

تعليمات للطلاب

طلابنا الأعزاء امامكم تلخيص لموضوع المتواليات الحسابية
أولا شرح لموضوع المتواليات الحسابية
ثانيا امثلة محلولة
ثالثا أسئلة مطلوب منكم حلها للتدريب
وفي نهاية الملف هنالك تمارين يجب حلها وارسال الحل لمعلم الموضوع

المتواليات الحسابية

المرحلة الأولى

علينا أن نعرف في بداية الدرس معنى متوالية حسابية، المتوالية الحسابية مكونة من مجموعة أعداد الفرق بين كل العدد والعدد التالي هو فرق ثابت ونسمي هذا الفرق "فرق المتوالية" ونرمز له بالحرف d .

نرمز أيضا لكل عدد (حد) في المتوالية بالحرف a

الحد بالمكان الأول يكون a_1

الحد بالمكان الثاني يكون a_2

الحد بالمكان الثالث يكون a_3

.

.

الحد بالمكان n يكون a_n (n هو رمز لمكان الحد بشكل عام)

تكون المتوالية الحسابية اما تصاعدية أو تنازلية

○ في المتوالية الحسابية التصاعدية كلما اتجهنا الى اليمين فإن الاعداد تكبر

مثال:

6, 12, 18, 24.....

في هذا المثال فرق المتوالية هو 6 أي أن $d = 6$

○ في المتوالية الحسابية التنازلية كلما اتجهنا الى اليمين فإن الاعداد تصغر

مثال:

50, 45, 40, 35.....

في هذا المثال فرق المتوالية هو -5 أي ان حدود المتوالية تصغر في كل المرة ب 5

هنا $d = -5$

تنبيه: لحساب فرق المتوالية نقوم بطرح أي حد فيها من الحد التالي أي ان:

$$d = a_2 - a_1$$

$$d = a_3 - a_2 \quad \text{او}$$

.

.

$$d = a_{n+1} - a_n \quad \text{قانون:}$$



معداة متوالية مكونة من 6 حدود

5, 8, 11...

1. جد فرق المتوالية

فرق المتوالية هو الفرق بين الحد والحد الذي يليه

وتتم حسابة الفرق بالطريقة التالية:

$$d = 8 - 5$$

$$d = 3$$

2. جد الحد السادس

لإيجاد الحد السادس يمكننا ببساطة اكمال المتوالية حتى نصل لهذا الحد بهذه الطريقة:

5, 8, 11, 14, 17, 20

الحد السادس (أي ان الحد بالمكان السادس) هو 20 ونكتب $a_6 = 20$

3. جد مجموع حدود المتوالية

نحسب مجموع حدود المتوالية

$$5+8+11+14+17+20 = 75$$

مثال اخر

معطى الحد الأول في المتوالية وفرق المتوالية: $d=5$ $a_1 = 1$

1. جد الحد الرابع

لإيجاد الحد الرابع نكمل المتوالية $1, 6, 11, 16$ $a_4 = 16$

2. جد مجموع الحدود الأربعة $1+6+11+16 = 34$

تمارين للحل

السؤال الاول:

معطاة متوالية مكونة من 7 حدود

2 , 7 , 12 ...

3. جد فرق المتوالية

4. جد الحد السابع

5. جد مجموع حدود المتوالية

السؤال الثانى:

جد الحدود الخمس الأولى في كل واحدة من المتوالات الحسابية:

1. $d = 5$ $a_1 = 1$

2. $d = 2$ $a_1 = 3$

3. $d = -2$ $a_1 = 4$

السؤال الثالث:

أكمل المتواليات التالية:

$$2, _, 6, _, _ \quad d = _ \quad (1)$$

$$1, _, _, 10, _ \quad d = _ \quad (2)$$

$$66, 64, _, _, _ \quad d = _ \quad (3)$$

$$100, _, 80, _, _ \quad d = _ \quad (4)$$

ننتقل الى المرحلة الثانية

هنا سنعرض لكم طلابنا طريقة أخرى لحل أسئلة المتواليات وتمارين أكثر تنوعا استعمال القانون لإيجاد الحد العام في المتوالية

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

في الأسئلة السابقة كنا نكمل المتوالية لإيجاد أي حد، هذه الطريقة صحيحة ولكن إذا طلب منا إيجاد الحد في المكان المئة مثلا فهل سنكمل المتوالية حتى مئة حد؟

القانون أعلاه يمكننا من إيجاد أي حد بالمتوالية دون الحاجة لإكمال المتوالية

قانون اخر يمكن ان نستعمله وهو قانون لإيجاد مجموع حدود المتوالية

قانون المجموع:

$$S_n = \frac{n[2a_1 + (n-1)d]}{2}$$

امثلة محلولة

معطاة المتوالية الحسابية التالية:

7, 11, 15..

1. جد فرق المتوالية

2. جد الحد بالمكان 20

3. جد مجموع الحدود العشرة الأولى

الحل

$$d = 11 - 7 = 4 \quad .1$$

$$a_{20} = a_1 + (20 - 1)d \quad .2$$

$$a_{20} = 7 + (20 - 1)4$$

$$a_{20} = 83$$

3. مجموع الحدود

$$S_n = \frac{n[2a_1 + (n-1)d]}{2}$$

نعوض بالقانون

$$S_{10} = 250$$

ونجد ان

مثال اخر لسؤال من بجروت

يُنتِج مصنع معيّن قِطَع غيار للسيّارات . أنتج المصنع في الشهر الأوّل 1,500 قطعة . بسبب الطلب في السوق، زاد المصنع الإنتاج، وأنتج في كلّ شهر بعد ذلك 200 قطعة أكثر ممّا في الشهر الذي قبله .

أ . كم قطعة أنتج المصنع في الشهر الـ 6 ؟

ب . ما هو مجموع القِطَع التي أنتجها المصنع في الأشهر الـ 12 الأولى ؟

ج . الربح الصافي الذي يجنيه المصنع من بيع كلّ قطعة هو 10 شيقل .

كم ربح المصنع من القِطَع التي أنتجها في الأشهر الـ 12 الأولى ؟

إجابة السؤال 2

أ . عدد القِطَع التي أنتجها المصنع كلّ شهر يشكّل متوالية حسابيّة .

في الشهر الأوّل أنتج المصنع 1500 قطعة : $a_1 = 1500$

في كلّ شهر بعد ذلك أنتج المصنع

200 قطعة أكثر ممّا في الشهر الذي قبله، لذلك : $d = 200$

$$a_6 = a_1 + 5 \cdot d$$

⇓

$$a_6 = 1500 + 5 \cdot 200$$

⇓

عدد القِطَع التي أنتجها المصنع في الشهر الـ 6 هو : $a_6 = 2500$ قطعة

$$S_{12} = \frac{(2a_1 + 11 \cdot d) \cdot 12}{2}$$

⇓

$$S_{12} = \frac{(2 \cdot 1500 + 11 \cdot 200) \cdot 12}{2}$$

⇓

$$S_{12} = 31,200 \text{ قطعة}$$

مجموع القِطَع التي أنتجها المصنع

في الأشهر الـ 12 الأولى هو :

ج . الربح الصافي الذي يجنيه المصنع من القِطَع

$$10 \cdot 31,200 = 312,000 \text{ شيقل}$$

التي أنتجها في الأشهر الـ 12 الأولى هو :

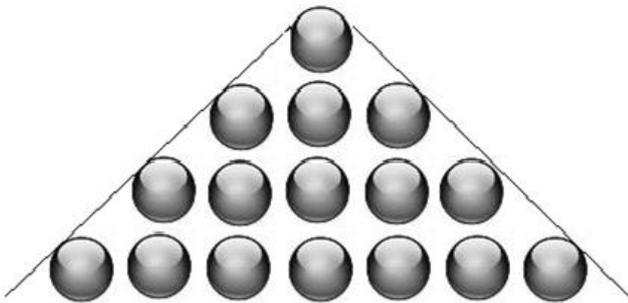
تمارين للحل والتسليم

السؤال الأول:

1. يُنتج مصنع قطع غيار للسيّارات، في الشّهر الأوّل (شهر كانون ثاني) يُنتج 1000 قطعة.
بسبب متطلّبات السّوق، زاد المصنع إنتاجه في كل شهر بـ 100 قطعة أكثر من الشّهر الّذي يسبقه.
أ. ما هو عدد القطع التي أنتجها المصنع في الشّهر الـ 12 (شهر كانون أول)؟
ب. ما هو عدد القطع التي أنتجها المصنع خلال كلّ السّنة (من شهر كانون ثاني حتى كانون أول)؟
ت. الرّبح الصّافي من كل قطعة هو 850 شافلاً.
كم ربح المصنع خلال كلّ السّنة (من شهر كانون ثاني حتى كانون أول)؟

السؤال الثاني:

رُتبت كرات على طاولة بشكل مثلث وفق الشّكل التّالي:
في السّطر الأوّل يوجد كرة واحدة، في السّطر الثّاني يوجد 3 كرات،
في السّطر الثّالث يوجد 5 كرات وهكذا دواليك (انظروا الرّسمة).



أ. كم كرةً يوجد في السّطر العاشر؟

ب. ما هو عدد الكرات المطلوب لبناء مثلث

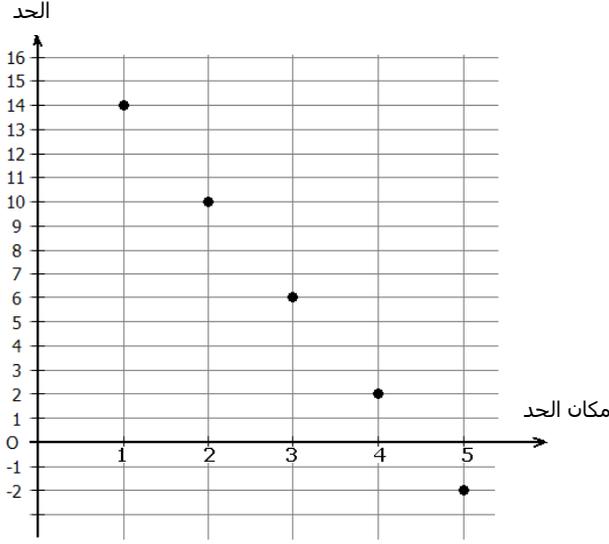
مكوّن من 10 أسطر؟

ت. لبناء مثلث نحتاج لـ 289 كرة. كم سطرًا

من الكرات موجود في المثلث؟

السؤال الثالث:

2. أمامكم رسم بياني يصف الحدود الخمسة الأولى في متوالية حسابية.



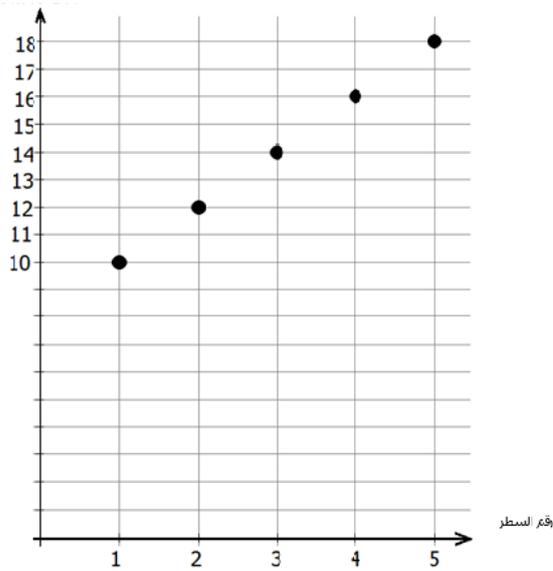
أ. جدوا بناءً على الرسم البياني الحد الأول في المتوالية، وفرق المتوالية.

ب. احسبوا مجموع الحدود العشرة الأولى في المتوالية.

السؤال الرابع:

يصف الرسم البياني التالي عدد الكراسي في قاعة سينما، في كل واحد من الأسطر الخمسة الأولى.

عدد الكراسي



أ. حدّدوا للأسطر الخمسة الأولى، حدّدوا كم كرسيًا يحوي كل سطر أكثر من السطر الذي يسبقه؟

ب. على فرض أنّ الفرق الذي وجدته في البند "أ" يبقى

ثابتًا، جدوا:

(1) كم كرسيًا يوجد في السطر الـ 15؟

(2) في قاعة السينما يوجد 400

مكان للجلوس.

ما هو عدد الأسطر في القاعة؟