

שאלה מספר 1

הגרף שלפניכם מתאר את המהירות כתלות בזמן של שני גופים, A ו-B, הנעים בשני מסלולים מקבילים וישרים. בזמן $t = 0$ שני הגופים נמצאים באותו מקום. הגרף המקווקו מתאר את מהירותו של גוף B.

א. תארו במילים את תנועת כל אחד מהגופים. בתיאורכם התייחסו לסוג התנועה, לכיוון התקדמות, ולגודל המהירות: קבוע, גדל או קטן (6 נקודות)

ב. (1) כתבו משוואת מקום-זמן עבור כל גוף עבור 5 השניות הראשונות (6 נקודות)
נגדיר $X_0 =$

$$X_A = 2t$$

$$X_B = 4t - 0.12t^2$$

(2) האם הגופים חלפו זה לצד זה לאחר תחילת התנועה? אם כן, באיזה זמן התרחשה החליפה לראשונה? אם לא, הסבירו כיצד החלטתם (7 נקודות)

בהמשך 5 השניות הראשונות הם לא נפגשים – ניתן גם לראות גרפית. נתבונן בחמש השניות הבאות:

$$X_A(5 < t < 10) = 10 + 4(t - 5)$$

נשווה את משוואות המקום-זמן של שני הגופים.

$$4t - 0.12t^2 = 10 + 4(t - 5)$$

$$t = 9.1 \text{ sec}$$

ג. חישבו את המהירות הממוצעת של גוף A בין $5 \text{ s} \leq t \leq 20 \text{ s}$. (5 נקודות)

$$\bar{v} = 0$$

ד. במקרה אחר, הקו המקווקו מתאר מהירותו של גוף הנע על מישור משופע חלק.

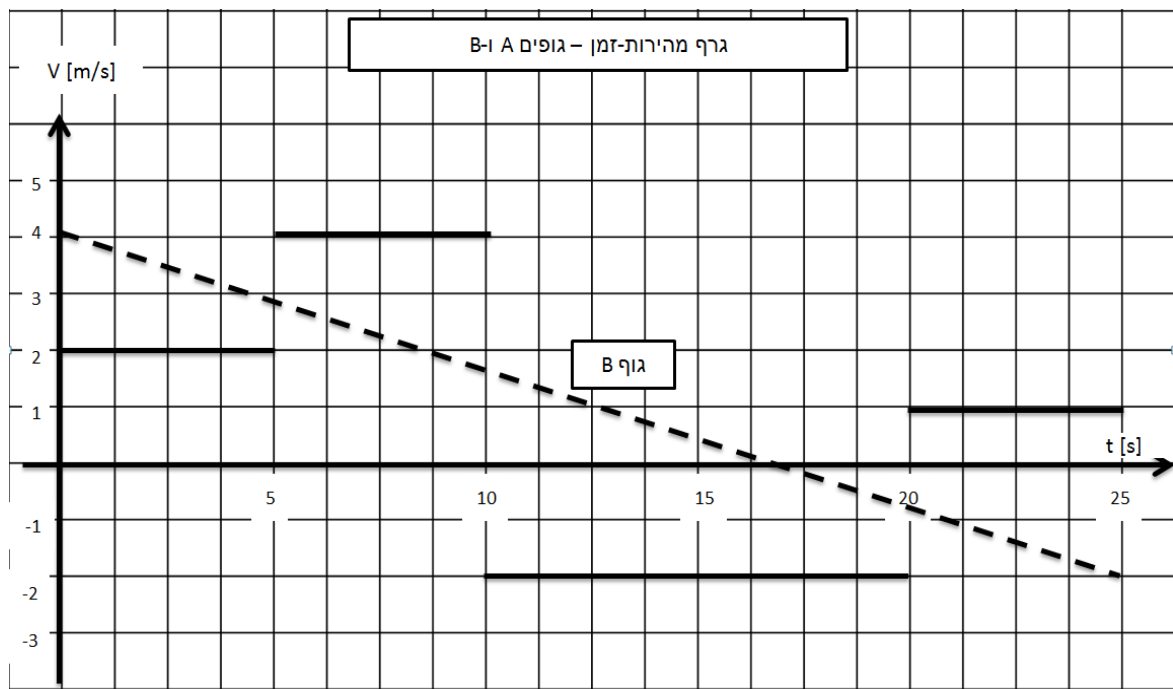
(1) חשבו את זווית ההטיה של המישור המשופע. (5 $\frac{1}{3}$ נקודות)

$$a = -0.24 \frac{m}{s^2}$$

$$\sin \alpha = \frac{a}{g} = 0.024$$

$$\alpha = 1.4^\circ$$

(2) האם בזמן $t = 10 \text{ s}$ גוף B נע במעלה או במורד המישור המשופע? נמקו. (4 נקודות)



שאלה מספר 2

קטר מושך שני קרונות בעלי מסה של 5000 kg כל אחד, המחוברים לקטר וזה לזה באמצעות קפיצים זהים (ראו איור). קבוע קפיץ של כל קפיץ $50,000 \text{ N/m}$ ובמצב רפוי הקפיצים זהים בארכם. הקטר מאיץ ממנוחה בתאוצה קבועה של $\frac{1}{s^2} \text{ m}$.

ניתן להזניח את מסת הקפיצים ואת החיכוך.

א. בזמן התנועה בתאוצה זו:

- האם אורכו הכולל של קפיץ 2 גדול/קטן/זהה לזה של קפיץ 1? נמקו ללא חישוב מספרי. (4 נקודות)

קפיץ 1 מאיץ מסה כפולה ולכן התארכותו כפולה

- חשבו מהי ההתארכות של כל אחד מהקפיצים ביחס למצבם הרפוי. (6 נקודות)
עבור קפיץ 2, $F=ma=kdx$, בהצבה יוצאת התארכות 0.1 מטר. בקפיץ 1 המסה כפולה, לכן $0.2m$.

ב. בתוך הקטר תלויה לתקרה נורה. באותה תאוצה של $\frac{1}{s^2} \text{ m}$ החוט עליו תלויה הנורה אינו ניצב לתקרה.

- הסבירו מדוע (היעזרו בתרשים כוחות) וציינו האם ההטיה היא בכיוון הנסיעה או בכיוון ההפוך. נמקו. (4 נקודות)

חשבו את זווית ההטיה יחסית לאנך לתקרה. (4 נקודות)

מתרשים כוחות לשני הצירים מקבלים $\tan(x)=1/g$ לכן הזווית 5.7 מעלות

- בהגיעו למהירות של 3 m/s הקטר ממשיך בנסיעה במהירות קבועה זו. מהי התארכות ממצב רפוי של כל אחד מן הקפיצים במצב זה? נמקו. (4 נקודות)

במהירות קבועה שקול הכוחות אפס, הקפיצים רפויים

- מתחנה מסוימת הקטר ממשיך עם קרון אחד בלבד, מאיץ שוב עד למהירות של 3 m/s וממשיך במהירות קבועה. לאחר מכן הנהג נרדם, והקטר נבלם בקיר חרום מפלדה ונעצר במקום.

1. מה יהיה סוג התנועה שיבצע הקרון מרגע פגיעת הקטר בקיר? נמקו. (3 נקודות)

הרמונית פשוטה: הקרון הוא מסה מחוברת לקפיץ שקצהו השני נייח. בעת ההתנגשות לקרון יש אנרגיה קינטית, שתהפוך לאלסטית, א"כ שוב קינטית וחוזר חלילה.

- חשבו את ההתכווצות המרבית של הקפיץ המחבר את הקרון לקטר אחרי התנגשות הקטר בקיר. (4 נקודות)

$mv^2=k\Delta x^2$. מציבים מסת הקרון, מהירות וקבוע קפיץ ומקבלים $\Delta x=0.95m$

- רשמו פונקציית מקום-זמן של הקרון. בחרו $t=0$ ברגע ההתכווצות המרבית של הקפיץ.

$\frac{1}{3}$ (4 נקודות)

$$x=0.95\cos(3.15t)$$

שאלה מספר 3

ילד יושב על קטר צעצוע ומחזיק כדור. הקטר נמצא על מסילה מעגלית אשר שוליה מורמים ונוגעים בצד הפנימי של הגלגל (ראו תמונה). הילד משליך את הכדור לאחור, בכיוון המשיק למעגל בנקודה בה נמצא הקטר. מסת הכדור היא $m = 1\text{kg}$. המסה המשולבת של הילד והקטר היא $M = 20\text{kg}$. רדיוס המסילה המעגלית הוא $R = 1\text{m}$, ומהירות הכדור ביחס לרצפה ברגע הזריקה

$$v = 7 \frac{m}{s}$$

היא $v = 7 \frac{m}{s}$. בסעיפים א-ג נתון כי הגלגלים מתגלגלים על המסילה ללא החלקה.

א.

(i) בעקבות זריקת הכדור מתחיל הקטר לנוע. הסביר מדוע. (4 נקודות)

(ii) מה המהירות הזוויתית בה מתחיל הקטר לנוע? (5 נקודות)

נסמן את המהירות הזוויתית ב- ω , את

מהירות הילד והקטר אחרי הזריקה ב- u_1 , את

מהירות הכדור אחרי הזריקה ב- u_2 . משימור תנע: $\omega = \frac{u_1}{R}$. משימור תנע:

$$0 = Mu_1 + mu_2 \Rightarrow u_1 = -\frac{m}{M}u_2 = 0.35 \frac{m}{s} \Rightarrow \omega = 0.35 \frac{rad}{s}$$

ב.

(i) מהו הכוח שמאפשר את התאוצה הרדיאלית? הסבירו מדוע. (4 נקודות)

(ii) מצאו את גודלו וכיוונו של כוח זה. (5 נקודות)

הכוח המדובר, N_2 , הוא זה שמייצר את הכוח הצנטריפטלי עבור התנועה המעגלית,

$$\text{לכן: } N_2 = M\omega^2 R = 2.45\text{N}$$

ג. מה העבודה שמבצע הכוח שמצאתם בסעיף ii על הקטר לאורך חצי ממסלול? נמקו. (4 נקודות)

ד. כוח זה מאונך לכיוון תנועת הקטר, לכן עבודתו לאורך כל קשת שהיא היא 0.

לאחר שהקטר עובר חצי סיבוב, הילד לוחץ על הבלמים ונועל את הגלגלים. כתוצאה מכך הגלגלים מחליקים על המסילה עם מקדם חיכוך של $\mu = 0.001$. הילד מחזיק הבלמים לחוצים למשך חצי מעגל.

ה.



- (i) מה היא עבודת כוח החיכוך על הקטר לאורך קטע המסלול בו הבלמים לחוצים? (נקודות)

גודל כוח החיכוך קבוע, והוא תמיד מכוון נגד כיוון תנועת הגוף, לכן עבודתו היא:

$$W = |f| \cos \theta \Delta L = N_1 \mu \cos(180^\circ) \pi R = -Mg \mu \pi R = -0.63 J$$

אחרי שהילד עבר את המחצית השנייה של המעגל הילד משחרר את הבלמים. אחרי חצי סיבוב הוא לוחץ עליהם שוב, וחוזר חלילה, עד שהקטר מפסיק לנוע.

- (ii) כמה פעמים יעבור הקטר על חלק המסלול בו מפעיל הילד את הבלמים עד שייעצר לחלוטין (המספר לא בהכרח שלם)? פרט שיקולך. (5 1/3 נקודות)

לפי משפט עבודה-אנרגיה, עבודת כוח החיכוך שווה לשינוי באנרגיה הקינטית של

הקטר. אם נחלק את האנרגיה הקינטית ההתחלתית של הקטר בעבודת כוח החיכוך

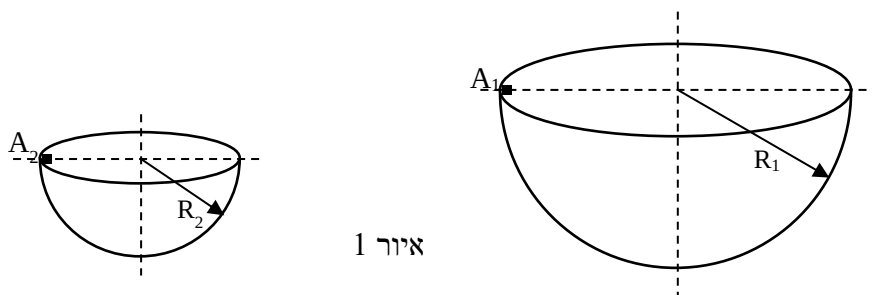
על פני חצי מעגל, נמצא כמה פעמים יעבור הקטר על פני מחצית המעגל בה מפעיל

$$n = \frac{E_{k,i}}{|W|} = \frac{\frac{1}{2} M u_1^2}{|W|} = \frac{1.225}{0.63} = 1.94$$

הילד את הבלמים :

שאלה מספר 4

באיור 1 מוצגות שתי קערות, לכל אחת צורת חצי-כדור. נתון ש- $R_1 = 2R_2$.



איור 1

משחררים מנקודות A_1 ו- A_2 שני גופים קטנים זהים, שמסתם m , והם נעים בתוך הקערות. החיכוך בין הגופים למשטחים הפנימיים של הקערות זניח.

א. האם המהירויות בנקודה הנמוכה ביותר של הקערות בתוכן נעים הכדורים זהות? נמקו. אם תשובתכם שלילית רשמו למי מהירות יותר גבוהה ופי כמה.

בזמן תנועתו של כל גוף פועל עליו כוח הכובד, שהוא משמר, וכוח נורמלי שלא עושה עבודה

מפני שכיוונו ניצב לכיוון המהירות. לכן האנרגיה המכנית של כל גוף נשמרת.

נרשום ב- B את הנקודה הנמוכה ביותר. מתקיים: $E_A = E_B$

$$E_{k,A} + U_{G,A} = E_{k,B} + U_{G,B} \Rightarrow mgR = \frac{1}{2}mv_B^2 \Rightarrow v_B = \sqrt{2gR}$$

מכאן:

התחשבנו בכך ש- $v_A = 0$ ובחרנו את רמת הייחוס עבור האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית

בנקודה B.

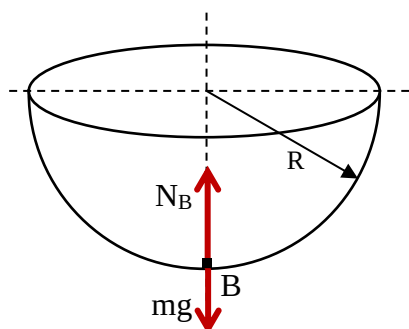
$$v_{B,1} > v_{B,2} \Rightarrow \frac{v_{B,1}}{v_{B,2}} = \sqrt{\frac{R_1}{R_2}} = \sqrt{2}$$

מהביטוי של v_B מבינים ש:

ב. האם הכוחות שהגופים מפעילים על הקערות בנקודה הנמוכה ביותר

שווים או שונים? נמקו. אם הם שונים רשמו באיזו קערה הכוח גדול

יותר ופי כמה.



תרשים הכוחות הפועלים על הגוף ברגע עוברו דרך נקודה B:

$$N_B - mg = \frac{mv_B^2}{R} \quad \text{על פי החוק השני של ניוטון בנקודה זאת:}$$

$$N_B = mg + \frac{mv_B^2}{R} = mg + \frac{m \cdot 2gR}{R} \Rightarrow N_B = 3mg$$

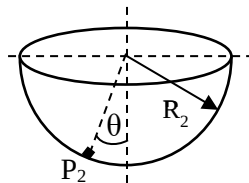
תשובה:

גודל הכוח הנורמלי אינו תלוי ברדיוס הקערה ולכן זהה עבור

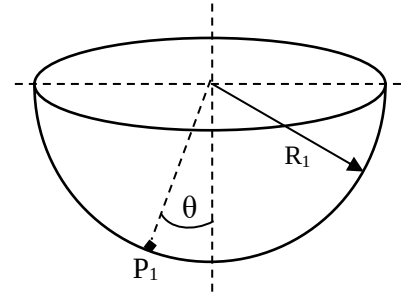
שתי הקערות. על פי החוק השלישי של ניוטון, הכוח שהקערה מפעילה על הגוף בנקודה שווה בגודלו לכוח שהגוף מפעיל על הקערה באותה נקודה.

לכן בנקודה הנמוכה ביותר, הגופים הנעים מפעילים כוחות שווים על שתי הקערות.

עתה משחררים בתוך הקערות את אותם הגופים בנקודות P_1 ו- P_2 , בהן אותה זווית קטנה, θ , יחסית לאנך (ראו איור 2). תנועת גוף במקרה זה היא הרמונית פשוטה, בדומה לתנועת מטוטלת פשוטה.



איור 2



ג. (1) סרטטו תרשים כוחות הפועלים על הגוף באחת

הקערות, בנקודה P.

(2) בעזרת תרשים הכוחות והקירוב עבור זוויות קטנות

$\sin \theta \approx \theta_{(rad)}$, הוכיחו, על פי הגדרה של תנועה

הרמונית פשוטה שבאמת זהו סוג התנועה.

(2) הכוח המחזיר במקרה זה הינו הרכיב המשיקי של המשקל. אם מתחשבים בקירוב לזוויות קטנות אפשר לכתוב:

$$(1) \quad \Sigma F_x = mg \sin \theta \approx mg \theta_{(rad)}$$

הזווית המרכזית ברדיאנים מבטאת את היחס בין

אורך הקשת PB (s) לבין רדיוס המעגל (R), כלומר

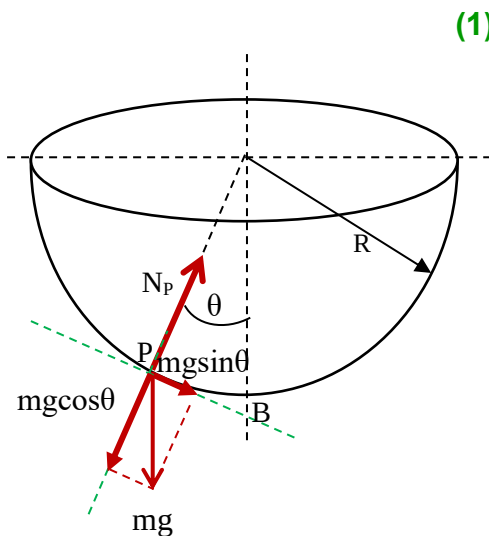
$$(2) \quad \theta = \frac{s}{R}$$

מהצבת (2) ב (1) מקבלים:

$$\Sigma F_x \approx mg \frac{s}{R} = \left(\frac{mg}{R} \right) \cdot s = c \cdot s$$

כלומר הכוח המחזיר ביחס ישר להעתק הגוף s (לאורך הקשת) מנקודת שיווי המשקל, לכן התנועה תהיה הרמונית פשוטה.

ד. זמני המחזור של שני הגופים הם T_1 ו- T_2 בהתאמה. האם $T_1 < T_2$, או $T_1 = T_2$, או $T_1 > T_2$? נמקו.



רדיוס הקערה אנלוגי לאורך החוט במטוטלת פשוטה. לכן זמן המחזור כאן יהיה: $T = 2\pi\sqrt{\frac{R}{g}}$

מהנתון $R_1=2R_2$, נובע $T_1 = \sqrt{2}T_2$

ה. נדמיין ששתי הקערות מצויות על פני מאדים ושבתוכם משחררים את הגופים בזווית קטנה ומודדים שוב את זמני המחזור של הגופים.
האם יהיה שינוי בזמני המחזור שימדדו על מאדים, לעומת אלה שנמדדו על פני כדור הארץ? נמקו. אם תשובתכם חיובית, רשמו פי כמה ישתנו זמני המחזור.

חישוב תאוצת הנפילה החופשית על פני מאדים פי חוק שני של ניוטון וחוק הכבידה:

$$F = G \frac{M_M m}{R_M^2} \Rightarrow g = G \frac{M_M}{R_M^2} = 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{0.642 \cdot 10^{24}}{(3.4 \cdot 10^6)^2} \approx 3.7 \frac{m}{s^2}$$

זמני המחזור יהיו ארוכים יותר על פני מאדים פי: $\frac{T_M}{T_E} = \sqrt{\frac{g_E}{g_M}} = \sqrt{\frac{10}{3.7}} \approx 1.64$

שאלה מספר 5

- תחנת החלל הבינלאומית חגה סביב מרכז כדור הארץ במסלול שגובהו מעל פני כדור הארץ הוא 400km . מסתה 450,000 kg.
- א. הראו שהתחנה מקיפה את כדור הארץ כל שעה וחצי בקירוב. (6 נקודות)
- מחוק שני וחוק הכבידה, או מחוק קפלר עם נתוני הירח למשל. צריך להציב נכון את הרדיוס $6400+400$ ק"מ מתורגם למטרים, ולתרגם שניות לשעות.
- ב. משקולת בעלת מסה של 2 kg תלויה על קפיץ בעל קבוע קפיץ 200 N/m , המחובר אל תקרת התחנה. מהי התארכות הקפיץ? נמקו. (4 נקודות)
- הקפיץ לא מתארך כלל כי התחנה, הקפיץ והמשקולת כולם בנפילה חופשית: $mg-kx=mg$ לכן $x=0$.
- ג. (1) באיזה כיוון ובאיזו מהירות יש לירות כדור מהתחנה לאורך המשיק למסלול התחנה, על מנת שהכדור ייעצר וייפול אנכית אל פני כדור הארץ? (7 נקודות)
- בכיוון הפוך מזה של המהירות המשיקית של התחנה. חישוב: למשל $v=2\pi R/T$. מקבלים כ 7500 מטרים בשנייה.
- (2) חשבו את מהירות פגיעת הכדור בקרקע, במקרה שהנפילה האנכית מתחילה ממנוחה בגובה של 2000km מעל פני כדור הארץ (לא מהגובה של תחנת החלל). (7 נקודות)
- $0.5mv^2=U_G(8400)-U_G(6400)$. בהצבה מקבלים כ 5500 מטר לשנייה.
- ד. התחנה מאבדת 2 km בחודש מגובה מסלולה עקב כוח גרר המופעל עליה, דבר אשר מצריך השקעת אנרגיה כדי להעלותה בחזרה למסלולה המקורי.
- הסבירו מדוע דרושה השקעת אנרגיה כדי להחזירה למסלול המקורי. (3 נקודות)
 - כאשר רדיוס ההקפה של התחנה גדל ב 1 km בלבד, האם הושקעה מחצית האנרגיה הדרושה לחזרה למסלול המקורי? נמקו.
- אם תשובתכם שלילית, ציינו האם הושקע פחות, או יותר ממחצית האנרגיה הדרושה לחזרה למסלול המקורי ונמקו. (6 $\frac{1}{3}$ נקודות)

