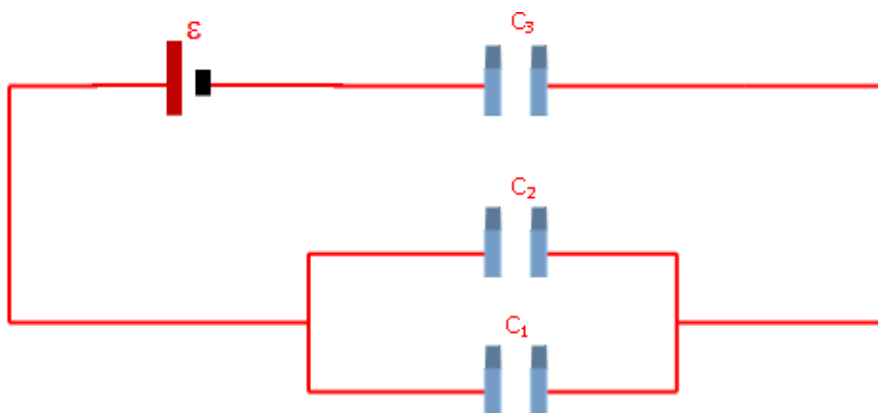
ג. לאחר הכנסת החומר המבודד בין לוחות הקבל  $C_3$ , מנתקים את מקור המתח ואחר-כך מוצאים

את החומר המבודד מבין לוחות הקבל  $C_3$ . האם הוצאת המבודד גורמת לשינוי במתח על כל

אחד מהקבלים? הסבירו.

במעגל שמתואר בתרשים הקיבול של כל אחד מהקבלים הוא:  $C_1=C_2=C_3=C$ , והכא"מ של מקור המתח הוא  $\varepsilon$ . נתונים:  $C$  ו- $\varepsilon$ .

א. 1+2: חשבו את המתח והמטען על כל אחד משלושת הקבלים.



$$C_{1,2} = C_1 + C_2 = C + C = 2C$$

$$C_{1,2,3} = \frac{C_{1,2} \cdot C_3}{C_{1,2} + C_3} = \frac{2C \cdot C}{2C + C} = \frac{2C^2}{3C} = \frac{2}{3}C$$

$$Q_T = C_T \cdot V_T = \frac{2}{3}C \cdot \varepsilon$$

$$Q_T = Q_3 = \frac{2}{3}C \cdot \varepsilon$$

$$V_3 = \frac{Q_3}{C_3} = \frac{\frac{2}{3}C \cdot \varepsilon}{C} = \frac{2}{3}\varepsilon$$

$$V_1 = V_2 = \varepsilon - \frac{2}{3}\varepsilon = \frac{1}{3}\varepsilon$$

$$Q_1 = V_1 \cdot C_1 = \frac{1}{3}\varepsilon \cdot C$$

$$Q_2 = V_2 \cdot C_2 = \frac{1}{3}\varepsilon \cdot C$$

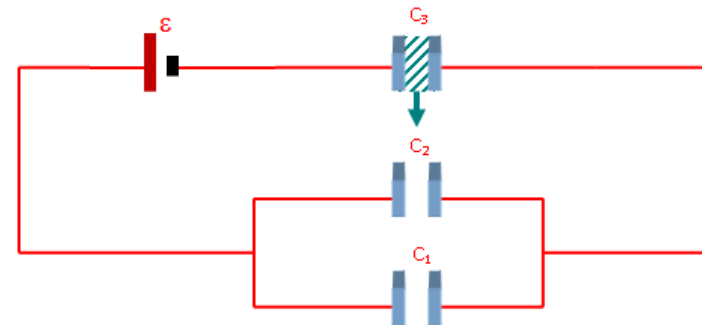
ב. 1. המטען על כל אחד משלושת הקבלים לאחר הכנסת החומר המבודד:

$$C_{1,2} = C_1 + C_2 = C + C = 2C$$

$$C_3 = \epsilon_r \cdot C$$

$$C_{1,2,3} = \frac{C_{1,2} \cdot C_3}{C_{1,2} + C_3} = \frac{2C \cdot \epsilon_r \cdot C}{2C + \epsilon_r \cdot C} = \frac{2C^2 \cdot \epsilon_r}{C(2 + \epsilon_r)} = \frac{2C \cdot \epsilon_r}{2 + \epsilon_r}$$

$$Q_T = Q_3 = C_T \cdot V_T = \frac{2C \cdot \epsilon_r}{2 + \epsilon_r} \cdot \epsilon$$



2. העבודה הדרושה על מנת להכניס את החומר המבודד :

$$V_3 = \frac{Q_3}{C_3} = \frac{\frac{2C \cdot \epsilon_r}{2 + \epsilon_r} \cdot \epsilon}{\epsilon_r \cdot C} = \frac{2\epsilon}{2 + \epsilon_r}$$

$$V_1 = V_2 = \epsilon - \frac{2\epsilon}{2 + \epsilon_r} = \epsilon \cdot \left(1 - \frac{2}{2 + \epsilon_r}\right)$$

$$Q_1 = V_1 \cdot C_1 = C \cdot \epsilon \cdot \left(1 - \frac{2}{2 + \epsilon_r}\right)$$

$$Q_2 = V_2 \cdot C_2 = C \cdot \epsilon \cdot \left(1 - \frac{2}{2 + \epsilon_r}\right)$$

$$U_{P0} = \frac{C_T \cdot V_0^2}{2} = \frac{\frac{2}{3}C \cdot \epsilon^2}{2} = \frac{1}{3}C \cdot \epsilon^2$$

$$U_{P2} = \frac{C_2 \cdot V_T^2}{2} = \frac{\frac{2C \cdot \epsilon_r}{2 + \epsilon_r} \cdot \epsilon^2}{2} = \frac{C \cdot \epsilon_r}{2 + \epsilon_r} \cdot \epsilon^2$$

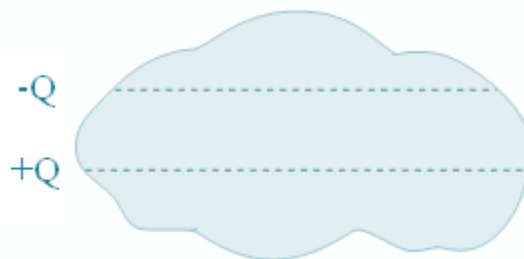
$$W = U_{PT} - U_{P0} = \frac{C \cdot \epsilon_r}{2 + \epsilon_r} \cdot \epsilon^2 - \frac{1}{3}C \cdot \epsilon^2 = C \cdot \epsilon^2 \left(\frac{\epsilon_r}{2 + \epsilon_r} - \frac{1}{3}\right)$$

ג. לאחר הכנסת החומר המבודד, ניתוק מקור המתח ואחר-כך הוצאת החומר המבודד מבין לוחות הקבל

תגרום לשינוי במתח על פני כל אחד מהקבלים. המטען הכולל אינו משתנה אבל הקיבול משתנה

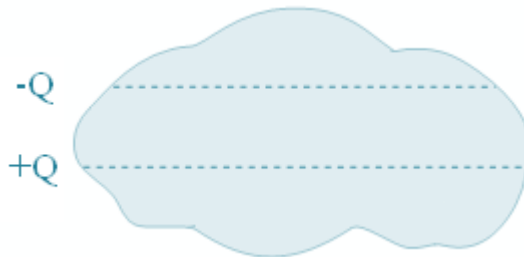
ומכאן שהמתח משתנה.

על-פי מודל פשוט, אפשר להסתכל על ענן סערה כעל זוג לוחות מקבילים של קבל (ראו תרשים),  
ובניהם חומר שהקבוע הדיאלקטרי היחסי שלו הוא 1.2.



נשתמש במודל זה עבור ענן סערה מסוים, שבו השטח של כל לוח הוא  $2 \cdot 10^6 \text{m}^2$ , המרחק בין הלוחות הוא 500m, והאנרגיה האגורה בקבל היא:  $U_p = 8.5 \cdot 10^6 \text{J}$ .

- א. חשבו את קיבול הקבל.
- ב. חשבו את המתח השורר בין לוחות הקבל.
- ג. חשבו את גודל השדה החשמלי בין לוחות הקבל.
- ד. חשבו את המטען על לוח אחד של הקבל.



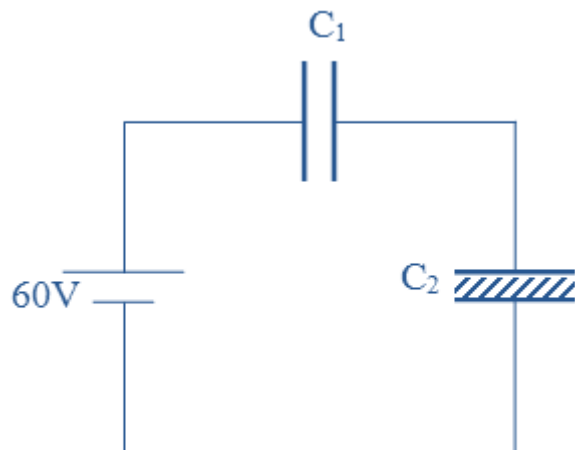
$$C = \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot A}{d} = \frac{8.85 \cdot 10^{-12} \cdot 1.2 \cdot 2 \cdot 10^7}{500} = 0.0425 \mu F \quad \text{א.}$$

$$U_p = \frac{1}{2} \cdot C \cdot V^2 \Rightarrow 8.5 \cdot 10^6 = \frac{1}{2} \cdot 0.0425 \cdot 10^{-6} \cdot V^2 \Rightarrow V = 2 \cdot 10^7 V \quad \text{ב.}$$

$$E = \frac{V}{d} = \frac{2 \cdot 10^7}{500} = 4 \cdot 10^4 \frac{N}{C} \quad \text{ג.}$$

$$Q = V \cdot C = 2 \cdot 10^7 \cdot 0.0425 \cdot 10^{-6} = 0.85 C \quad \text{ד. המטען על לוח אחד:}$$

במעגל שמתואר בתרשים א', הקיבול של  $C_1$  הוא  $8\mu\text{F}$ . בין הלוחות של  $C_2$  נמצא חומר מבודד בעל קבוע דיאלקטרי יחסי  $\epsilon_r = 3$ . הקיבול של  $C_2$  עם החומר המבודד הוא  $24\mu\text{F}$ .



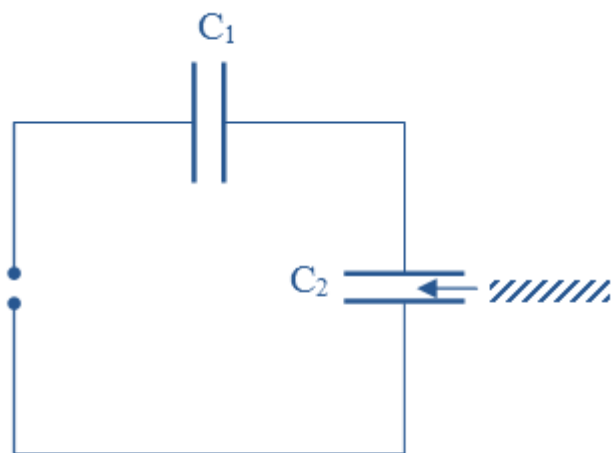
תרשים א'

א. חשב את:

- (1) המתח על כל אחד משני הקבלים.
- (2) האנרגיה החשמלית הכוללת, האגורה בשני הקבלים הטעונים.

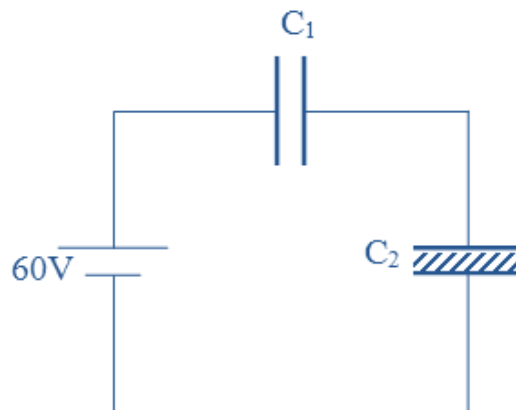
ב. מוציאים את החומר המבודד מבין לוחות הקבל. חשב את:

- (1) המתח על כל אחד מהקבלים במצב זה
- (2) האנרגיה החשמלית הכוללת, האגורה בשני הקבלים.



תרשים ב'

- ג. לאחר הוצאת החומר המבודד מבין לוחות הקבל  $C_2$ , מנתקים את מקור המתח, ואחר כך מחזירים את החומר המבודד אל בין הלוחות של  $C_2$  (ראה תרשים ב').
- האם החזרת החומר המבודד גורמת לשינוי במתח על כל אחד מהקבלים? הסבר.



תרשים א'

א. (1) נמצא תחילה את הקיבול השקול של שני הקבלים:

$$C_T = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} = \frac{8 \cdot 24}{8 + 24} = 6 \mu F$$

המטען על הקבל השקול:

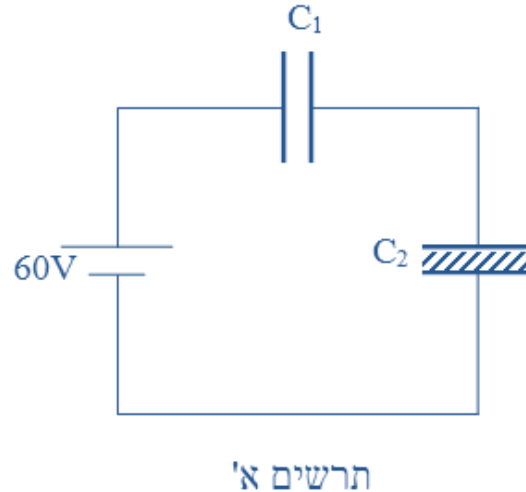
$$Q_T = V \cdot C_T = 60 \cdot 6 \cdot 10^{-6} = 3.6 \cdot 10^{-4} C$$

מטען זה הוא גם המטען על כל אחד מהקבלים המחוברים בטור, לכן:

$$V_2 = \frac{Q_T}{C_2} = \frac{3.6 \cdot 10^{-4}}{24 \cdot 10^{-6}} = 15V \quad V_1 = \frac{Q_T}{C_1} = \frac{3.6 \cdot 10^{-4}}{8 \cdot 10^{-6}} = 45V$$

(2) האנרגיה החשמלית הכוללת U בשני הקבלים הטעונים:

$$U = \frac{C_1 \cdot V_1^2}{2} + \frac{C_2 \cdot V_2^2}{2} = \frac{8 \cdot 10^{-6} \cdot 45^2}{2} + \frac{24 \cdot 10^{-6} \cdot 15^2}{2} = 1.08 \cdot 10^{-2} J$$



$$C_2' = \frac{C_2}{3} = \frac{24 \cdot 10^{-6}}{3} = 8 \cdot 10^{-6} F$$

ב. (1) הקיבול החדש  $C_2'$  הוא עתה:

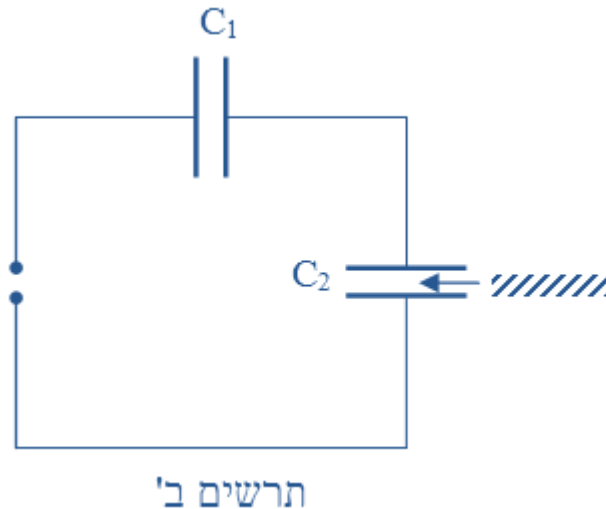
מאחר ולשני הקבלים יש קיבול זהה המתח מתחלק עליהם באופן שווה :  $V_1' = V_2' = 30V$

(2) למציאת האנרגיה החשמלית הכוללת נמצא תחילה את הקיבול השקול החדש:

$$C_T' = \frac{8 \cdot 10^{-6} \cdot 8 \cdot 10^{-6}}{8 \cdot 10^{-6} + 8 \cdot 10^{-6}} = 4 \cdot 10^{-6} F$$

$$: U_{\text{א}}' = \frac{C_T' \cdot V_T'^2}{2} = \frac{4 \cdot 10^{-6} \cdot 60^2}{2} = 7.2 \cdot 10^{-3} J$$

$$U' = \frac{C_1 \cdot V_1'^2}{2} + \frac{C_2 \cdot V_2'^2}{2} = \frac{8 \cdot 10^{-6} \cdot 30^2}{2} + \frac{8 \cdot 10^{-6} \cdot 30^2}{2} = 7.2 \cdot 10^{-3} J$$



ג. מאחר והמעגל פתוח כמות המטען על פני כל אחד מהקבלים אינה משתנה והיא שווה ל :

$$Q = Q_1 = Q_2 = V_1 \cdot C_1 = V_2 \cdot C_2 = 30 \cdot 8 \cdot 10^{-6} = 2.4 \cdot 10^{-4} C$$

לגבי הקבל שקיבולו  $C_1$ : המטען  $Q$  קבוע ו- $C_1$  קבוע, ולכן  $V_1$  אינו משתנה כלומר :  $V_1 = 30V$ .

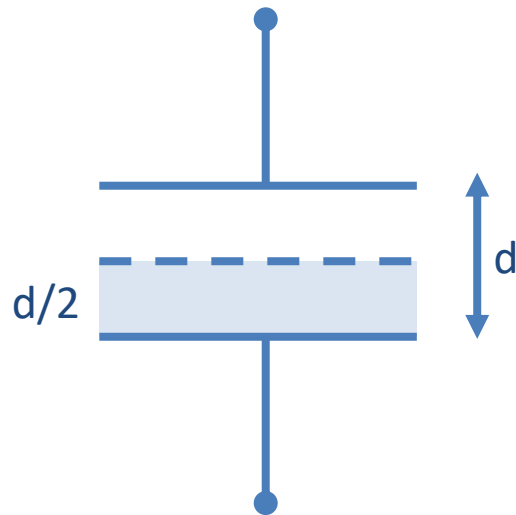
לגבי הקבל שקיבולו  $C_2$ : המטען  $Q$  קבוע ו- $C_2$  משתנה עם הכנסת החומר הדיאלקטרי; לכן  $V_2$

משתנה לאחר הגדלת הקיבול. הקיבול החדש הוא שוב:  $C_2 = 24 \cdot 10^{-6} F$  מכאן:

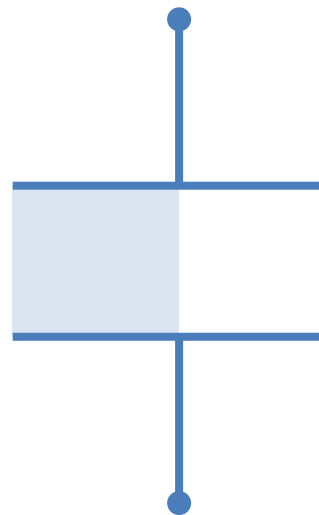
$$V_2 = \frac{Q}{C_2} = \frac{2.4 \cdot 10^{-4}}{24 \cdot 10^{-6}} = 10V$$

לסיכום: המתח על פני הקבל  $C_1$  יהיה  $30V$  ועל פני הקבל  $C_2$   $10V$ .

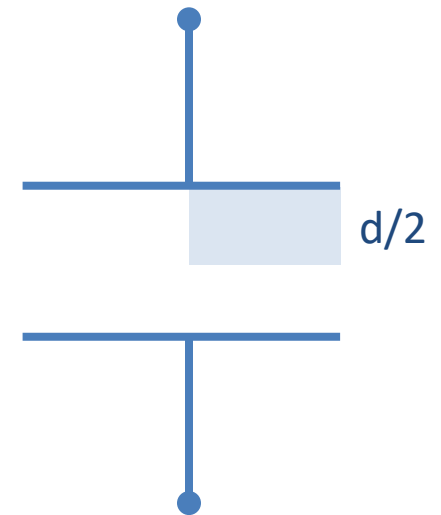
מהו הקיבול של קבל לוחות ששטח לוחותיו  $A$  והמרחק בין לוחותיו  $d$  אם הוכנס חומר דיאלקטרי בעל קבוע דיאלקטרי יחסי  $\epsilon_r$  בכל אחת מהצורות הבאות:



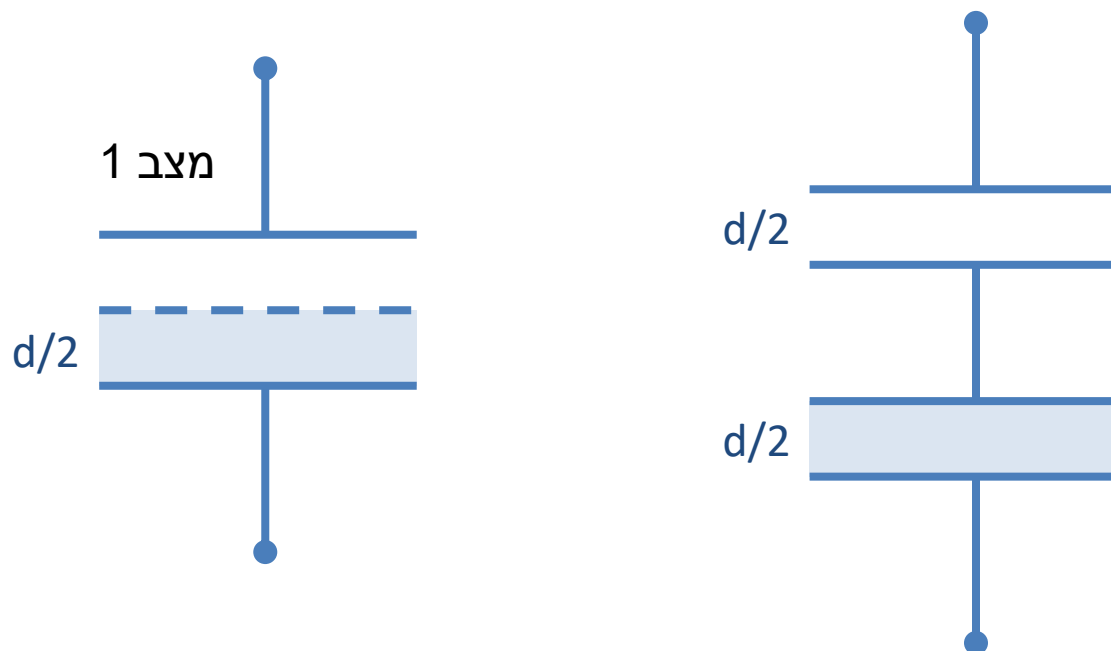
מצב 1



מצב 2

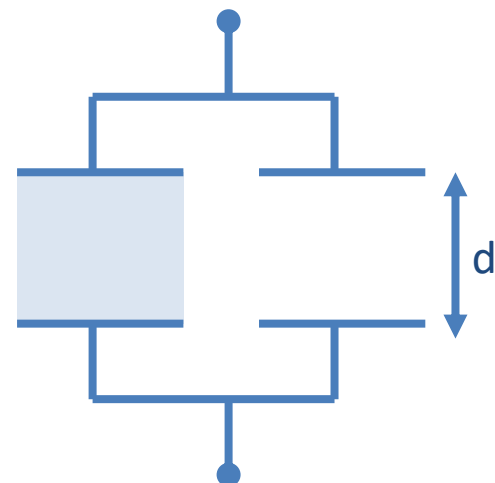
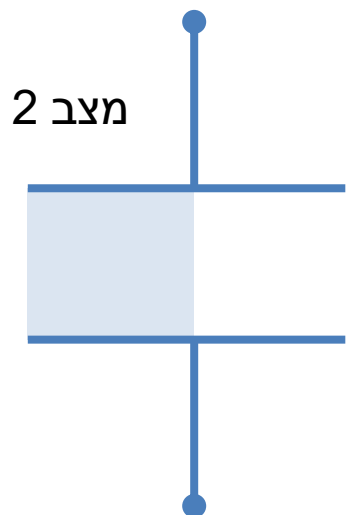


מצב 3



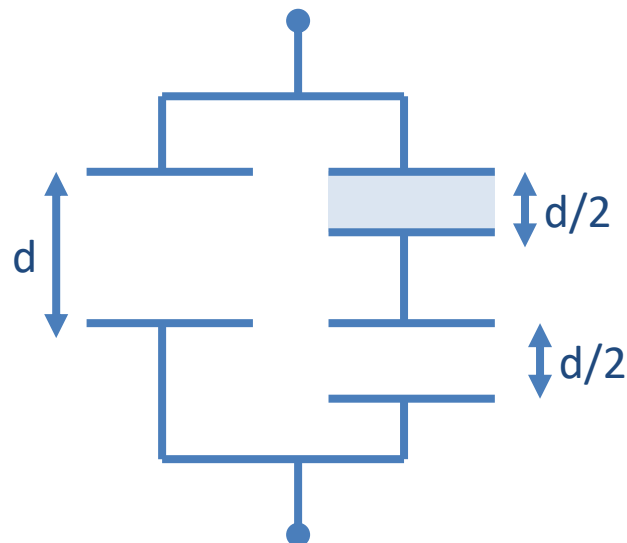
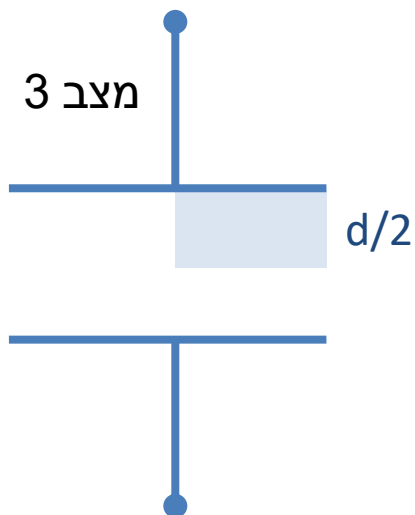
החיבור הוא חיבור מקבילי של שני קבלים:  $C_T = C_1 + C_2$

$$C_T = \frac{\epsilon_0 \cdot \frac{A}{2}}{d} + \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{A}{2}}{d} = \frac{\epsilon_0 \cdot A}{d} \cdot \frac{1}{2} (1 + \epsilon_r) = C_0 \cdot \left( \frac{1 + \epsilon_r}{2} \right)$$



החיבור הוא חיבור טורי של שני קבלים:  $C_T = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$

$$C_T = \frac{\frac{\epsilon_0 \cdot A}{\frac{d}{2}} \cdot \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot A}{\frac{d}{2}}}{\frac{\epsilon_0 \cdot A}{\frac{d}{2}} + \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot A}{\frac{d}{2}}} = \frac{\frac{\epsilon_0 \cdot A}{\frac{d}{2}} \cdot \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot A}{\frac{d}{2}}}{\frac{\epsilon_0 \cdot A}{\frac{d}{2}} \cdot (1 + \epsilon_r)} = \frac{\frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot A}{\frac{d}{2}}}{(1 + \epsilon_r)} = \frac{\frac{2 \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot A}{d}}{(1 + \epsilon_r)} = \frac{\frac{\epsilon_0 \cdot A}{d} \cdot 2\epsilon_r}{(1 + \epsilon_r)} = C_0 \cdot \frac{2\epsilon_r}{(1 + \epsilon_r)}$$



החיבור הוא חיבור מעורב שני הקבלים הימניים מחוברים בטור והם במקביל לקבל השמאלי:  $C_T = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} + C_3$

$$C_T = \frac{\frac{\epsilon_0 \cdot \frac{A}{2}}{\frac{d}{2}} \cdot \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{A}{2}}{\frac{d}{2}}}{\frac{\epsilon_0 \cdot \frac{A}{2}}{\frac{d}{2}} + \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{A}{2}}{\frac{d}{2}}} + \frac{\epsilon_0 \cdot \frac{A}{2}}{d} = \frac{\frac{\epsilon_0 \cdot \frac{A}{2}}{\frac{d}{2}} \cdot \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{A}{2}}{\frac{d}{2}}}{\frac{\epsilon_0 \cdot \frac{A}{2}}{\frac{d}{2}} \cdot (1 + \epsilon_r)} + \frac{\epsilon_0 \cdot \frac{A}{2}}{d}$$

$$C_T = \frac{\frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{A}{2}}{\frac{d}{2}}}{(1 + \epsilon_r)} + \frac{\epsilon_0 \cdot \frac{A}{2}}{d} = \frac{\epsilon_0 \cdot A}{d} \cdot \left( \frac{\epsilon_r}{(1 + \epsilon_r)} + \frac{1}{2} \right) = C_0 \cdot \left( \frac{\epsilon_r}{(1 + \epsilon_r)} + \frac{1}{2} \right)$$